МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХЕРСОНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет комп’ютерних наук, фізики та математики
Кафедра фізики та методики її навчання

НЕІНЕРЦІАЛЬНІСТЬ СИСТЕМ ВІДЛІКУ, ПОВ’ЯЗАНИХ ІЗ ЗЕМЛЕЮ, ТА ЇЇ ВПЛИВ НА ВАГУ ТІЛ

Кваліфікаційна робота (проєкт)
на здобуття рівня вищої освіти «бакалавр»

Виконав: студент групи 15-411
Спеціальності 014 Середня освіта (Фізика)
Освітньо-професійної програми
Середня освіта (Фізика)

Магурян Нікіта Дмитрович

Керівник
кандидат фізико-математичних наук,
доцент Івашина Ю.К.

Рецензент
кандидат фізико-математичних наук,
доцент Бистрянцева А.М.

ХЕРСОН – 2021

ЗМІСТ

ВСТУП

Забезпечення засвоєння учнями системи знань основ наук є одним з найважливіших завдань школи. Важливою ланкою в системі знань є поняття. Формуються вони на основі аналізу відомих наукових фактів і закономірностей, яким вони підкоряються. При аналізі літератури спостерігаються розбіжності у формуванні поняття «вага» тіла, не проаналізовані глибоко всі фактори, які впливають на вагу тіл, тому проблема формування поняття «вага тіла» і визначення впливу на вагу різних факторів є актуальною.

Суттєве значення для визначення сутності проблеми має розгляд розвитку поглядів на сили тяжіння і ваги. Важливим є розгляд і визначення природи цих сил, залежності ваги від маси планети, широти місцевості, несферичності Землі, впливу неінерціальності системи відліку, пов'язаною з Землею, на вагу тіла.

Метою роботи є визначення впливу неінерціальності системи відліку, пов'язаної із Землею, на вагу тіла.

Відповідно до мети було поставлено наступні **завдання роботи**:

1. Розглянути висвітлення в методичній літературі і підручниках понять «сила тяжіння» і «вага тіл».

2. Визначити особливості опису поведінки тіл в неінерціальних системах відліку.

3. Розглянути вплив на вагу тіл різних факторів: добового обертання Землі, широти місцевості, несферичності Землі, положення Місяця.

Об'єкт дослідження – вага тіл.

Предмет дослідження – залежність ваги тіл від факторів, обумовлених неінерціальністю системи відліку, пов'язаною із Землею і рухом Місяця.

Практичне значення – результати розрахунку відносної зміни ваги від широти місцевості і положення Місяця можуть бути використані як у закладах загальної середньої освіти, так і у закладах вищої освіти, під час вивчення тем «Вага тіл» і «Неінерціальні системи відліку».

Дипломна робота виконувалась відповідно до тематичного плану наукових досліджень кафедри фізики та методики її навчання: «Інноваційні освітні технології навчання фізики та астрономії у закладах освіти різних рівнів» (реєстраційний номер No0119U101144 від 19.03.2019).

Структура роботи. Дипломна робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел (22 найменування).

РОЗДІЛ І. ВАГА ТІЛ І ВПЛИВ НА НЕЇ НЕІНЕРЦІАЛЬНОСТІ СИСТЕМИ ВІДЛІКУ

1.1. Поняття «вага тіла» і його формування в шкільних підручниках

Ще Аристотель вважав, що тяжіння тіл до центру світу, який знаходиться в центрі Землі, обумовлено вагою тіл. Аналізуючи рух планет навколо Сонця, Й. Кеплер констатував, що Сонце притягує планети, і ця сила залежить від відстані. Закон всесвітнього тяжіння встановив І. Ньютон. Сила, з якою два тіла притягуються, називається гравітаційною силою, або силою тяжіння. Величина цієї сили визначається законом всесвітнього тяжіння:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (1.1)$$

де $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$ - гравітаційна стала, r – відстань між нерухомим тілами, розміри яких значно менші відстані r.

Гравітаційна взаємодія передається через гравітаційне поле, роль «гравітаційного заряду» відіграє маса тіл. Гравітаційне поле векторне і потенціальне. Гравітаційне поле точкової маси і сферичного тіла сферично симетричне.

Одним із проявів закону всесвітнього тяжіння є сила тяжіння, яка вводиться в курсі фізики ще в 7 класі [1,2]. Це сила, з якою тіла притягуються до Землі. Цю силу можна визначити на основі (1.1).

$$F = G\frac{Mm}{R^2} = mg \qquad (1.2)$$

де M – маса Землі, R – її радіус, $g = G\frac{M}{R^2}$ - прискорення вільного падіння.

Сила тяжіння прикладена до центру мас тіла і напрямлена, як і прискорення g, по нормалі до поверхні Землі.

Із (1.2) слідує, що g і є напруженістю гравітаційного поля, так як це прискорення чисельно рівне гравітаційній силі, що діє на матеріальну точку масою 1 кг.

Разом з силою тяжіння в техніці і побуті дуже широко застосовують поняття «вага тіла». Вагою тіла називають силу, з якою тіло діє на підвіс або горизонтальну опору внаслідок гравітаційного притягання до Землі. Ця сила прикладена не до тіла, а до зв'язків, які утримують тіло від падіння на Землю – опори або підвісу. Сила тяжіння F і вага тіла P мають різну природу, вони прикладені до різних тіл і можуть бути рівними або не рівними за модулем в залежності від системи відліку. На тіло діє сила тяжіння F і реакція зв'язку (N – реакція опори або сила натягу нитки F_{np}). На зв'язки з боку тіла діє сила ваги, яка за третім законом Ньютона напрямлена протилежно реакції зв'язку. Розглянемо тіло на підвісі (рис. 1.1а)

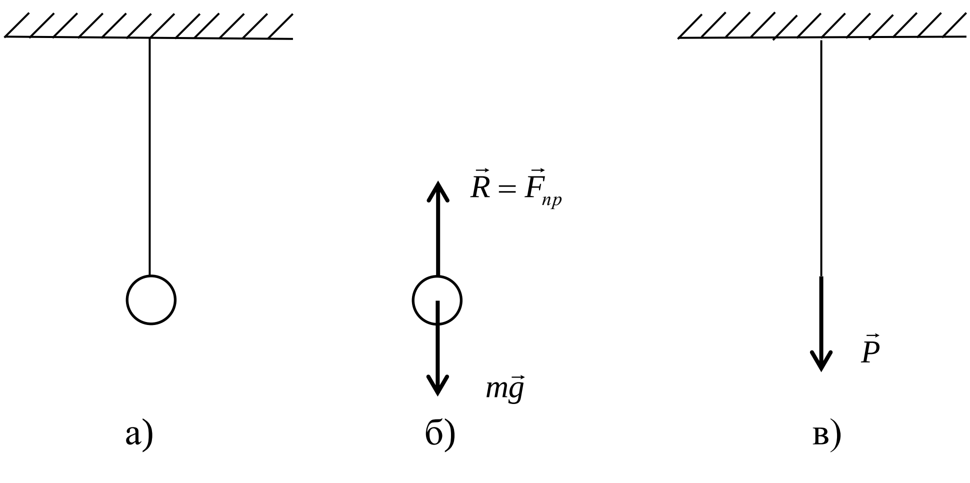

Рис. 1.1 Вага тіл і сила тяжіння

На рис. 1.1б визначено сили, що діють на тіло, на рис 1.1в показано силу ваги, що діє на підвіс.

За своєю природою сила тяжіння mg є гравітаційною силою. Сила ваги – це сила пружності, яка виникає в зв'язках внаслідок деформації, викликаної дією сили тяжіння.

В інерціальній системі відліку, коли опора чи підвіс разом з тілом знаходяться в стані спокою або рухаються рівномірно і прямолінійно, вага тіла P за величиною і напрямом співпадає із силою тяжіння mg.

$$\vec{P} = m\vec{g} \qquad (1.3)$$

Із рис. 1.1б і умови рівноваги слідую, що

$$m\vec{g} + \vec{R} = 0 \qquad (1.4)$$

За третім законом Ньютона $\vec{P} = -\vec{R}$, звідси слідує (1.3). у неінерціальних системах відліку вага тіл змінюється внаслідок дії сили інерції.

Ми розглянули підручники різних років видання, які були допущені Міністерством освіти і науки України, для того, щоб проаналізувати розкриття в них понять «сила тяжіння» і «вага тіла».

Також були розглянуті підручники з фізики XX століття. Пьоришкін А.В., Мінченков Є.Я., Кракліс В.В., Карпинський К.Т. [3] у своєму підручнику писали: «Сила, з якою Земля притягує до себе тіла, називається силою тяжіння, або вагою тіла». Аналогічне трактування дається у підручнику Ландау Л.Д. та Китайгородський О.І. [4], де написано «Вага – це сила, з якою тіло притягується до Землі».

У подальшому поняття «вага тіла» змінювалося. У підручнику для фізики 8 класу 1971 року [5] і підручнику для 9 класу [6] автор Кікоїн І.К. показує, що «вага тіла – сила, з якою тіло внаслідок притягання до Землі, діє на опору чи підвіс». У підручниках зазначається, що вага тіла може відрізнятися від сили тяжіння, що ці сили мають різну природу і точки прикладання.

У підручнику Фізика-7 (Коршак Є.П., Ляшенко О.І., Савченко В.Ф.) [1] приводиться така дефініція: «Сила, з якою тіло тисне на опору або підвіс, називається вагою». Указується також і природа сили ваги: «Вага спричиняє деформацію опори або підвісу і порушує силу пружності, яка діючи на тіло, врівноважує силу тяжіння, припиняючи падіння тіла».

У підручниках Фізика-9 [7] авторів Гончаренко С.У. та Генденштейна Л.Е. [8] пояснення ваги аналогічне з поясненням Кікоїна І.К.

Підручники видані пізніше і сучасні підручники [2, 9-11, 22] при висвітлені теми «Вага тіла» базуються на вищевказаних положеннях.

Вага тіла і її залежність від різних факторів розглядаються і в підручниках для закладів вищої освіти, але в них вага розглядається як реакція зв'язків [12-14].

1.2. Рух в неінерціальних системах відліку

В інерціальній системі відліку основне рівняння руху матеріальної точки виражає другий закон Ньютона

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (1.6)$$

Розглянемо рівняння руху в неінерціальній системі відліку, яка рухається з прискоренням $\vec{a}_{пер}$ відносно нерухомої інерціальної системи відліку. При поступальному переносному русі повне прискорення

$$\vec{a} = \vec{a}_{від} + \vec{a}_{пер} \qquad (1.7)$$

де $\vec{a}_{від}$ – прискорення відносно рухомої системи відліку, $\vec{a}_{пер}$ - переносне прискорення системи відліку.

Підставимо (1.7) в (1.6)

$$m\vec{a}_{від} = \vec{F} - m\vec{a}_{пер} \qquad (1.8)$$

Це є рівняння відносного руху матеріальної точки. У правій його частині знаходиться сила, яка має дві складові: $\vec{F}$ - сила, з якою на тіло діють інші тіла. Складова

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_{пер} \qquad (1.9)$$

виникає внаслідок прискореного руху системи відліку і називається силою інерції. Ця сила не підкоряється третьому закону Ньютона, не є мірою взаємодії між тілами, тобто є фіктивною силою, яку вводять для того, щоб в неінерціальних системах відліку виконувався другий закон Ньютона.

Найбільш яскраво сила інерції при поступальному русі системи відліку проявляється при різкому прискоренні або гальмуванні вагона. Пасажира втискує в сидіння або виштовхує вперед, хоча ніякі тіла не примушують це робити.

При обертовому русі системи відліку на тіла діє відцентрова сила інерції

$$F_i^{в} = m\omega^2 R \qquad (1.10)$$

де R – радіус обертання, ω – кутова швидкість системи відліку. Ця сила направлена вздовж радіуса обертання від центру.

При обертовому русі системи відліку крім відцентрової сили інерції (1.10) на тіла, які рухаються зі швидкістю υ, діє ще одна сила інерції – сила Коріоліса. Повне прискорення матеріальної точки в такій системі відліку буде сумою не тільки відносного і переносного прискорень. Додатково виникає прискорення Коріоліса

$$\vec{a} = \vec{a}_{пер} + \vec{a}_{пер} + \vec{a}_{к} \qquad (1.11)$$

$$\vec{a}_{к} = 2[\vec{\omega}, \vec{\upsilon}_{від}] \qquad (1.12)$$

де $\vec{\upsilon}_{від}$ - швидкість відносного руху матеріальної точки. Модуль цього прискорення

$$a_{к} = 2\omega\upsilon_{від}\sin\alpha \qquad (1.13)$$

де α – кут між векторами $\vec{\omega}$ і $\vec{\upsilon}_{від}$.

Напрям прискорення Коріоліса визначається за правилом векторного добутку (вектори добутку утворюють правогвинтову трійку векторів, напрями яких можна описати правилом свердлика). Коріолісове прискорення зумовлене двома факторами – зміною переносної швидкості точки внаслідок її відносного руху і зміною відносної швидкості внаслідок переносного обертання. Сила Коріоліса рівна

$$\vec{F}_{к} = -m\vec{a}_{к} = 2m[\vec{\upsilon}_{від}, \vec{\omega}] \qquad (1.14)$$

Рівняння відносного руху в неінерціальній системі відліку в загальному випадку отримаємо, підставивши в (1.8) прискорення (1.11)

$$m\vec{a}_{від} = \vec{F} - m\vec{a}_{к} - m\vec{a}_{пер} \qquad (1.15)$$

До дійсної сили $\vec{F}$ додали дві сили інерції – силу Коріоліса (1.14) і переносну силу інерції.

Система відліку, яку пов'язують із Землею при розв'язуванні практичних задач, не є інерціальною. Внаслідок того, що планета здійснює добове обертання. Це підтверджено рядом класичних експериментів.

У 1851 році Леон Фуко в паризькому Пантеоні продемонстрував свій дослід зі спостереження коливань гігантського маятника, який був підвішений під куполом на тросі довжиною 67 м. Площина, в якій коливався маятник, поверталася. Ніякі тіла або сили не діяли, щоб викликати цей ефект. Це явище Фуко пояснив тим, що Земля обертається навколо власної осі.

Неінерціальність системи відліку, пов'язаної із Землею, підтверджують і інші досліди. У Гамбурзі на початку дев'ятнадцятого століття проводили дослід, в якому з висоти 76 м падало тіло. Виявилося, що тіло рухалось не в напрямку дії сили тяжіння, а відхилялося на схід майже на 1 см.

К. Бер у 1857 році встановив закон, згідно якого в річок, які протікають в північній півкулі, вздовж меридіана правий берег високий, а лівий низький. У південній півкулі Землі підмивається течією протилежний – лівий беріг. Пояснити це можна тим, що на течію річки діє сила інерції, обумовлена обертанням Землі.

1.3. Вага тіл в неінерціальних системах відліку

Згідно з (1.8) в неінерціальних системах відліку крім сили тяжіння на тіла діє фіктивна сила інерції, що приводить до зміни ваги тіл. Розглянемо класичний приклад поступального руху системи відліку – ліфт, який рухається вертикально. Вагу будемо визначати за допомогою пружинних терезів.

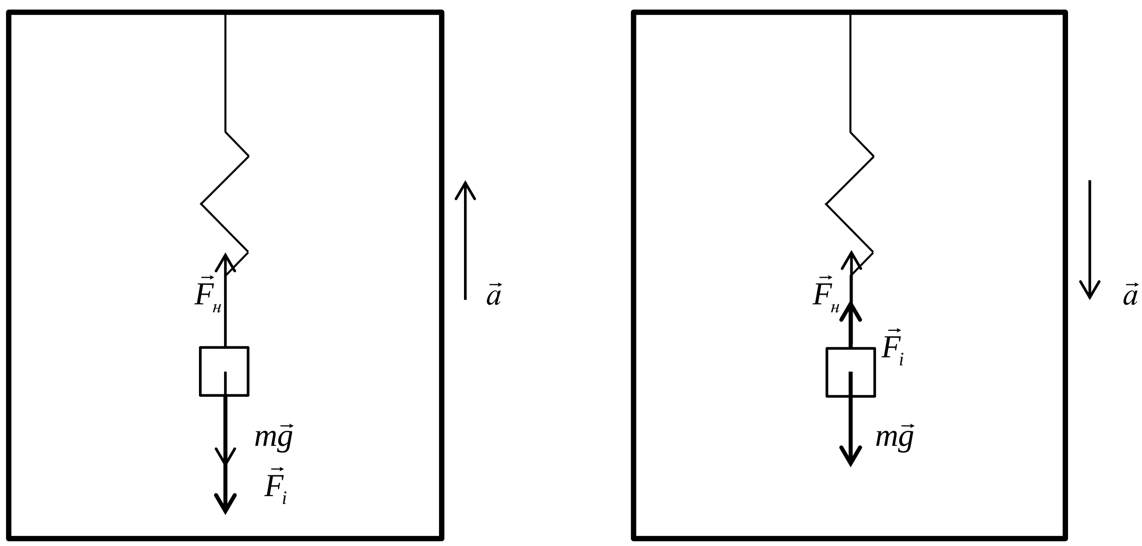

Рис. 1.2. Сили, що діють на тіло в ліфті

При нерухомому ліфті, або при його русі з постійною швидкістю сила інерції не виникає. У випадку прискореного руху вверх сила натягу $F_н$

$$F_н = mg + F_i = m(g + a) \qquad (1.16)$$

У випадку, коли прискорення направлене вниз

$$F_н = m(g - a) \qquad (1.17)$$

У цьому випадку вага тіла буде зменшуватися.

Ефект збільшення ваги під дією сили інерції називається «перевантаження», воно рівне відношенню ваги тіла до сили тяжіння, що діє на тіло на поверхні Землі.

$$n = \frac{P}{mg} = \frac{|\vec{g} + \vec{a}|}{g} \qquad (1.18)$$

Це безрозмірна величина, але часто вона визначається в одиницях g. Слід відмітити, що сили інерції і тяжіння можуть мати різний напрямок, тому додавати їх необхідно векторно. Так при розгоні автомобіля на горизонтальній ділянці сила тяжіння F і сила інерції напрямлені під кутом 90°, тому

$$P = \sqrt{F^2 + F_i^2} = m\sqrt{g^2 + a^2} \qquad (1.19)$$

Напрям сили ваги відхиляється від вертикалі на кут α

$$\alpha = arctg\,\frac{F_i}{mg} = arctg\,\frac{a}{g} \qquad (1.20)$$

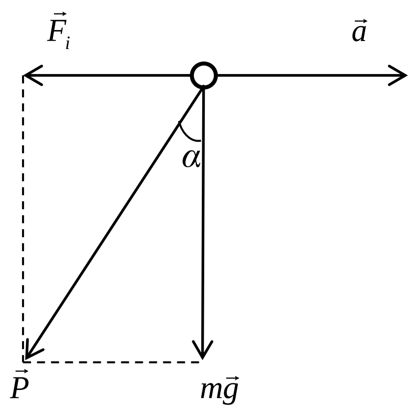

Рис. 1.3. Вага при горизонтальному прискоренні автомобіля

Перевантаження зазнають пілоти, космонавти, гонщики автомобілів. Перевантаження збільшує навантаження на деталі і вузли машин і може викликати їх руйнування, тому сили інерції враховують при конструюванні [14]. Для зменшення тиску автомобілів на міст його роблять у вигляді випуклої дуги. При цьому сила інерції буде зменшувати вагу тіла.

Висновки до розділу I

1. Поняття «вага тіла» достатньо повно висвітлене в сучасних підручниках з фізики для шкіл. У підручниках для університетів розглядається загальна сила реакції зв'язків.

2. Не приводяться результати розрахунку прискорення g і кута відхилення виска від напрямку до центра Землі для різних значень широти місцевості.

3. Не розглянуто вплив Місяця на вагу тіл на Землі.

РОЗДІЛ ІІ. ВПЛИВ ДОБОВОГО ОБЕРТАННЯ ТА РУХУ МІСЯЦЯ НА ВАГУ ТІЛ

2.1. Вплив добового обертання Землі на форму планети

Розглянемо сили, що діють на елемент поверхні Землі масою *m*. На нього діє гравітаційна сила притягання до центру

$$F = G\frac{mM}{R^2} \tag{2.1}$$

де *M* – маса Землі, *R* – радіус.

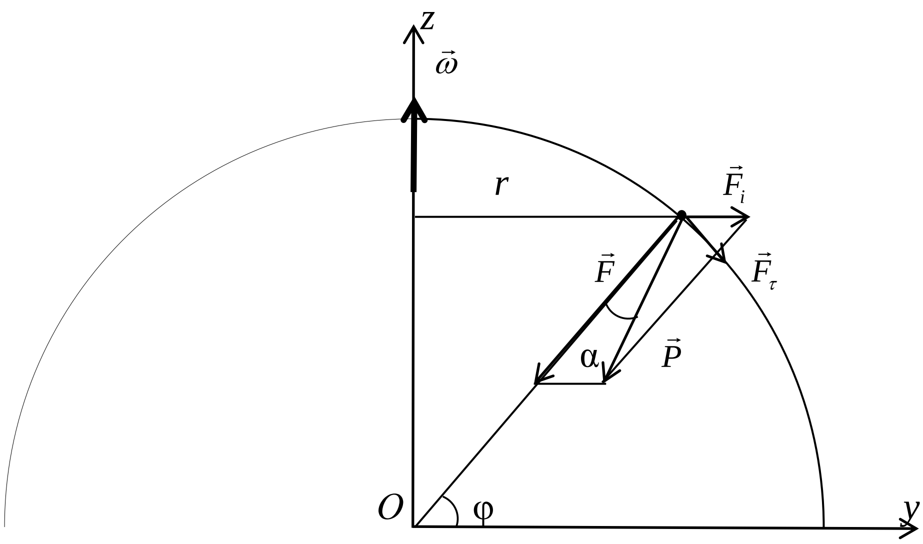

Рис. 2.1. Сили, що діють на тіло на поверхні Землі

Так як Земля здійснює добове обертання навколо власної осі з кутовою швидкістю ω, то система координат, яка пов’язана із Землею, буде рухомою. Виберемо початок координат в центрі Землі т. *O*, вісь *z* напрямлено до північного полюса, осі *Ox* та *Oy* будуть лежати в екваторіальній площині.

Вибраний елемент має доцентрове прискорення $a_\partial = \omega^2 r$, де *r* – радіус обертання

$$r = R\cos\varphi$$

Сила *P*, з якою елемент поверхні тисне на Землю рівна векторній сумі гравітаційної сили (2.1) і відцентрової сили інерції

$$F_i = m\omega^2 r = m\omega^2 R\cos\varphi \qquad (2.2)$$

$$\vec{P} = \vec{F} + \vec{F}_i \qquad (2.3)$$

Внаслідок дії сили інерції сила ваги змінює величину і напрям, відхиляючись від напрямку до центра на кут α. Розкладемо силу $\vec{P}$ на складові в напрямку центра і дотичної до меридіана $\vec{F}_t$

$$F_t = F_i \sin\varphi = m\omega^2 R\cos\varphi\sin\varphi \qquad (2.4)$$

Сила $\vec{P}$ має дві складові, одна із яких напрямлена до центра Землі, а інша $\vec{F}_t$, яка напрямлена до екватора, викликала переміщення маси в напрямку екватора, тобто до сплющення Землі під час її твердіння.

Сплющення Землі в напрямку її осі обертання можна пояснити на основі того факту, що поверхня рідини встановлюється перпендикулярно до сили ваги, що діє на елемент рідини. Порівняно зі сферичною поверхнею елемент поверхні планети повертається навколо паралелі на кут α. Із трикутника сил, сторонами якого є сила ваги *P* і тангенціальна складова сили інерції F_t

$$\sin\alpha = \frac{F_t}{P} = \frac{m\omega^2 R\sin\varphi\cos\varphi}{P} = \frac{m\omega^2 R\sin 2\varphi}{P} \qquad (2.4)$$

Так як сила *P* при переході від екватора до полюса змінюється всього на 0,5%, то в (2.4) приймемо *P=const*. Із цього виразу слідує, що при α=0 і α=90° кут повороту елемента та поверхні рівний нулю, тобто напрямки лементів реальної поверхні Землі і сферичної поверхні співпадають. Найбільше відхилення в орієнтації елементів поверхні спостерігається при φ=45°. На основі цього можна зробити висновок, що під дією відцентрової сили інерції при затвердінні Земля прийняла форму еліпсоїда, стиснутого в напрямку осі власного обертання.

Визначимо співвідношення між півосями еліпсоїда. Для цього розглянемо два канали, які йдуть від центру Землі до полюса і до екватора. На основі закону Паскаля тиск в цих каналах в центрі Землі буде однаковий.

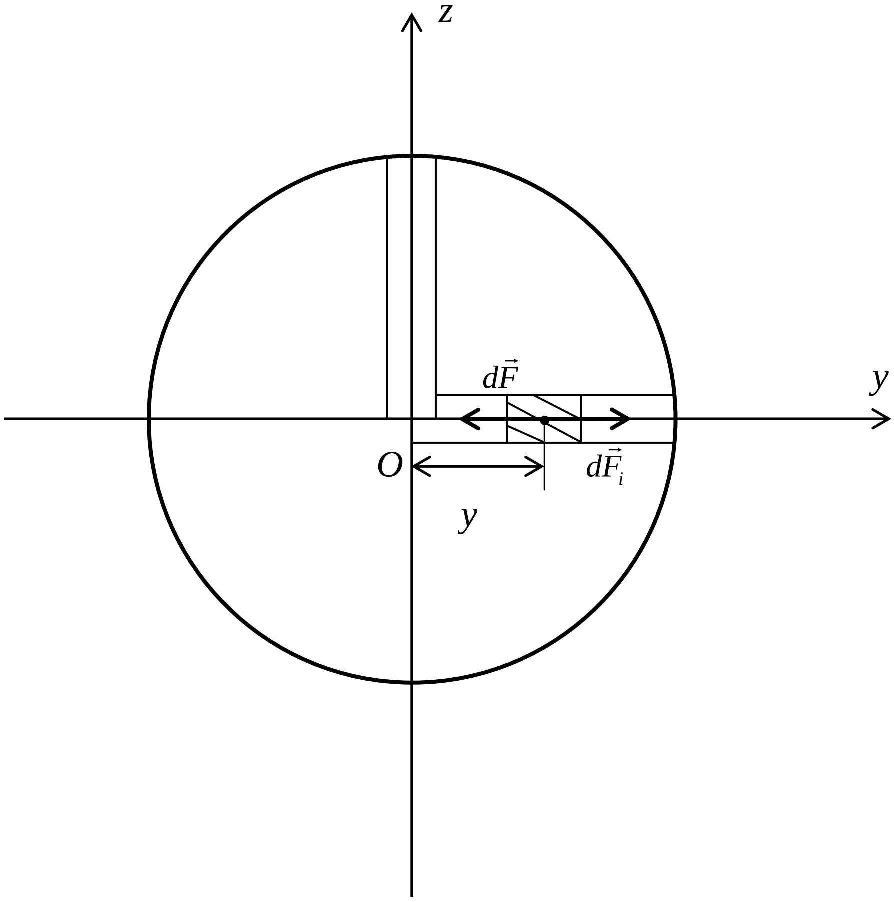

Рис. 2.2. Сили, що діють на елемент каналу.

Елемент у вертикальному каналі створює тиск

$$dp_z = \rho g dz \qquad (2.5)$$

де ρ – густина Землі.

Тиск, що створюється в горизонтальному каналі буде меншим внаслідок дії на елемент *dy* крім гравітаційної сили *dF* і відцентрової сили інерції $dF_i = dm\omega^2 y = \rho dV \omega^2 y$

$$dp_y = \rho g dy - \rho \omega^2 y dy \qquad (2.6)$$

Прискорення вільного падіння g залежить від відстані до центру О. Гравітаційна сила, що діє на елемент (матеріальну точку), який знаходиться всередині планети на відстані r від її центру, визначається тільки протягуванням до сфери радіусу r. Сила притягання до зовнішнього кульового шару рівна нулеві. Доведемо це. Розглянемо на кулі сферичний шар товщиною h і визначимо силу дії цього шару на матеріальну точку, розташовану всередині шару в точці А. Виділимо на шарі два елемента, які вирізається тілесним кутом α з вершиною в точці А. Маси елементів шару S_1 і S_2 пропорційні їх площі, яка пропорційна квадрату радіусів

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad (2.5)$$

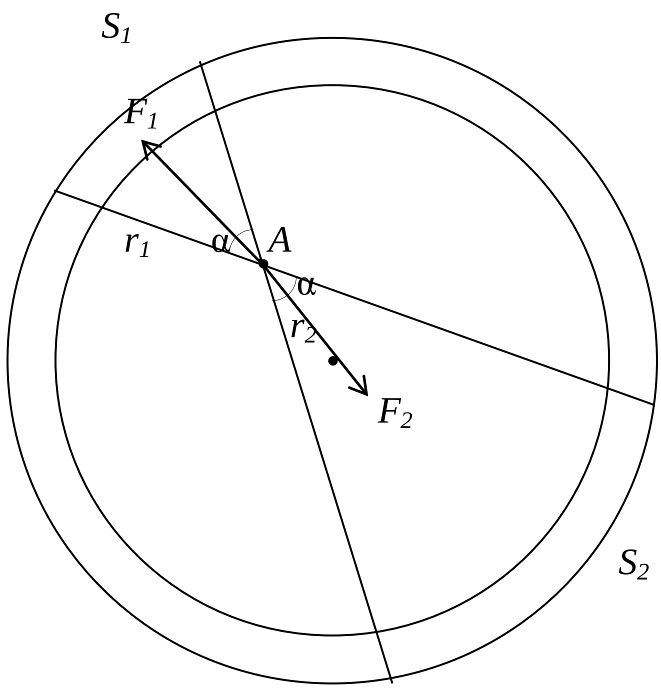

Рис. 2.3. Гравітаційні сили, що діють на матеріальну точку з боку елементів зовнішнього шару

Сила притягання матеріальної точки до елемента S_2

$$F_2 = G\frac{mm_2}{r_2^2} = G\frac{m\alpha r_2^2 h\rho}{r_2^2} = Gm\alpha\rho h$$

$$F_1 = G\frac{mm_1}{r_1^2} = G\frac{m\alpha r_1^2 h\rho}{r_1^2} = Gm\alpha\rho h \qquad (2.6)$$

Із (2.6) видно, що сили притягання до двох елементів шару, які знаходяться в одному тілесному куті, рівні, тому їх сума рівна нулеві. Додавши такі сили по всій поверхні шару зробимо висновок, що зовнішній сферичний шар не діє на матеріальну точку, яка знаходиться всередині. Прискорення, обумовлене гравітацією на поверхні кулі радіуса r

$$g = G\frac{M}{r^2} = G\frac{\rho V}{r^2} = \frac{4}{3}G\pi r\rho \qquad (2.7)$$

Підставимо (2.7) в (2.5) і проінтегруємо

$$P_z = \int_0^{R_z} G\rho^2 \frac{4}{3}\pi z dz = \frac{2}{3}\pi\rho^2 G R_z^2 \qquad (2.8)$$

де R_z – радіус Землі в напрямку осі z (до полюса).

$$P_y = \int_0^{R_y} G\rho^2 \frac{4}{3}\pi y dy - \int_0^{R_y} \rho\omega^2 y dy = \frac{G}{2}\frac{4}{3}\pi R_y^3 \frac{\rho^2}{R_y} - \frac{\rho\omega^2 R_y^2}{2} \qquad (2.9)$$

Перетворимо (2.8) і (2.9) врахувавши, що

$$\frac{4}{3}\pi R_y^3 \rho = M \ \text{ і } \ \frac{GM}{R^2} = g \qquad (2.10)$$

В центрі Землі $p_z = p_y$

$$\frac{\rho g R_z}{2} = \frac{\rho g R_y}{2} - \frac{\rho\omega^2 R_y^2}{2} \qquad (2.11)$$

Із (2.11) видно, що $R_y > R_z$. Визначимо ступінь стиснення еліпсоїда Землі

$$k = \frac{R_y - R_z}{R_y} = \frac{\omega^2 R_y}{g} \qquad (2.12)$$

Кутова швидкість добового обертання Землі

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600 c} = 7{,}26 \cdot 10^{-5}\,\frac{1}{c}$$

R_y – радіус на екваторі R_E=6378 *км*.

Прискорення g на екваторі g_E=9,793 $\frac{м}{с^2}$ [15]

Підставивши ці дані в (2.12) отримаємо k=3,43·10^{-3}. Визначимо радіус Землі на полюсі R_n на основі (2.12)

$$R_n = R_E(1-k) = 6378(1-3{,}43\cdot 10^{-3}) = 6356 км$$

Отримане значення співпадає із даними [20], що свідчить про коректність приведених розрахунків.

2.2. Залежність ваги тіл від широти.

Вага тіла – це сила, з якою воно діє на зв'язки – підвіс чи горизонтальну опору внаслідок гравітаційного протягування до Землі, сила якого визначається (2.1). У неінерціальних системах відліку крім сил взаємодії виникають фіктивні сили інерції, обумовлені прискоренням системи відліку. Розглянемо вплив відцентрової сили інерції, яка виникає внаслідок добового обертання Землі і рівна

$$F_i = m\omega^2 r = m\omega^2 R\cos\varphi \qquad (2.13)$$

де m – маса тіла, ω – кутова швидкість Землі, r – радіус обертання (відстань від тіла до осі обертання). Вага тіла є рівнодійною сил гравітаційного протягування і відцентрової сили інерції і визначається (2.3). під дією сили інерції вага тіла змінюється і за величиною і за напрямком. Гравітаційна сила F напрямлена до центру мас Землі, тобто до її геометричного центру т. O (рис.2.1). Сила ж ваги відхиляються від осі обертання на кут α. Напрям сили P визначається напрямком підвісу важка, який відхиляються від напрямку до центру Землі на кут α.

Визначимо залежність модуля сили ваги від широти місцевості, нехтуючи несферичністю Землі. На полюсі радіус обертання рівний нулю, тому P_n=F, тобто вага тіла за модулем рівна силі гравітаційної взаємодії на екваторі. А на екваторі відцентрова сила інерції максимальна і напрямлена протилежно силі притягання F, тому їх суму знайти легко. Врахуємо, що $cos\varphi_e$=1.

$$P_e = F - m\omega^2 R = m(G\frac{M}{R^2} - \omega^2 R) \qquad (2.14)$$

Так як $P=mg$, то позначивши прискорення тяжіння на полюсі $g_n = G\frac{M}{R_e}$, отримаємо

$$g_e = g_n - \omega^2 R \qquad (2.15)$$

Відносна зміна прискорення тяжіння за рахунок обертання Землі на екваторі

$$\frac{\Delta g_e}{g_n} = \frac{g_n - g_e}{g_n} = 1 - \frac{\omega^2 R}{G\frac{M}{R^2}} \qquad (2.16)$$

Підставивши значення $\omega = 7{,}26\cdot 10^{-5}\frac{1}{c}$, $G = 6.672\cdot 10^{-11}\frac{H\cdot м^2}{кг^2}$, середній радіус Землі R=6367*км*, M=6·10^{24}*кг*, отримаємо, що на екваторі

$$\frac{\Delta g_e}{g_n} = 3{,}56\cdot 10^{-3}; \ \frac{g_e}{g_n} = 0{,}99674$$

На широті φ модуль g_φ рівний

$$g_\varphi^2 = g_n^2 + \left(\omega^2 R\cos\varphi\right)^2 - 2g_n\omega^2 R\cos\varphi \qquad (2.17)$$

$$\frac{g_\varphi}{g_n} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega^2 R}{g_n}\right)^2\cdot\cos^2\varphi - 2\frac{\omega^2 R}{g_n}\cdot\cos\varphi} = 1 - \frac{\omega^2 R}{g_n}\cdot\cos\varphi \qquad (2.18)$$

Врахуємо, що $\frac{\omega^2 R}{g_n} = \frac{a_g}{g} = \frac{0{,}032\frac{м}{c^2}}{9{,}895\frac{м}{c^2}} = 3{,}26\cdot 10^{-3}$.

Визначимо, як змінюється напрям сили ваги за рахунок обертання Землі. Внаслідок дії відцентрової сили висок буде напрямлений не до центру Землі, а від кутом α до радіуса, проведеного в точку знаходження тіла (рис. 2.1). величина синуса кута визначається (2.4)

$$\sin\alpha = \frac{\omega^2 R}{g}\sin 2\varphi \qquad (2.19)$$

Так як $g >> \omega^2 R$, то кут α в радіанах

$$\alpha \approx \frac{\omega^2 R}{g} \sin 2\varphi \qquad (2.20)$$

Оскільки прискорення g із зміною широти змінюється дуже слабко, то при розрахунках α приймемо $g = 9{,}81 \frac{м}{с^2}$. Результати розрахунків відносної зміни прискорення земного тяжіння $\frac{g_\varphi}{g_n}$ і кута відхилення виска від широти наведені в таблиці 1.

Залежність відносної зміни прискорення земного тяжіння $\frac{g_\varphi}{g_n}$ і кута відхилення виска від напрямку до центра Землі α від широти для сферичної форми планети

Таблиця 1

Параметр	Широта (град)						
	0	15	30	45	60	75	90
$\frac{g_\varphi}{g_n}$	0,9967	0,9968	0,9969	0,9975	0,9978	0,9986	1,0000
$\alpha \cdot 10^3$, рад	0	1,635	2,829	3,272	2,829	1,635	0

Аналіз результатів наведена в таблиці показує, що із ростом широти прискорення g зростає, причому найбільша швидкість зміни спостерігається на високих широтах. Максимальне значення відносної зміни g буде на екваторі при $\varphi=0$; але і там воно становить біля 0,3%.

Відхилення виска від напрямку до центра Землі рівне нулеві на екваторі і полюсі. Максимального значення воно досягає при φ=45° і становить $3{,}272 \cdot 10^{-3}$ рад (0,21°). При виконанні практичних розрахунків зміною прискорення g за модулем і напрямком можна знехтувати.

2.3. Вплив гравітаційного поля Місяця на вагу тіла

Розглянемо тіло масою *m*, яке знаходиться на екваторі. На нього діють сили притягання з боку Землі і Місяця. Розглянемо випадки, коли Місяць знаходиться в діаметрально протилежних точках по відношенню до тіла.

Вага тіла буде сумою сил гравітаційного протягування до Землі і Місяця, відцентрової сили інерції, обумовленою обертанням Землі $F_i^{об} = m\omega^2 R$ і силою інерції, обумовленою прискоренням *a* в поступальному русі Землі внаслідок дії притягання Місяця $\vec{F}_i^n = -m\vec{a}$.

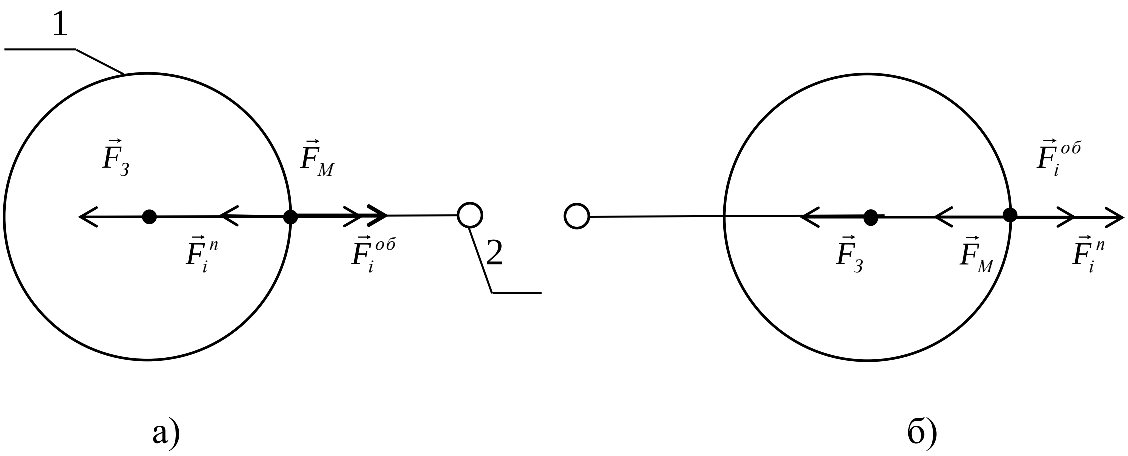

Рис. 2.4. Сили, що діють на тіло в системі Земля(1) - Місяць(2)

Сили, що діють на рис. 2.4 врівноважуються реакцією опори, тобто вага тіла рівна сумі цих сил.

У першому випадку (рис. 2.4а), коли Місяць знаходиться над тілом, вага тіла рівна

$$P_1 = F_З - F_M(r-R) - m\omega^2 R + ma \qquad (2.21)$$

де $F_З$ – гравітаційна сила притягання до Землі, $F_M(r - R)$ – гравітаційна сила протягування до Місяця на відстані $(r - R)$, де r – відстань між центрами Землі та Місяця, R – радіус Землі.

У другому випадку, коли Місяць знаходиться з діаметрально протилежної сторони, вага тіла

$$P_2 = F_З + F_M(r+R) - m\omega^2 R - ma \qquad (2.22)$$

Визначимо різницю сил ваги, врахувавши, що $ma=F_M(r)$

$$P_2 - P_1 = \left[F_M(r+R) - F_M(r)\right] + \left[F_M(r-R) - F_M(r)\right] \qquad (2.23)$$

Так як $r>>R$, розкладемо різниці функцій, які визначають силу притягання до Місяця в ряд Тейлора по ступеням малої величини R і обмежимося членами другого порядку.

Врахуємо, що сила дії на тіло з боку Місяця залежить від r

$$F_M = G\frac{mM_M}{r^2} \qquad (2.24)$$

де γ – гравітаційна стала, M_M – Маса Місяця.

$$F_M(r+R) = GmM_M\left(\frac{1}{r^2} - \frac{2R}{r^3} - \frac{6R^2}{r^4}\right) \qquad (2.25)$$

$$F_M(r-R) = GmM_M\left(\frac{1}{r^2} + \frac{2R}{r^3} - \frac{6R^2}{r^4}\right) \qquad (2.26)$$

Підставивши (2.24), (2.25) і (2.26) в (2.23) отримаємо

$$P_2 - P_1 = -\frac{12GmM_M R^2}{r^4} \qquad (2.27)$$

Знайдемо відносну зміну сили ваги тіла при діаметрально протилежному положенні Місяця, врахувавши, що

$$P = \frac{GM_З m}{R^2} \qquad (2.28)$$

де $M_З$ – маса Землі.

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{12M_M}{M_З}\left(\frac{R}{r}\right)^4 \qquad (2.29)$$

Відносна зміна ваги пропорційна відношенню мас Місяця і Землі і тер вертій степені відношення радіуса Землі до відстані між центрами Землі і Місяця.

Знайдемо числове значення цього відношення. Згідно [15] $M_З=6\cdot10^{23}$*кг*, $M_M=7{,}3\cdot10^{21}$*кг*, середнє значення відстані між Землею та Місяцем $r=3{,}84\cdot10^8$*м*, відповідно $\frac{M_З}{M_M}=83{,}56$; $\frac{r}{R_З}=60{,}35$.

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{12}{83{,}56}\left(\frac{1}{60{,}35}\right)^4=1{,}11\cdot 10^{-8} \qquad (2.30)$$

Визначимо відносну зміну ваги тіла при вказаних положеннях Місяця у випадку нехтування силами інерції, тобто вага визначається тільки гравітаційними силами протягування тіла до Землі і до Місяця.

$$P_1'=F_З-F_М(r-R)=Gm\left(\frac{M_З}{R^2}-\frac{M_М}{(r-R)^2}\right)$$

$$P_2'=F_З+F_М(r+R)=Gm\left(\frac{M_З}{R^2}+\frac{M_М}{(r+R)^2}\right) \qquad (2.31)$$

Різниця ваги тіла

$$\Delta P'=P_2-P_1=GmM_М\left(\frac{1}{(r+R)^2}+\frac{1}{(r-R)^2}\right)=GmM_М\,\frac{2(r^2+R^2)}{(r^2-R^2)^2} \qquad (2.32)$$

Відносна зміна ваги тіла при діаметрально протилежних положеннях Місяця

$$\frac{\Delta P'}{P}=\frac{M_М\cdot 2(r^2+R^2)R^2}{M_З(r^2-R^2)^2}=\frac{2M_М\left[1+\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]}{M_З\left[\left(\frac{r}{R}\right)^2-1\right]^2} \qquad (2.33)$$

Підставивши числові значення отримаємо

$$\frac{\Delta P'}{P}=\frac{2(1+60{,}3^2)}{83{,}56(60{,}3^2-1^2)^2}=6{,}61\cdot 10^{-6} \qquad (2.34)$$

Порівняння (2.30) і (2.34) свідчить, що врахування сил інерції дає значно менше значення відносної зміни ваги тіла за рахунок впливу Місяця, нехтування цими силами приводить до збільшення цієї величини на два порядки, але навіть в цьому випадку відносна зміна ваги на екваторі не перевищує $6\cdot 10^{-4}$%. Для розташування тіла не на екваторі ця величина буде зменшуватися внаслідок зменшення різниці відстані до Місяця.

ВИСНОВКИ

1. Поняття «вага тіла» достатньо повно висвітлене в сучасних шкільних підручниках з фізики.

2. У неінерціальних системах відліку вага тіла має дві складові, які обумовлені гравітаційним притяганням до Землі і прискореним рухом системи відліку.

3. Розглянуто вплив добового обертання Землі на форму планети. Визначено півосі еліпсоїда планети.

4. Розраховано залежність відносного прискорення $\frac{g_\varphi}{g_n}$ і кути відхилення виска від напрямку до центра Землі від широти місцевості. Максимальне значення відносної зміни прискорення g буде на екваторі, але і там воно буде меншим 0,3%. Максимальне значення відхилення виска досягає на широті 45° і становить 0,2°. При виконання практичних розрахунків зміною прискорення g за модулем і напрямком можна знехтувати.

5. Розглянуто вплив гравітаційного поля Місяця на вагу тіл на Землі. Максимальна відносна зміна ваги коли Місяць знаходиться в діаметрально протилежних точках від тіла становить лише $1{,}1 \cdot 10^{-8}$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Коршак Є.В., Ляшенко О.І., Савченко В.Ф. Фізика-7. – К.: Перун, 2001. – 180 с.

2. Бар’яхтар С.О., Довгий Ф.Я., Божинова Ф.Я. та ін. Фізика: підручник для 7 кл. загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Ранок, 2015. – 256 с.

3. Пьоришкін А.В., Мінченков Є.Я., Кракліс В.В., Карпинський К.Т. Фізика-6, - К.: Радянська школа, 1961 р. – 166 с.

4. Ландау Л.Д., Китайгородський О.І. Фізика для всіх. Рух, теплота. – К.: Радянська школа, 1967. – 376 с.

5. Кикоин И.К., Кикоин А.К. Физика 8. – М.: Просвещение, 1971. – 280 с.

6. Кікоїн І.К., Кікоїн А.К. Фізика 9. – К.: Радянська школа, 1990. – 208 с.

7. Гончаренко С.У. Фізика 9. – К.: Освіта, 1997. – 432 с.

8. Генденштейн Л.Е. Фізика-9. – Харків: Освіта, 2000. – 194 с.

9. Фізика (рівень стандарту): підруч. для 10 кл. закл. загал. зеред. освіти/ В.Г. Бар’яхтар, С.О. Довгий, Ф.Я. Божинова, О.О. Кірюхіна. – Харків: «Ранок», 2018. – 272 с.

10. Бар’яхтар В.Г. Фізика. 10 клас. Академічний рівень/ В.Г. Бар’яхтар, Ф.Я. Божинова. – Х.: «Ранок», 2010. – 256 с.

11. Засєкіна Т.М. Фізика: підр. для 10 кл. загальноосвіт. навч.закл.: академічний рівень/ Т.М. Засєкіна, Д.О. Засєкін. – Харків.: Сиция, 2012. – 352 с.

12. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.І. Механика. – М.: Наука, 1974. – 520 с.

13. Дущенко В.П., Кучерук І.М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Вища школа, 1993. – 433 с.

14. Савельев И.В. Курс общей физики: механика, колебания и волны, молекулярная физика. Том 1. – М.: Наука, 1970. – 512 с.

15. Кузьменков С.Г., Сокол І.В. Сонячна система. Зб. задач. – К.: Вища школа, 2007. – 167 с.

16. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. Кн.1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Вища школа, 2002. – 375 с.

17. Кикоин А.К. Вращение Земли и ускорения свободного падения// Квант. – 1984, №1. – С. 32-34.

18. Коршак Є.В., Ляшенко О.І., Савченко В.Ф. Фізика-9. – К.: Перун, 2002. – 232 с.

19. Тимочкін М.І. Уроки фізики 9 клас. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2005. – 200 с.

20. Александров Ю.А. Астрофізика: навчальний посібник для студентів напрямку «Фізика»/ Ю.В. Александров. – Хю: ХНУ імені В.Н. Каразіна, 2014. – 216 с.

21. Александров Ю.В., Шевченко В.Г. Астрофизика: ученик/ Ю.В. Александров, В.Г. Шевченко. – Х.: ХНУ имени В.Н. Каразина, 2016. – 252 с.

22. Сиротюк В.Д. Фізика (рівень стандарту): підруч. для 10 кл. закл. заг. серед. освіти/ В.Д. Сиротюк. – К.: Генеза, 2018. – 256 с.