

2) сучасне фізичне демонстраційне та лабораторне обладнання: цифровий комплекс Einstein™ (є в багатьох школах) – набір датчиків, що дозволяє швидко робити вимірювання, створювати графіки і таблиці отриманих даних, робити їх математичну обробку. Комплекс працює на базі реєстраторів нового покоління, які проводять автоматизований збір та обробку даних, забезпечують надвисоку точність та чутливість і, одночасно, вони прості у використанні; модель «Альтернативна енергія – перетворення»; комплект лабораторний «Механіка»; набори приладів з електрики (зокрема, Модель будинку з громовідводом), оптики (зокрема, набір з Моделювання зорової труби та мікроскопу та ін.), квантової фізики (зокрема, Модель абсолютно чорного тіла, Установка для визначення резонансного потенціалу методом Франка і Герца та ін.), та інші прилади від вітчизняних та іноземних виробників.

На базі нової лабораторії, студенти також можуть оволодіти новими сучасними методами та прийомами роботи з учнями, серед яких ІКТ:

- Kahoot – безкоштовна платформа для навчання будь-якого навчального предмета в будь-якому віці в ігровій формі. Даний сервіс дозволяє створювати онлайн-вікторини, тести і опитування. Студенти можуть відповідати на створені вчителем тести з будь-якого пристрою, що має доступ до Інтернету (планшету, ноутбуку, смартфона). Створені в Kahoot завдання дозволяють включити в них фотографії і навіть відео-фрагменти;

- Google Classroom – сервіс, що дає можливість реалізувати особистісно-орієнтований підхід до навчання та визначити рівень засвоєння навчального матеріалу присутніми, організувати індивідуальну роботу учнів/студентів, тощо. Сервіс має зручний інтерфейс та дозволяє використовувати різні формати інформації: текстові документи, таблиці, фото, відео, музику, посилання на інтернет-ресурси. Використання сервісу сприяє підвищенню мотивації до навчання, забезпечує наочність та інтерактивність навчання;

- case-study – метод кейсів, один з методів ситуативного навчання, дозволяє розвивати аналітичне мислення, працювати з інформацією, стимулює до пошукової діяльності. Особливістю складання кейсів з фізики є забезпечення їх реалістичності, наочність ситуацій може реалізовуватися шляхом використання відео та фото матеріалів, які засобом сервісу Google Classroom учитель може використовувати не лише як частину уроку, але і як домашнє чи додаткове завдання.

Узагальнюючи вищевказане, можна стверджувати, що сучасно обладнана Лабораторія фізики та освітніх технологій дає можливість реалізувати такі напрями роботи як: освітня робота зі студентами, методична робота з учителями, профорієнтаційна та популяризаційна робота з учнями.

## **ДОСЛІДЖЕННЯ УМОВНИХ ЕКСТРЕМУМІВ ФУНКЦІОНАЛІВ В ГІЛЬБЕРТОВОМУ ПРОСТОРІ В КУРСІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ПРИ ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ-МАТЕМАТИКІВ**

*Григор'єва В.Б., Самойленко В.Г.  
Херсонський державний університет*

Проблема формування професіоналізму майбутніх учителів математики у процесі фахової підготовки обумовлена динамічними перетвореннями, які відбуваються у сфері освіти. Нагальність цього питання пов'язана з ефективною імплементацією оновленої законодавчо-нормативної бази освітнього простору України. Загальновідомо, що через специфіку педагогічної освіти математична підготовка фахівців у педагогічних вищих навчальних закладах повинна відрізнятися від відповідної підготовки в класичних і технічних університетах. Майбутній учитель математики повинен отримати фундаментальну математичну підготовку, яка забезпечить йому дієві знання, професійні компетенції, що виходять за межі курсу математики, яка вивчається в школі. Важливе місце у професійній підготовці вчителів математики відводиться курсу математичного аналізу. Незважаючи на наявність значної кількості публікацій, окремих дисертаційних досліджень, в яких у тій чи іншій мірі розглядалася проблема професійної спрямованості викладання математичного

аналізу майбутнім учителям математики, необхідно зазначити, що ряд аспектів цієї проблеми виявилися не повністю розкритими, окремі аспекти потребують подальшої розробки з урахуванням змін, які відбуваються в сучасній школі, та більш високих вимог до професійної підготовки вчителів. Одним з важливих питань при викладанні математичного аналізу є питання дослідження екстремумів функцій. В даному випадку результати стосуються існування умовного екстремуму функціоналу в гільбертовому просторі. Зупинімося на питанні дослідження умов існування умовного локального екстремуму в гільбертовому просторі.

Нехай  $f(x, y): X \times Y \rightarrow R^1$ , де  $X$  – нормований простір, а  $Y$  – простір Гільберта;  $g(x, y): X \times Y \rightarrow Y$ . Точка  $(x_0, y_0) \in X \times Y$ , що задовольняє рівняння  $g(x_0, y_0) = 0$  називається *точкою умовного локального максимуму (мінімуму)* відображення  $f(x, y)$  при умові  $g(x, y) = 0$ , якщо існує околі  $V \subset X \times Y$  точки  $(x_0, y_0)$  такий, що  $\forall (x, y) \in V$ , яка задовольняє умові  $g(x, y) = 0$ , буде виконуватися нерівність  $f(x, y) \underset{(\subseteq)}{\leq} f(x_0, y_0)$ .

*Теорема 1.* Нехай  $f(x, y): X \times Y \rightarrow R^1$ ,  $g(x, y): X \times Y \rightarrow Y$  – неперервно-диференційовні у деякому околі точки  $(x_0, y_0) \in X \times Y$  і лінійний оператор  $g'_y(x_0, y_0) \in L(Y)$  має обернений. Якщо в точці  $(x_0, y_0)$  відображення  $f(x, y)$  має умовний локальний екстремум, то існує вектор  $\lambda \in Y$  такий, що мають місце співвідношення

$$\begin{aligned} f'_x(x_0, y_0)(x) + (g'_x(x_0, y_0)x, \lambda)_Y &= 0, \quad \forall x \in X, \\ f'_y(x_0, y_0)(h) + (g'_y(x_0, y_0)h, \lambda)_Y &= 0, \quad \forall h \in Y \end{aligned}$$

$(\cdot, \cdot)_Y$  – скалярний добуток у гільбертовому просторі  $Y$ ).

Відображення  $\varphi(x, y) = f(x, y) + (g(x, y), \lambda)_Y: X \times Y \rightarrow R^1$ , де  $\lambda \in Y$  – деякій вектор, будемо називати *функцією Лагранжа*.

Необхідна умова умовного локального екстремуму у точці  $(x_0, y_0) \in X \times Y$  для відображення  $f(x, y): X \times Y \rightarrow R^1$  при умові  $g(x, y) = 0$  у термінах функції Лагранжа буде мати вигляд:  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x_0, y_0) = 0, \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x_0, y_0) = 0, g(x_0, y_0) = 0$ .

Із загальної теореми будемо мати необхідну умову умовного локального екстремуму у наступному вигляді.

*Теорема 2.* Нехай  $f(x, y), g_i(x, y): R^{n+m} \rightarrow R^1 (i = 1, \dots, m)$  – неперервно-диференційовні в околі точки  $(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}, y_1^{(0)}, \dots, y_m^{(0)}) \in R^{n+m}$ . Якщо

$\left| \frac{D(g_1, \dots, g_m)}{D(y_1, \dots, y_m)} \right| (x_1^{(0)}, \dots, y_m^{(0)}) \neq 0$ , (тобто  $g'_y(x_0, y_0)$ ) має обернений), то необхідною умовою

того, що точка  $(x_1^{(0)}, \dots, y_m^{(0)})$  – умовний локальний екстремум  $f(x_1, \dots, y_m)$  при умові  $g(x_1, \dots, y_m) = (g_1(x_1, \dots, y_m), \dots, g_m(x_1, \dots, y_m)) = 0$ , є існування  $m$  дійсних постійних  $\lambda_1, \dots, \lambda_m$  ( $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m) \in R^m$ ) таких, що

$$\begin{cases} f'(x_0, y_0) + \lambda_1 g'_1(x_0, y_0) + \dots + \lambda_m g'_m(x_0, y_0) = 0, \\ g(x_0, y_0) = 0. \end{cases}$$

Повернемося до загальної ситуації. Припустимо, що точка  $(x_0, y_0) \in X \times Y$  задовольняє необхідним умовам умовного локального екстремуму у термінах функції Лагранжа. Якщо у функції Лагранжа  $\varphi(x, y)$  замість  $y \in Y$  підставити відображення

$y = q(x): X \rightarrow Y$ , яке існує згідно з теоремою про неявну функцію, то точка  $x_0 \in X$  для функції  $\varphi(x, q(x))$  буде локальним екстремумом тоді і тільки тоді, коли точка  $(x_0, y_0)$  буде умовним локальним екстремумом для  $f(x, y)$  при умові  $g(x, y) = 0$ . У зв'язку з цим достатня умова умовного локального екстремуму в точці  $(x_0, y_0)$  в термінах функції Лагранжа має вигляд:

1. Якщо  $\begin{cases} d^2\varphi(x_0, y_0) \geq 0 \\ dg(x_0, y_0) = 0 \end{cases}$ , то в  $(x_0, y_0)$  – умовний локальний мінімум.
2. Якщо  $\begin{cases} d^2\varphi(x_0, y_0) \leq 0 \\ dg(x_0, y_0) = 0 \end{cases}$ , то в  $(x_0, y_0)$  – умовний локальний максимум.
3. Якщо  $\begin{cases} d^2\varphi(x_0, y_0) \\ dg(x_0, y_0) = 0 \end{cases}$  змінює знак в залежності від  $dx \in X$ , то в точці  $(x_0, y_0)$  немає екстремуму.

Використовуючи розглянуті умови існування умовного локального екстремуму в гільбертовому просторі, можна отримати умови в  $R^n$  як частинний випадок даної ситуації.

#### Список використаних джерел:

1. Березанский Ю. М. Функциональный анализ / Ю. М. Березанский, Г. Р. Ус, З. Г. Шефтель. – К. : Вища Школа, 1990. – 600 с.
2. Давидов М. О. Курс математического анализа. В 3-х ч. / М.О. Давидов. – К. : Вища школа, 1991. – 648 с.
3. Зорич В. А. Математический анализ / В. А. Зорич. – М. : МЦНМО, 2002. – 476 с.

### **ВИКОРИСТАННЯ ВІРТУАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ В ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ ДО ВИКОНАННЯ СТУДЕНТАМИ РЕАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ**

*Демкова В.О.*

*Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського*

У наш час всі вищі навчальні заклади оснащені комп'ютерною технікою, мають власні локальні мережі та доступ до мережі Internet. Завдяки цьому організація навчання стає простішою і ефективнішою. Так, завдяки мережі Internet викладач має доступ до величезної кількості різноманітних навчальних матеріалів, програм і систем, призначених для навчальних цілей.

Все це вимагає від сучасного фахівця оволодіння певними вміннями: визначати інформаційні потреби для розв'язання того чи іншого завдання; використовувати інформаційні ресурси враховуючи існуючі законодавчі та етичні норми; відшукувати необхідні інформаційні ресурси; давати фахову оцінку інформації; використовувати знайдену в світових ресурсах інформацію для розв'язання професійних завдань.

Відмітимо, що використання інноваційних дидактичних засобів під час виконання студентами фізичного лабораторного практикуму сприяє підвищенню ефективності розвитку у них експериментальної компетентності. Так, завдяки широкому застосуванню комп'ютерної техніки, мультимедійних та інтерактивних засобів, хмарних технологій, педагог має досить широкі можливості при виконанні лабораторного експерименту з фізики на різних етапах своєї роботи.

Враховуючи стрімкий розвиток інноваційних комп'ютерних дидактичних засобів та деякі психологічні особливості сучасних студентів, ми пропонуємо дещо модернізувати традиційну форму самостійної підготовки студентів до виконання лабораторних робіт. Так, нами було удосконалено ряд інструкцій до лабораторних робіт з курсу «Загальної фізики», у