

ВИВЧЕННЯ МЕТОДУ ТРАЄКТОРІЙ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОМБІНАТОРНИХ ЗАДАЧ В СИСТЕМІ ГУРТКОВОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Василенко Н. М., Котова О. В.

НПУ імені М.П. Драгоманова, Херсонський державний університет

Науково-дослідна робота студентів є однією з найважливіших форм навчального процесу. Наукові лабораторії і гуртки, студентські наукові товариства і конференції, – все це дозволяє студенту почати повноцінну наукову роботу, знайти однодумців по ній, з якими можна порадитися і поділитися результатами своїх досліджень.

Гуртки з математики становлять невід'ємну частину навчально-виховного процесу вивчення математики, складного процесу впливу на свідомість і поведінку студентів; їх головною метою є поглиблення, формування активного пізнавального інтересу до предмета, прищеплювання студентам інтересу й прагнення до самостійних занять математикою, виховання й розвиток їхньої ініціативи і творчості. Гурткові заняття сприяють професійній орієнтації учнів в області математики і її додатків, полегшуючи тим самим вибір спеціальності і подальше вдосконалення в ній.

На сьогоднішній день головною задачею вчителів математики є виховання всебічно розвиненої і соціально зрілої особистості учнів через свій навчальний предмет, за допомогою відповідної організації навчально-виховного процесу вивчення математики, формування в учнів навчальної самодіяльності [2]. На нашу думку, одним із шляхів розв'язання цієї задачі є організація саме гурткових занять, з огляду на їх головне призначення, - будити і зміцнювати інтерес студентів до науки, потребу і бажання краще знати матеріал, розширювати їх кругозір, розвивати математичне мислення.

Психолого-педагогічні знання допомагають людині у професійній діяльності знайти ефективні способи впливу на іншу людину, пізнати її індивідуально-психологічні особливості, адаптуватися в групі, уникнути конфліктної ситуації, здійснювати безперервне навчання та виховання тощо.

Враховуючи те, що гуртки проводяться для невеликої аудиторії, а студенти, які їх відвідують, мають особливий інтерес до наукових знань із зазначеного профілю та необхідну математичну підготовку, саме засідання гуртка, на наш погляд, є найбільш ефективним для активізації пізнавальної діяльності студентів.

У відповідності з принципом діалогізації, який реалізується під час взаємодії студента і викладача, будь-яке заняття (лекція, практичне, семінарське та інші), а отже й гурток, не повинне перетворюватись в просту передачу знань. Його необхідно будувати як обговорення різних точок зору, як спільний пошук істини, тобто у формі діалогу. У такому режимі педагогічного співробітництва, творчого обговорення різних теоретичних і практичних аспектів проблеми, в студентів будуть формуватися, активізуватися пізнавальні, професійні і широкі соціальні мотиви. Тому варто використовувати такий метод проблемного викладу, як евристична бесіда з елементами дослідницького характеру. Вона проводиться у формі заздалегідь підготовлених запитань викладача і відповідей на них студентів. Цей метод вимагає від студента аналізу і узагальнення раніше вивчених знань з метою знайти відповідь на поставлені викладачем проблемні ситуації. У процесі бесіди відкриваються нові знання, закріплюються раніше

засвоєні. Але проблемний метод не можна вважати універсальним. Його треба поєднувати з репродуктивним та іншими традиційними методами пояснення.

Засідання гуртка

Тема: Траєкторії та числа Каталана.

Мета: Ознайомити студентів з числовою послідовністю Каталана та методом траєкторій розв'язання комбінаторних задач, з'ясувати арифметичні властивості даної послідовності, розвивати аналітичне мислення, виховувати культуру та грамотність математичних міркувань.

План засідання гуртка

1. Задачі, що приводять до числової послідовності Каталана.
2. Арифметичні властивості послідовності Каталана.
3. Метод траєкторій розв'язання комбінаторних задач.

Література:[1, 3, 4].

Методичні рекомендації

Матеріал, який буде розглядатись на засіданні гуртка передбачає наявність у студентів знань з шкільного курсу теорії ймовірностей та основ комбінаторики.

Враховуючи те, що студенти ознайомлені з елементами теорії ймовірностей, володіють поняттями та формулами теорії, викладач може розраховувати на їхню допомогу при доведенні методом траєкторій однієї з формул комбінаторики.

Розглядаючи задачі, які приводять до числової послідовності Каталана, а саме задачу «про триангуляцію», задачу про зрівнювання (збалансування) дужок, корисно надати студентам можливість самостійно розглянути випадки для більших номерів n , попередньо продемонструвавши розв'язання для $n = 1$, $n = 2$. Тобто під час розв'язання задач студенти використають метод аналогії.

Після розв'язання даних задач можна запропонувати студентам самостійно сформулювати означення n -го члена послідовності Каталана, спираючись на умови задач.

Викладачу варто зауважити, що існує більше двох десятків означень даної числової послідовності і навести ще декілька з них. З іншими студенти зможуть ознайомитись самостійно, скориставшись запропонованою літературою.

Далі студентам пропонуються для вивчення наступні арифметичні властивості числової послідовності Каталана, які наводимо у вигляді теорем.

Теорема 1. Для $n > 0$ n -е число Каталана c_n непарне тоді, коли n – число Мерсена.

Теорема 2. Простими числами Каталана є тільки c_2 та c_3 .

Теорема 3.(властивість подільності чисел Каталана)

$(n + 2) \mid c_n$, тоді і тільки тоді, коли $0 \leq n \leq 3$.

Теорема 4. Для довільного натурального n границя відношення наступного члена послідовності Каталана до попереднього дорівнює 4, тобто

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c_n}{c_{n-1}} = 4.$$

Теорема 5. Для довільного натурального n границя відношення c_n члена послідовності Каталана до c_{n-k} , де k – фіксоване, таке, що $0 \leq k < n$ дорівнює 4^k , тобто

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C_n}{C_{n-k}} = 4^k.$$

Якщо засідання гуртка проводиться для студентів першого або другого курсу, то доведення арифметичних властивостей числової послідовності Каталана доцільно не наводити, а лише сформулювати їх. Для студентів старших курсів властивості пропонуються з доведенням, зокрема останні дві можна запропонувати довести студентам самостійно, використовуючи наведені викладачем рекурентні формули для виразу n -го члена послідовності Каталана та отримані ними знання про границю числової послідовності під час вивчення курсу математичного аналізу.

У процесі вивчення арифметичних властивостей даної послідовності студенти також додатково знайомляться з числами Мерсена, названими на честь французького математика Марі Мерсена.

Далі студентам можна запропонувати спробувати вивести формулу для підрахунку суми перших n членів числової послідовності Каталана.

Для того, щоб ознайомити студентів з методом траєкторій розв'язання комбінаторних задач, доцільно розглянути геометричну інтерпретацію комбінаторної формули $C_m^m + C_m^{m+1} + \dots + C_m^{m+n} = C_{m+n}^m$, з якою вони знайомі ще з шкільного курсу алгебри і початків аналізу. Після доведення даної формули потрібно сформулювати суть методу траєкторій та продемонструвати його ефективність на прикладі розв'язання наступної комбінаторної задачі: *«Біля каси зібралось $m+n$ чоловік, причому n з них мають монети вартістю 50 копійок, а інші мають лише по гривні ($m \leq n$). Спочатку в касі немає грошей. Білет коштує 50 копійок. Скільки всього існує способів розміщення всіх покупців в черзі таким чином, щоб жоден з них не чекав на решту?»*.

У подальшому, оволодівши методом траєкторій, студенти зможуть застосовувати його для розв'язання багатьох інших комбінаторних задач.

Література

1. Гарднер М. Числа Каталана // Квант. - № 7. - 1978. - С. 20-26.
2. старшокласників у загальноосвітніх навчальних закладах: Дис. 13.00.01 – Загальна педагогіка та історія педагогіки. – Харків., 2007 – 32 с.
3. Спивак А.В. Разрезание на треугольники // Квант. - 2009. - №3. -С. 40 – 41
4. Ядренко М.Й. Дискретна математика: навчальний посібник. – К.: МП «ТВіТС», 2004.- 245с.
5. Koshy Thomas Catalan numbers with applications.Oxford university press. – 2009. – 439 с.