

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХЕРСОНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК, ФІЗИКИ ТА
МАТЕМАТИКИ
КАФЕДРА АЛГЕБРИ, ГЕОМЕТРІЇ ТА МАТЕМАТИЧНОГО
АНАЛІЗУ

ВИВЧЕННЯ ДЕКАРТОВИХ КООРДИНАТ ТА ВЕКТОРІВ У
КЛАСАХ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОФІЛЮ

Кваліфікаційна робота (проект)

на здобуття ступеня вищої освіти “магістр”

Виконала студентка 2 курсу

Спеціальності 014.04 Середня освіта

(математика)

Освітньо-професійна програма «Середня освіта

(Математика)» другого (магістерського) рівня

вищої освіти

Мунтян Вікторія Василівна

Керівник доцент, кандидат педагогічних наук

Таточенко Володимир Іванович

Рецензент професор, доктор педагогічних наук

Шерман Михайло Ісаакович

Херсон – 2020

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ	
1.1. Аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури шкільної практики з теми дослідження.....	7
1.2. Особливості викладу математики в класах фізико-математичного профілю.....	10
1.3. Мета вивчення математики на профільному рівні.....	15
1.4. Вимоги до математичної підготовки учнів.....	17
1.5. Особливості викладу теми в шкільних підручниках і посібниках різних авторів.....	20
РОЗДІЛ 2 КООРДИНАТИ ТА ВЕКТОРИ В КЛАСАХ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОФІЛЮ	
2.1. Мета вивчення та місце теми в програмі.....	23
2.2. Вимоги до математичної підготовки учнів при переході до класів математичного профілю.....	25
2.3. Місце змістової лінії в чинній програмі та діючих підручниках та особливості її викладу.....	29
2.4. Пропедевтика вивчення координат і векторів.....	22
2.5. Формування провідних понять.....	34
2.6. Вивчення теорем, алгоритмів, правил і формул теми.....	37
2.7. Особливості координатного та векторного методів розв’язування задач.....	43
2.8. Характеристика системи вправ.....	49
РОЗДІЛ 3 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	53
ВИСНОВКИ.....	58
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	59
ДОДАТКИ.....	64
Додаток А.....	64

ВСТУП

Математика є головним показником готовності суспільства до майбутніх змін. Саме тому вивчення математики в школі зосереджено не лише навколо формування знань, умінь та навичок, а й навколо інших освітніх результатів. Зараз особливу увагу приділяють формуванню інтелектуальної та дослідницької діяльності, здатності учня до самоосвіти та самоаналізу власних дій, розуміння на аналізу ситуації, що вимагає застосування математики і ефективних дій в ній, використовуючи набуті знання, уміння та навички на практиці. Важливою метою є розвиток математичного мислення і інтуїції, творчих здібностей, що необхідні для отримання майбутньої професії[7].

Сучасне значення геометричних знань та умінь є неоціненним для великої кількості професій, саме тому однією з проблем сучасної школи є формування геометричної компетентності учнів в процесі навчання математики. Однією із головних особливостей геометричної освіти є розвиток просторових уявлень, так як саме вони відіграють велику роль у взаємодії людини з навколишнім світом.

За результатами ЗНО 2019-2020 років, вступних іспитів та співбесід з математики показують, що значну кількість помилок учні допускають при відповіді на геометричні питання. Це пов'язано з тим, що в процесі вивчення геометрії, рівень знань, умінь та навичок, котрі учні засвоюють на уроках, є низьким. Саме тому 2020 рік оголошено роком математики. Тепер у 2021 році математика є обов'язковим предметом на Зовнішньому незалежному оцінюванні, створено Концепцію розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти), при вивченні математики поєднуються традиційні та нетрадиційні (дослідницький, частково-пошуковий тощо) методи навчання.

Вивчення координат та векторів є особливо актуальним, саме тому що метод координат є основним методом дослідження властивостей геометричних фігур в аналітичній геометрії. Вивчення координатного та векторного методів значно спрощують виклад теоретичного матеріалу, доведення означень та теорем теми, розв'язання алгебраїчних та геометричних задач. Застосування ці методи знаходять при побудові графік залежностей, вимірах тощо.

Проблеми, що стосуються розвитку геометричних знань, умінь та навичок учнів старшої школи систематично описуються українськими та закордонними ученими. Різні аспекти розглядалися такими науковцями, як О.В. Вітюк, А.Л. Воевода, М.І. Жалдак, С.А. Раков, Н.А.Сяська (розглядають різні аспекти застосування інформаційних технологій у викладанні геометрії), В.Г. Моторіна (досліджує проблему розвитку геометричної компетентності під час навчання геометрії), Г.П. Бевз (розглядає різні типи стереометричних задач, та їх роль у формуванні геометричної компетентності), Б.М. Величковський, Н.П. Лінькова, (розглядали формування і розвиток просторових уявлень, як процес створення образів і оперування ними), В.В. Давидов, Є.М. Кабанова-Меллер, Г.С. Костюк, Н.А. Менчинська, І.Є. Унтта (психолого-педагогічна складова проблеми), А.В. Павлов, В.Є.Михайленко, О.Л. Підгорний, В.С. Обухова та інші[13].

Сьогодні основними проблемами геометричної освіти виступають: необхідність зацікавлення учнів у навчанні, поєднання стереометрії з життям, побудова систематичного курсу стереометрії для старшої школи, проблема взаємозв'язку планіметрії та стереометрії, прикладна спрямованість навчання геометрії, вибір методів, прийомів та засобів навчання, застосування ІКТ на уроках математики, застосування інтерактивних технологій під час навчання геометрії, формування умінь пошуку учнями розв'язання задачі тощо.

Зазначені вище чинники слугують обґрунтуванням **актуальності теми** «Вивчення декартових координат та векторів в класах математичного профілю».

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами: досліджування виконувалось у межах теми науково-дослідної роботи «Формування професійної компетентності майбутніх вчителів математики на сучасному етапі соціально-економічного розвитку України» (державний реєстраційний номер 0117U001734) кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету.

Мета – з'ясувати особливості методики вивчення координат та векторів в класах фізико-математичного профілю.

Для досягнення поставленої мети було сформульовані такі **завдання:**

- 1) Аналіз психолого-педагогічної, навчально-методичної літератури шкільної практики з проблеми дослідження.
- 2) Уточнити категоріальний апарат проблеми дослідження.
- 3) Уточнити вимоги до сучасної математичної підготовки учнів щодо вивчення координат та векторів в класах фізико-математичного профілю.

Об'єкт – навчання змістової лінії координати та вектор у класах фізико-математичного профілю.

Предмет – методика вивчення координат і векторів у шкільному курсі геометрії класів математичного профілю.

Методи дослідження:

1. Емпіричні методи: спостереження за проведенням уроків вчителів з теми «Координати та вектори»; педагогічний експеримент;

порівняння рівня знань учнів до та після проведення педагогічного експерименту.

2. Теоретичні методи: аналіз науково-методичної та психолого-педагогічної літератури з проблеми дослідження; класифікація та систематизація відомостей про методику викладання теми «Координати та вектори» у класах математичного профілю .

Наукова новизна отриманих результатів:

1. сформульована на основі аналізу результатів раніше проведених досліджень з теми «Координати та вектори»;
2. отримані результати педагогічного дослідження дозволили встановити важливість вивчення теми «Координати та вектори» в шкільному курсі математики класів математичного профілю.

Практичне значення отриманих результатів: на підставі проведених досліджень та отриманих результатів, було визначено рівень сформованості знань, умінь та навичок у учнів старшої школи при вивченні теми «Координати та вектори» в класах математичного профілю.

Апробація результатів роботи: результати кваліфікаційної роботи доповідались на науково-практичній конференції на тему «Реалії та перспективи природничо-математичної підготовки у закладах освіти».

Публікації: за результатами дослідження опублікована 1 стаття у фаховому виданні, розміром 3 аркуші.

Структура роботи: робота складається зі вступу, трьох розділів, поділених на підрозділи, висновків та списку використаних джерел. У першому розділі описані особливості вивчення математики у класах математичного профілю, другий розділ присвячений вивченню координат та векторів у профільних класах, третій розділ – експериментальне дослідження.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури шкільної практики з теми дослідження

Профільне навчання у старшій школі – важлива сучасна проблема в Україні. Головною особливістю профільного навчання є створення сприятливих умов для врахування індивідуальних особливостей, інтересів та потреб учнів для формування у школярів орієнтації на той чи інший вибір майбутньої професії.

Концепція профільного навчання в українській старшій школі розроблена з урахуванням вітчизняного та зарубіжного досвіду організації профільного навчання в старшій загальноосвітній школі. Загальною з провідними країнами світу тенденцією розвитку старшої профільної школи в Україні є орієнтація на широку диференціацію, варіативність, багатопрофільність, інтеграцію загальної і до профільної підготовки[9].

У старшій школі вивчення математики диференціюється за чотирма рівнями: рівнем стандарту, академічним, профільним та рівнем поглибленого вивчення математики. Кожний рівень сприяє подальшому розвитку, поглибленню та застосуванню на практиці вмінь та навичок учнів.

Програма профільного рівня передбачає вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями.

Серед країн колишнього СРСР, Україна завжди була попереду в пошуку шляхів професійної підготовки школярів. Починаючи з класичних гімназій (XIX – початку XX ст., які ставили за мету підготовку до практичної діяльності), реальних училищ (які ставили на

меті підготовку до вступу до технічні вузи) до надання середньої освіти у структурі професійних шкіл:середніх та початкових)[11].

Саме тому на території України спроб переходу до профільного навчання було декілька:

1. у 1864 році за ініціативою міністра освіти О.В.Головіна було створено три типи середніх загальноосвітніх навчальних закладів: класичні з двома древніми мовами, класичні з латинською мовою та реальні училища;

2. у 1902 році Г.Е. Зенгером утвердилися три основні типи середніх загальноосвітніх навчальних закладів – гімназії, реальні та комерційні училища;

3. у 1914 році міністр народної освіти П.М. Ігнат'єв запропонував створити єдину середню школу із 7-річним терміном навчання, після 4 класу учні визначали один з напрямів навчання: старогуманітарний, новогуманітарний та реальний;

4. проект єдиної школи, що був затверджений уже еміграційним урядом України в Тарнові 17 червня 1921 р.;

5. у другій половині 30-х років система освіти уніфікується і профшколи реорганізують у середні спеціальні навчальні заклади, відкриваються профільні школи – фабрично-заводського учнівства(ФЗУ) та школи сільської молоді(ШСМ) для підлітків;

6. у 2007 році впровадження до профільної підготовки та профільного навчання, з метою організаційного переходу шкіл I-III ступенів на профільне навчання; науково-методичного супроводу цього процесу, створення цілісної моделі профільного навчання в загальноосвітніх навчальних закладах.

Проблема профільного навчання є однією з основних у сучасній математичній освіті[1]. Її аспекти вивчалися великою кількістю вчених, зокрема:

- теоретичні засади профільного навчання: Н. Бібик, О. Бугайов, М. Бурда, О. Корсакова, І. Лікарчук, О. Ляшенко, П. Сікорський та ін.;
- методологічні аспекти реалізації цілей і задач профільного навчання: В. Алфімов, В. Гузєєв, В. Байденко, І. Осадчий, Є. Рабунський, С. Чистякова, П. Лернер, С. Кропив'янська та ін.;
- організаційні засади впровадження й ефективного функціонування профільного навчання: К. Мешалкіна, І. Лікарчук, С. Сігалов, П. Сікорський, Г. Сікорська та ін.;
- інформаційно-комунікаційні технології, зокрема дистанційних форм навчання у профільній освіті: М. Жалдак, Г. Михалін, Ю. Триус, С. Семеріков, Н. Морзе та ін.;
- над проблемою профільного навчання координат та векторів, працювали відомі вчені Ю. Бабанський М. Бурда, Н. Бібик, В. Грицак, Є. Єгорова, В. Корнєєв, Л. Липова, І. Осмолівська, О. Топузов та ін.
- питанням використання векторного та координатного методу при розв'язанні задач в класах математичного профілю займалися Кушнір І.А., С. Шестакович, Майоров В.М., Скопец З.А., Крайзман М.Л., Готман Е.Г., Глаголева Е.Г., Кирилов А.А., Гельфанд І.М

Зупинимося на деяких проблемах при вивченні координат та векторів[8]:

1. *Проблема означення* полягає в тому, що не існує єдиного визначення для означення деяких понять теми, автори підручників означають поняття вектора, скалярного добутку векторів тощо.
2. *Проблема вибору*. В залежності від правильності вибору методу розв'язування задачі, залежить швидкість та правильність розв'язування задачі.

3. *Проблема обґрунтування алгебраїчних властивостей векторів.* В залежності від правильності обґрунтування властивостей координат та векторів залежить розуміння учнів їх. Не менш важливим є доцільність наведення властивостей для окремих вікових особливостей учнів.
4. *Проблема природності та продуктивності понять.* Особливості застосування скалярного та векторного добутку векторів при розв'язуванні різних видів геометричних задач.
5. *Приклади та застосування скалярного та векторного добутку до розв'язання задач.* Дуже актуальна проблема, так як всі задачі є схожими та ідентичними, що ускладнює добір практичних завдань для учнів.

1.2 Особливості викладу математики в класах фізико-математичного профілю

Профільною освітою в Україні вважається вид диференційованого навчання. Завдяки йому створюються умови для підготовки старшокласників відповідно до їхнього професійного самовизначення, з урахуванням інтересів, здібностей та особистісних якостей учнів. Профільний підхід до організації навчання у старшій школі значно розширює можливості учня у виборі власної освітньої траєкторії та створює сприятливі умови для врахування індивідуальних особливостей, інтересів і потреб учнів, для формування у школярів орієнтації на той чи інший вид майбутньої професійної діяльності[32].

Профільне навчання має на меті:

- надання та забезпечення можливостями для рівного здобуття загальноосвітньої профільної освіти всіх учнів;

- уперевненість в запоручі неперервної освіти в продовж всього життя;
- виховання особистостей спроможних до самоаналізу та самоосвіти, свідомих жителів суспільства зі сталими поглядами на життя, життєвими цінностями та інтересами.забезпечення можливостей для рівного доступу учнівської молоді до здобуття загальноосвітньої профільної освіти в продовж всього життя;
- виховання особистості, здатної до самоаналізу, самореалізації та професійного зростання;
- набуття старшокласниками навичок для самостійної наукової, практичної, дослідницької та пошукової діяльності;
- розвиток інтелектуальних, творчих, моральних, фізичних, психічних та соціальних якостей, прагнення до самоосвіти та саморозвитку.

Математика є базовим предметом, а тому вивчається учнями в класах усіх профілів, але на різних рівнях. Зміст навчання визначається державним програмами з математики для кожного з рівнів і реалізовано у відповідних підручниках, створених у 2010 – 2020 р.

У профільних загальноосвітніх навчальних закладах передбачається опанування навчальних предметів на різних рівнях, окрема[49]:

1. Рівень стандарту - визначає обов'язковий мінімум матеріалу, необхідний для вивчення учнями в закладах освіти. Характерний обов'язковий мінімум знань, умінь та навичок, що учні повинні засвоїти в процесі вивчення математики, які не передбачають подальшого їх вивчення чи використання в сферах життєдіяльності. .

2. Академічний рівень - обсяг навчального матеріалу значно більший ніж при навчанні на рівні стандарту, тому що вивчення

математики на академічному рівні необхідне учнім у яких профільні предмети тісно контактують з математикою. Зміст матеріалу достатній для подальшого вивчення математики у вищих навчальних закладах, що значно спрощує навчання учнів у подальшому житті. Зміст матеріалу, що викладається не є профільним, але близький до нього.

3. Рівень профільної підготовки – зміст навчальних матеріалів передбачає поглиблене вивчення навчальних предметів відповідно до профілю, що в подальшому націлює учнів до самостійної роботи з завданнями високого та достатнього рівнів складності, передбачає орієнтацію на вибір майбутньої професії.

Виділяють 4 основні напрями навчання учнів на старшому ступені школи:

- природничо-математичний напрям: математичний, фізико-математичний, хіміко-біологічний, хіміко-фізичний, географічний, біолого-географічний, еколого-географічний, екологічний;
- філологічний: українська філологія, іноземна філологія;
- суспільно-гуманітарний напрям: правовий, економічний, історико-правовий, філософський, педагогічний, юридичний;
- фізкультурно-військовий напрям: гімнастика, плавання, туризм, легка атлетика, спортивні ігри, військовий профіль;
- художньо-естетичний напрям: хореографічний, музичний, театральний, мистецтвознавство;
- виробничо-технологічний напрям: виробничі технології, комп'ютерні технології, менеджмент, побутове обслуговування, проектування та конструювання, агротехнологічний тощо.

Профіль навчання визначається з урахуванням інтересів та можливостей учнів, перспектив здобуття подальшої освіти і професійних перспектив учнівської молоді; кадрових, матеріально-

технічних, інформаційних ресурсів школи; соціокультурної і виробничої інфраструктури району, регіону.

Кожен профіль містить 6 основних предметів(українська мова та література, іноземна мова, історія України та всесвітня історія, математика, природознавство, фізична культура), на вивчення яких виділяється по 3 години на тиждень у 10-11 класах[6]. Решту предметів складають:

- *профільні предмети* – це предмети, що відтворюють цілі, завдання і зміст кожного конкретного профілю.
- *Спеціальні курси/профільюючі предмети* – це навчальні курси/предмети, які входять до складу відповідного профілю навчання та забезпечують поглиблене та розширене вивчення профільних предметів.
- *Вибірково-обов'язкові предмети* – це предмети, які вводяться до навчального плану з метою загального розвитку учнів для повнішого задоволення освітніх запитів учнів та обираються ними самостійно із запропонованого переліку.
- *Курси за вибором* можуть вибиратися не тільки згідно з обраним профілем, але й за власним бажанням учня, який хоче поглибити свої знання з певних дисциплін.
- *Факультативні курси* – навчальні курси, що не входять до основної сітки годин і можуть обиратись учнями.

На сьогоднішній день, кожен профіль навчання складається із дисциплін трьох циклів[27], а саме: базові предмети, профільні предмети та курси за вибором.

- *Базові* предмети становлять змінну складову змісту середньої освіти і є обов'язковими для всіх профілів.
- *Профільні* загальноосвітні предмети – це предмети, що реалізують цілі,

завдання і зміст кожного конкретного профілю.

- *Курси за вибором* – це навчальні курси, які доповнюють навчальні предмети і входять до складу допрофільної підготовки та профільного навчання.

Основними завданнями профільного навчання математики є:

1. створення умов для розвитку та поглиблення знань, умінь та навичок учнів старшої школи відповідно до їх інтересів, здібностей та нахилів;
2. залучення учнів до експериментально-пошукової роботи та саморозвитку;
3. формування готовності до свідомого вибору майбутньої професії;
4. формування соціально-комунікативної та інформаційно-технічної компетентності;
5. виховання любові до навчання, забезпечення умов для життєвого та професійного самовизначення;
6. участь учнів у олімпіадах та конкурсах міського, регіонального та Всеукраїнського рівнів, написання курсових робіт, МАН тощо;
7. розвиток навичок та умінь роботи в групах, вміння організовувати на основі співпраці;
8. здобуття якісної освіти відповідно до профілю, що вивчається.

Виділяють такі особливості фізико-математичного профілю:

- вивчення математики на профільному рівні, зазвичай вивчення математики на профільному рівні обирають учні, які в майбутньому мріють обрати професію тісно пов'язану з математикою;
- вивчення таких профільних предметів як, фізика чи інформатика;
- активний розвиток логічного мислення, просторового уявлення, та абстрактного мислення;

- рівень складності завдань від середнього до складного, що дає змогу краще засвоїти тему, розв'язавши задачі різних рівнів складності;
- систематичне використання ІКТ, різних математичних засобів, зокрема використання Matcad, Gran1, Gran 2, Gran 3 тощо.

Виділять такі принципи профільного навчання математики[2]:

1. фуркація (розподіл учнів в залежності від освітньої підготовки, потреб, інтересів, нахилів та здібностей);
2. альтернативність та варіативність (навчально-методичні програми, освітні програми технології навчання тощо);
3. неперервність та поступовість (допрофільна підготовка передую профільному навчанню);
4. гнучкість (змісту, наповненості форм профільного навчання);
5. реалізованість (виявлення здібностей у учнів задля їх подальшого поліпшення та розширення на профільному навчанні).

1.3 Мета вивчення математики на профільному рівні

Організація навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів передбачає реалізацію особистісно орієнтованої моделі навчання, першочергове завдання якої полягає в тому, щоб розпізнати та розвинути конкретні здібності, схильності, особливості мислення, потенціал кожного учня[19].

Навчання математики за математичним та фізико-математичним профілями передбачає профільну, порівняно з академічним рівнем, підготовку учнів з математики в поєднанні з вивченням усіх природничих предметів. При цьому математична та природничо-наукова підготовка в профільних математичних, фізичних і фізико-математичних класах має бути орієнтована як на обов'язкове засвоєння учнями

конкретних знань, так і на формування вмінь моделювання реальних процесів. Необхідно також враховувати, що при формуванні компетентностей в галузі природничих наук частина загальнонаукових, загальнонавчальних та соціально-особистісних компетентностей формується за участі гуманітарних та соціально-економічних дисциплін.

Опираючись на завдання профільної освіти умовно виділяють два напрямки їх реалізації[26]: змістовно-прикладний, який включає оволодіння учнями конкретними математичними знаннями, уміннями та навичками, необхідними у подальшій практичній діяльності людини у всіх її сферах життєдіяльності, формування в них уявлень про ідеї та методи математики як способів пізнання навколишнього світу; загальнокультурний, до якого відноситься формування у школярів уявлення про математику як частину загальнолюдської культури, її роль у розвитку цивілізації, розвиток у старшокласників за допомогою математики певного стилю мислення, виховання особистості в процесі освоєння математики та математичної діяльності.

Одним із головних завдань вивчення математики на профільному рівні є розширення уявлень учнів старшої школи про координати та вектори та їх застосування в просторі, використання векторного та координатного методів до розв'язування задач, адже це займає значне місце в діяльності спеціаліста технічного та природничого профілів[33].

В профільних класах тема: «Координати і вектори в просторі» є основою для розв'язування задач, тобто використовується векторний метод, координатний метод, координатно-векторний метод.

Використовуюючи матеріали з планіметрії, координатний і векторний методів підводять учня до розв'язання задач зі стереометрії. Особливість цих методів полягає в тому, що багато означень та понять планіметрії задовольняють просторові фігури (наприклад, симетрія, симетрія відносно точки, прямої, поворот фігури, гомотетія,

вектор, величина вектора); формулюються твердження, що виражають властивості перетворень фігур і векторів. Деякі поняття, твердження та теореми означають та доводять аналогічно до відповідних понять і тверджень планіметрії, що надає учням можливість сміливо використовувати аналогії[29]. Саме тому перед вивченням нового матеріалу необхідно обов'язково повторити відповідні відомості з планіметрії й організувати самостійну роботу учнів з новими поняттями та теоремами на основі аналогій.

Навчальна програма з математики створена для профільних класів виділяє достатню кількість часу для вивчення координатного і векторного методів розв'язання задач та їх систематичного використання при розв'язання алгебраїчних чи геометричних задач. Зокрема, на вивчення теми «Координати та вектори» виділяють 22 години, за цей час учні повинні вивчити основні правила, означення та теореми теми, навчитись виділяти правила-орієнтири, розв'язувати різнорівневі задачі. Також такі задачі можна розв'язувати під час вивчення наступних тем, на заняттях математичного гуртка чи факультативах[3].

1.4 Вимоги до математичної підготовки учнів

Вибір фізико-математичного або математичного профілю навчання передбачає наявність стійкого усвідомленого інтересу кожного учня до математики, схильності до вибору в майбутньому професії, пов'язаної з нею.

Мета вивчення математики в профільних класах полягає у забезпеченні високого рівня підготовки учнів з математики, який необхідний для успішної самореалізації особистості у соціальному середовищі, для вибору професії в майбутньому та успішного

опанування професією, що потребує високого рівня знань учня з теоретичної та практичної частини математичної освіти[12].

Перед початком вивчення координат та векторів перед учнями ставлять низку вимог:

1. логічно та абстрактно мислити, вміти представити будь-який геометричний об'єкт;
2. володіти алгоритмами розв'язання найпростіших геометричних задач;
3. активно користуватись джерелами для пошуку інформації, прагнути до самоосвіти;
4. виконувати письмові та усні математичні обчислення не залежно від рівня складності;
5. виконувати тотожні перетворення алгебраїчних виразів під час розв'язання різних задач;
6. будувати та аналізувати функціональні графіки залежності, знати та досліджувати їх властивості;
7. зображувати геометричні фігури, визначати та застосовувати їх властивості до розв'язання задач;
8. вимірювати геометричні величини, знаходити площі геометричних фігур.

Для досягнення наведеної мети, необхідно виконати низку завдань[18]:

1. формувати у учнів стійкий інтерес до предмету, виявляти та розвивати математичні здібності;
2. формувати у учнів розуміння математичних знань, як складової частини професійної та життєвої сфери людини;
3. розвивати у учнів наукового світогляду, просторового уявлення, навичок та умінь в обґрунтуванні та доведенні математичних теорем, задач, означень тощо;
4. розширювати математичні знання учнів, використовувати різноманітні методи та прийоми при розв'язуванні задач, доведень,

теорем тощо;

5. спонукати учнів до самоаналізу, саморозвитку;
6. допомагати в написанні наукових робіт, участі в конкурсах, олімпіадах та створенні робіт МАН;
7. формування позитивних рис естетичного, екологічного та громадянського виховання, формування життєвих та соціальних компетентностей.

Перед переходом до профільного вивчення математики необхідно пройти допрофільну підготовку.

Допрофільна підготовка здійснюється в 8-9 класах для професійної орієнтації учня, на допомагає при виборі напрямку профільного навчання в школі[4].

До форм реалізації профільної підготовки відносять:

- курси за вибором;
- факультативи;
- предметні гуртки;
- наукові товариства учнів;
- Мала академія наук України;
- предметні олімпіади;
- поглиблене вивчення окремих предметів.

Ефективність до профільного навчання дозволяє учню самостійно (за потреби за допомогою батьків чи вчителя) визначитися з вибором напрямку та профіля в майбутньому, що сприятиме в подальшому виборі професії.

У профільних класах ефективною є рейтингова система оцінювання. Така система контролю знань не вимагає повної перебудови навчального процесу, хоча й передбачає появу певних нових організаційних форм навчання[37].

Важливою складовою контролю знань учнів має стати систематичне залучення їх до самостійного оцінювання. Необхідно, щоб кожен школяр не лише дізнавався про те, чого він навчився і які допустив помилки, але й розуміти справедливість оцінки. Ознайомлення учнів з критеріями оцінювання дозволяє поступово розвивати в них розуміння суті засвоєних знань.

1.5 Особливості викладу теми в шкільних підручниках і посібниках різних авторів

Однією з проблем, пов'язаною з організацією профільного навчання в старшій школі є шкільний підручник.

В шкільному курсі математики вивчення теми «Координати та вектори в просторі» передбачено на рівні стандарту, академічному та профільному рівнях[25].

Навчальний посібник профільного рівня повинен не тільки задовольняти навчальній функції, а й приділяти увагу дидактичному компоненту. Він має спонукати до засвоєння навчального предмету, навчати учнів методам набуття нових знань, умінь і навичок та їх застосування, виховувати культурний розвиток учнів.

Зміст підручника має включати в себе досягнення з психології, педагогіки та приватних методик, враховуючи закономірності процесу навчання в сучасній школі. Саме тому, він має відповідати такому ряду вимог[38]:

1. забезпечувати усвідомлене засвоєння матеріалу;
2. акцентувати увагу на мові викладу;
3. вчити мислити.

Недостатньо простого логічного викладу матеріалу, необхідно пояснити зміст нових понять, вказати на зв'язок з раніше вивченим матеріалом[30].

Підручник під редакцією А. Мерзляка «Математика 10 клас» є абстрактно-дедуктивним та розділено на шість параграфів,кожен з яких складається з пунктів. У пунктах викладено теоретичний матеріал, важливий матеріал (зокрема означення, теореми, доведення тощо) виділені жирним шрифтом або курсивом. Виклад теоретичного матеріалу завершується прикладами розв'язування різнорівневих задач, що дозволяє дітям з різним рівнем підготовки освоїти практичні знання. Ці записи можна розглядати і як спосіб оформлення задач. Також до кожного пункту запропоновані задачі для самостійного опрацювання, але до них доцільно приступати лише після вивчення теоретичного матеріалу. У підручнику підібрано широкий і різноманітний дидактичний матеріал, запропоновано велику кількість різноманітних завдань, тому у вчителя є можливість вибрати найбільш доцільні завдання з певної теми. Координатний та векторний методи розв'язування задач виділяють окремим параграфом, що складається з декількох пунктів, які включають в себе означення, алгоритм розв'язування задач та приклади завдань з повним поясненням. Практичні завдання розділяють на три типи складності, що дає можливість вчителю(учню) розпочати з простих задач і поступово збільшувати складність завдання.Добір завдань є достатнім для засвоєння основних понять даної теми, для учнів з різними рівнями знань. Синім ключиком запропоновані завдання відповіді до яких можна використати для розв'язування інших завдань[5].

Курс стереометрії описаний в підручнику Г.П. Бевз «Геометрія 10-11 клас» побудований так, щоб учень мав можливість вивчати його після будь-якого підручника з геометрії основної школи. Теоретичний матеріал описаний чітко, логічно, відповідно до вимог Міністерства

освіти та вікових особливостей учнів старшої школи. Підручник розділено на п'ять параграфів, кожен з яких складається з пунктів. Розглянуто задачі не тільки на прямокутні, але і сферичні координати; продемонстровано розв'язання різнорівневих задач з повним поясненням та ілюстраціями. До кожної підтеми підібрані різнорівневі завдання для самостійного розв'язування. Ноловна особливість, це вправи для повторення, рубрика «Коли зроблені уроки», запитання на які потрібно дати відповіді, завдання для підготовки до вивчення нової теми. Всі завдання поділено на чотири рівня складності: (°) – початковий та середній; (•) – достатній, (••) – високий, (*) – задачі для математичних гуртків і факультативів. Завдання різних рівнів складності, вправи для повторення, велика кількість прикладних задач, номери вправ виділені різними кольорами: червоним – рекомендовані для домашнього завдання, синім – усні. Добір завдань є достатнім для засвоєння основних понять даної теми, для учнів з різними рівнями знань[8].

Також профільне вивчення математики можливе за підручниками А.П. Єршова «Математика 10-11 клас» та Е.П. Нелін «Геометрія 10 клас» і «Геометрія 11 клас».

Проаналізувавши підручники, в яких розглядається дана тема, можна сказати, що теоретичний матеріал викладено доступно, всі основні поняття сформульовано майже однаково. При аналізі завдань, запропонованих для вивчення теми «Координати та вектори», можна сказати, що у розглянутих підручниках наведено достатню кількість прикладів, для того щоб учні застосували теоретичний матеріал поданий в підручниках. У підручниках наведена достатня кількість розв'язаних прикладів, дивлячись на які учням легше буде виконувати завдання[35].

Отже, різноманітність підручників профільного рівня дає можливість вчителю для вибору різнорівневих завдань, що в свою чергу призводить до якісного засвоєння матеріалу.

РОЗДІЛ 2

КООРДИНАТИ ТА ВЕКТОРИ В КЛАСАХ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОФІЛЮ

2.1 Мета вивчення та місце теми в програмі

Мета вивчення змістової лінії[6]:

1) формування в учнів знань, умінь та навичок з теми «Координати та вектори» як складової загального розвитку та культури людини;

2) інтелектуальний та логічний розвиток учнів, їх пам'яті, уваги, інтуїції, робити висновки та наслідки за аналогією, вміти аналізувати, класифікувати, узагальнювати матеріал тощо;

3) освоєння учнями системи математичних знань і вмінь з теми «Координати та вектори»;

4) навчити учнів обґрунтовувати та висловлювати математичні судження, використовувати математичні знання для розв'язання математичних задач, доведення суджень та теорем;

5) формування в учнів загальних умінь та навичок, культури мовлення, чіткості та точності думки, її висловлення та відстоювання, аналізувати та реалізувати методичне розв'язання задачі або проблеми, розвиток людських якостей, що сприяють розширенню кругозору та стійкого розвитку особистості;

6) розвиток алгоритмічної культури учнів, що дає змогу діяти за заданим алгоритмом, самостійно аналізувати та досліджувати проблему, і лише тоді конструювати нові алгоритми на основі аналізу, що ведуть до очікуваного результату;

7) розвиток логічного мислення та активне практичне застосування математичних знань на практиці;

8) використання учнями ілюстрацій, прикладів з життя, життєвого досвіду учнів, що сприяють виробленню вмінь виділяти форму і розміри геометричні фігур;

9) сприяти виробленню в учнів міркувань, шляхом обґрунтування властивостей геометричних фігур, та їх застосування у конкретних ситуаціях при розв'язуванні математичних задач;

10) розширення уявлень учнів про координати та вектори на площині та в просторі;

11) ознайомити учні з векторами тривимірного простору, та їх геометричною інтерпретацією;

12) навчити учнів доводити просторові поняття та твердження використовуючи аналогії відповідних понять і тверджень планіметрії;

13) навчити учнів організовувати самостійну роботу з новими означеннями, аксіомами та теоремами;

14) використовувати координатний та векторний методи для розв'язування геометричних задач у просторі;

15) оволодіти деякими прийомами математичної діяльності та навичками, їх систематичне застосування до розв'язання практичних задач;

16) забезпечення умов для досягнення кожним учнем практичної обізнаності;

17) оволодіння спеціальною інформацією для розуміння змісту математичної задачі, її характеру та особливостей;

18) навчитись будувати і досліджувати найпростіші геометричні просторові фігури, знати їх властивості, особливості, вміння розв'язувати задачі координатним та векторним методом, в яких використовуються просторові геометричні фігури;

19) вміння обчислювати за допомогою техніки, поєднувати усні та письмові обчислення;

- 20) формування в учнів знань, вмінь та навичок необхідних для практичного застосування при розв'язуванні задач;
- 21) навчання учнів побудові та дослідженню найпростіших математичних моделей;
- 22) вдосконалення системи самостійної роботи учнів; стимулювати учнів до самостійної роботи;
- 23) сприяти нормальному засвоєнню теоретичного матеріалу, застосовувати порівняння, класифікації, узагальнення при вивченні нового теоретичного матеріалу, застосування математичних понять і об'єктів;
- 24) навчитись застосовувати зарання вивчені алгоритми дій, правила, теореми, тощо;
- 25) застосовувати знання і вміння для розв'язування навчальних і практичних задач;
- 26) навчитись правильно висловлювати математичні міркування, переконливо аргументувати їх;
- 27) використовувати набуті знання з теми координати та вектори в незнайомих ситуаціях;
- 28) виявляти варіативність мислення і раціональність у виборі способу розв'язання математичної проблеми;
- 29) показати переваги координатного та векторного методів перед синтетичним;
- 30) переконати учнів в тому, що координатний та векторний методи мають індивідуальний, яскраво виражений алгоритм.

2.2. Вимоги до математичної підготовки учнів при переході до класів математичного профілю

Відмінність профільного навчання математики від поглибленого в тому, що воно дозволяє учням обрати лише один предмет, в якому учень в

процесі навчання буде розвиватись, для більш глибокого вивчення та засвоєння теоретичного матеріалу, який є більш об'ємним та обширним і якісного закріплення на практиці виконуючи завдання про принципу наростання рівня складності. Однією з основних умовою успіху профільного навчання учнів є допрофільна підготовка[10].

Допрофільна підготовка має на меті – сформувати у дітей готовність до свідомого вибору майбутньої професії, гарної соціалізації в суспільстві розвинути у учнів навички особистісного саморозвитку, свідомої самоосвіти, якісної самореалізації[48]. Профільна старша школа поширена в більшості розвинутих країн світу. В більшості з них вона розпочинається ще в початковій або середній школі.

Ознайомлення з деякими професіями відбувається ще в дитячому садку, коли вихователь розповідає діткам про найпоширеніші професії в світі, такі як професії лікаря, вчителя, продавця, поліцейського тощо, асоціації з цими професіями виникають в наслідок читання казок чи настільних ігор.

Підготовку до життя та вибору профілю навчання необхідно починати як можна раніше, саме тому роботу щодо ознайомленнями з професіями потрібно вести ще в початковій та середній школі. В період коли дитина «шукає себе» вчитель та психолог повинні вести діалог з учнем та направляти його в правильне русло керуючись його індивідуальними особливостями. Метою роботи вчителя є виявити інтереси та мотиви учнів та спрогнозувати їх майбутній профіль навчання[28].

У середній школі виділяють чотири основні напрями роботи:

- 1) професійна діагностика учнів;
- 2) професійно-консультаційна робота;

3) робота з батьками;

4) підготовку до вибору напрямку та профілю в процесі навчання.

Всі пункти стосуються роботи психолога, класних керівників та вчителів-предметників. Рекомендується проводити моніторинг, тестування та анкетування щодо визначення нахилів та інтересів учнів. Для полегшення вибору профілю проводять короткотривалі пропедевтичні, пробні та орієнтувальні курси[34].

Остатній процес у старших класах з кожним роком все більше модернізується і передбачає створення системи профільного навчання за допомогою:

а) розширення профільних закладів освіти (ліцеї, гімназії, спеціалізовані школи);

б) змісту навчальної інформації, що викладається на уроках;

в) методів навчання математики.

За умови профільного розширення закладів освіти в структурі профільного навчання чітко прослідковуються три основні змістові етапи:

- базовий (загальноосвітній стандарт);

- профільний (профільний освітній стандарт);

- елективний (комбінація курсів за вибором, спецкурсів і факультативів).

Опираючись на розумові здібності до певних навчальних предметів, індивідуальні здібності та особливості, керуючись навичками набутими в житті, заручаючись підтримкою та підказками батьків учні обирають

спочатку напрям, а згодом і профіль навчання, що в майбутньому безпосередньо впливає на вибір професії[41].

Допрофільна підготовка - система діяльностей (зокрема психолого-педагогічної, педагогічної, організаційної та інформаційної), що сприяють та направляють учнів старших класів основної школи у виборі профільних напрямів для подальшого їх вивчення та широкого застосування у майбутній сфері життєдіяльності.

Пройшовши допрофільну підготовку на курсах, спецкурсах чи факультативах учні визначаються з напрямом, якому бажають присвятити майбутнє навчання[21]. Зокрема, для класів математичного профілю виділяють такі вимоги:

10 клас:

- **користується** аналогією між векторами на площині та у просторі;
- **будує** у просторовій прямокутній системі координат точки і вектори за їх координатами;
- **записує** формули відстані між точками, координат середини відрізка, скалярного добутку, кута між векторами;
- **виконує** дії над векторами, що задані геометрично і координатами;
- **знаходить** суму і різницю векторів, добуток вектора на число, скалярний добуток векторів;
- **обчислює** кут між векторами;
- **розпізнає** рівняння площини і сфери;
- **застосовує** координати, вектори для розв'язування геометричних задач;
- **наводить приклади** перетворень у просторі та описує їх властивості;
- **застосовує** вектори для моделювання і обчислення геометричних і фізичних величин;

- використовує координати у просторі для вимірювання відстаней, кутів.

11 клас:

- **користується** аналогією між векторами на площині та у просторі;
- **будує** у просторовій прямокутній системі координат точки і вектори за їх координатами;
- **записує** формули відстані між точками, координат середини відрізка, скалярного добутку, кута між векторами;
- **виконує** дії над векторами: **знаходить** суму і різницю векторів, добуток вектора на число, скалярний добуток векторів, **обчислює** кут між векторами;
- **розпізнає** рівняння площини і сфери;
- **застосовує** координати, вектори для розв'язування геометричних задач;
- **наводить приклади** перетворень у просторі та описує їх властивості.

2.3. Місце змістової лінії в чинних підручниках та посібниках, та особливості її викладу

Вивчення змістової лінії «Координати та вектори» відбувається в 5-7 класах, саме тоді учні вивчають, що таке «координатна пряма», «координатна площина», «координата», «відрізок», «напрявлений відрізок» тощо.

В 8-9 класах учні розширюють свої уявлення про координати, дізнаються що кожна точка має дві координати x та y , що показують її положення у декартовій системі координат, вчать працювати з координатами точок, будувати відрізки на площині, знаходити відстань між двома точками за їх координати або розміщенням на

площині, знаходити координати середини відрізка або координати точки [36]. Вивчення теми «Вектор та дії на ним» відбувається в 9 класі. Це нова тема для учнів, але не занадто складна, тому що частина матеріалу вже вивчалася в темі «Координати точки». Дана тема опирається на визначення координат та довжини вектора на площині, виконання дій між векторами та скалярний добуток векторів. Учні використовують знання, уміння та навички при розв'язуванні задач на пошук довжини, координат тощо.

10 клас: відбувається вивчення декартових координат та векторів у просторі, учні освоюють тривимірний простір та розміщення точок у ньому побудова відрізків, напрямлених відрізків та прямих у просторі, зображення геометричних фігур у просторі за допомогою координат. Тепер кожна точка має три координати x , y та z . Формули, вивчені раніше видозмінюються під особливості простору, але не зазнають істотних змін. Вивчаються такі формули: знаходження координат середини відрізка, координати точки, координати відрізка, довжина відрізка та площа фігури, скалярний добуток векторів та застосування формул до розв'язання задач на побудову.

11 клас: виконання складних дій над векторами, що задані геометрично і координатами; застосування формул до розв'язання алгебраїчних та геометричних задач, застосування векторів для моделювання і обчислення геометричних і фізичних величин; розв'язання стереометричних задач координатним та векторним методами, що істотно спрощує розв'язання алгебраїчних задач [21].

Змістова лінія «Координати та вектори» має широке застосування в інших шкільних предметах, саме тому під час вивчення теми важливо надавати міжпредметні зв'язки, використовувати задачі практичного змісту, а також показати застосування векторного та координатного методів до розв'язання задач. Учні мають розуміти, що за допомогою векторного методу полегшується розв'язання досить

складних алгебраїчних та геометричних задач, які вони розв'язували раніше лише з використанням властивостей конкретних геометричних фігур та їх елементів[14].

При вивченні теми «Координати та вектори» в 10-11 класах у підручниках А.Г. Мерзляк та Г.П. Бевз, В.Г. Бевз виділяють 4 наскрізні лінії:

1. **«Екологічна безпека та сталий розвиток»** основна мета – залучення учнів до соціальної активності, виховання екологічної свідомості, навчити учнів збереженню навколишнього середовища власним прикладом, наставляти до свідомого майбутнього.

2. **«Громадянська відповідальність»** формування у учнів почуття відповідальності за власне життя, виховувати співчуття до оточуючих, навчити людяності та правилам поведінки у суспільстві. Лінія найкраще опановується через колективну діяльність (дослідницькі роботи, роботи в групі, проекти тощо), яка поєднує математику з іншими навчальними предметами і розвиває в учнів готовність до співпраці.

3. **«Здоров'я і безпека»** виховувати у учнів навичок здорового способу життя, проводити профілактичні бесіди, задля стимуляції до свідомого життя, навчити основним правилам безпеки життєдіяльності тощо.

4. **«Підприємливість та фінансова грамотність»** розвивати у учнів лідерських якостей, настановлювати до успішної діяльності в середовищі, яке є швидкозмінним, навчити розумінню практичних основ фінансових питань (здійснення заощаджень, інвестування, запозичення, страхування, кредитування тощо) [3].

Опираючись на наскрізні лінії виділяють такі компетенції[22]:

1. вільне володіння державною мовою;
2. математична компетентність;
3. володіння іноземними мовами на високому рівні;
4. обізнаність у галузі природничих наук, техніки та технологій;
5. екологічна свідомість;

6. громадянська та соціальна компетентність;
7. підприємливість та фінансова грамотність;
8. культурна обізнаність;
9. інформаційна компетентність.

2.4. Пропедевтика вивчення координат та векторів

Вивчення теми координати та вектори починається в 5 класі. Саме тоді закладаються основи даної теми. Найкраще починати вивчення цієї теми з наведення конкретних прикладів чи ілюстрації з життя. Пряму, наприклад, можна асоціювати з автомагістраллю, що не має ні початку, ні кінця. Вчитель пояснює, що якщо відкласти на прямій деяку точку, то утвориться промінь, відповідно дві точки відділяють відрізок. Вивчається лише одна координата x , для того щоб учні мали змогу краще освоїти новий матеріал та вдало закріпити його на практиці. На даному етапі ознайомлення з цією темою означення не відіграють велику роль, учні лише знайомляться з поняттями на інтуїтивному рівні. Загалом, в підручниках різних авторів зустрічаються такі поняття: «координатний промінь», «координати точки», «відрізок», «пряма», «промінь», «довжина відрізка» тощо[31].

Знайомство з поняттям «декартової системи координат» відбувається у курсі математики 6 класу. Поняття, вивчені в 5 класі на інтуїтивному рівні постають у більш широкому розумінні. Тепер кожній точці ставиться у відповідність дві координати x та y . При чому координати точки – раціональні числа, в той час як в п'ятому класі це могли бути лише додатні, цілі числа. Найкраще ця тема запам'ятовується учнями при побудові геометричних фігур або ілюстрацій будівель, тварин, інструментів тощо.

У систематичному курсі геометрії 9 класу вивчення змістової лінії «Координати та вектори» займає одне з головних місць. Вивченню цієї

теми приділяється значна кількість уроків, зокрема на вивчення розділу «Координати» приділяється 6 годин, та розділу «Вектори на площині» - 10 годин. Вводяться такі основні формули: координати точки, координати середини відрізка, координати відрізка, довжина відрізка, довжина вектора, скалярний добуток векторів, кут між векторами тощо. При введенні цих формул доцільний репродуктивний метод(відтворюючий), так як доведення із застосуванням системи координат учням ще не звичні. Доцільно проводити декілька самостійних робіт в процесі вивчення кожної теми, задля перевірки засвоєння теоретичного матеріалу та вдалого застосування при розв'язуванні задач учнями. По завершенню вивчення кожного розділу проводиться контрольна робота, яка визначає рівень засвоєння матеріалу, вміння користуватися набутими знаннями та вивченими формулами[44].

При вивченні змістової лінії «Координати та вектори» у просторі учні дізнаються, що кожна точка тепер має три координати x , y та z тривимірного простору. Всі формули вивчені раніше видозмінюються під тривимірний простір, а вивчення цієї теми на профільному рівні дає учням ще два різних способи розв'язування задач алгебраїчного та геометричного змісту, а саме метод координат та метод векторів.

Під час використання методу координат виділяють такі основні етапи роботи:

- доцільний вибір системи координат, від вибору системи координат залежить складність розв'язання задач;
- знаходження координат основних точок у обраній системі координат;
- розв'язання задачі в координатній формі, встановлення відношень, використання відповідних формул;
- переклад отриманих результатів на мову геометрії[15].

2.5. Формування провідних понять

Засвоєння математичних понять відбувається у процесі аналітико-синтетичної діяльності учня, що спрямована на виявлення істотних загальних властивостей певного поняття й усвідомлення його неістотних властивостей, а також на застосування нового поняття до розв'язання задач.

У разі використання абстрактно-дедуктивного методу навчання для формування нового поняття вчитель формулює означення сам, наводить приклади об'єктів, що належать до цього поняття, виявляє істотні спільні властивості та зазначає неістотні[20].

У шкільному курсі математики вивчають три види понять:

- 1) первісні (неозначувані);
- 2) означувані;
- 3) поняття, які вводяться описуванням на прикладах.

В останньому випадку учні частково дістають уявлення про істотні властивості поняття, але означення поняття формулюється з дидактичних міркувань.

При вивченні змістової лінії основним прикладом первісного поняття є «точка». Інші поняття вводяться описуванням або в вигляді означень.

У математичних поняттях виражають просторові форми і відношення матеріального світу, утворені в результаті ідеалізації – уявного утворення абсолютно точних та досконалих об'єктів. В природі не існує ідеально рівних трикутників, кола чи піраміди, які розглядають у математиці. Немає в природі і невимірних величин, неперервних ліній, площин тощо. Усі математичні поняття, теореми і закони – точні, досконалі, саме тому їх можна застосувати лише до абсолютно рівних, «ідеальних» фігур, форм[17].

Введення понять теми «Координати та вектори» починається відповідно з чинною програмою з введення понять «координатна пряма», «прямокутна система координат на площині», «координатна площина» у 5-6 класі. Однак в різних підручниках використовується різна термінологія та символіка. На жаль, у шкільних підручниках щодо цього немає єдності. Так у підручнику Г.П. Бевз, В.Г. Бевз застосовано термін «числова вісь» та його синоніми «числова пряма», «координатна вісь».

А. Г. Мерзляк та А.Н. Тарасенкова у своїх підручниках надають таке означення координатної прямої «пряма, на якій вибрано початок відліку, одиничний відрізок і напрям»[26].

В середній школі введення понять відбувається на вищому теоретичному рівні та в ширшому застосуванні. Зокрема вводяться поняття абциси x і ординати y точки A . У підручнику О.С. Істер їх означено терміном «абсолютна величина числа», якого учні з курсу алгебри не знають. Тому доцільно застосовувати термін «модуль числа». Можна використовувати легший для сприймання термін «відстань»[16].

Наведемо декілька прикладів введення поняття «координатна площина» в підручниках 9 класу : Г.П. Бевз, В.Г. Бевз « дві взаємно перпендикулярні прямі, які перетинаються у їх спільному початку координат і одиничні відрізки яких рині»; А.Г. Мерзляк « площина, на якій зображено дві координатні прямі (вісь абсцис та вісь ординат) зі спільним початком відліку»; О. С. Істер «площина, на якій задано прямокутну систему координат».

У зв'язку із введенням векторів у шкільний курс насамперед постало питання: яке означення вектора взяти в курсі геометрії? Доцільніше запитати не що таке вектор, а що називають вектором або що слід називати вектором, щоб означення було осмисленим, не призводило до плутанини і було логічним у застосуванні. Г.П. Бевз звернув увагу на те,

що фізика і геометрія розглядають різні поняття вектора. У фізиці розрізняють зв'язані й ковзні вектори. У геометрії розглядають вільні вектори[30].

У навчально-методичній літературі трапляються різні означення вільних векторів. Вектори трактують:

1) як напрямлений відрізок прямої евклідового простору, в якого один кінець називається початком вектора а другий кінець – кінцем вектора;

2) впорядкована пара точок;

3) клас еквівалентних напрямлених відрізків;

4) паралельне перенесення;

5) впорядкована пара, трійка, ... ,лчисел[23].

Множина об'єктів, що відповідають цьому трактуванню, самоподібні одна одній. Кожне з наведених трактувань є синонімом загального поняття вільного вектора, означення якого формулюється в теоретичних курсах геометрії: будь-яку множину об'єктів, що задовольняє перші вісім аксіом системи Вейля, називають множиною векторів, а будь-який елемент цієї множини – вектором. У школі з дидактичних міркувань зазвичай розглядають один з запропонованих варіантів. Зокрема у підручнику А.П. Єршова, В.В. Голобородько під вектором розуміють «направлений відрізок, тобто відрізок, для якого вказано, яка точка є його початком, а яка – кінцем»; О.С. Істер описує поняття «вектор» двома означеннями «величина, яка визначається не тільки числовим значенням, але й напрямом» та «відрізок, для якого визначено напрям»[18].

2.6. Вивчення теорем, алгоритмів, правил і формул теми

Елементами теоретичних знань, з якими школярі зустрічаються при вивченні математики поряд з визначеннями понять, аксіомами та теоремами, є алгоритми.

Поняття «алгоритм» є основним, невизначеним. Його сутність на змістовно-інтуїтивному рівні можна описати наступним чином: алгоритм – поступове пояснення, що показує, які операції і в якій послідовності необхідно виконати з заданою задачею, прикладом чи виразом, щоб розв’язати будь-яку задачу даного типу[24].

Алгоритм має такі властивості:

- **об’ємність:** за допомогою окремого алгоритму можна розв’язати всі задачі деякого типу;
- **зрозумілість:** при побудові алгоритму виділяють етапи, що зможе виконати кожний учень;
- **поступовість:** розв’язання задач за допомогою алгоритму в строгому порядку, в випадку зміни хоча б одного кроку розв’язання задачі стає неможливим;
- **результат:** точне розв’язання задачі за допомогою алгоритму завжди приводить до певного результату[40].

Основні співвідношення між фігурами

Таблиця 2.1

Мова геометрії		Мова координат	
1	Точка а і В лежать: а) на площині; б) в просторі	1	а) $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$; б) $A(x_1; y_1; z_1), B(x_2; y_2; z_2)$
2	Дано пряму АВ	2	а) $y=kx+b$ б) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}, x_2 \neq x_1, y_2 \neq y_1$
3	Прямі АВ і CD паралельні	3	АВ: $y = k_1x + b_1$; CD: $y = k_2x + b_2, k_1 = k_2, b_1 \neq b_2$
4	Прямі АВ і CD	4	АВ: $y = k_1x + b_1$;

	перпендикулярні		$CD: y = k_2x + b_2, k_1k_2 = -1, b_1 = b_2$
5	Точка O ділить відрізок навпіл	5	$A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), O(x_0; y_0)$ $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}; y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2};$
6	Точка O ділить відрізок у відношенні $AC/CB = \gamma$	6	$A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), O(x_0; y_0)$ $x_0 = \frac{x_1 + \gamma x_2}{1 + \gamma}; y_0 = \frac{y_1 + \gamma y_2}{1 + \gamma};$
7	Довжина відрізка $AB = m$	7	$m = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, де $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$
8	Відстань від точки M до прямої $AB = d$	8	$M(x_0; y_0)$, де $AB: ax + by + c = 0$ $d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$
9	Дано площину α	9	$\alpha: ax + by + cz + d = 0$
10	Відстань від точки M до площини $\alpha = m$	10	$M(x_0; y_0; z_0)$, $\alpha: ax + by + cz + d = 0;$ $d = \frac{ ax_0 + by_0 + cz_0 + d }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

Основні відношення між фігурами

Таблиця 2.2

Мова геометрії		Мова векторів	
1	$AB \parallel CD$	1	$\vec{AB} = k * \vec{CD}$
2	$AB \perp CD$	2	$\vec{AB} * \vec{CD} = 0$
3	a – пряма, A, B, C – точки на прямій a	3	$\vec{AB} = k * \vec{BC}, \vec{AC} = k * \vec{BC}$ $\vec{AC} = k * \vec{AB},$ $\vec{OC} = p * \vec{OA} + q * \vec{OB},$ $p + q = 1, O$ – довільна

			точка
4	$M = M_1$	4	$\overrightarrow{MM_1} = \vec{0}, \overrightarrow{OM_1} = \overrightarrow{OM}$ O – довільна точка
5	O, A, B, C – точки на площині α	5	$x * \overrightarrow{OA} + y * \overrightarrow{OB} + z * \overrightarrow{OC} = \vec{0}$
6	$AB \parallel \alpha, CD \parallel \alpha, EF \parallel \alpha$, де AB, CD, EF – прямі, α – площина, AB і CD – перетинаються	6	$\overrightarrow{EF} = x * \overrightarrow{AB} + y * \overrightarrow{CD}$
7	C – точка на промені AB $\frac{AC}{CB} = \frac{m}{n}$	7	$\overrightarrow{AC} = \frac{m}{n} * \overrightarrow{CD},$ $\overrightarrow{OC} = \frac{m}{n+m} * \overrightarrow{OA} + \frac{n}{m+n} * \overrightarrow{OB}$ $OC = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$
8	M_1 – середина відрізка A_1B_1 M_2 – середина відрізка A_2B_2	8	$\overrightarrow{M_1M_2} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{B_1B_2})$
9	OABC – паралелограм	9	$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$ $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$
10	$AB = m$, де AB – відрізок, m – довжина AB	10	$m^2 = \overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2$
11	M – центроїд трикутника ABC	11	$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}),$ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Вивчення теорем та їх доведень у систематичних курсах геометрії й алгебри починається з 7 класу і посідає значне місце в навчальному матеріалі. У курсі геометрії 7 класу підручника А.Г. Мерзляк міститься 18 теорем. Крім того, в підручниках А.Г. Мерзляк та Г.П. Бевз, В.Г. Бевз передбачено значну кількість задач на доведення, які в традиційних

підручниках геометрії, наприклад А. П. Кисельова, відігравали роль теорем. Учні виконують доведення як складову розв'язання задач на побудову[45].

Теореми та їх доведення розвивають логіку та просторове мислення учнів, просторові уявлення та уяву, навчають методам доведення. Доведення дають змогу учням засвоїти основні прийоми розумової діяльності, формують позитивні якості особистості, такі як логічність, поступовий, чіткий виклад думок, стислість та обґрунтування суджень, відстоювання власної думки.

На рівні обов'язкового мінімуму відповідно до державної програми з математики учні мають розв'язувати типові задачі на обчислення, доведення і побудову, виконувати доказові міркування, ґрунтуючись на теоретичних фактах (аксіоми, теореми, означення тощо)[13].

Для виконання цих вимог учні мають знати та розуміти формулювання аксіом і основних теорем стосовно теми «Координати та вектори».

Введення аксіом, як і первісних (неозначуваних) понять, пов'язане з дедуктивним принципом побудови математики. Тобто, доведення будь-якого твердження складається з тверджень, істинність яких обґрунтовується раніше доведеними твердженнями. Оскільки низка раніше доведених тверджень не може бути нескінченною, виникає потреба домовитись прийняти без доведення кілька істинних тверджень (аксіом)[47].

Вивчення формул відбувається в залежності від вікових особливостей учнів, державної програми з математики та рівня знань учнів, засвоєних в попередніх класах. В залежності від цього формули з теми «Координати і вектори» можна розділити на 2 види: на площині або в просторі, головна відмінність в тому, що на площині застосовуються лише координати x та y , а в просторі координати x , y та z [39].

Вшкільному курсі математики виділяють такі формули:

а) довжина відрізка;

$$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}, \text{ де } A(x_a; y_a) \text{ і } B(x_b; y_b)$$

$$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2},$$

де $A(x_a; y_a; z_a)$ і $B(x_b; y_b; z_b)$

б) координати середини відрізка;

$$x_c = \frac{x_a + x_b}{2} \quad y_c = \frac{y_a + y_b}{2}, \text{ де } A(x_a; y_a) \text{ і } B(x_b; y_b)$$

$$x_c = \frac{x_a + x_b}{2} \quad y_c = \frac{y_a + y_b}{2} \quad z_c = \frac{z_a + z_b}{2}, \text{ де } A(x_a; y_a; z_a) \text{ і } B(x_b; y_b; z_b)$$

в) відстань від точки до прямої, яка задана рівнянням;

$$d = \frac{|\overline{M_0 M_1} \times \bar{s}|}{|\bar{s}|}, \text{ де } \bar{s} = \{m; n; p\}, M_0(x_0; y_0; z_0), M_1(x_1; y_1; z_1)$$

г) поділ відрізка у заданому відношенні;

$$x_c = \frac{x_a + \lambda x_b}{1 + \lambda} \quad y_c = \frac{y_a + \lambda y_b}{1 + \lambda} \quad z_c = \frac{z_a + \lambda z_b}{1 + \lambda},$$

$$\text{де } A(x_a; y_a; z_a), B(x_b; y_b; z_b) \text{ та } \frac{AC}{CB} = \lambda$$

д) додавання і віднімання векторів:

$$\bar{a} + \bar{b} = \{a_x + b_x; a_y + b_y\}, \text{ де } \bar{a} = \{a_x; a_y\}, \bar{b} = \{b_x; b_y\}$$

$$\bar{a} - \bar{b} = \{a_x - b_x; a_y - b_y\}$$

е) скалярний добуток:

$$\bar{a} * \bar{b} = a_x * b_x + a_y * b_y, \text{ де } \bar{a} = \{a_x; a_y\}, \bar{b} = \{b_x; b_y\}$$

$$\bar{a} * \bar{b} = a_x * b_x + a_y * b_y + z_x * z_y, \text{ де } \bar{a} = \{a_x; a_y; a_z\}, \bar{b} = \{b_x; b_y; b_z\}$$

$$\bar{a} * \bar{b} = |\bar{a}| * |\bar{b}| * \cos(\bar{a} \wedge \bar{b})$$

є) векторний добуток:

$$\bar{a} \times \bar{b} = \{a_y b_z - a_z b_y; a_z b_x - a_x b_z; a_x b_y - a_y b_x\}, \text{ де } \bar{a} = \{a_x; a_y; a_z\},$$

$$\bar{b} = \{b_x; b_y; b_z\}$$

ж) довжина вектора:

$$|\bar{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}, \text{ де } \bar{a} = \{a_x; a_y\}$$

$$|\bar{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}, \text{ де } \bar{a} = \{a_x; a_y; a_z\}$$

з) множення вектора на число:

$$k * \bar{a} = \{k * a_x; k * a_y\}$$

$$k * \bar{a} = \{k * a_x; k * a_y; k * a_z\}.$$

2.7 Особливості координатного та векторного методів розв'язування задач

Доцільно використовувати метод координат в геометричних та алгебраїчних задачах в яких доцільніше та простіше розв'язати задачу за допомогою координат це більшість геометричних задач або задачі на знаходженні ГМТ, виведення рівнянь для деяких ліній. При виведенні рівняння лінії розглядають систему координат на площині, а при виведенні рівняння деякої поверхні розглядають систему координат в тривимірному просторі[42].

Доцільність розв'язування задачі методом координат залежить від того, як розміщена фігура відносно координатних вісей. Найкраще користуватись цим методом коли фігура містить прями кути.

Прямокутну декартову систему координат найкраще вводити довільно. Наприклад, у піраміді чи призмі систему координат необхідно обирати так, щоб початок координат знаходився в центрі основи піраміди.

Методом координат називають застосування понять та формул аналітичної геометрії до розв'язування задач і доведення теорем[27].

Мета вивчення координатного методу:

- показати мову координат та прийоми, що дають означують властивості геометричних фігур аналітичною мовою в вигляді рівнянь і нерівностей;

- сформуувати понятійний апарат координатного методу;

- сформуувати конкретні прийоми користування координатним методом при розв'язуванні задач.

Використання координатного методу сприяє розвитку обчислювальних та графічних навичок, просторових уявлень,

оскільки при його застосуванні використовується система координат, обчислюються координати точок тощо[43].

Понятійний апарат:

- абсциса;
- ордината;
- координати точки;
- числа,що характеризують положення точкина площині, в просторі;
- координатна пряма;
- координатна площина.

Виділяють такі етапи формування координатного методу:

1. Засвоєння понятійного апарату.
2. Введення понятійного апарату рівнянь ліній і графіків функцій
3. Опис основних етапів застосування методу.
4. Використання координатного методу для розв'язання алгебраїчних та геометричних задач.

Використання координатного методу розв'язування задачпередбачає виконання таких кроків:

- 1) переклад задачі на мову координат;
- 2) розв'язування задачі мовою координат;
- 3) перехід до початкової мови, на якій була написана задача.

Для розв'язування задач координатним методом необхідно розуміти та вміти[11]:

- 1) будувати точку за допомогою координат;
- 2) знаходити координати заданих точок на площині та в просторі;
- 3) обчислювати відстань між точками, які задані координатами;
- 4) обчислювати координати середини відрізка;
- 5) правильно визначати систему координат;
- 6) складати рівняння фігури;
- 7) виділяти з рівняння геометричний образ;

8) перетворювати алгебраїчні рівності.

Другим методом розв'язування задач є векторний метод. Геометричні задачі, що розв'язують за допомогою векторного методу поділяють на два види.

Перший - задачі, в яких умова вже сформульована мовою векторів. Другий вид - задачі, які задано геометрично або алгебраїчно і їх спочатку необхідно перевести на мову векторів. Алгебраїчні та геометричні задачі різних видів можна розв'язувати координатним, векторним та координатно-векторним методами. Використання векторного методу розв'язування задач є значно складнішим ніж координатний, тому дітям розв'язання таких задач дається наваго складніше[46].

Задачі другого виду поділяють на дві групи:

- 1) афінні задачі;
- 2) метричні задачі.

За сучасною програмою Міністерства освіти тему "Вектори в просторі" учні вивчають у 10-му класі. На вивчення теми виділяють 7-8 академічних годин. Учні розширюють поняття вектора, вивчене в 9 класі та поповнюють свої знання новими формулами, прийомами та методами розв'язування задач.

У зв'язку зі зменшенням кількості годин на вивчення данної теми в школі, навчальна програма та автор підручників з геометрії не ставлять за мету регулярно користуватись векторним методом при доведенні теорем чи розв'язуванні задач, а рекомендують вивчати вектори із загальною метою і користуватись ними лише для розв'язування найпростіших стандартних задач. В спеціалізованих школах і класах математичного профілю виділяють значно більше часу для вивчення векторів, саме тому рекомендовано систематично використовувати його в доведеннях та при розв'язанні задач[50].

Мета вивчення векторного методу:

- дати ефективний метод розв'язання різних геометричних задач і доведення теорем;
- показати широке застосування векторного апарату в інших областях знань: техніці, фізиці, хімії і ін.;
- показати використання векторного методу при розв'язуванні задач з метою формування в учнів уміння виконувати узагальнення і конкретизацію;
- формувати в учнів такі якості мислення, як гнучкість, цілеспрямованість, раціональність, критичність та ін.

Понятійний апарат векторного методу:

Основні поняття: вектор, початок вектора, кінець вектора, співнаправлені вектори, протилежно напрямлені вектори, абсолютна величина вектора (модуль вектора), рівні вектори, нульовий вектор, координати вектора, проекція вектора на вісь, колінеарні вектори, одиничний вектор, координатні вектори (орти), скалярний добуток векторів, кут між двома ненульовими векторами[25].

Основні дії: додавання векторів (правило трикутника або паралелограма), віднімання векторів, множення вектора на число; зображення вектора в вигляді суми, різниці двох векторів; в вигляді добутку вектора на число; заміна вектора йому рівним за допомогою паралельного перенесення; розкладання вектора по осях; перехід від співвідношення між векторами до співвідношення між довжинами і виконання оберненої дії; вираження довжини вектора через скалярний квадрат; вираження величини кута між векторами через скалярний добуток векторів і довжин цих векторів[33].

Виділяють наступні етапи формування векторного методу:

1. Підготовчий етап.
2. Мотиваційний етап.
3. Орієнтувальний етап.

4. Етап оволодіння компонентами методу.

5. Етап формування методу в “цілому”.

Основні компоненти векторного методу розв’язання задач:

1) переведення умови задачі на мову векторів:

- введення векторів,
- вибір системи координат,
- вибір базисних векторів,
- розкладання векторів по базисним;

2) утворення системи векторних рівностей;

3) спрощення векторних рівностей;

4) перетворення векторних рівностей на початкову мову задачі;

5) пояснення розв’язку задачі

Специфічні розумові дії, які входять до складу діяльності, спрямованій на використання векторного методу.

1. Перекладати геометричні означення на мову векторів.

2. Виконувати операції над векторами.

3. Перетворювати вектор у вигляді суми або різниці декількох векторів.

4. Представляти вектор у вигляді добутку вектора на число.

5. Виконувати дії над векторними співвідношеннями.

6. Переходити до мови векторів і навпаки до співвідношення між довжинами тощо.

7. Виражати довжину вектора через скалярний квадрат.

8. Виражати величину кута між векторами через їх скалярний добуток.

Геометричні задачі, які найкраще розв’язувати методом векторів:

1) задачі на доведення паралельності прямих та відрізків;

2) задачі на доведення того, що деяка точка ділить відрізок в деякому відношенні;

- 3) задачі на доведення належності трьох точок одній прямій;
- 4) задачі на доведення перпендикулярності прямих та відрізків;
- 5) задачі на доведення залежностей між довжинами відрізків;
- 6) задачі на знаходження величини кута.

Координатно-векторний метод відіграє важливу роль при розв'язанні школярами геометричних задач. В порівнянні з іншими методами розв'язання задач, координатно-векторний метод дозволяє уникнути штучних побудов, тим самим спрощуючи доведення великої кількості теорем та розв'язання багатьох геометричних задач, так як не потрібно використовувати велику кількість формул, ознак та властивостей фігур[19].

Координатно-векторний метод в шкільному курсі геометрії застосовується дуже рідко у зв'язку з тим, що навчальною програмою академічного та стандартного рівнів не передбачено вивчення координатно-векторного методу. Доцільніше розповісти дітям про координатний, векторний та координатно-векторний методи розв'язання задач в класах математичного профілю, на факультативах чи гуртках[27].

Перед використанням координатно-векторного методу до розв'язування задач доцільно виконати наступні кроки:

- 1) Сформулювати задачу на мові векторів чи координат.
- 2) Перетворити алгебраїчний вираз.
- 3) Перекласти знайдений результат на мову геометрії.

Перш ніж переводити задачу на координатно-векторну мову, необхідно визначити, чи доцільно розв'язувати задачу саме координатно-векторним методом.

Координатно-векторний метод використовують до розв'язування таких задач:

- задачі на доведення паралельності прямих (відрізків);
- задачі на поділ відрізка у певному відношенні або навпіл;

- задачі на обґрунтування, по типу, що три точки A, B, C лежать на одній прямій;
- задачі на доведення, по типу, що даний чотирикутник $ABCD$ – паралелограм;
- задачі на знаходження довжини відрізка;
- задачі на знаходження величини кута;
- задачі на пошук ГМТ;
- задачі на доведення залежностей між лінійними елементами.

Для підвищення ефективності доцільно використовувати як традиційні засоби наочності так і технічні, пов'язані з новими інформаційними технологіями, що полегшують роботу вчителя та покращують пізнавальний інтерес учнів до предмету, що в свою чергу підвищує ефективність навчального процесу. При вивченні дій над векторами рекомендовано організувати самостійну пізнавальну діяльність учнів з використанням групових та ігрових форм її організації[34].

Координатно-векторний метод в шкільному курсі геометрії використовується для розв'язання легких та середніх задач. Тому краще було б розглянути на факультативних заняттях більш складні та цікаві задачі, для поглиблення знань про координатно-векторний метод.

2.8 Характеристика системи вправ

В класах математичного профілю на вивчення математики виділяють 8-9 годин на тиждень, тим часом, як при навчанні на академічному чи стандартному рівня виділяють 3-4 години.

При вивченні координат в 5-6 класах дуже важливо приділяти особливу увагу на розміщення точок на прямій, саме в цей час закладається основи даної теми. Уся система вправ має бути спрямована

на формування вміння розв'язувати пряму й обернену задачі на визначення положення точки на координатній прямій і площині[21].

Вивчення координат в 9 слід починати з систематизації знань та умінь учнів засвоєних раніше. На відміну від 6 класу, де вивчалась лише координатна пряма і площина та розміщення точок на ній, зараз відбувається значне розширення теоретичної частини матеріалу, додаються градусні міри кутів, вивчаються тригонометричні формули, застосовуються різноманітні формули для знаходження координат точок, відстаней між ними тощо.

На цьому етапі відбувається означення та доведення основних теорем змістової лінії. Система задач спрямована на закріплення нових понять і використання доведених формул. У класах математичного профілю, на факультативах чи заняттях математичного гуртка доцільно ознайомити учнів з методом координат при розв'язуванні геометричних задач. Саме тому слід на прикладі задачі з розв'язуванням принаймні двох задач сформулювати правило-орієнтир методу координат[35].

Ідея вектора є однією з фундаментальних у сучасній математиці. На ній базується лінійна алгебра, аналітична і диференціальна геометрія, теорія багатовимірних просторів. Векторну алгебру широко застосовують в сучасній фізиці та технічних науках. У зв'язку зі зменшенням кількості годин, що приділяються на вивчення математики не дозволяють повноцінно використовувати векторний метод на уроках. Безперечно в класах з поглибленим вивченням математики та математичного профілю, на факультативах, додаткових курсах чи математичних гуртках рекомендовано використовувати векторний метод до розв'язання як найпростіших так і складних геометричних задач.

У класах математичного профілю значну увагу при вивченні координат та векторів виділяють на доведення теорем теми, учні використовують вже відому інформацію про вектори та координати,

застосовують означення, теореми, формули та правила-орієнтири, які вони виводять самі або з вчителем.

При вивченні даної теми дуже часто учні зіштовхуються з задачами, які є однією зі складових видів завдань[20]. Виділяють такі типи задач:

1) Задачі на застосування однієї дії (формули).

Один з найпростіших видів задач, так як умова задачі задається аналітично, при розв'язанні задачі використовується одна формула, з якою виконується одна чи декілька дій відповідно.

2) Задачі на застосування декількох дій (формул).

Для розв'язання даної задачі, необхідно застосувати декілька простих формул, зазвичай розв'язання задач такого типу виконується поступово. Спочатку знаходять одні дані, без яких виконання наступних дій є неможливим, а згодом і повністю знаходять відповідь шляхом застосування наступної формули.

3) Алгоритмічні задачі.

Тип задач, в якому при розв'язанні використовуються алгоритми або правила-орієнтири, виведені учнем чи вчителем. Зазвичай такі задачі мають однакову структуру і відрізняються лише числами або розв'язуються ззаду наперед.

4) Задачі на доведення.

Задачі, в яких необхідно довести рівність, правильність умови тощо. До таких задач також відносять задачі в яких необхідно самому вивести алгоритм дій в задачі або розробити правило-орієнтир для всіх задач даного виду.

Проаналізувавши підручники з геометрії для профільного вивчення математики можна зробити такий аналіз використання задач різними авторами підручників.

Кількість задач	Задачі на застосування однієї дії	Задачі на застосування декількох дій	Алгоритмічні задачі	Задачі на доведення
Автори				
А.Г. Мерзляк	58	72	41	36
О.С. Істер	69	48	39	32
М.І. Бурда	62	52	43	29
Г.П.Бевз	71	58	53	39
Є.П. Нелін	54	55	62	28
А.П. Єршова	63	68	34	35

Проаналізувавши підручники з математики, можна зрозуміти, що майже всі автори більш націлені на доведення та виведення і застосування алгоритмів чи правил-орієнтирів. Як на мене найкраще з цим впорався А.Г. Мерзляк, у своєму підручнику він не лише вводить приклади на застосування однієї дії, а й дає учням різнорівневі задачі, що сприяють кращому засвоєнню матеріалу та закріпленню умінь та навичок[4].

РОЗДІЛ 3 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

З метою перевірки ефективності вивчення математики на профільному рівні було проведено експериментальне дослідження. Дослідницько-експериментальна робота з проблеми дослідження проводилась протягом 2019-2020 років в три етапи.

I етап – констатувальний етап

Цей етап передбачав аналіз навчальних планів та програм профільних класів, затверджених Міністерством освіти та науки, психолого-педагогічної та методичної літератури з теми дослідження, вивчалися та аналізувалися основні першоджерела щодо досліджуваної проблеми, систематизовано результати спостережень, визначені конкретні завдання дослідження та розроблено план роботи.

Особлива увага приділялась вивченню проблеми дослідження шляхом аналізу психолого-педагогічної, наукової та навчально-методичної літератури; ознайомлено з зарубіжним та вітчизняним досвідом викладання координат та векторів в старшій школі; проаналізовано стан вивчення основ теорії координат та векторів у класах фізико-математичного профілю; розроблено тести для учнів, метою яких є виявлення рівня оволодіння учнями основ теорії змістової лінії «Координати та вектори», з'ясування рівня використання учнями набутих знань до розв'язування прикладних задач.

Для визначення стану математичної підготовки з теми дослідження було проведено експериментальне дослідження у якому взяли участь учні 10 класів загальноосвітньої школи I-III ступенів №35 та загальноосвітньої школи I-III ступенів №48. Всього 42 здобувачі освіти. Саме тому було здійснено відвідування занять викладачів, спостереження за діяльністю викладачів та учнів, здобувачам освіти, які навчаються за рівнем стандарту, було запропоновано 5 завдань

розв'язання яких пов'язано з застосуванням властивостей координат та векторів.

Завдання 1. Точка C — середина відрізка AB , $A(-5; 7; -3)$, $C(-3; -5; 0)$. Знайдіть координати точки B .

Завдання 2. Дано точки $A(5; -12; 7)$, $B(0; y; 3)$, $C(x; 17; -14)$, $D(15; 0; z)$. При яких значеннях x , y і z є правильною рівністю $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Завдання 3. Використовуючи вектори, доведіть, що чотирикутник $ABCD$ з вершинами в точках $A(-4; 2; 5)$, $B(-6; 3; 0)$, $C(12; -8; 1)$ і $D(14; -9; 6)$ є паралелограмом.

Завдання 4. Дано $\vec{m} \uparrow \vec{n}$, $|\vec{m}| = 5\sqrt{2}$, $\vec{n} = (4; -1; 7)$. Знайти координати вектора \vec{m} .

Завдання 5. Знайдіть кут між векторами $\vec{m} = \vec{a} + b\vec{n} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, якщо $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 4$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$.

Результати наведені у таблиці 3.1:

Таблиця 3.1

№ завдання	Кількість учнів що розв'язали завдання школа № 35	% учнів, що впорались з завданням школи №35	Кількість учнів що розв'язали завдання школа № 48	% учнів, що впорались з завданням школи №48
1	15	88,2%	22	88%
2	11	64,7%	17	68%
3	6	35,2%	9	36%
4	3	17,6%	5	20%

5	0	0%	1	4%
---	---	----	---	----

Завдання 1-3 є стандартними завданнями з даної теми взяті зі шкільного підручника 10 класу А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський «Математика», тому з ними учні впорались найкраще. На відміну від завдань 4-5, які вважаються завданнями підвищеної складності. З таким рівнем завдань найчастіше зустрічаються учнів, які вивчаються математику на профільному рівні, відвідують математичні гуртки чи факультативи. З цими завданнями правильно впорались лише одиниці учнів.

Аналіз результатів констатувального етапу експерименту дозволив зробити висновок про невисокий рівень сформованості у учнів вмінь застосовувати векторний та координатний методи для розв'язання задач високого рівня складності, що свідчить про малу кількість завдань з даної теми та недостатню варіативність завдань.

III етап – пошуковий експеримент

Включає в себе вивчення особливостей організації педагогічного контролю результатів навчання змістової лінії «Координати та вектори», визначення контролю результатів навчально-пізнавальної діяльності учнів, визначення та створення умов рівневої системи контролю результатів навчання.

Відбувається пошук методів, форм та засобів навчання, в тому числі комп'ютерних засобів навчання, що стимулюють учнів до самоосвіти та збагачують їх різними видами пізнавальної діяльності в процесі навчання.

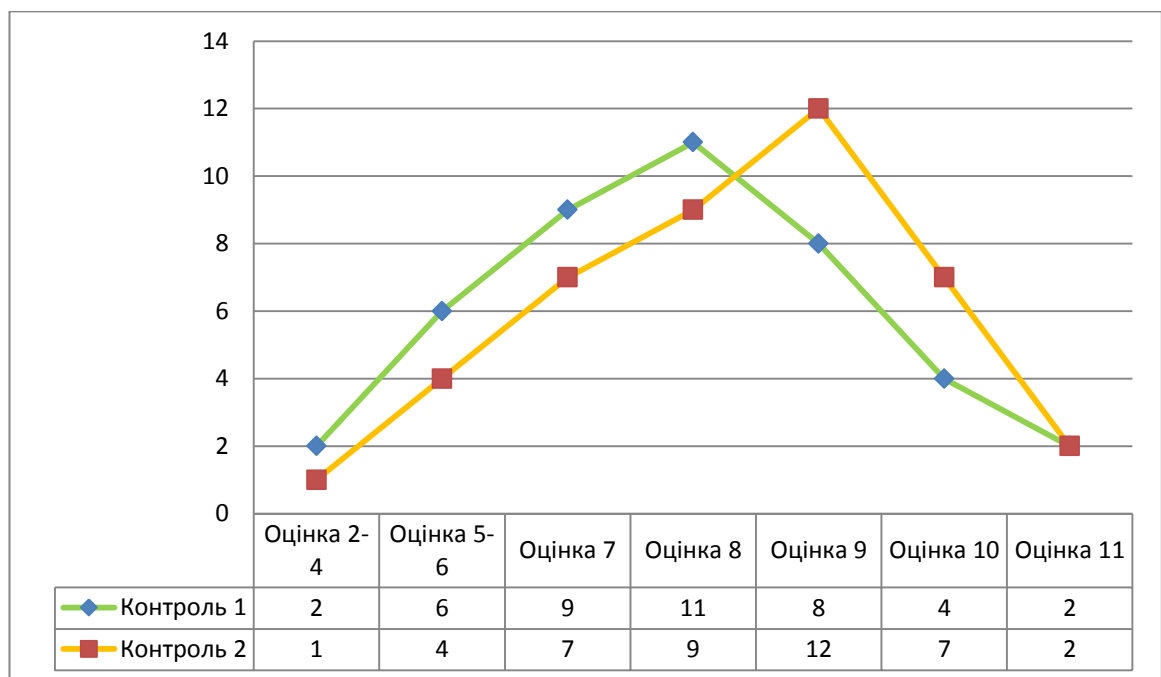
Знайшовши та проаналізувавши навчально-методичну літературу по темі дослідження та підвівши результатами пошуку я можу зробити такі висновки, що найкращими варіантами для перевірки рівня

засвоєння знань, умінь та навичок учнями з теми дослідження є контрольні та самостійні роботи з теми. Виходячи з цього мною були розроблені контрольні роботи з теми «Координати та вектори» для учнів, що вивчають математику на профільному та стандартному рівнях.

III етап – формувальний етап.

Головним завданням даного етапу є перевірка ефективності розроблених контрольних робіт та аналіз результатів педагогічного експерименту. Контроль проводився з використанням методичних матеріалів, розроблених в процесі проведення дослідження. Проаналізовано результати попереднього та підсумкового контролів якості засвоєння знань учнями, за результатами дослідження побудовано діаграми.

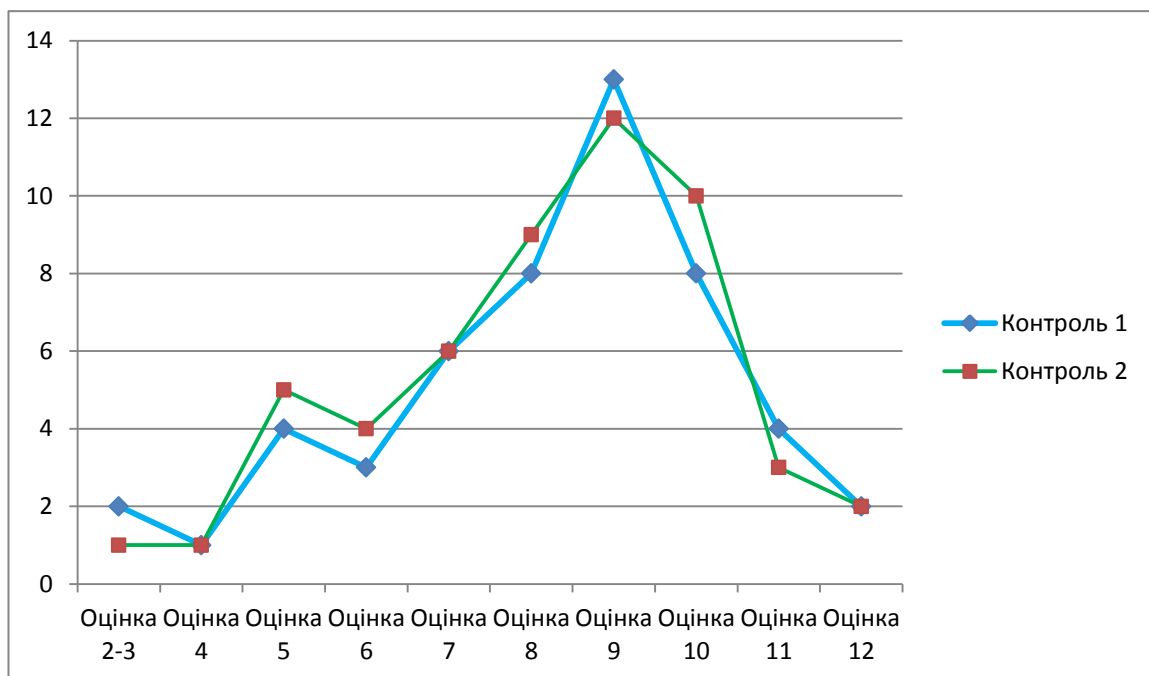
Рис. 3.1



За результатами підсумкового контролю (Контроль 2) можна зробити висновок, що контрольна робота з теми «Координати та вектори» для класів, що вивчають математику на стандартному рівні є

доцільною, та може бути використана при проведенні підсумкового тематичного контролю з даної теми.

Рис.3.2



Провівши експериментальне дослідження, можна зробити такі висновки:

- протягом останнього десятиріччя рівень геометричної компетентності учнів з теми «Координати та вектори» значно зменшився;
- навчальна програма з математики для профільних класів майже не змінюється протягом останніх років, що може бути однією з причин недостатньої геометричної компетентності учнів;
- учні краще засвоюють матеріал, якщо на уроках застосовувати інформаційні комп'ютерні технології, зокрема програми Matcad, Gran2, Gran 3Dтощо.

ВИСНОВКИ

Результати проведеного теоретичного дослідження та педагогічного експерименту дають підстави для наступних висновків.

1. Аналіз навчально-методичної, психолого-педагогічної, наукової літератури та шкільної практики дозволив з'ясувати важливість геометричної освіти для школярів, зокрема вивчення змістової лінії «Координати та вектори» та її важливість для математичної освіти в цілому. Враховуючи, це вважаємо доцільним удосконалення традиційної методики навчання теми «Координати та вектори» у класах математичного профілю, використання інформаційних комп'ютерних технологій на уроках математики, що надають можливість формувати знання, уміння і навички на основі прийомів створення зображень, необхідних для цілісного бачення просторових зображень, при яких розвивається образне мислення учнів.
2. У результаті аналізу літератури з проблеми дослідження було уточнено категоріальний апарат, зокрема поняття «координатна площина» трактують як «дві взаємно перпендикулярні прямі, які перетинаються у їх спільному початку координат», а поняття «вектор» описують як «впорядкована пара точок» або «напрявлений відрізок».
3. На рівні державних стандартів чинна програма до математичної підготовки учнів з теми «Координати та вектори» приділяє такі вимоги:
 - вміти будувати у просторовій прямокутній системі координат вектори за їх координатами;
 - вільно користуватись координатним та векторним методами розв'язування задач;
 - користуватись формулами при розв'язуванні задач;
 - обчислювати суму, різницю, добуток векторів тощо.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. – 3-тє вид., перероб. і доп. – К.: Вища шк., 1989. – 367 с.
2. Бурда М. І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти / М. І. Бурда // Педагогіка і психологія. – 1996. – № 1. – С. 40–45.
3. БевзГ.П., БевзВ.Г., ВладіміровВ.М., ВладіміроваН.Г. Геометрія. Профільний рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої школи – К. : Видавничий дім «Освіта», 2018. – 272 с.: іл.
4. БевзГ.П., БевзВ.Г., ВладіміроваП.Г., ВладіміровВ.М. Геометрія: 11 кл. підруч. для загальноосвіт. навч. закл. : академ. рівень, профіл. рівень – К. : Генеза, 2011. – 339с. :іл. – Бібліогр. : с.310.
5. Болтянський В. Г. Вектори в курсі геометрії середньої школи : посіб. для вчителів / В. Г. Болтянський, І. М. Яглом. – К. : Державне учбово-педагогічневиробництво «Радянська школа», 1964. – 89 с
6. Виленкин Н.Я., Дуничев К.И., Калужнин Л.А., Столяр А.А. Современные основышкольного курса математики. – М.: Просвещение, 1980. – 240 с.
7. Возняк Г. М., Маланюк М. П. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики: Посібник для вчителя. – К.: Рад. Шк., 1989. – 128 с.
8. Возняк О.Г. Метод координат у геометричних задачах. Навч. посібник. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2013. — 64 с.
9. Возняк Г.М., Возняк О.Г. Прикладні задачі: від теорії до практики. Тернопіль: Мандрівець, 2003. — 136 с.
- 10.Гельфанд И. М., Глаголева Е. Г, Кириллов А. А. Метод координат. - М. : Наука, 1966. - 80 с.

11. Говоров В. М. Збірник конкурсних задач з математики для абітурієнтів /
12. В. М. Говоров, П. Т. Дибов, В. М. Мірошин, С. Ф. Смірнова. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2007. – 480 с.
13. Гусятников П. Б. Векторная алгебра в примерах и задачах : уч. пособ. для вузов / П. Б. Гусятников, С. В. Резниченко. – М. : «Высшая школа», 1985. – 232 с.
14. Григорьев С. Г. Векторная алгебра и аналитическая геометрия : уч. пособ. по высшей математике / С. Г. Григорьев. – М. : Информационно-внедренческий центр «Маркетинг», 2000. – 120 с.
15. Грохольська А. Декартові координата на площині та в просторі на кодопозитивах / У Математика в школі. - 2006. - № 2. - С. 17-23.5.
16. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики / Я. И. Груденов. – М. : Просвещение, 1990. – 224 с.
17. Дороговцев А.Я. Метод координат / А.Я. Дороговцев, М.І. Ядренко. – К.: Вища школа, 1972. – 96 с.
18. Дудко О.М. Викладання пропедевтичного курсу геометрії в початкових класах. // Початкова школа, 1991, № 11.
19. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч.І. Допрофільна підготовка / Упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єргіна. – Х.: Вид-во «Ранок», 2011. – 376 с.
20. Ільїн В. А. Аналітична геометрія. / В. А. Ільїн, Э.Г. Позняк – М. : «Наука», головна редакція фізико-математичної літератури, 1981. – 232 с.
21. Істер О.С. Геометрія: підручн. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. – Київ: Генеза, 2017. – 240 с.: іл.

22. Колягин Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: Учебн. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. Институтов / Б.М. Колягин, В.А. Оганесян, В.Я. Саннинский, Г.Л. Луканин. – М. : Просвещение, 1975. – 462 с.
23. Крайзман М.Л. Розв'язування геометричних задач методом координат / М.Л. Крайзман. – К.: Рад. шк., 1983. – 114с.
24. Кушнір І.А. Методи розв'язання задач з геометрії: Кн. для вчителя / І.А. Кушнір. – К. : Абрикос, 1997. – 464с.
25. Лабораторні та практичні роботи по методиці викладання математики: Навч. посібник для студентів фіз.-мат. спец. пед. інст. / Е.І. Лященко. – М.: Просвіта, 1988. – 223 с.: іл.
26. Медяник А.Г. Учителеві про шкільний курс геометрії: Кн. для вчителя / А.Г. Медяник [Пер. з рос.]. – К.: Рад. шк., 1988. – 156с.
27. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: Підручн. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х.: Гімназія, 2009. – 272 с.: іл.
28. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: підручн. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів – Х.: Гімназія, 2017. – 240 с.: іл.
29. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія. Профільний рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої школи – Х. : Гімназія, 2018. – 240 с. : іл.
30. Міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З. І. Слєпкань : тези доповідей. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. – 352 с.
31. Понтрягін Л. С. Метод координат. — М. : Наука, 1978. - 128 с.
32. Практикум з методики навчання математики. Основна школа: навчальний посібник для організації практичних занять і самостійної роботи студентів математичних

- спеціальностей педагогічних університетів / за редакцією В. О. Швеця - К. : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2012. - 267 с.
33. Програми з математики для 5-11 кл. загальноосвітньої школи / Міністерство освіти України. – К., 2012. – 167 с.
34. Рибкін М.О. Збірник задач з геометрії / М. О. Рибкін. – К.: Рад. шк., 1973. – Ч.1 – 128 с.
35. Рибкін М.О. Збірник задач з геометрії / М. О. Рибкін. – К.: Рад. шк., 1973. – Ч.2 – 88 с.
36. Рогановский Н. М. Методика преподавания математики в средней школе: Учеб.пособие для пед. ин-тов. – Минск: Высшая шк., 1990. – 266с.
37. Сачков Ю. В. Фундаментальные науки как стратегический ресурс развития / Ю. В. Сачков // Вопросы философии. – 2007. – № 3. – С. 76– 89.
38. Слепкань З. І. Методика навчання математики: Підручник для студентів математичних спеціальностей пед. навчальних закладів/ З. І. Слепкань – 2-ге вид., допов. і перероб. – К.: Вища шк., 2006. – 582с.
39. Слепкань, З. І. Методика навчання математики : підруч. для студентів мат. спец. ВПНЗ / З. І. Слепкань. — 2-е вид., доп. і перероб. — Київ : Вища шк., 2006. — 582 с.
40. Слепкань, З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З. І. Слепкань. — Тернопіль : Підручники і посібники, 2004. — 240 с.
41. Смогоржевський О. С. Метод координат. - К. : Рад.школа 1959. - 40 с
42. Сотніченко І. І. Підготовка вчителів природничих дисциплін до профільного навчання старшокласників у системі підвищення

- кваліфікації: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.04 / І. І. Сотніченко. — К., 2009. — 22 с.
43. Степанов Е. Н. Методология моделирования воспитательной системы образовательного учреждения / Е. Н. Степанов // Педагогика. — 2001. — №2 4. — С. 14- 19.
44. Стеценко П.Є. Курс вищої математики для технікумів, інститутів: Навч.-метод. посіб. — К. : Генеза, 2002. — 312 с.
45. Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць : в 3-х томах. — Кривий Ріг : Видавничий відділ КДПУ, 2001. — Т. 1: Теорія та методика навчання математики. — 370 с.
46. Тесленко І.Ф. Методика преподавания геометрии / І.Ф. Тесленко, С.М. Чашечников, Л.И. Чашечников. — К.: Рад. шк, 1986. — 169 с.
47. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. — М.: Просвещение, 1989. — 192с.
48. Фуше Л. Педагогика математики: Пер. с фр. — М.: Просвещение, 1979. — 128с.
49. Швець В. Формування і розвиток здібностей учнів 5-6 класів під час навчання математики / Василь Швець // Математика в школі. — 2010. — № 5. — С. 19-24
50. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу та геометрія: Навч. посібник. / — К.: Техніка, 2000. — 544 с.: іл.

Додаток А

КОДЕКС АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ ЗДОБУВАЧА ВИЩОЇ ОСВІТИ ХЕРСОНСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Я, Мунтян Вікторія Василівна, учасниця освітнього процесу Херсонського державного університету, **УСВІДОМЛЮЮ**, що академічна доброчесність – це фундаментальна етична цінність усієї академічної спільноти світу.

ЗАЯВЛЯЮ, що у своїй освітній і науковій діяльності **ЗОБОВ'ЯЗУЮСЯ**:

– дотримуватися:

- вимог законодавства України та внутрішніх нормативних документів університету, зокрема Статуту Університету;
- принципівта правил академічної доброчесності;
- нульової толерантності до академічного плагіату;
- моральних норм та правил етичної поведінки;
- толерантного ставлення до інших;
- дотримуватися високого рівня культури спілкування;

– надавати згоду на:

- безпосередню перевірку курсових, кваліфікаційних робіт тощо на ознаки наявності академічного плагіату за допомогою спеціалізованих програмних продуктів;
- оброблення, збереження й розміщення кваліфікаційних робіт у відкритому доступі в інституційному репозитарії;
- використання робіт для перевірки на ознаки наявності академічного плагіату в інших роботах виключно з метою виявлення можливих ознак академічного плагіату;

– самостійно виконувати навчальні завдання, завдання поточного й підсумкового контролю результатів навчання;

– надавати достовірну інформацію щодо результатів власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використаних методик досліджень та джерел інформації;

– не використовувати результати досліджень інших авторів без використання покликань на їхню роботу;

– своєю діяльністю сприяти збереженню та примноженню традиційуніверситету, формуванню його позитивного іміджу;

– не чинити правопорушень і не сприяти їхньому скоєнню іншими особами;

– підтримувати атмосферу довіри, взаємної відповідальності та співпраці в освітньому середовищі;

– поважати честь, гідність та особисту недоторканність особи, незважаючи на її стать, вік, матеріальний стан, соціальне становище, расову належність, релігійні й політичні переконання;

- не дискримінувати людей на підставі академічного статусу, а також за національною, расовою, статевою чи іншою належністю;
- відповідально ставитися до своїх обов'язків, вчасно та сумлінно виконувати необхідні навчальні та науково-дослідницькі завдання;
- запобігати виникненню у своїй діяльності конфлікту інтересів, зокрема не використовувати службових і родинних зв'язків з метою отримання нечесної переваги в навчальній, науковій і трудовій діяльності;
- не брати участів будь-якій діяльності, пов'язаній із обманом, нечесністю, списуванням, фабрикацією;
- не підроблювати документи;
- не поширювати неправдиву та компрометуючу інформацію про інших здобувачів вищої освіти, викладачів і співробітників;
- не отримувати і не пропонувати винагород за несправедливе отримання будь-яких переваг або здійснення впливу на зміну отриманої академічної оцінки;
- не залякувати й не проявляти агресії та насильства проти інших, сексуальні домагання;
- не завдавати шкоди матеріальним цінностям, матеріально-технічній базі університету та особистій власності інших студентів та/або працівників;
- не використовувати без дозволу ректорату (деканату) символіки університету в заходах, не пов'язаних з діяльністю університету;
- не здійснювати і не заохочувати будь-яких спроб, спрямованих на те, щоб за допомогою нечесних і негідних методів досягати власних корисних цілей;
- не завдавати загрози власному здоров'ю або безпеці іншим студентам та/або працівникам.

УСВІДОМЛЮЮ, що відповідно до чинного законодавства у разі недотримання Кодексу академічної доброчесності буду нести академічну та/або інші види відповідальностей до мене можуть бути застосовані заходи дисциплінарного характеру за порушення принципів академічної доброчесності.



05.11.2020

Мунтян Вікторія Василівна