МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХЕРСОНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК, ФІЗИКИ ТА МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРИ, ГЕОМЕТРІЇ ТА МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

ТЕМА «НЕРІВНОСТІ» В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ АЛГЕБРИ В КОНТЕКСТІ ПІДГОТОВКИ ДО ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Кваліфікаційна робота (проєкт)

на здобуття ступеня вищої освіти “магістр”

Виконала: студентка 221М групи
Спеціальності 014.04 Середня освіта (математика)
Освітньо-професійної (наукової) програми «Середня освіта (Математика)» другого (магістерського) рівня вищої освіти
Спасьонова Тетяна Юріївна

Керівник: доцент, кандидат фізико-математичних наук
Бистрянцева Анастасія Миколаївна
Рецензент: доктор фізико-математичних наук, професор
Львов Михайло Сергійович

Херсон – 2020

ЗМІСТ

ВСТУП

Тема «Нерівності» починає вивчатись учнями ще в молодшій школі, проте основну увагу їй приділяють починаючи з 9 класу. Саме в цей період відбувається поглиблене знайомство учнів з темою «Нерівності» та продовжується вивчатись до 11. На перший погляд у завданнях зовнішнього незалежного оцінювання, тема «Нерівності» посідає не ключове місце. Посилаючись на офіційні звіти зовнішнього незалежного оцінювання попередніх років (Офіційний звіт про проведення в 2019 році зовнішнього незалежного оцінювання) [44, с. 200-222], було виявлено, що тема «Нерівності» входить до змістової лінії «Рівняння і нерівності».

Основним завданням зовнішнього незалежного оцінювання є забезпечення кожному громадянину рівних умов доступу до вищої освіти, оскільки саме результати оцінювання є основними показниками, які дозволяють учням вступати до закладів вищої освіти України. Крім того, тестування дозволяє об’єктивно оцінити рівень знань випускників закладів середньої освіти.

Актуальність даної роботи полягає у необхідності розробки методичних рекомендацій щодо вивчення нерівностей в закладах середньої освіти, узагальнення знань про нерівності при підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання.

Мета дослідження – визначення рівня значущості та ролі теми «Нерівності» при підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

Для реалізації поставленої мети визначено наступні **завдання дослідження:**

1. Проаналізувати навчально-методичну літературу, чинні програми та підручники з математики, відповідно до теми дослідження;

2. Проаналізувати вправи, що потрапили до тестів, та офіційні звіти про проведення зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти;

3. Дослідити рівень засвоєння знань та умінь здобувачів освіти з теми «Нерівності».

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами: 0117U001734 «Формування професійної компетентності майбутніх вчителів математики на сучасному етапі соціально-економічного розвитку України».

Об'єктом дослідження є процес навчання теми «Нерівності» в контексті підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

Предметом дослідження є особливості розв'язування нерівностей в процесі підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання.

Методи дослідження. Досягненню мети дослідження і розв'язанню поставлених завдань сприяло використання комплексу методів дослідження, а саме: теоретичних (вивчення аналіз та узагальнення науково-педагогічної літератури, синтез, порівняння та систематизація), які дали можливість виявити й узагальнити дослідницькі матеріали.

Наукова новизна одержаних результатів.

По темі дослідження розроблено достатню кількість науково-педагогічної літератури, посібників, статей та ін. Проте дана теми досі залишається актуальною і дозволяє проводити нові дослідження, аналізувати всеможливі методи вдосконалення нерівностей в контексті підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання.

Практичне значення одержаних результатів полягає у розробці методичних рекомендацій щодо формування і розвитку теми «Нерівності» у контексті підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання.

Апробація результатів дисертації. Дослідження висвітленні у статті «Роль теми «Нерівності» при підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання з математики», були опубліковані в збірці «Класичні та прикладні проблеми у наукових дослідженнях здобувачів вищої освіти і молодих вчених: історичний та сучасний аспекти».

РОЗДІЛ 1
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТЕМИ «НЕРІВНОСТІ» В КОНЕКСТІ ПІДГОТОВКИ ДО ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ

1.1 Аналіз програми міністерства освіти і науки

Основними завданнями курсу алгебри у 7-9 класах є формування вмінь та навичок для розв’язання тотожних перетворень, цілих та дробових виразів, розв’язування рівнянь і нерівностей та їх систем, яких буде достатньо для свідомого їх використання у вивченні, а також для практичного застосування. Важливим є в залучення учнів до використання рівнянь і нерівностей для математичного моделювання життєвих ситуацій, природних процесів і явищ.

Початкові відомості в учнів формуються в процесі вивчення властивостей числових нерівностей, лінійних нерівностей з однією змінною та квадратних нерівностей. Розглядається розв’язування систем двох лінійних нерівностей з однією змінною.

Поглиблено розділ «Нерівності» починає вивчатись в дев’ятому класі та включає в себе такі теми:

- Числові нерівності. Основні властивості числових нерівностей.
- Нерівності зі змінними. Лінійні нерівності з однією змінною.
- Числові проміжки.
- Рівносильні нерівності.
- Системи лінійних нерівностей з однією змінною.

Під час вивчення теми «Нерівності» учні наводять приклади: числових нерівностей; нерівностей зі змінними; лінійних нерівностей з однією змінною; подвійних нерівностей; пояснюють що таке об’єднання та перетин числових проміжків; формулюють:

- властивості числових нерівностей, властивості нерівностей зі змінною;

– означення: розв'язку лінійної нерівності з однією змінною, рівносильних нерівностей;

Також учні розбирають основні властивості числових нерівностей; позначають: перетин та об'єднання числових множин, числові проміжки задані нерівностями; вчяться записувати розв'язки нерівностей та систем нерівностей як об'єднання числових проміжків або відповідних нерівностей. На вивчення всіх тем даного розділу за програмою дається лише 14 годин.

Розглянемо навчальну програму з математики для 10-11 класів (рівень стандарту).

У курсі математики старшої школи набувають розвитку такі змістові лінії: обчислення, вирази і перетворення, рівняння та нерівності. Збільшується різновидність нерівностей та їх систем, методів їх розв'язування.

У рівні стандарту тему «Нерівності» вивчають тільки в 10-му класі та входить вона, лише до одного розділу «Показникова та логарифмічна функції», на вивчення якого дається 16 годин. Під час вивчення теми «Найпростіші показникові та логарифмічні рівняння і нерівності» учні розв'язують найпростіші показникові та логарифмічні рівняння і нерівності (Навчальна програма з математики) [36].

Розглядається навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів (профільний рівень).

Наповнення програми змістовими лініями, підштовхує учнів до вивчення та зацікавленості нових тем. Формуються відповідні знання, вміння та навички. Розвиваються здібності, що допомагають обґрунтовувати необхідність застосування математики в повсякденному житті, готують майбутніх випускників до подальшого життя.

Передбачається, що випускники загальноосвітнього навчального закладу:

1) логічно мислять (аналізують та порівнюють, прогнозують результат, узагальнюють і систематизують, класифікують математичні об'єкти за певними властивостями, наводять контрприклади, висувають та перевіряють гіпотези); володіють алгоритмами та евристиками;

2) користуються відповідними джерелами для пошуку математичної інформації, можуть обробити і просинтезувати, передавши основний математичний зміст у будь-якій формі;

3) виконують тотожні перетворення алгебраїчних, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразів під час розв'язування різних задач (рівнянь, нерівностей, їх систем, геометричних задач, задач із застосуванням тригонометрії);

4) аналізують графіки функціональних залежностей, досліджують їхні властивості; використовують властивості елементарних функцій для аналізу та опису реальних явищ, фізичних процесів, залежностей;

5) володіють методами математичного аналізу в обсязі, що дозволяє досліджувати властивості елементарних функцій, будувати їх графіки і розв'язувати нескладні прикладні задачі.

Для курсу «Алгебра і початки аналізу» однією з провідних змістових ліній навчання є функціональна, тому у процесі навчання приділяється особлива увага дослідженням властивостей функцій у тій чи іншій формі. Важливо при цьому демонструвати взаємозв'язок між основними поняттями курсу: функція, рівняння та нерівність. Зокрема, розв'язання рівняння $f(x) = 0$, нерівностей $f(x) > 0$, $f(x) < 0$, є окремими випадками задачі на дослідження функції $y = f(x)$ (знаходження нулів функції та проміжків її знакосталості).

В 10-му класі тема «Нерівності» включається у три розділи (Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів) [39]:

1. Функції, многочлени, рівняння і нерівності. – 36 год

– Нерівності. Метод інтервалів. (учні виконують ділення многочленів з остачею, користуються теоремою Безу при розв'язуванні рівнянь та нерівностей; розв'язують найпростіші рівняння з параметрами, нерівності за допомогою методу інтервалів)

2. Степенева функція (учні розв'язують ірраціональні рівняння та нерівності, зокрема з параметрами; застосовують властивості функцій до розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей.) - 24 год.

– Ірраціональні рівняння. Ірраціональні нерівності.

– Ірраціональні рівняння, нерівності з параметрами.

3. Тригонометричні рівняння і нерівності (учні розв'язують тригонометричні рівняння та нерівності, зокрема з параметрами.)- 42 год.

1. Тригонометричні нерівності.

2. Тригонометричні рівняння і нерівності з параметрами.

3. Рівняння і нерівності, які містять обернені тригонометричні функції.

4. Похідна та її застосування – 50 год.

– Застосування похідної для доведення тотожностей та нерівностей, а також для розв'язування рівнянь і нерівностей.

– Застосування першої та другої похідних до дослідження функцій та побудови їх графіків.

– Нерівність Йєнсена та її застосування. (Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів) [39]

В 11-му класі тема «Нерівності» зустрічається в розділах

1. Показникова та логарифмічна функції (розрізняють види рівнянь та їх систем, нерівностей та їх систем, методи розв'язування рівнянь і нерівностей та їх систем; застосовують загальні методи та прийоми до розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем; розв'язують рівняння, нерівності, системи рівнянь та нерівностей з параметрами). – 36 годин

– Методи розв’язування нерівностей з однією змінною (рівносильні перетворення, метод інтервалів, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо).

2. Нерівність Коші як наслідок нерівності Йєнсена (Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів) [39].

Розглянемо навчальну програму з математики для 10-11 класів (рівень стандарту)

У курсі математики старшої школи набувають розвитку такі змістові лінії: обчислення, вирази і перетворення, рівняння та нерівності.

У рівні стандарту тему «Нерівності» вивчають тільки в 10-му класі та входить вона, лише до одного розділу «Показникова та логарифмічна функції», на вивчення якого дається 16 годин. Під час вивчення теми «Найпростіші показникові та логарифмічні рівняння і нерівності.» учні розв’язують найпростіші показникові та логарифмічні рівняння і нерівності.

1.2 Характеристика наукових статей з теми дослідження

Ідея загальної перевірки математичних знань школярів з’явилася від першого року проведення зовнішнього тестування. Математика – одна з найважливіших шкільних дисциплін. Крім того, випускники показували аж надто низькі результати, цей висновок вкотре було підтверджено міжнародним дослідженням PISA (36% школярів України математику взагалі не знають).

На ЗНО 2015 року 57% випускників 11 класів не змогли розв’язати задачу: «Розв’яжіть нерівність $10-3x>4$» (саме в такому формулюванні). Відтоді ситуація не змінилася.

Математика є складним предметом і поки ЗНО з математики було добровільним, його вибирали тільки ті, кому математика в майбутньому знадобиться. Таких школярів було майже 40%. Що буде, коли тестуватися підуть всі випускники. Включаючи 60% тих, хто планує вступати на гуманітарні факультети (Школьний О. В.) [49].

Цю проблему розуміють і в центрі незалежного тестування, тим більше, що з подібною ситуацією вони вже мали справу в перші роки проведення ЗНО. Тоді завдання в середньому були складніші і їх розв’язували неналежно. Тому складність завдань поступово зменшувалася. Якщо лінійна нерівність виявилася складним завданням у 2015 році, то в наступних її замінили на більш просту. З введенням обов’язкового тестування рівень завдань ЗНО знижено (Школьний О. В.) [49].

У багатьох школах в старших класах освіта вже декілька років є профільною. Сенс цього підходу в тому, щоб дозволити учню сконцентруватися на тих предметах, які пов’язані з його майбутньою професією. На ці дисципліни виділяється більше годин. Впровадження профільної освіти призвело до того, що у більшості школярів кількість годин математики зменшилася до 3 уроків на тиждень.

Займатися підготовкою учнів до ЗНО з математики потрібно, починаючи ще з 5 класу. Ця підготовка полягає у знайомстві учнів з різними видами тестових завдань, систематичному повторенні матеріалу, що вивчається. Успішне виконання учнями завдань зовнішнього незалежного оцінювання з математики спирається на успішне засвоєння як теоретичного матеріалу курсу математики, так і методів розв’язування задач. Велику увагу приділяється повторенню навчального матеріалу, узагальненню та систематизації знань та навичок учнів. Оскільки розв’язування задач під час виконання тесту ЗНО не передбачає застосування калькуляторів та інших обчислювальних засобів, то удосконалення вмінь та навичок усних та письмових обчислень необхідно здійснювати на кожному уроці математики. Необхідно знайомити учнів з технікою тестування, привчати їх виконувати завдання швидко, постійно контролюючи час, щоб максимально наблизити їх до умов, у яких вони працюватимуть під час зовнішнього оцінювання. Також якісна підготовка та ЗНО передбачає організацію самоосвітньої діяльності учнів щодо повторення курсу математики під керівництвом учителя (Школьний О. В.) [49].

Розглянемо психолого-педагогічні передумови підготовки учнів старшої школи до незалежного оцінювання якості знань з математики, оскільки для досягнення належного результату під час навчання учнів старшої школи потрібно знати їх вікові й індивідуальні психологічні особливості та умови психічного розвитку. Період підготовки до ЗНО з математики учнів старшої школи припадає на період пізнього підліткового віку та ранньої юності, який характеризується активним пізнанням навколишнього світу, формуванням власної системи цінностей, енергійністю, зростанням екстраверсії, пошуком власного місця в суспільному та особистому житті. У цей час продовжується статеве дозрівання, яке здебільшого характеризується високим рівнем емоційності у сприйнятті оточуючої дійсності, категоричністю суджень та оцінок явищ та процесів, з якими стикається учень. Через це надзвичайно важливим підчас підготовки до ЗНО з математики є влив на психоемоційну сферу учня (Школьний О. В.) [49]. Важливо проводити заняття таким чином, щоб мати з учнями емоційний зв’язок, подавати матеріал і додатково намагатися зробити це подання цікавим, в міру емоційним. Важливим фактором під час підготовки до стандартизованих оцінювань є намагання учня старшої школи інтегруватися в соціальне життя, що призводить до підвищення рівня внутрішньої мотивованості до навчання, а особливо – до результатів цього навчання. Важливим джерелом забезпечення якості підготовки до ЗНО з математики є використання ІКТ під час здійснення цієї підготовки. Під час проведення підсумкових занять добре себе зарекомендували мультимедійні технології (презентації в Power Point з використанням можливостей MS Office) (Школьний О. В.) [49].

Одна з найпоширеніших помилок в іспиті з математики - неуважне прочитання умови задачі. Багато хто думає, що зрозуміли суть питання по типовому початку завдання або варіантів відповіді до нього. Часто абітурієнти люблять називати пастками те, що насправді таким не є - досить забетонувати в своїй пам’яті області допустимих значень для логарифмів, дробів і коренів. Важливо навчитися не втрачати мінус і перевіряти свою відповідь, навіть якщо він очевидний.

1.3 Аналіз шкільних підручників з математики

Розглянемо, яким чином влаштовані шкільні підручники з математики різних авторів, та що входить до розгляду теми «Нерівності».

Для початку розглянемо підручники під авторством О. С. Істера (Істер О.С., Єргіна О.В.) [19, 20, 21].

Вивчення алгебри у дев’ятому класі починається з розділу «Нерівності», до якого входять такі теми як:

1. Числові нерівності;
2. Основні властивості числових нерівностей;
3. Почленне додавання і множення нерівностей;
4. Нерівності зі змінними. Розв’язок нерівності;
5. Числові проміжки. Переріз та об’єднання множин;
6. Лінійні нерівності з однією змінною. Рівносильні нерівності;
7. Системи лінійних нерівностей з однією змінною, їх розв’язування.

Кожна тема починається з вивчення теоретичного матеріалу (означень, властивостей, теорем, наслідків та формул). За ним слідують покрові приклади розв’язування тих, чи інших нерівностей.

Після першого розділу, для засвоєння вивченого матеріалу, надруковані нерівності різних типів та рівнів складності.

Також у другому розділі «Квадратична функція» розглядається тема «Квадратні нерівності». У цій темі учні використовують навички розв'язування квадратних рівнянь, будують графіки функцій та ін. (Істер О. С., Єргіна О. В.) [23, с. 5-66, 111-119].

У підручнику профільного «Алгебра і початки аналізу» в одинадцятому класі тема «Нерівності» вивчається в розділі «Показникова та логарифмічна функції». До даного розділу входять такі теми як:

– Показникові нерівності. (розглядаються найпростіші показникові нерівності вигляду: $a^{f(x)} > b$; $a^{f(x)} < b$; $a^{f(x)} \geq b$; $a^{f(x)} \leq b$, де $a > 0$, $a \neq 0$, $b \in$ R; та різні методи їх розв'язання);

– Логарифмічні нерівності. (розглядаються нерівності виду $\log_a x > b$ та методи їх розв'язування);

– Системи показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей. (розв'язування логарифмічних і показникових нерівностей способом заміни змінної; розв'язування систем показникових і логарифмічних нерівностей з однією змінною);

– Показникові і логарифмічні рівняння та нерівності з параметром. Системи логарифмічних та показникових рівнянь з параметром (розв'язування показникових і логарифмічних неівностей з параметром).

У останньому четвертому розділі «Рівняння, нерівності та їх системи. Узагальнення та систематизація навчального матеріалу» подані методи розв'язування нерівностей з однією змінною та задачі для повного засвоєння теми

В даному підручнику також використовується теоретичний матеріал, та тільки його об'єм набагато менший ніж практична частина (Істер О. С., Єргіна О.В.) [20, с. 29-37, 81-123].

Перейдемо до аналізу шкільних підручників авторів А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір (Мерзляк А. Г., Полонський В.Б.) [35].

Зміст підручника з алгебри для дев'ятого класу дещо схожий зі змістом підручника О.С. Істера, та деякі відмінності все ж маються. Наприклад розглянемо перший розділ. До нього входять такі теми як:

1. Числові нерівності;
2. Основні властивості числових нерівностей;
3. Додавання і множення числових нерівностей. Оцінювання значення виразу;
4. Про деякі способи доведення нерівностей;
5. Нерівності з однією змінною;
6. Розв'язування лінійних нерівностей з однією змінною. Числові проміжки;
7. Системи лінійних нерівностей з однією змінною.

Також до розділу «Квадратична функція» входить тема «Розв'язування квадратних нерівностей».

В кожній темі знову ж таки достатня кількість теоретичного матеріалу та практичної частини. Учням дається можливість розглянути різні види нерівностей та способи їх розв'язування, тим паче, що в підручнику є вже розв'язані приклади, що набагато спрощує сприйняття.

За авторами А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Д. А. Номіровський у підручнику «Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень» тема «Нерівності» зустрічається і в десятому класі. Наприклад у розділі «Степенева функція» вивчається тема «Ірраціональні нерівності», де учні знайомляться з поняттям «рівносильне рівняння» та вчаться розв'язувати різні види ірраціональних рівнянь. У розділі «Тригонометричні рівняння і нерівності», учні знайомляться з темою «Тригонометричні нерівності», де розглядають найпростіші тригонометричні нерівності виду $f(x) > a$, $f(x) < a$ (Мерзляк А. Г., Полонський В.Б.) [35, с. 107-112, 248-257].

На цьому вивчення нерівностей в 10 класі закінчується, не дивлячись на досить маленький об'єм інформації.

В підручнику «Математика : алгебра і початки аналізу та геометрія, Рівень стандарту» за одинадцятий клас продовжується вивчення тем «Показникові нерівності» та «Логарифмічні нерівності». Теоретичного матеріалу стає набагато менше та й загалом цим темам приділяється невелика увага. На початку кожного параграфа подається незначна теоретична частина, далі подано деяку кількість практичного матеріалу. Тобто, загалом, ці параграфи слугують для згадування та узагальнення теми (Коваль Л. В., Скворцова С. О.) [30, с. 17-20, 36-40].

На жаль, та ж ситуація склалася у підручнику «Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень», лише додається тема «Основні методи розв'язування нерівностей». Дана тема є більш габаритною в порівнянні з логарифмічними і показниковими нерівностями. На початку параграфа дається таблиця різних типів нерівностей та умови їх рівносильності, далі пропонується вивчення різних методів розв'язування цих нерівностей і, звичайно ж, практична частина, в якій учні удосконалюють свої вміння та узагальнюють вивчений матеріал (Косоротова Є.І.) [31, с. 24-29, 61-68, 219-227].

За підручником «Алгебра 9 клас» Г. П. Бевз, В. Г. Бевз (Бевз Г. П., Бевз В. Г.) [1]. Вивчення курсу алгебри також починається з розділу «Нерівності» і включає в себе теми:

1) Загальні відомості про нерівності;
2) Властивості числових нерівностей;
3) Подвійні нерівності;
4) Розв'язування нерівностей з однією змінною;
5) Об'єднання і переріз множин. Числові проміжки;
6) Системи нерівностей з однією змінною;
7) Доведення нерівностей.

Знову ж таки в розділі «Квадратична функція» зустрічається тема «Квадратні нерівності». Також цікавими є додатки в кінці підручника, де знаходяться навчальні проекти під назвою «Цікаві нерівності». В цій частині подані різноманітні дослідження, ігри та вікторини на задану тему

Відмінністю цих підручників від підручників інших авторів, є досить великий об'єм теоретичного матеріалу, більше прикладів розряду «Виконуємо разом» та наявність цікавих табличок «Для тих, хто хоче знати більше». Та є й схожості, усі приклади поділені на декілька рівнів складності (Бевз Г. П., Бевз В. Г.) [1, с. 8-74, 118-126, 222-226].

У підручнику «Математика. Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту» для десятого класу Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. тема «Нерівності зовсім не зустрічається для окремого вивчення, на відміну від підручника «Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень» для 10 класу Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова.

У даному збірнику нерівності зустрічаються у темі «Ірраціональні нерівності» розділу «Степенева функція», де вивчаються нерівності які містять змінну під знаком кореня. Слідом йде вивчення найпростіших тригонометричних нерівностей, у яких невідомі містяться тільки під знаком тригонометричних функцій. Розглядаються приклади тригонометричних нерівностей, методів їх розв'язування та графічні побудови.

У даному підручнику обсяг інформації набагато менший в порівнянні з підручником за 9 клас. Досить невелика теоретична частина та невелика кількість прикладів (Бевз Г. П., Бевз В. Г.)[2].

У підручнику «Математика. Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту» авторів Г. П. Бевз а В. Г. Бевз для одинадцятого класу, порівняно з підручниками інших авторів, нерівності вивчаються в одній темі з рівняннями. Наприклад розглянувши розділ «Показникові та логарифмічні функції» видно, що рівняння з нерівностями поєднанні в темах «Показникові рівняння та нерівності» і «Логарифмічні рівняння та нерівності». Розглянувши обсяг інформації в цих темах легко помітити, що їм надається дуже мало уваги, теоретична частина припадає лише на розглядання прикладів розв’язування, що дуже погано впливає на подальше засвоєння матеріалу. Також нерівності зустрічаються у додатках, де подано лише деяку частину прикладів. На цьому вивчення нерівностей в одинадцятому класі завершується (Бевз Г. П., Бевз В. Г.) [4, с. 15-22, 30-6, 236-242].

Проаналізувавши шкільні підручники різних авторів, можливо зробити висновок, що основна увага темі «Нерівності» приділяється, безпосередньо у дев’ятому класі. Далі, на протязі десятого та одинадцятого класів розгляд теми зводиться до мінімуму, що в висновку досить негативним чином відображається на результатах зовнішнього незалежного оцінювання. Саме тому учням доводиться звертатися до додаткових джерел, таких як: репетитори, допоміжні методичні матеріали, наукові статті та ін.

РОЗДІЛ 2
МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕРІВНОСТЕЙ НА ЗОВНІШНЬОМУ НЕЗАЛЕЖНОМУ ОЦІНЮВАННІ

2.1. Особливості розв'язування завдань з нерівностями на зовнішньому незалежному оцінюванні

У світлі неперервної математичної освіти випускників закладів вищої освіти розглядаються проблеми, що виникають в учнів під час вивчення базового курсу математики. Оскільки однією з форм підсумкового контролю засвоєння курсу математики середньої школи є зовнішнє незалежне оцінювання (ЗНО), то в якості бази даних у ході проведення дослідження вибрані статистичні дані щодо результатів ЗНО за 5 останніх років. Проведено аналіз шкали, за допомогою якої здійснювався перехід від балів ЗНО до балів ДПА (Офіційний звіт про проведення в 2019 році ЗНО результатів навчання) [43]. Виявилось, що розподіл сертифікаційних балів з математики можна вважати експоненціальним, тоді як розподіл балів ДПА є близьким до нормального, хоча має додатну асиметрію. Аналіз показав, що випускники середньої школи, які орієнтуються на складання ЗНО з математики базового рівня, краще обізнані у розв'язанні прикладів, але показують набагато гірші результати у розв'язанні текстових завдань, задач з теорії ймовірностей та завдань з параметрами (Офіційний звіт про проведення в 2019 році ЗНО результатів навчання) [43]. Результати досліджень дозволяють зробити висновок, що саме такий підхід до вивчення математики сприяє формуванню алгоритмічного складу мислення, орієнтації учнів на здійснення загального аналізу завдання і відшукання шляхів їхнього розв'язання із застосуванням інструментарію елементарної математики. Аналіз отриманих результатів показав, що вивчення математики у середній школі формує в учнів навики розв'язання стандартних прикладів, однак не створює базу для вирішення комплексних завдань (Офіційний звіт про проведення в 2019 році ЗНО результатів навчання) [43].

Розглянемо, на прикладах, завдання зовнішнього незалежного оцінювання за минулі роки по темі «Нерівності» та методи їх розв'язання.

При підготовці до ЗНО з математики за 2016 рік у розділі «Рівняння, нерівності та їх системи до розгляду подані лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи; застосування рівнянь, нерівностей та їх систем до розв'язування текстових задач. Для простішого засвоєння знань, розділ розбито на теми:

1) рівняння з однією змінною, означення кореня (розв'язку) рівняння з однією змінною;

2) нерівність з однією змінною, означення розв'язку нерівності з однією змінною;

3) означення розв'язку системи рівнянь з двома змінними та методи їх розв'язань;

4) рівносильні рівняння, нерівності та їх системи;

5) методи розв'язування раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь і нерівностей.

Вивчаючи кожну тему окремо випускники загальноосвітніх закладів вчаться:

– розв'язувати рівняння і нерівності першого та другого степенів, а також рівняння і нерівності, що зводяться до них;

– розв'язувати системи рівнянь і нерівностей першого і другого степенів, а також ті, що зводяться до них;

– розв'язувати рівняння і нерівності, що містять степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні вирази;

– розв'язувати ірраціональні рівняння і нерівності, а також їх системи;

– застосовувати загальні методи та прийоми (розкладання на множники, заміна змінної, застосування властивостей функцій) у процесі розв’язування рівнянь, нерівностей та систем;

– користуватися графічним методом розв’язування і дослідження рівнянь, нерівностей та систем;

– застосовувати рівняння, нерівності та системи до розв’язування текстових задач; - розв’язувати рівняння і нерівності, що містять змінну під знаком модуля;

– розв’язувати рівняння, нерівності та системи з параметрами.

Розглянемо приклади, що ввійшли до основної сесії зовнішнього незалежного оцінювання, та методи їх розв’язування.

Укажіть число, що є розв’язкам нерівності $\frac{5}{x-3} \geq 1$.

Данна нерівність є звичайною нерівністю зі змінною. Для початку треба знайти область допустимих значень, потім будуємо числовий проміжок, де в нашому випадку, позначаємо виколоті точки. Зіставляємо знайдену ОДЗ та утворений проміжок і записуємо відповідь. Покрокове розв’язання даного завдання подано в додатку А.1.

Завдання виконали 58,16% випускників, 0,36% - не змогли з ним справитись.

Наступне завдання «Розв’яжіть нерівність $\log_3 x < -1$».

Дана нерівність є логарифмічною. Знаючи основні властивості логарифмів, дуже легко виконати обчислення. Детальний розв’язок можна розглянути в додатку А.2.

Розв’язали дану нерівність 24,85% учнів, 0,45 – не змогли.

Розберемо приклади, що увійшли до додаткової сесії.

Розв’яжіть нерівність $\left(\frac{3}{7}\right)^{x-5} > \frac{3}{7}$.

Розв’язок подано в додатку А.3.

Розглянемо останній приклад білету зовнішнього незалежного оцінювання за 2016 рік.

Розв’яжіть нерівність $\frac{x+3}{x-2} > 0$.

Дана нерівність, також є нерівністю зі змінними. Аналогічно, для її розв’язання, знаходимо область допустимих значень, будуємо числовий проміжок і зіставляємо результати. Наглядний приклад розв’язання подано в додатку А.4.

«Аналіз результатів сертифікаційної роботи показав, що чимала кількість учасників зовнішнього незалежного оцінювання з математики має недостатні знання основних співвідношень тригонометрії, у них недостатньо сформовані базові вміння та навички з перетворення логарифмічних виразів, тому розв’язання відповідних рівнянь та нерівностей викликало труднощі» (Зовнішнє незалежне оцінювання 2016) [12]; (Офіційний звіт про проведення в 2016 році зовнішнього незалежного оцінювання) [42].

На черзі завдання з нерівностями, які ввійшли до білетів зовнішнього незалежного оцінювання за 2017 рік. Для початку розв’яжемо нерівності, що подані в основній сесії.

Розв’яжіть нерівність $\log_2 x < b$, використавши рисунок.(Рис. 2.1.1)

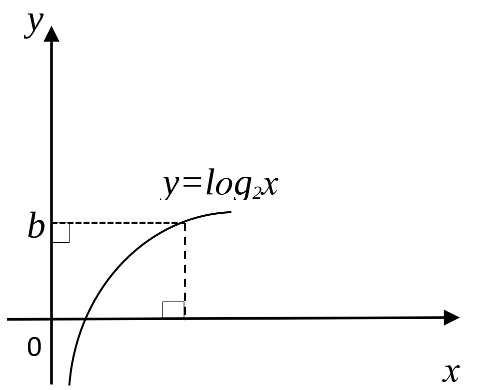


Рис. 2.1.1

Ми бачимо приклад логарифмічної нерівності доповнений графіком, що на першу думку, ускладнює завдання. Тому більшість учнів може помилково приділити цьому занадто велику увагу та неправильно розв'язати завдання. Метод розв'язування даної нерівності подано в додатку Б.1.

Нерівність розв'язало 45,2% учнів, 0,3% - не справились (Зовнішнє незалежне оцінювання 2017)[14].

Перейдемо до завдань, що ввійшли у додаткову сесію.

«Яке з наведених чисел є розв'язком подвійної нерівності

$5 \leq 3^x \leq 15$?»

Таблиця 2.1.1

А	Б	В	Г	Д
5	4	3	2	1

Дане задання розв'язується методом підстановки. Найбільш підходящим варіантом відповіді є $x = 2$.

Дане завдання змогли виконати лише 25% випускників, взагалі не виконали 0,6%.

Розв'яжіть нерівність $\frac{2x-4}{x+1} < 0$.

Для розв'язання цієї нерівності можна спробувати два способи: знаходження ОДЗ та побудови числового проміжку, або складання системи де розглядаються усі можливі значення x, при яких будуть справджуватись умови нерівності. Один з способів розв'язання можна спостерігати в додатку Б.4.

Проаналізувавши результати виконання завдань зовнішнього незалежного оцінювання виявлено, що три чверті учасників не змогли розв'язати логарифмічну нерівність. Оскільки розв'язання практично всіх завдань з курсу алгебри та геометрії в старших класах базується на застосуванні навичок, набутих у 5–9-х класах, то помилки, допущені під час обчислень, скорочень або розв'язування найпростіших рівнянь та нерівностей, призводять до неправильної відповіді в завданнях на теми, що вивчаються в 10–11-х класах (Зовнішнє незалежне оцінювання 2017) [15]; (Офіційний звіт про проведення в 2017 році зовнішнього незалежного оцінювання) [45].

У завданнях зовнішнього незалежного оцінювання за 2018 нерівності стають дещо складнішими. Що в основній, що в додатковій сесії завдання розбиті на приклади з варіантами відповіді та приклади з розгорнутою відповіддю.

Розглянемо перше завдання основної сесії.

Розв’яжіть нерівність $2^x + 2^{x+3} \geq 144$.

Для розв’язання цієї нерівності не потрібно володіти поглибленими знаннями теми. Достатньо знати основні правила такі, як наприклад, винесення спільного множника за дужки. Покрокове розв’язання нерівності подано в додатку В.1.

Нерівність змогли розв’язати 56,8% учасників, не виконали завдання – 0,9%.

Розв’яжіть нерівність $\frac{\log_a x}{x^2+(a-4)x+4-2a} \leq 0$ залежно від значень параметра a.

Недивно, що нерівність має найвищий рівень складності, адже до її складу входять: нерівність зі змінною, логарифмічна та квадратна нерівності т нерівність з параметром. Відразу зрозуміло, що на розв’язання цієї вправи знадобиться чимало часу та отриманих, під час останніх трьох років, знань. Коротко розпишемо алгоритм розв’язання даної нерівності.

Для початку необхідно знайти допустимі значення запропонованого параметра. Потім визначимо область допустимих значень змінної та корені квадратного тричлена в знаменнику. Для розв’язання логарифмічної нерівності можна використати метод інтервалів. На останок скласти до купи усі корені функції та записати відповідь.

Детальний розклад розв’язування завдання можна розглянути в додатку В.2.

Повністю виконали це завдання лише 0,2% випускників, 87,8% - не впорались взагалі (Зовнішнє незалежне оцінювання 2018)[13].

Оскільки завдання з розгорнутою відповіддю в додатковій сесії аналогічне завданню з основної, ми розглянемо лише нерівність, з варіантом відповіді у додатковій сесії.

Розв’яжіть нерівність $|x+4|\cdot(x-1)<0$.

Це звичайна нерівність зі змінною, з додаванням модуля. Для розв’язання даного прикладу необхідно знати властивості модуля. Повністю ознайомитися з розв’язанням можна у додатку В.3.

Розв’язування чи не всіх завдань з курсу алгебри та геометрії в старших класах базувалося на застосуванні навичок, набутих у 5–9-х класах, то помилки, зроблені тестованими під час обчислень, скорочень або розв’язування найпростіших рівнянь і нерівностей, призвели до неправильних розв’язань завдань з тем, які вони вивчали в старшій школі.

Найбільші труднощі виникли в учасників тестування під час розв’язування завдань з розгорнутою відповіддю. Про це свідчить той факт, що майже дві третини учасників не змогли отримати жодного бала за завдання з розгорнутою відповіддю 31, 32 та 33. Повністю розв’язати їх спромоглися лише 9,4 %, 1,8 % та 0,2 % учасників відповідно (Офіційний звіт про проведення в 2018 році зовнішнього незалежного оцінювання)[42]; (Зовнішнє незалежне оцінювання 2018)[12].

Перейдемо до завдань атестаційної роботи зовнішнього незалежного оцінювання за 2019 рік. У цьому випадку розподіл складності вправ виконано аналогічно як і в білетах за 2018 рік. Розглянемо на прикладах.

Яке з наведених чисел є розв’язком нерівності $|x|>3$?

Таблиця 2.1.2

А	Б	В	Г	Д
3	1	0	-3	-8

Розв'язання нерівності подано в додатку Г.1.

Виконало завдання 57,9% усіх учасників, 0,5% - з ним не впоралось.

«Задано систему нерівностей $\begin{cases} \frac{x+1}{x-2} \geq 0, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2sin^2(\pi a)+\cos(2\pi a)+x} > a, \end{cases}$, де x – змінна, a - стала.

1. Розв'яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв'язків другої нерівності системи залежно від значень a.
3. Визначте всі розв'язки системи залежно від значень a».

Розв'язання завдання ділиться на три етапи:

На першому етапі розв'язуємо першу нерівність системи за допомогою методу інтервалів. Також визначаємо ОДЗ змінної.

На наступному етапі ми переходимо до другої нерівності системи. Насамперед учням треба згадати формулу подвійного аргументу та основну тригонометричну тотожність. Потім під час розв'язання показникової нерівності з параметром треба виконати логарифмування, згадавши його основні формули та властивості.

На останньому етапі співставляються розв'язки попередніх дій та знаходяться значення параметру. Повний розв'язок вправи подано у додатку Г.2.

Змогли виконати дане завдання лише 0,2% з усіх учасників.

Серед учасників зовнішнього незалежного оцінювання з математики близько 40 % не змогли розв'язати квадратне рівняння, хоча вміння розв'язувати такі рівняння є базовим, його відпрацьовують понад три навчальні роки. Водночас більше половини тестованих правильно визначили число, що є розв'язком нерівності з модулем.

Очікувано, що найскладнішим для учасників зовнішнього незалежного оцінювання виявилося завдання з параметром, яке належить до завдань найвищого когнітивного рівня. Його розв'язання потребує не лише знаходження множини розв'язків наведеної нерівності залежно від значень сталої а, а й ґрунтовного аналізу й, на його основі, синтезу результатів. Про це свідчить той факт, що отримати за завдання 33 три й більше балів змогли лише 0,8 % тестованих, а один або два бали – 14,9 % учасників тестування (Офіційний звіт про проведення в 2019 році зовнішнього незалежного оцінювання)[44]; (Зовнішнє незалежне оцінювання 2019)[15]; (Зовнішнє незалежне оцінювання 2019)[14].

У білеті зовнішнього незалежного оцінювання за 2020 рік увага темі «Нерівності» приділяється дуже незначна.

Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 6 > 2x, \\ 7x - 28 \leq 0. \end{cases}$

Розв'язуються подібні приклади достатньо легко. Для початку знайдемо ОДЗ, потім позначимо розв'язки на числовій прямій. Знайшовши перетин, записуємо відповідь (Додаток Д.1).

Дане завдання виконало 37,5% випускників, лише 0,2% - не впорались. Розв'язування найпростіших рівнянь і нерівностей, призводили до отримання неправильної відповіді в завданнях із тем, які вивчають у 10–11-х класах. Це значить, що недостатня відпрацьованість навичок, що мали бути сформовані в 5–9-х класах негативно вплинула на результат зовнішнього незалежного оцінювання (Офіційний звіт про проведення в 2020 році зовнішнього незалежного оцінювання) [45]; (Зовнішнє незалежне оцінювання 2020) [17]; (Зовнішнє незалежне оцінювання 2020) [16].

2.2 Методичні особливості розв'язування нерівностей

Основна увага темі «Нерівності», в шкільному курсі з математики, починає приділятись в дев'ятому класі, тут у підручниках їй присвячений цілий розділ. Розглянемо, які саме теми, типи нерівностей і методи їх розв'язання увійшли до підручників в закладах вищої освіти.

У підручниках з алгебри дев'ятого класу, до розділу «Нерівності» увійшли такі теми:

1. Числові нерівності:

– вводиться поняття числової нерівності;

– вводиться означення додатного та від'ємного чисел;

– приводять до означення порівняння чисел ($a > b$, якщо $a - b > 0$; $a < b$, якщо $-b < 0$; $a = b$, якщо $a - b = 0$).

– розглядаються всі можливі типи та методи розв'язування саме числових нерівностей (наприклад: $(a + 1)(a + 2) > a(a + 3)$, $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, тощо).

2. Основні властивості числових нерівностей:

— Властивість 1. Якщо $a > b$, то $b < a$; якщо $a < b$, то $b > a$.

— Властивість 2. Якщо $a > b$ і $b > c$, то $a > c$; якщо $a < b$ і $b < c$, то $a < c$.

— Властивість 3. Якщо $a > b$ і p – будь-яке число, то $a + p > b + p$. (Наслідок: якщо $a > b + m$, то $a - m > b$; якщо деякий доданок перенести з однієї частини правильної нерівності у другу, змінивши при цьому його знак на протилежний, то одержимо правильну нерівність.)

— Властивість 4. Якщо $a > b$ і $p > 0$, то $ap > bp$; якщо $a < b$ і $p < 0$, то $ap < bp$ (якщо обидві частини правильної нерівності помножити або поділити на одне й те саме додатне число, то одержимо правильну нерівність; якщо обидві частини правильної нерівності помножити або поділити на одне й те саме від'ємне число та замінити знак нерівності на протилежний, то одержимо правильне нерівність. Наслідок: якщо $a > 0,\ b > 0$, і $a > b$ то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.).

— Учні вчаться розв'язувати такі нерівності, як наприклад: $\frac{1}{15} < \frac{x}{15} < \frac{5}{15},\ 1 < x < 5, 2 < 3x - 1 < 14$, тощо.

3. Почленне додавання і множення нерівностей. Оцінювання значення виразу:

— Теорема (про почленне додавання нерівностей).

Якщо $a < b$ і $c < d$, то $a + c < b + d$. Це означає, що при почленному додаванні правильних нерівностей однакового знака результатом є правильна нерівність того самого знака.

— Теорема (про почленне множення нерівностей).

Якщо $a < b$ і $c < d$, де a, b, c, d – додатні числа, то $ac < bd$. Це означає, що при почленному множенні правильних нерівностей однакового знака, у яких ліві та праві частини - додатні числа, результатом є правильна нерівність того самого знака (Наслідок: якщо $a\ i\ b$ – додатні числа і $a < b$, то $a^n < b^n$, де n – натуральне число.).

— Всі розглянуті властивості нерівностей є правильними й у тому випадку, коли нерівності є нестрогими: якщо $a \geq b$ і $c \geq d$, то $a + c \geq b + d$; якщо $a \geq b$ і $c \geq d$, де a, b, c, d – додатні числа, то $ac \geq bd$; якщо $a \geq b$ і $a\ i\ b$ – додатні числа, то $a^n \geq b^n$, де n – натуральне число.

4. Нерівності зі змінними. Розв'язок нерівності:

– Вводяться основні означення розв'язку та розв'язання нерівності з однією змінною (розв'язком нерівності з однією змінною називається значення змінної, яке перетворює її у правильну числову нерівність. Розв'язати нерівність означає знайти всі її розв'язки або довести, що розв'язків немає).

– Можна сказати, що розв'язати нерівність означає знайти множину її розв'язків.

– Вводиться означення рівносильних нерівностей (нерівності називаються рівносильними, якщо вони мають одну й ту саму множину розв'язків.

– Розглядаються нерівності виду: $\sqrt{x+2}<7$, $-\frac{30}{x}<-7$, $(x-1)^2>0$, тощо.

5. Числові проміжки. Переріз та об'єднання множин:

– Множина розв'язків нерівності записується за допомогою числових проміжків.

– Числовим проміжком називають множину всіх чисел, що задовольняють нерівність.

– Розберемо на прикладі, що таке числовий проміжок і як його використовувати:

Приклад: Розв'язати подвійну нерівність $-4<x<1$.

Цю нерівність задовольняють усі числа, які більші за -4 і менші від 1, тобто ті числа, що на координатній прямій містяться між числами -4 і 1. Множиною всіх чисел, що задовольняють нерівність $-4<x<1$, є проміжок від -4 до 1 і позначається (-4;1). Щоб показати на координатній прямій множину всіх чисел, що належать проміжку (-4;1), його виділяють штриховкою, як позначено на Рис. 2.2.1. При цьому точки -4 і 1 зображують «порожніми» або «виколотими».

Число -1 задовольняє нерівність $-4<x<1$, а число 2 її не задовольняє. У такому разі кажуть, що число -1 належить проміжку (-4;1), а число 2 йому не належить (Рис. 2.2.2). Отже, кожне число, що задовольняє нерівність $-4<x<1$, належить проміжку (-4;1), і навпаки, кожне число, що належить проміжку (-4;1), задовольняє нерівність $-4<x<1$.

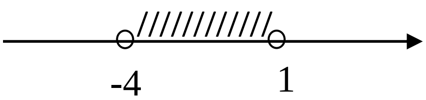


Рис. 2.2.1

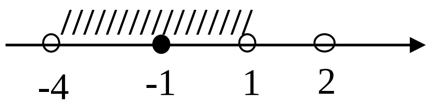


Рис. 2.2.2

– Вводяться поняття перерізу і об'єднання множин та числових проміжків:

Перерізом множин A і B називають множину, яка складається з елементів, що належать кожній з множин A і B.

Перерізом числових проміжків називають множину, що містить усі числа, які належать кожному із цих проміжків.

Об'єднанням множин A і B називають множину, що складається з усіх елементів, які належать хоча б одній з множин A або B.

Об'єднанням числових проміжків називають множину, що складається з усіх чисел, які належать хоча б одному із цих проміжків.

6. Лінійні нерівності з однією змінною. Рівносильні нерівності:

– Вводиться поняття лінійної нерівності з однією змінною:

Нерівності вигляду $ax > b, ax \geq b, ax < b, ax \leq b,$ де x – змінна, a і b – деякі числа, називаються лінійними нерівностями з однією змінною.

– Вводиться поняття рівносильності:

Нерівності, що мають одні й ті самі розв'язки, називаються рівносильними. Нерівності, що не мають розв'язків, також є рівносильними.

– Розглядаються основні властивості лінійних нерівностей:

1) Якщо в будь-якій частині нерівності розкрити дужки або звести подібні доданки, то отримаємо нерівність, рівносильну даній;

2) Якщо в нерівності перенести доданок з однієї її частини в іншу, змінивши його знак на протилежний, то отримаємо нерівність, рівносильну даній;

3) Якщо обидві частини нерівності помножити або поділити на одне й те саме додатне число, то отримаємо нерівність, рівносильну даній; якщо ж обидві частини нерівності помножити або поділити на одне й те саме від'ємне число, змінивши при цьому знак нерівності на протилежний, то отримаємо нерівність, рівносильну даній

– Нерівності вигляду $0x > b, 0x \geq b, 0x < b, 0x \leq b$ або не мають розв'язків, або їх розв'язком є будь-яке число.

7. Системи лінійних нерівностей з однією змінною, та їх розв'язування:

– Вводиться поняття розв'язку та розв'язання системи нерівностей:

Розв'язком системи нерівностей з однією змінною називається значення змінної, яке перетворює кожну нерівність системи в правильну числову нерівність.

Розв'язати систему нерівностей означає знайти всі її розв'язки або довести, що розв'язків немає.

– Усі розв'язки системи нерівностей утворюють множину розв'язків системи нерівностей. Якщо система розв'язків не має, то множиною її розв'язків є порожня множина. Отже, щоб розв'язати систему нерівностей, треба знайти множину її розв'язків.

– Встановлюється послідовність дій для розв'язання системи нерівностей:

1) Розв'язати кожну з нерівностей системи;
2) Зобразити множину розв'язків кожної з нерівностей на координатній прямій;
3) Знайти переріз цих множин, який і буде множиною розв'язків системи;
4) Записати відповідь.

На цьому вивчення теми «Нерівності» в дев'ятому класі закінчується. Отже, підіб'ємо підсумки, в дев'ятому класі учні середніх шкіл знайомляться з найпростішими неріностями, їх застосуванням, основними властивостями та методами розв'язання (Істрер О. С.)[23, с. 5-66].

В підручниках з математики 10-го класу рівня стандарту увага темі «Нерівності» не приділяється взагалі, навідміну від підручників з алгебри і початків аналізу. В даних підручниках починають вивчатися ірраціональні та тригонометричні нерівності. Вперше нерівності в десятому класі розглядаються в розділі «Степенева функція» під час вивчення темі «Ірраціональні нерівності». Розглянемо що саме вивчається в темі.

Для початку вводиться безпосередньо саме означення ірраціональної нерівності:

Нерівність називається ірраціональною, якщо вона містить змінну під знаком кореня.

Далі розглядаються типи ірраціональних нерівностей.

1) Найпростіші ірраціональні нерівності, нерівності вигляду: $\sqrt[n]{x} > a, \sqrt[n]{x} \geq a, \sqrt[n]{x} < a, \sqrt[n]{x} \leq a,$ де $a \in \mathbb{R}, n \in \mathrm{N}, n \geq 2.$ Якщо n – непарне, то після піднесення обох частин нерівності до степеня n отримаємо нерівність рівносильну даній.

2) Нерівності вигляду $\sqrt[n]{f(x)} > \sqrt[n]{g(x)}$, $\sqrt[n]{f(x)} \geq \sqrt[n]{g(x)}$. Якщо n – непарне, то піднесенням до степеня n отримаємо рівносильну нерівність.

Зауваження:

– Якщо n – парне, то нерівність $\sqrt[n]{f(x)} > \sqrt[n]{g(x)}$ рівносильна системі $\begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$;

– Аналогічно нерівність $\sqrt[n]{f(x)} \geq \sqrt[n]{g(x)}$ рівносильна системі $\begin{cases} f(x) \geq g(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$.

3) Нерівності вигляду $\sqrt{f(x)} < g(x), \sqrt{f(x)} \leq g(x)$. Розглянемо нерівність $\sqrt{f(x)} < g(x)$, оскільки $\sqrt{f(x)} \geq 0$, а $g(x) > \sqrt{f(x)}$, то має виконуватись умова $g(x) > 0$. За цієї умови підносимо до квадрата обидві частини початкової нерівності, що є невід'ємним, і отримаємо нерівність-наслідок, доповнимо її ще нерівністю для ОДЗ: $\sqrt{f(x)} \geq 0$. Отже,

8. Нерівність $\sqrt{f(x)} < g(x)$ рівносильна системі нерівностей

$$\begin{cases} f(x) < g^2(x), \\ f(x) \geq 0, \\ g(x) > 0. \end{cases};$$

9. Аналогічно нерівність $\sqrt{f(x)} \leq g(x)$ рівносильна системі нерівностей

$$\begin{cases} f(x) \leq g^2(x), \\ f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0. \end{cases}.$$

4) Нерівність вигляду $\sqrt{f(x)} > g(x), \sqrt{f(x)} \geq g(x)$. Розглянемо нерівність $\sqrt{f(x)} > g(x)$, її ОДЗ: $f(x) \geq 0$. Якщо $g(x) < 0$, то для будь-якого x із ОДЗ нерівність буде правильною. Якщо ж $g(x) \geq 0$, то обидві частини нерівності є невід'ємними. піднесемо їх до квадрата, матимемо: $f(x) > g^2(x)$. Оскільки $g^2(x) \geq 0$, а $f(x) > g^2(x)$, то нерівність $f(x) \geq 0$ виконується автоматично.

Підбивши підсумки отримаємо:

– Нерівність $\sqrt{f(x)} > g(x)$ рівносильна сукупності систем

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geq 0; \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) > g^2(x). \end{cases} \end{array}\right.$$

– Аналогічно нерівність $\sqrt{f(x)} \geq g(x)$ рівносильна сукупності систем

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geq 0; \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) \geq g^2(x). \end{cases} \end{array}\right.$$

5) Розв'язування ірраціональних нерівностей, що містять кілька квадратних коренів. Нерівності вигляду вигляду $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} > a$ (або $\geq a, < a, \leq a$) де $a \in \mathbb{R}$, $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} > \sqrt{t(x)}$ та їм подібні починають розв'язуватись зі знаходженням ОДЗ нерівності.

6) Розв'язування ірраціональних нерівностей методом інтервалів. Більш складні ірраціональні нерівності записані у вигляді $f(x) > 0$ (або $f(x) \geq 0, f(x) < 0, f(x) \leq 0$), де $f(x)$- ірраціональний вираз, зручно розв'язувати методом інтервалів.

7) Ірраціональні нерівності з параметрами. Якщо для будь-якого $x \in$ M виконується нерівність $f(x) \geq 0$ і $g(x) \geq 0$, то нерівності $f(x) > g(x)$ і $\left(f(x)\right)^{2k} > \left(g(x)\right)^{2k}$, $k \in$ N, рівносильні множині M (Істер О. С., Єргіна О. В.)[19, с. 118-131].

В підручнику №Алгебра і початки аналізу 10 клас (профільний рівень) авторів А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. вивчення неівностей закінчується, навідміну від підручника за авторством О. С. Істер, О. В. Єргіна., тут ми продовжуємо темою «Тригонометричні нерівності» (Істер О. С., Єргіна О. В.) [19].

Для почату введемо означення тригонометричної нерівності:

Нерівність, що містить змінну під знаком тригонометричної функції, називається тригонометричною нерівністю (наприклад: $\sin x > \frac{1}{2}, 4\tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right) > -\sqrt{3},$ тощо)

Розглянемо основні типи тригонометричних нерівностей, їх властивості та методи розв'язання:

1) Найпростіші тригонометричні нерівності – нерівності вигляду $\sin t > a,\ \cos t > a,\ \tan t > a,\ \cot t > a$ та ті, які отримуються, якщо в них знак $>$ замінити на один із знаків $\geq$, $<$ або $\leq$.

2) Тригонометричні нерівності, що зводяться до найпростіших. Нерівності, відмінні від найпростіших, можна звести до найпростіших за допомогою тригонометричних формул.

3) Розв'язування тригонометричних нерівностей за допомогою заміни змінних. Як і тригонометричні рівняння, деякі тригонометричні нерівності можна розв'язати за допомогою введення нової змінної.

4) Розв'язування тригонометричних нерівностей методом інтервалів. Розв'язуючи нерівність $f(x) > 0$ (або $f(x) \geq 0, f(x) < 0, f(x) \leq 0$), де $f(x)$- тригонометричний вираз, не завжди можна звести її до одного з вище згаданих видів нерівностей. У такому разі розв'язати нерівність можна методом інтервалів (Істер О. С., Єргіна О. В.) [19].

Алгоритм застосування методу інтервалів для розв'язування тригонометричних нерівностей:

– Подати вираз $f(x)$ у вигляді суми тригонометричних функцій у першому степені;

– Знайти T – період $f(x)$, ним може бути найменше спільне кратне періодів кожного з доданків;

– Розв'язати рівняння $f(x) = 0$ на проміжку завдовжки T;

– Розбити проміжок T областю визначення і нулями функції $f(x)$ на скінченну кількість проміжків та знайти знак $f(x)$ на кожному з них;

– Залежно від знайдених знаків з урахуванням періодичності $f(x)$ записати відповідь (Мерзляк А. Г., Полонський В.Б., Якір М.С.)[35, с. 107-112].

В одинадцятому класі учні середньої школи вивчають більш складні нерівності. Таким чином програма підручників починається з розділу «Показникова та логарифмічна функції», до якого увійшли теми «Показникові нерівності» та «Логарифмічні нерівності». Почнемо розгляд з першої.

Розберемо, що ж таке показникова нерівність:

Найпростішими показниковими нерівностями називаються нерівності вигляду: $a^{f(x)} > b$, $a^{f(x)} < b$, $a^{f(x)} \geq b$, $a^{f(x)} \leq b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, $b \in \mathbb{R}$.

Розглянемо методи розв'язання нерівності виду $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ подані в таблиці 2.2.1.

Таблиця 2.2.1

Нерівність вигляду $a^{f(x)} > a^{g(x)}$	
$0 < a < 1$	$a > 1$
Рівносильна нерівності $f(x) < g(x)$ (знак нерівності змінюється на протилежний)	Рівносильна нерівності $f(x) > g(x)$ (знак нерівності не змінюється)

Так само розв'язуються нерівності виду $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$.

Під час розв'язування більш складних показникових нерівностей використовують ті самі методи, що й для розв'язування рівнянь: спосіб винесення спільного множника за дужки, заміну змінної тощо, що дає змогу зводити нерівність до найпростішої (Бевз Г. П., Бевз В. Г.) [4, с. 15-22]; (Істер О. С., Єргіна О. В.) [20, с. 29-38]; (Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Якір М. С. та ін.) [31, с. 24-29]..

Що стосується логарифмічних нерівностей, то нерівність називають логарифмічною, якщо змінна міститься під знаком логарифма (наприклад $\log_5 x > 2,\ \log_3 x + \log_3(x+1) > -1$, тощо)

Якщо нерівність має вигляд $\log_a x > b$; $\log_a x \geq b$; $\log_a x < b$; $\log_a x \leq b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, b – число, то її вважають найпростішою логарифмічною нерівністю.

Під час розв'язування найпростіших логарифмічних нерівностей слід пам'ятати:

1) Якщо $a > 1$, то при переході від логарифмічної нерівності до нерівності, що не містить логарифма, знак нерівності не змінюється; якщо ж $0 < a < 1$, то знак нерівності змінюємо на протилежний;

2) Коли в нерівності, отриманій з логарифмічної, не справджується умова $x > 0$, то обов'язково враховується ОДЗ змінної в нерівності. Якщо умова $x > 0$ справджується, то звертати увагу на ОДЗ не обов'язково.

Розглянемо нерівності вигляду $\log_a f(x) > \log_a g(x)$, $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$. Область допустимих значень змінної кожної із цих нерівностей знаходиться із системи нерівностей $\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{cases}$.

Отже, узагальнимо метод розв’язання нерівності $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ у таблиці 2.2.2 (нерівність $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$ розв’язується аналогічно).

Таблиця 2.2.2

Нерівність вигляду $\log_a f(x) > \log_a g(x)$	
$0 < a < 1$	$a > 1$
Рівносильна системі $\begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases}$ (знак нерівності змінюється на протилежний)	Рівносильна системі $\begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$ (знак нерівності не змінюється)

Перейдемо до розв’язування більш складних логарифмічних нерівностей. Для їх розв’язування можна використовувати ті самі прийоми, що й для розв’язування логарифмічних рівнянь і найпростіших логарифмічних нерівностей.

Розглянемо нерівності, що містять змінну в основі логарифма. Для розв’язування таких нерівностей вигляду $\log_{f(x)} g(x) > b$ або $\log_{f(x)} g(x) < b$ треба розглянути два випадки для основи: $0 < f(x) < 1$ та $f(x) > 1$, тобто розв’язати сукупність двох систем:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0 < f(x) < 1, \\ 0 < g(x) < f^b(x); \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) > 1, \\ g(x) > f^b(x). \end{cases} \end{array}\right. \text{ або } \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0 < f(x) < 1, \\ g(x) > f^b(x); \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) > 1, \\ 0 < g(x) < f^b(x). \end{cases} \end{array}\right. .$$

Під час розв’язування багатьох логарифмічних нерівностей застосовують наступну теорему:

Теорема 1. При $a > 1$ нерівність $\log_a x_1 > \log_a x_2$ виконується тоді і тільки тоді, коли $x_1 > x_2 > 0$; при $0 < a < 1$ нерівність $\log_a x_1 > \log_a x_2$ виконується тоді й тільки тоді, коли $0 < x_1 < x_2$.

Справедливість цієї теореми випливає з того, що при $a > 1$ логарифмічна функція $y = \log_a x$ є зростаючою, а при $0 < a < 1$ – спадною (Бевз Г. П., Бевз В. Г.)[4, с. 30-36]; (Істер О. С., Єргіна О. В.) [20, с. 81-94]; (Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Якір М. С. та ін.)[31, с. 61-68].

РОЗДІЛ 3
ПЕДАГОГІЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ

Мета: підготовка та організація учнів до педагогічного експерименту; підвищення швидкості опрацювання матеріалу та включення в роботу; визначення рівня знань учнів за темою «Нерівності».

Завдання: перевірка знань з теми «Нерівності» здобутих за період навчання в 9-11 класах; оволодіння умінням трансформувати вже отримані знання в нові.

Даний педагогічний експеримент (констатувальний етап) був проведений серед учнів одинадцятого класу Загальноосвітньої школи №45. Кількість випускників, що взяли участь – 6.

До розгляду учням одинадцятих класів було подано декілька різнотипних нерівностей, на вирішення яких було виділено 40 хвилин. 30% учнів впорались швидше, інші ж використали увесь час. Та чи швидкість показник якості? Під час експерименту ми з'ясуємо наскільки легкими (чи важкими) видались вправи для майбутніх випускників, під час вивчення яких тем були успіхи, з якими типами нерівностей учні справляються дуже добре, а які й зовсім не в змозі розв'язати. Приклади були взяті з зошита для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання за 2021 рік **(**Каніпсов А. М., Гринчишин Я. Т. та ін.) [24, с. 80, 97, 147, 169] тож перейдемо безпосередньо до вправ.

В прикладах 1-5 учням треба розв'язати нерівності виду:

1) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} \le 4$;
2) $x^2 + 7x - 30 \ge 0$;
3) $\frac{3x+4}{x+1} \le 2$;
4) $\log_{\pi} x > \log_{\pi} 3 + \log_{\pi} 5$;
5) $\cos \pi x > \frac{1}{2}$.

Перша нерівність є лінійною нерівністю з однією змінною. Зазначений тип нерівностей починає вивчатись у дев’ятому класі в розділі «Нерівності». Для розв’язання такої нерівності потрібно, спочатку, скоротити дроби, для отримання більш зручного вигляду нерівності та знайти множину значень x. Отримані результати слід перенести на числову пряму та записати відповідь.

З першою нерівністю впорались 80% учнів. Це дає змогу зробити висновок, що вміння розв’язувати нерівності даного типу в учнів залишились на високому рівні.

Друга нерівність є квадратною. Починають вивчатись такі нерівності, також, у дев’ятому класі і увійшли до розділу «Квадратична функція». Для розв’язання подібних нерівностей, їх подають у вигляді квадратних рівнянь, котрі, в свою чергу, зручно розв’язувати користуючись формулою дискримінанту або теоремою Вієта. Використовуючи формулу дискримінанту необхідно пам’ятати його властивості та формули коренів. Знайдені корені рівняння дублюються на числовій прямій, залежно від знаку нерівності визначається належність тієї чи іншої точки до множини розв’язків.

При розв’язанні другої нерівності у 60% учнів з’явилися проблеми, інші 40% учнів впорались чудово. Це зумовлено тим, що більшість не змогли згадати формули дискримінанту та коренів квадратного рівняння.

Третя нерівність є раціональною. Вивчаються такі нерівності вже в десятому класі у розділі «Степенева функція». Для розв’язування раціональних нерівностей вводиться поняття області допустимих значень (ОДЗ), тобто значень змінної при яких рівняння буде мати розв’язок. Знайшовши ОДЗ можна переходити, безпосередньо, до розв’язування нерівності. Розв’язки позначають на числовій прямій, виключаючи значення змінної, при яких нерівність не виконується і, наостанок, записують відповідь.

В третьому завдані проблеми виникли у більшості, лише 20% майбутніх випускників змогли розв’язати нерівність, інші допустили почилки в розрахунках. Це дає змогу сказати, що під час вивчення теми «Нерівності зі змінними», розв’язанню типових нерівностей приділялась незначна увага або було виділено дуже мало часу.

Четверта нерівність є логарифмічною. Нерівності такого типу починають вивчатися в одинадцятому класі, під час знайомства з розділом «Показникова та логарифмічна функції». Перш ніж почати розв’язування логарифмічної нерівності, треба пригадати основні формули та властивості логарифмів. Звернувши увагу на четверте завдання, можна помітити, що у всіх логарифмів нерівності однакова основа, що значно спрощує процес розв’язування.

З логарифмічною нерівністю у четвертому завданні ситуація дещо поліпшилась, 40% учнів впорались з здачею. 20% - зовсім не розв’язали, інші допустили помилки в розрахунках.

У п’ятому завдані подана тригонометрична нерівність. Такі нерівності вивчаються у десятому класі, де їм присвячено цілий розділ «Тригонометричні рівняння та нерівності». Як показує статистика дані нерівності є одними з найскладніших для учнів середньої школи. Для розв’язання тригонометричних нерівностей вводиться поняття періоду, також використовуються основні формули та властивості тригонометричних функцій.

Що ж стосується тригонометричної нерівності, то жоден з учнів з нею не впорався. Такі результати говорять про те, що дану тему було недостатньо розкрито під час вивчення.

Для педагогічного експерименту була відібрана система вправ, що вивчаються впродовж 9-11 класів. Розв’язання перших двох завдань є важливим, так як подібні нерівності є основоположними для подальшого вивчення розділу «Нерівності». Третє та п’яте завдання були використані для перевірки знань основних типів нерівностей та тригонометричних формул вивчених у десятому класі. Четверте завдання стало останнім, для узагальнення вивченого впродовж останніх трьох років. Отже за підсумками учні, при розв’язуванні системи вправ, повинні були не тільки знайти розв’язок усіх нерівностей, а й підсумувати знання з інших тем, які тісно пов’язані з розв’язуванням нерівностей.

Проаналізувавши результати можна сказати, що для вивчення розділу «Нерівності» виділена недостатня кількість годин навчальної програми. Найкраще учням запам’ятались теми вивчені в дев’ятому класі. Теми вивчені впродовж десятого та одинадцятого класів виявились складними та недостатньо розкритими для учнів. Опитавши учнів, виявилось, що деякі з них зробили помилки в роботі через хвилювання. Також учні скаржились на недостатню кількість годин для вивчення деяких складних тем, обумовлюючи це тим, що не встигають повністю ознайомитися з методикою розв’язання тих, чи інших нерівностей. Особливо, коли при вивченні нових нерівностей мається тісний зв'язок з іншими темами.

Порівнявши рейтинг успішності з математики учнів одинадцятого класу та результати отримані після самостійної роботи, можна сказати наступне: результати навчання деяких учнів не збігаються, здібності певної кількості учнів покращились, рівень знань більшості учнів не відповідає вимогам.

ВИСНОВКИ

Розвиток шкільної освіти сьогодні нерозривно пов’язаний не тільки з процесом гуманізації, діяльнісним підходом до навчання учнів, але і з оновленням змісту навчальних дисциплін. Виникає проблема, як в умовах діючих програм з математики, без перевантаження учнів, покращити рівень математичної освіти школярів.

У відповідності до поставлених завдань, можна зробити наступні висновки.

1. Визначена роль та місце теми «Нерівності» в чинній програмі з математики, а також особливості розгляду теми в сучасних підручниках з математики, які рекомендовані Міністерством освіти і науки.

2. Проведено аналіз літератури щодо проблеми навчання школярів розв’язуванню нерівностей в процесі підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання.

Серед учасників зовнішнього незалежного оцінювання з математики минулого року близько 40% не змогли розв’язати пропоноване квадратне рівняння, хоча вміння розв’язувати такі рівняння є базовими. Це вміння відпрацьовують більше, ніж 3 навчальні роки і воно є необхідним при розв’язуванні квадратних нерівностей. Водночас більше половини тестованих правильно визначили число, що є розв’язком нерівності з модулем.

Дуже часто помилки, допущені під час обчислень, скорочень або розв’язування найпростіших рівнянь та нерівностей, призводять до неправильної відповіді в завданнях з тем, що вивчають в 10 та 11 класах.

3. Негативний вплив на результат зовнішнього незалежного оцінювання матимуть недостатньо відпрацьовані навички, що мали б бути сформовані в 5-9 класах.

Тому надзвичайно важливо при підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання сформувати вміння розв’язувати найпростіші нерівності, а вже потім переходити до більш складних завдань, таких як, наприклад, нерівності з параметрами, показникові та логарифмічні нерівності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ. Видавничий дім «Освіта». 2017. 272с.
2. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ. Видавничий дім «Освіта». 2018. 288с.
3. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Алгебра 8 клас. Шкільний підручник. «Освіта». 2016 . 255с.
4. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ. Видавничий дім «Освіта». 2019. 272с.
5. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г. Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ. Видавничий дім «Освіта». 2018. 272с.
6. Богданович М. В., Козак М. В., Король Я. А. Методика викладання математики в початкових класах. Навч. посібник. 3 вид. Тернопіль. Богдан. 2006. 336 с.
7. Всеукраїнська олімпіада з математики 2018 рік. URL:https://erudyt.net/navchalni-predmety/matematika/matematykaolimpiada.html
8. Гальперіна А.Р. Алгебра і початки аналізу. 10 клас. Профільний рівень: Збірник завдань для контролю знань. Харків. «Ранок». 2010. 176 с.
9. Зовнішнє незалежне оцінювання 2016. Український центр оцінювання якості освіти. 2016 р. URL: https://ru.osvita.ua/docfiles/-news/513/51309/ZNO_2016_-_Matematika-2.pdf
10. Зовнішнє незалежне оцінювання 2017. Додаткова сесія. Український центр оцінювання якості освіти. 2017 р. URL:https://ru.osvita.ua/doc/files/news/558/55886/test_mathem_dodatkov_17.pdf

11. Зовнішнє незалежне оцінювання 2017. Український центр оцінювання якості освіти. 2017 р. URL:https://ru.osvita.-ua/doc/files/news/558/55886/mathem_test_2017.pdf

12. Зовнішнє незалежне оцінювання 2018. Додаткова сесія. Український центр оцінювання якості освіти. 2018 р. URL:https://ru.osvita.ua/doc/files/news/608/60848/Matematyka-Dod_sesiya-ZNO_2018-Zoshyt_1_1.pdf

13. Зовнішнє незалежне оцінювання 2018. Український центр оцінювання якості освіти. 2018 р. URL:https://ru.osvita.ua/doc/files/news/608/60848/Matematyka-Osnovne-ZNO_2018-Zoshyt_1.pdf

14. Зовнішнє незалежне оцінювання 2019. Додаткова сесія. Український центр оцінювання якості освіти. 2019 р. URL:https://ru.osvita.ua/doc/files/news/645/64591/Matematyka-ZNO_2019-Zoshyt_1-Dod_sesiya_1.pdf

15. Зовнішнє незалежне оцінювання 2019. Український центр оцінювання якості освіти. 2019 р. URL:https://ru.osvita.ua/doc/files/news/645/64591/Matematyka-ZNO_2019-Zoshyt_1.pdf

16. Зовнішнє незалежне оцінювання 2020. Додаткова сесія. Український центр оцінювання якості освіти. 2020 р. URL:https://ru.osvita.ua/doc/files/news/747/74766/Matematyka-ZNO_2020-Zoshyt_1-Dod_sesiya_1.pdf

17. Зовнішнє незалежне оцінювання 2020. Український центр оцінювання якості освіти. 2020 р. URL:https://ru.osvita.ua/doc/files/news/747/74766/Matematyka-ZNO_2020-Zoshyt_1.pdf

18. Істер О. С. Математика 5 клас. Шкільний підручник. «Генеза». 2018. 284с.

19. Істер О. С., Єргіна О. В. Алгебра і початки аналізу: (проф.рівень). підруч. для 10-го кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ. Генеза. 2018р. 448с.

20. Істер О. С., Єргіна О. В. Алгебра і початки аналізу: (проф.рівень). підруч. для 11-го кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ. Генеза. 2019р. 298с.

21. Істер О. С., Єргіна О. В. Алгебра і початки аналізу: (проф.рівень). підруч. для 9-го кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ. Генеза. 2019р. 416с.

22. Історія ЗНО в Україні. URL: https://studway.com.ua/zno/

23. Істрер О. С. Алгебра: підруч. для 9-го кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ. Генеза. 2017. 264с.

24. Каніпсов А. М., Гринчишин Я. Т. та ін. Математика. Комплексна підготовка до ЗНО та ДПА. Профільний рівень і рівень стандарту. Вид. «Підручники і посібники». Тернопіль. 2020р.

25. Коваль Л. В. Загальноєвропейський вектор розвитку початкової математичної освіти. Харків. ЧП «Принт-Лідер, 2017.

26. Коваль Л. В. Загальноєвропейський вектор розвитку початкової математичної освіти. Харків. ЧП «Принт-Лідер. 2017. 278 с.

27. Коваль Л. В., Скворцова С. О. Методика навчання математики: теорія і практика: Підручник для студентів. Початкова школа., 2011.

28. Коваль Л. В., Скворцова С. О. Методика навчання математики: теорія і практика. Підручник для студентів. Початкова школа. 2011. С. 39-42.

29. Косоротова Є.І. Логіко-математична скринька. Методичний посібник для вчителя. Миколаїв 2003. 82с.

30. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків. Гімназія. 2019. 208с.

31. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Якір М. С. та ін. Алгебра. 11 кл. підруч. для загальноосвіт. навч.закл. академ. рівень, проф. рівень. Харків. Гімназія. 2011. 299с.

32. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Харків. Гімназія. 2017. 272с.

33. Мерзляк А. Г., Полонський В.Б. Математика 5 клас. Шкільний підручник. «Гімназія». 2018. 271с.

34. Мерзляк А. Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра 9 клас. Поглиблене вивчення. Підруч. Харків. Гімназія. 2017. 416с.

35. Мерзляк А. Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу. проф. рівень. підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків. Гімназія. 2018. 243с

36. Навчальна програма з математики (Алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту, затверджена наказом МОНУ від 23.10.2017 № 1407 (чинна з 1 вересня 2018 року) URL: https://mon.gov.ua/-storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika.-riven-standartu.docx

37. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. URL:

https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika.-riven-standartu.docx

38. Навчальна програма з математики для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. URL: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-5-9-klas/onovlennya-12-2017/5-programa-z-matematiki.docx

39. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. URL:

https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika-profilnij-rivenfinal.docx

40. Офіційний звіт про проведення в 2016 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти». Том 2. с. 173-190. URL: https://-testportal.gov.ua/wpcontent/uploads/2017/01/ZVIT_ZNO_2016_Tom_2.pdf

41. Офіційний звіт про проведення в 2017 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти». Том 2. с. 183-201. URL: https://testportal.gov.ua/wpcontent/uploads/2017/08/ZVIT_ZNO_2017_Tom_2.pdf

42. Офіційний звіт про проведення в 2018 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти». Том 2. с. 193-215. URL: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2018/08/ZVIT-ZNO_2018-Tom_2.pdf

43. Офіційний звіт про проведення в 2019 році ЗНО результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти (Том 2) URL: http://testportal.gov.ua//wp-content/uploads/2019/08/ZVIT-ZNO_2019-Tom_2.pdf

44. Офіційний звіт про проведення в 2019 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти». Том 2. с. 200-221. URL: https://l-v.testportal.gov.ua/images/files/arhiv/2019/ZVIT-ZNO_2019-Tom_2.pdf

45. Офіційний звіт про проведення в 2020 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти». Том 2. с. 188-209. URL: https://t-estportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/09/ZVIT-ZNO_2020-Tom_2.pdf

46. Учнівські олімпіади 2018-2019 н.р. URL: http://metodzoippo.osvita.zp.ua/olimpiadi-turniri-konkursi/olimpiadi/zavdanna-vidpovidi-ii-ta-iii-etapiucnivskih-olimpiad-u-2018-2019

47. Школьний О. В. Підготовка випускників загальноосвітніх шкіл до ЗНО. Науковий вісник Південноукраїнського національного педагогічного університету ім. К. Д. Ушинського. Педагогічні науки. 2016. № 3. - С. з математики. URL:http://nb-uv.gov.ua/UJRN/Nvpu-pupp_2016_3_23

Додаток А

А.1

Укажіть число, що є розв'язком нерівності $\frac{5}{x-3} \geq 1$.

Розв'язання:

Для початку знайдемо область допустимих значень:

x-3≠0,

x≠3

Далі перенесемо константу в ліву частину

$\frac{5}{x-3} - 1 \geq 0$. Запишемо всі чисельники над спільним знвменником і отримаємо $\frac{5-(x-3)}{x-3} \geq 0$. Розкриємо дужки:

$\frac{5-x+3}{x-3} \geq 0$, складемо числа,

$\frac{8-x}{x-3} \geq 0$.

Розглянемо усі можливі значення:

$$\begin{cases} 8 - x \geq 0, \\ x - 3 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 8 - x \leq 0, \\ x - 3 < 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо усі нерівності

$$\begin{cases} x \leq 8, \\ x > 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 8, \\ x < 3. \end{cases}$$

Знайдемо перетин

$$\begin{cases} x \leq 8, \\ x > 3. \end{cases}$$

Отже розв'язком є проміжок x∈(3,8].

А.2

Розв'яжіть нерівність $\log_3 x < -1$.

Розв'язання:

Знайдемо область допустимих значень: x>0.

Для a>1 вираз $\log_a(x)$дорівнює x<a^b, тоді $\log_3 x < -1$, дорівнює x<3^{-1}.

При піднесенні виразу в степінь (-1) отримується обернений до початкового вираз x$< \frac{1}{3}$, x>0. Знайшовши перетин множини розв'язків та області допустимих значень, отримаємо відповідь: x$\in \left(0,\frac{1}{3}\right)$.

А.3

Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{3}{7}\right)^{x-5} > \frac{3}{7}$.

Запишемо число з правої частини у вигляді степеню з основою $\frac{3}{7}$.

$\left(\frac{3}{7}\right)^{x-5} > \frac{3}{7}^{1}$.

Оскільки основи рівні і менші за 1, порівняємо показники і змінемо знак нерівності на протилежний

$x-5 < 1$,

$x < 1+5$,

$x < 6$.

Отже розв'язком нерівності є проміжок x$\in (-\infty, 6)$.

А.4

Розв'яжіть нерівність $\frac{x+3}{x-2} > 0$.

Область допустимих значень x≠2.

Розглянемо усі можливі випадки:

$$\begin{cases} x+3>0, \\ x-2>0; \end{cases} \begin{cases} x+3<0, \\ x-2<0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>-3, \\ x>2; \end{cases} \begin{cases} x<-3, \\ x<2. \end{cases}$$

Знайдемо перетин

x$\in (2, +\infty)$;

x$\in (-\infty, -3)$.

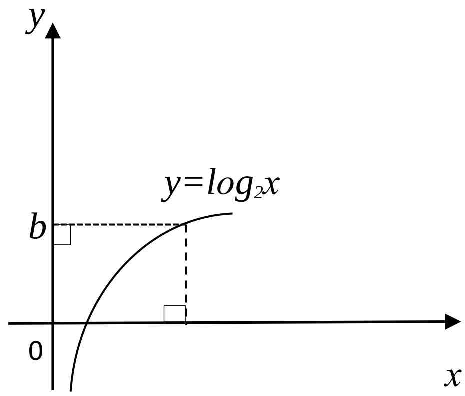
Знайдемо об'єднання

x$\in (-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$.

Додаток Б

Б.1

Розв'яжіть нерівність $\log_2 x < b$, використавши рисунок.



Область допустимих значень: x>0.

$\log_2 x < b \log_2 2$,

$\log_2 x < \log_2 2^b$,

$x < 2^b$,

Маємо проміжок $(-\infty, 2^b)$, а враховуючи ОДЗ, отримаємо відповідь: x$\in (0, 2^b)$

Рис. 2.1.1

Б.2

Розв'яжіть нерівність $(x^2 + 64)(x - 5) > 0$.

Можливі два випадки, коли добуток a×b може бути > 0:

$\begin{cases} a > 0, \\ b > 0; \end{cases}$ або $\begin{cases} a < 0, \\ b < 0. \end{cases}$

Отже розглянемо обидва випадки:

$$\begin{cases} x^2 + 64 > 0, \\ x - 5 > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 64 < 0, \\ x - 5 < 0. \end{cases}$$

Отримаємо

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R}, \\ x > 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in \emptyset, \\ x < 5. \end{cases}$$

Знайдемо перетин

$\begin{cases} x \in \mathbb{R}, \\ x > 5. \end{cases}$ x$\in (5, +\infty)$,

$\begin{cases} x \in \emptyset, \\ x < 5. \end{cases}$ x$\in \emptyset$.

Об'єднавши результати, отримаємо відповідь:

x$\in (5, +\infty)$.

Б.3

Яке з наведених чисел є розв’язком подвійної нерівності

$5 \leq 3^x \leq 15$?

Таблиця Б.1.1

А	Б	В	Г	Д
5	4	3	2	1

Дане задання розв’язується методом підстановки. Найбільш підходящим варіантом відповіді є x=2.

Б.4

Розв’яжіть нерівність $\frac{2x-4}{x+1} < 0$.

Розглянемо всі можливі випадки:

$\begin{cases} 2x-4<0, \\ x+1<0; \end{cases}$ або $\begin{cases} 2x-4>0, \\ x+1>0. \end{cases}$

$\begin{cases} x<2, \\ x>-1; \end{cases}$ або $\begin{cases} x>2, \\ x<-1. \end{cases}$

Знайдемо перетин:

$\begin{cases} x<2, \\ x>-1, \end{cases}$

$x \in (-1{,}2)$;

$\begin{cases} x>2, \\ x<-1, \end{cases}$

$x \in \emptyset$.

Об’єднаємо результати і отримаємо відповідь: $x \in (-1{,}2)$.

Додаток В

В.1

Розв'яжіть нерівність $2^x + 2^{x+3} \geq 144$.

Винесемо спільний множник для спрощення обчислення.

$(1 + 2^3) \times 2^x \geq 144$,

$(1 + 8) \times 2^x \geq 144$,

$9 \times 2^x \geq 144$,

$2^x \geq \frac{144}{9}$,

$2^x \geq 16$.

Запишемо число у вигляді степеня з основою 2.

$2^x \geq 2^4$.

Оскільки основи більші за 1 і рівні, порівняємо показники степеню:

x≥4.

Таким чином отримуємо відповідь: *x*∈*[4, +∞)*.

В.2

Розв'яжіть нерівність $\frac{\log_a x}{x^2+(a-4)x+4-2a} \leq 0$ залежно від значень параметра a.

Допустимі значення параметра:

$\begin{cases} a > 0, \\ a \neq 0, \end{cases}$ отже $a \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$.

Область допустимих значень *x:*

$$\begin{cases} x > 0, \\ x^2 + (a-4)x + 4 - 2a \leq 0. \end{cases}$$

Знайдемо корені квадратного тричлена у знаменнику:

D=$(a-4)^2 - 4(4-2a) = a^2, \sqrt{D} = |a| = a$,

$x_1 = \frac{-(a-4)-a}{2} = 2 - a;\ x_2 = \frac{-(a-4)+a}{2} = 2$.

Маємо такий висновок:

якщо $2 - a \leq 0$, тобто, $a \geq 2$, то $x \in (0; 2) \cup (2; +\infty)$, якщо $2-a>0$, тобто $a<2$, то $x\in(0;2-a)\cup(2-a;2)\cup(2;+\infty)$.

Розв’яжемо нерівність методом інтервалів.

$\log_a x\,\big(x-(2-a)\big)(x-2)\le 0$

Рівносильний розв’язку початкової нерівності на знайденій області визначення.

На числовій осі нанесемо корені функції, а саме:

$x\neq 0$, $x=1$, $x=2$, $x=2-a$.

В залежності від розміщення кореня $2-a$ матимемо різні варіанти:

якщо 0< a<1, то 1 < $2-a$ < 2, проаналізуємо на проміжках

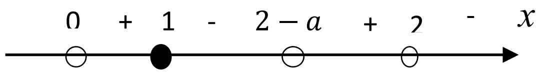


Рис. В.1.2

$x\in[1;2-a)\cup(2;+\infty)$;

якщо 0< a<1,

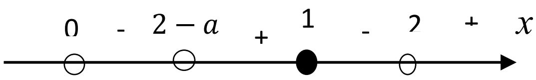


Рис. В.1.3

$x\in(0;2-a)\cup[1;2)$;

якщо $a\ge 2$,

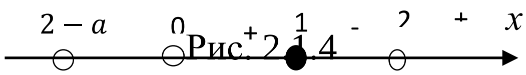


Рис. 2.1.4

$x\in[1;2)$.

Отже, відповідь складається з трьох частин:

$x\in[1;2-a)\cup(2;+\infty)$,

$x\in(0;2-a)\cup[1;2)$,

$x\in[1;2)$.

В.3

Розв'яжіть нерівність $|x+4| \cdot (x-1) < 0$.

Можливі два випадки, коли добуток a×b може бути > 0:

$\begin{cases} a > 0, \\ b > 0; \end{cases}$ або $\begin{cases} a < 0, \\ b < 0. \end{cases}$

Отже розглянемо обидва випадки:

$\begin{cases} |x+4| < 0, \\ (x-1) > 0; \end{cases}$ або $\begin{cases} |x+4| > 0, \\ (x-1) < 0. \end{cases}$

$\begin{cases} x \in \emptyset, \\ x > 1; \end{cases}$ або $\begin{cases} x \in \mathbb{R}\backslash\{-4\}, \\ x < 1. \end{cases}$

Знайдемо перетин:

$\begin{cases} x \in \emptyset, \\ x > 1, \end{cases}$ $x \in \emptyset$;

$\begin{cases} x \in \mathbb{R}\backslash\{-4\}, \\ x < 1, \end{cases}$ $x \in (-\infty; -4) \cup (-4; 1)$.

Знайдемо об'єднання, яке і є нашою відповіддю:

$x \in (-\infty; -4) \cup (-4; 1)$.

Додаток Г

Г.1

Яке з наведених чисел є розв'язком нерівності $|x| > 3$.

Таблиця Г.1.2

А	Б	В	Г	Д
3	1	0	-3	-8

Щоб розв'язати цю нерівність – треба спочатку розв'язати відповідне рівняння:

$|x| = 3$

Для кожного виразу під модулем в рівнянні припускаємо випадки, коли відповідні вирази «≥ 0» або «< 0».

Розділимо нерівність на два можливих випадки:

$\begin{cases} x > 3, \\ x \geq 0; \end{cases}$ або $\begin{cases} -x > 3, \\ x < 0. \end{cases}$

Знайдемо перетин:

$\begin{cases} x > 3, \\ x \geq 0; \end{cases} x \in (3; +\infty);$

$\begin{cases} -x > 3, \\ x < 0, \end{cases} x \in (-\infty; -3).$

Знайдемо об'єднання:

$x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty).$

Оскільки у відповіді задані не проміжки, а числа, то знайдемо те, що входить до заданого проміжку. В нашому випадку це число 8.

Г.2

Задано систему нерівностей $\begin{cases} \frac{x+1}{x-2} \geq 0, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2sin^2(\pi a)+\cos(2\pi a)+x} > a, \end{cases}$, де x – змінна, a - стала.

4. Розв'яжіть першу нерівність цієї системи.

5. Визначте множину розв'язків другої нерівності системи залежно від значень a.

6. Визначте всі розв'язки системи залежно від значень a.

Розв'язання.

1. Розв'яжемо першу нерівність цієї системи методом інтервалів:

$\frac{x+1}{x-2} \geq 0.$

ОДЗ.

$x - 2 \neq 0$

$x \neq 2.$

$(x+1)(x-2) \geq 0$

$x + 1 = 0$

$x = -1$.

$\begin{cases} x \neq 2, \\ x = -1. \end{cases}$

Покажемо розв'язки на числовому проміжку:

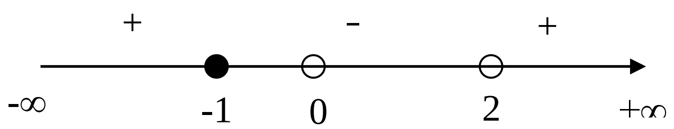


Рис. 2.1.5

$x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty).$

2. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2sin^2(\pi a)+\cos(2\pi a)+x} > a$

Згадаємо формулу подвійного аргументу - $\cos 2x = cos^2 x - sin^2 x$, та основну тригонометричну тотожність - $sin^2 x + cos^2 x = 1$.

Розкладемо вираз у степені:

$2sin^2(\pi a) + \cos(2\pi a) + x$=$2sin^2(\pi a) + cos^2(\pi a) - sin^2(\pi a) + x = sin^2(\pi a) + cos^2(\pi a) + x = 1 + x.$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{1+x} > a$ – показникова нерівність з параметром. Для її розв'язку виконаємо логарифмування:

$(2^{-1})^{1+x} > a$

$2^{-1(1+x)} > a$

$2^{-1-x} > a$

Перед початком логарифмування, згадаємо основні формули:

$\log_n N = 1,$

$\log_n(M)^k = k \log_n M.$

Тож маємо:

$\log_2(2^{-1-x}) > \log_2 a$

$(-1-x)\log_2 2 > log_2 a$

$-1-x > log_2 a.$

Зведемо до стандартного вигляду

$-1 - log_2 a > x.$

Запишемо в правильному вигляді:

$x < -1 - log_2 a.$

Запишемо -1 у вигляді логарифму з основою 2. Також згадаємо формулу суми логарифмів «$\log_n M + log_n Z = log_n(M \cdot Z)$»

$x < -log_2 2 - log_2 a$

$x < -(log_2 2 \cdot a).$

Оскільки $log_2 2a$ – число, то дана нерівність розв'язується таким чином:

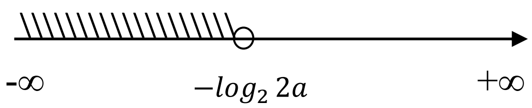


Рис. Г.1.6

За властивістю логарифмів, якщо $a \in (-\infty; 0]$ його існувати не буде, проте існувати буде розв'язок нерівності $\left(\frac{1}{2}\right)^{1+x} > a, a \in (-\infty; 0]$.

В цьому випадку розв’язок буде таким:

$x \in (-\infty; +\infty)$, при $a \in (-\infty; 0]$.

Якщо $a \in (0; +\infty)$, тоді $x \in (-\infty; -log_2 2a)$.

3. Випадок 1.

Якщо $a \in (-\infty; 0]$, то

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty), \\ x \in (-\infty; +\infty). \end{cases}$$

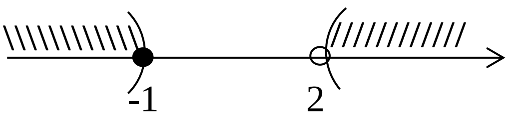


Рис. Г.1.7

$x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$.

Випадок 2.

$a \in (0; +\infty)$, тоді

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty), \\ x \in (-\infty; -log_2 2a). \end{cases}$$

В залежності від значення a є три випадки розташування точки $-log_2 2a$.

а)

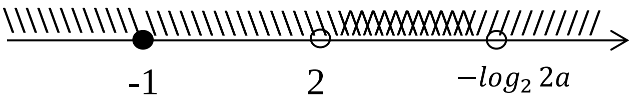


Рис. Г.1.8

$x \in (-\infty; -1] \cup (2; -log_2 2a)$.

При якому значенні a, точка $-log_2 2a$ лежить правіше за 2. Для цього треба розв’язати логарифмічну нерівність:

$-log_2 2a > 2$

$-log_2 2a > log_2 4$

$(2a)^{-1} > 4$.

Оскільки $a \in (0; +\infty)$, то

$\frac{1}{2a} > 4$

$2a < \frac{1}{4}$

$a < \frac{1}{8}$.

При $a \in (0; +\infty)$, точка $-log_2 2a$ лежить правіше 2, коли $a < \frac{1}{8}$.

При $a \in \left(0; \frac{1}{8}\right)$, $x \in (-\infty; -1] \cup (2; -log_2 2a)$.

b) $\begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty), \\ x \in (-\infty; -log_2 2a). \end{cases}$

$x \in (-\infty; -1]$.

Знайдемо значення a, при якому точка $-log_2 2a$ лежить між (-1;2). Для цього треба розв'язати логарифмічну нерівність:

$-1 < -log_2 2a \leq 2 | \times (-1)$,

$1 > log_2 2a \geq -2$,

$log_2 2 > log_2 2a \geq log_2 \frac{1}{4}$

$2 > 2a \geq \frac{1}{4} | \div 2$

$1 > a \geq \frac{1}{8}$

$\frac{1}{8} \leq a < 1$.

Якщо $a \in \left[\frac{1}{8}; 1\right)$, то $x \in (-\infty; -1]$.

c) $\begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty), \\ x \in (-\infty; -log_2 2a). \end{cases}$

$x \in (-\infty; -log_2 2a)$.

Знайдемо значення a, при якому точка $-log_2 2a$ лежить правіше 1. Для цього треба розв'язати логарифмічну нерівність:

$-log_2 2a \leq -1 | \times (-1)$,

$log_2 2a \geq log_2 2$,

$2a \geq 2$,

$a \geq 1$.

Якщо $a \in [1; +\infty)$, то $x \in (-\infty; -log_2 2a)$.

Додаток Д

Д.1

Розв’яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 6 > 2x, \\ 7x - 28 \leq 0. \end{cases}$

Розв’язуються подібні приклади достатньо легко. Для початку знайдемо ОДЗ: $x \in (-\infty; +\infty)$. Перейдемо, безпосередньо до самого розв’язування системи нерівностей .

$$\begin{cases} 6 > 2x, \\ 7x - 28 \leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x < 6, \\ 7x \leq 28; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 3, \\ x \leq 4. \end{cases}$$

Позначимо отримані розв’язки на числовій прямій:

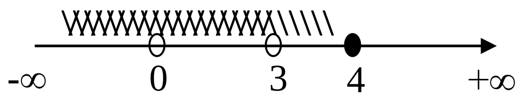


Рис. Д.1.9

Знайдемо перетин і отримаємо відповідь:

$x \in (-\infty; 3)$.

Додаток Є

КОДЕКС АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ ЗДОБУВАЧА ВИЩОЇ ОСВІТИ ХЕРСОНСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Я, Спасьонова Тетяна Юріївна, учасниця освітнього процесу Херсонського державного університету, **УСВІДОМЛЮЮ**, що академічна доброчесність – це фундаментальна етична цінність усієї академічної спільноти світу.

ЗАЯВЛЯЮ, що у своїй освітній і науковій діяльності **ЗОБОВ'ЯЗУЮСЯ**:

– дотримуватися:

- вимог законодавства України та внутрішніх нормативних документів університету, зокрема Статуту Університету;
- принципів та правил академічної доброчесності;
- нульової толерантності до академічного плагіату;
- моральних норм та правил етичної поведінки;
- толерантного ставлення до інших;
- дотримуватися високого рівня культури спілкування;

– надавати згоду на:

- безпосередню перевірку курсових, кваліфікаційних робіт тощо на ознаки наявності академічного плагіату за допомогою спеціалізованих програмних продуктів;
- оброблення, збереження й розміщення кваліфікаційних робіт у відкритому доступі в інституційному репозитарії;

- використання робіт для перевірки на ознаки наявності академічного плагіату в інших роботах виключно з метою виявлення можливих ознак академічного плагіату;

– самостійно виконувати навчальні завдання, завдання поточного й підсумкового контролю результатів навчання;

– надавати достовірну інформацію щодо результатів власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використаних методик досліджень та джерел інформації;

– не використовувати результати досліджень інших авторів без використання покликань на їхню роботу;

– своєю діяльністю сприяти збереженню та примноженню традицій університету, формуванню його позитивного іміджу;

– не чинити правопорушень і не сприяти їхньому скоєнню іншими особами;

– підтримувати атмосферу довіри, взаємної відповідальності та співпраці в освітньому середовищі;

– поважати честь, гідність та особисту недоторканність особи, незважаючи на її стать, вік, матеріальний стан, соціальне становище, расову належність, релігійні й політичні переконання;

– не дискримінувати людей на підставі академічного статусу, а також за національною, расовою, статевою чи іншою належністю;

– відповідально ставитися до своїх обов’язків, вчасно та сумлінно виконувати необхідні навчальні та науково-дослідницькі завдання;

– запобігати виникненню у своїй діяльності конфлікту інтересів, зокрема не використовувати службових і родинних зв’язків з метою отримання нечесної переваги в навчальній, науковій і трудовій діяльності;

– не брати участі в будь-якій діяльності, пов’язаній із обманом, нечесністю, списуванням, фабрикацією;

– не підроблювати документи;

– не поширювати неправдиву та компрометуючу інформацію про інших здобувачів вищої освіти, викладачів і співробітників;

– не отримувати і не пропонувати винагород за несправедливе отримання будь-яких переваг або здійснення впливу на зміну отриманої академічної оцінки;

– не залякувати й не проявляти агресії та насильства проти інших, сексуальні домагання;

– не завдавати шкоди матеріальним цінностям, матеріально-технічній базі університету та особистій власності інших студентів та/або працівників;

– не використовувати без дозволу ректорату (деканату) символіки університету в заходах, не пов’язаних з діяльністю університету;

– не здійснювати і не заохочувати будь-яких спроб, спрямованих на те, щоб за допомогою нечесних і негідних методів досягати власних корисних цілей;

– не завдавати загрози власному здоров’ю або безпеці іншим студентам та/або працівникам.

УСВІДОМЛЮЮ, що відповідно до чинного законодавства у разі недотримання Кодексу академічної доброчесності буду нести академічну та/або інші види відповідальностей до мене можуть бути застосовані заходи дисциплінарного характеру за порушення принципів академічної доброчесності.

09.11.2020  Спасьонова Тетяна Юріївна