

Міністерство освіти і науки України
Херсонський державний університет
Педагогічний факультет
Кафедра теорії та методики дошкільної та початкової освіти

**РОЗВИТОК МИСЛЕННЯ УЧНІВ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗУВАННЯ
ЗАДАЧ**

**Дипломна робота
на здобуття ступеня вищої освіти магістр**

Виконала: студентка 2 курсу, 261 М групи
Спеціальності 013 Початкова освіта
Моцьо Катерина Олександрівна

Керівник доц. Саган О.В.
Рецензент доц. Казаннікова О.В.

Херсон - 2020 року

Зміст

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1	
ПСИХОЛОГО-ДИДАКТИЧНІ ОСНОВИ ПРОЦЕСУ	
РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ	6
1.1. Стан методики розв’язування задач в літературі та практиці роботи школи.....	6
1.2. Психологічні передумови формування уміння розв’язувати задачі.....	18
1.3. Основні напрями розвитку мислення в процесі розв’язування задач.....	35
РОЗДІЛ 2	
ШЛЯХИ РОЗВИТКУ МИСЛЕННЯ УЧНІВ	
ПІД ЧАС РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ	46
2.1. Формування уміння розв’язувати задачі різними способами.....	46
2.2. Методика експериментального дослідження.....	60
Висновки	69
Список використаних джерел	71
Додатки	77

ВСТУП

В умовах становлення національної і освітньої системи в Україні одним з основних завдань є виховання особистості, що обов'язково включає в собі проблему розвитку мислення учнів, виробітку стійкого інтересу до знань, бажання самостійно оволодівати ними, свідомо застосовувати їх під час розв'язування практичних завдань. Неоціненним матеріалом для рішення названої проблеми є сюжетні задачі, основи розв'язування яких закладаються саме у початковому курсі математики.

У пояснювальній записці до програми з математики [34] вказується, що «вивчення математики створює широкі можливості для розвитку розумових здібностей молодших школярів...» У процесі розв'язування задач формуються основні математичні поняття курсу математики початкових класів, удосконалюються обчислювальні навички, розвиваються мислення і мова учнів.

Розв'язування задач розглядається в курсі математики як навчальна діяльність, яка має подвійну мету: по-перше, розв'язування задач є засобом, що сприяє засвоєнню понять і законів; по-друге, розв'язування задач має самостійну цінність, оскільки сприяє розвитку творчого мислення учнів.

Арифметичні задачі, що мають кілька варіантів розв'язування є тим навчальним матеріалом, на якому в учнів пробуджується самостійність мислення, інтерес до математики. Пошук різних шляхів розв'язування однієї і тієї ж задачі підвищує емоційність учнів, спрямовує їх увагу на аналіз змісту задачі, розуміння їх структури.

Значний внесок у становлення методики розв'язування задач вносили і вносять вчені, психологи, методисти, вчителі.

У психологічному плані розвиток мислення під час розв'язування задач досліджували Н.А.Менчинська, Н.А.Пойа, Л.М.Фрідман, Л.М.Шатуновський та інші.

Питання методики розв'язування задач розглядалися М.А.Бантовою, М.В.Богдановичем, Н.Б.Істоміною, М.Г.Моро та ін. Роботи методистів в основному присвячені:

- керівництву діяльністю учнів під час розв'язування задач; [17,21,27,29,30];
- використанню нових прийомів у розв'язуванні задач [10,14,22,52,54];
- моделюванню задач; [37, 46, 50];
- активізації розумової діяльності учнів [8, 15, 16, 31, 49].

Деякі автори [11, 12] побіжно вказують, що розв'язування задач сприяє розвитку мислення учнів, але не уточнюють місце і особливості його формування.

Але при всій цінності висновків і рекомендацій дослідників, не розроблені в достатній мірі такі питання, як виявлення причин помилок, допущених учнями під час самостійного розв'язування задач, розвиток логічного мислення в процесі їх розв'язання.

Практика роботи школи показує, що в учителів початкових класів спостерігаються недоліки у формуванні умінь розв'язувати задачі, а саме: іноді під час аналізу задачі учням пропонують свій шлях розв'язування, мало розглядають задач з логічним навантаженням, не звертають достатньої уваги на використання різних способів розв'язування задач, інколи нехтують послідовністю виконання розумових дій під час розв'язування задач. Це і спричинило вибір теми дослідження «Розвиток мислення учнів під час розв'язування задач».

Мета дослідження – розробити методику доцільних прийомів розв'язування задач.

Об'єкт дослідження – процес розв'язування задач.

Предмет дослідження – шляхи розвитку мислення під час розв'язування задач.

У відповідності з предметом і метою дослідження сформульовані завдання дослідження:

1. Аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури з проблеми дослідження.
2. Охарактеризувати розумові операції, що розвиваються під час розв'язування задач.
3. Виявити роль розв'язування задач різними способами у розвитку мислення учнів.
4. Розробити методичні рекомендації з розвитку мислення учнів під час розв'язування задач.

Гіпотеза дослідження – робота вчителя з формування в учнів початкових класів умінь розв'язувати задачі різними способами підвищує ефективність навчального процесу, сприяє розвитку мислення учнів.

Методи дослідження – аналіз психолого-педагогічної і методичної літератури, аналіз підручників, спостереження, бесіди, вивчення і узагальнення педагогічного досвіду вчителів, елементи педагогічного експерименту.

Практичне значення дослідження полягає в обґрунтуванні процесу розв'язування задач та його значенні в розвитку мислення учнів, розробці методичних рекомендацій з розвитку мислення учнів під час розв'язання задач різними способами.

Апробація. Загальні положення, результати дослідження обговорювалися на засіданнях кафедри теорії та методики дошкільної та початкової освіти, висвітлено у публікації автора.

Структура роботи. Матеріали дослідження викладені на сторінках випускної роботи, яка складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаної літератури.

РОЗДІЛ 1

ПСИХОЛОГО-ДИДАКТИЧНІ ОСНОВИ ПРОЦЕСУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1.1. Стан методики розв'язування задач в літературі та практиці роботи школи

Кожному вчителю добре відомо, яке велике місце у початковому навчанні математики займали завжди, та й продовжують займати текстові задачі.

Методика навчання дітей розв'язувати задачі зазнала серйозних змін у зв'язку з введенням у початковий курс математики роботи над числовими і буквеними виразами, рівняннями. По-новому стала оцінюватися роль, яку відіграють задачі у процесі навчання математики, у зв'язку з цим змінився зміст відповідної роботи (відбір задач, які призначені для розгляду з молодшими школярами, відбір тих способів їх розв'язування, з якими повинні були ознайомитися діти). Корінним чином змінилася система розташування відповідних вправ у часі. Цілком ясно, що в цих умовах істотній перебудові повинні підлягти методи і прийоми навчання розв'язуванню задач.

Відбір задач і тих способів їх розв'язування, з якими вчитель повинен ознайомити учнів, визначені програмою. Відповідні вимоги програми реалізовані в підручниках. У підручниках, дякуючи поурочній їх побудові, в основних напрямках намічена і система розділу відповідних вправ у часі, і деякі основні методичні напрями роботи над задачами. І все ж таки, як показує аналіз досвіду масової школи, перебудова у цьому відношенні проходить з великими труднощами. Багато вчителів ще не усвідомлюють в певній мірі змін, які приходять з часом. Намагаються опанувати новий зміст і нову систему навчання

розв'язуванню задач, використовуючи традиційний підхід у відношенні застосованих методів навчання. А це не може привести до успіху.

Підвищення якості знань, вмінь і навичок учнів, необхідність якого диктується задачами реформи загальноосвітньої школи, вимагає удосконалення роботи вчителя за багатьма напрямками, які вказані в пояснювальній записці до програми з математики: вчити дітей послідовно міркувати; порівнювати, спостерігати, співставляти, робити правильні узагальнення, висновки.

Проблемі розв'язування задач присвячені багаточисельні дослідження психологів, дидактів, методистів. У них розв'язувалися проблеми поняття задачі, методики її розв'язування.

Д.Пойа пропонує у розв'язуванні будь-якої задачі виділити чотири основних етапи:

1. Розуміння постановки задачі.
2. Складання плану розв'язування.
3. Здійснювання плану.
4. «Погляд назад».

Спираючись на ці дослідження методисти [6], [9], [21] розробили загальний порядок роботи під час розв'язування задач. Аналізуючи різні підходи до розв'язування задач були виділені труднощі учнів у подоланні розриву між конкретно-сюжетною стороною умови задачі і вираженій в ній абстрактно-математичної залежності. Для подолання цього розриву Н.А.Менчинською [24] було досліджено використання схем. Схема, з одного боку, допомагає відокремитися від конкретного сюжету задачі, оскільки вона більш абстрактна, з іншого боку, сприяє усвідомленню абстрактної математичної залежності, тому що вона її сама виражає, але в більш наочній графічній формі.

Ураховуючи дослідження психологів, методисти звертають увагу на проведення аналізу задачі з використанням схеми. Таким чином в аналіз задачі входить:

1. Предметне відтворення ситуації задачі. Виділення питання задачі.
2. Дані задачі. Виділення числа умов, які необхідні для відповіді на питання задачі. Зв'язок умови і питання задачі.
3. Короткий запис задачі.
4. Графічне зображення умови задачі.

В.А.Сухомлинський обґрунтовує і розвиває багато сторін формування розумової праці учнів. Основними напрямками такої роботи ним виділені такі:

1. Організація переходу від конкретно-чуттєвого уявлення до абстракції.
2. Здійснення дослідницького підходу до предмету вивчення.
3. Інтелектуальне збагачення розумової праці.

Керуючись названими напрямками у виробленні якостей розумової праці, можна досліджувати можливості використання схем при розв'язуванні задач у початкових класах. Складання схеми до задачі сприяє формуванню прийомів розумової діяльності таких як, аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення. Складання різних задач за однією схемою виробляє здібності досліджувати, пізнавати. У результаті проведення такої роботи формуються цінні якості розумової праці: гнучкість, оперативність, здібність досліджувати, виділяти основне.

Значний внесок у становлення методики розв'язування задач вносили і вносять вчені, методисти, вчителі. Бантова М.О. [2], Богданович М.В. [6], Істоміна Н.Б. [14] розкривають методику формування умінь розв'язувати задачі різних видів. Процес розв'язування задачі завжди сприяє розвитку аналітико-синтетичної діяльності учнів, а, значить, і їх мислення. Названі автори розкривають розвиток мислення учнів в процесі розв'язування задач побіжно, виділяючи у підсумку роботи види мислення, їх якості, не даючи конкретних рекомендацій.

Носенко Л. [31] наголошує, що в учнів шестирічного віку переважають ігрові інтереси, довільна поведінка, наочно-образне мислення, тому розв'язування творчих вправ, використання ігор сприяють підтримці інтересу учнів до складних питань, розвитку умінь аналізувати, узагальнювати, робити висновки, доводити доцільність своїх дій. Автор наводить задачі з логічним навантаженням, але конкретно не зупиняється на обґрунтуванні процесу розвитку логічного мислення.

Лищенко Г. [22] описуючи роботу з простими задачами на знаходження невідомого компонента дій розглядає методика роботи з цими задачами, а про розвиток мислення учнів згадує тільки побіжно.

Штабова Л. [52] наголошує, що у процесі розв'язування задач повинні реалізуватись принципи систематичності, науковості, послідовності, урахування індивідуальних особливостей учнів. Автор рекомендує введення в початкових класах найелементарнішої класифікації задач. Наведена класифікація задач на наш погляд:

по-перше, звужує мислення учнів під час розв'язування задач, бо в одному класі збираються різнопланові задачі;

по-друге, може сприяти розвитку косності мислення, бо учень скріплює увагу за однією особливістю, а саме, назвою виду задачі;

по-третє, утруднює роботу вчителя, бо йому приходится об'єднувати в один вид різнопланові задачі.

Використання системного підходу до розв'язування задач на продуктивність і спільну роботу [30] сприяє формуванню математичних понять, розвиває математичний стиль мислення, допомагає учням уявити структуру задач.

Скворцова С.О. [41, 42] розглядає різні види задач на знаходження середнього арифметичного, наводить бесіди в процесі підведення учнів до розв'язання задачі. По суті описані бесіди сприяють розвитку аналітико-синтетичної діяльності, формують логічне мислення,

узагальнення. Але автор не уточнює місце і особливості формування якостей мислення.

Мізюк В.А. [25] розглядає спосіб диференціювання, який можна умовно назвати ускладненням змісту на основі додаткових завдань і наголошує на тому, що додаткові завдання допомагають учням набувати додаткової інформації, виявляти елементи творчості, розвивати логічне мислення.

Шевченко А.В. [51] детально описує різні види роботи із задачами із «зайвими» даними, але не показує як впливає така робота на розвиток мислення учнів.

Саган О.В. [43] пропонує використовувати задачі історичного змісту та задачі комбінаторного типу через побудову схем, дерева розв'язків.

Особливе значення для засвоєння зв'язків в задачі, структури задачі має моделювання. Воно виконується за допомогою складання схем, таблиць, графіків. Останні, на наш погляд, сприяють:

- а) узагальненому підходу до розв'язування задач однієї структури;
- б) формуванню різних прийомів розумової діяльності;
- в) розвитку абстрактного мислення.

В умовах становлення національної школи України вивчення і узагальнення передового досвіду – проблема досить актуальна. Початком удосконалення будь-якої справи є вивчення практики. У роботі вчителів – новаторів намічаються пошуки нових методів, прийомів навчання.

Доступність, оперативність забезпечується використанням короткого запису: проміжні дії, які введені в таблицю, звільняють від зайвих записів, економлять час, допомагають вибору дій.

Серед різноманітних моделей, що використовуються при розв'язуванні задач, можна виділити допоміжні моделі, які фіксують

результати аналізу задачі і сприяють пошуку плану її розв'язування. Коротко розглянемо види допоміжних моделей [12]:

1. Предметні моделі сюжетних задач, які у всій конкретності унаочнюють ті ситуації, які описані в умові задачі. Це різні предмети навколишнього середовища (олівці, аркуші паперу, монети і т.д.) або їх моделі. Сюди також відносяться малюнки і креслення, що зображають відповідну задачну ситуацію.
2. Моделі, за допомогою яких ситуацію можна відтворити схематично і узагальнено. Це графічні схеми, які відтворюють умову задачі за допомогою геометричних фігур, різні схематичні записи умови задачі, табличні моделі і т.д. Вони, зберігаючи наочність предметних моделей, узагальнено відтворюють реальну задачну ситуацію.
3. Структурні моделі (графи, схеми і т.д.) використовуються для наочного зображення залежностей і зв'язків між даними і шуканими величинами, тобто для наочного зображення математичної структури розв'язування задач.

На різних етапах розв'язування задач використовують всі три види моделей. Для розв'язання поставленого нами завдання найбільш істотну роль відіграє застосування структурних моделей.

Розглянемо побудову структурної моделі у вигляді граф-схеми на прикладі такої задачі:

Задача 1.1. За два дні музей відвідало 180 учнів, поділившись на різні групи. Першого дня музей відвідало 5 груп, а другого дня 4 групи. Скільки учнів побувало в музеї кожного з цих днів?

Вершини граф-схеми моделюють дані результати дій. Дані та результати проміжних дій записуються в квадрати, відповіді на запитання задачі – в кола. Дані величини розміщуються в першому рядку граф-схеми. Ребра граф-схеми (стрілки) моделюють певне відношення, зв'язок між даними та результатами дії. Тоді модель

математичної структури даної задачі можна подати так, як показано на рисунку 1.1.

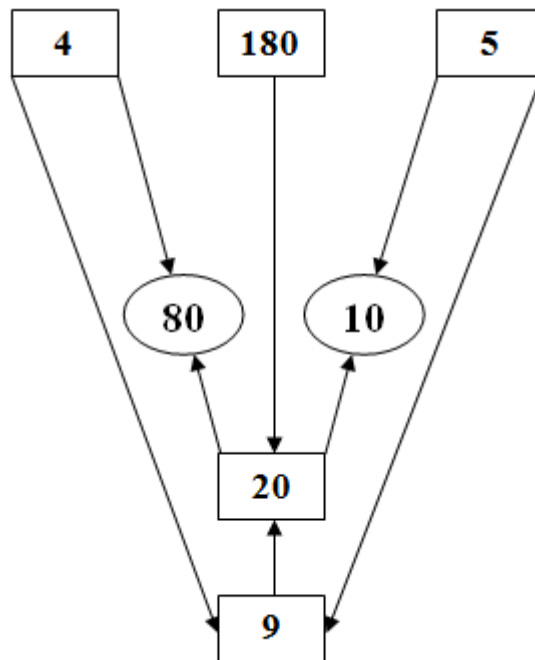


Рис.1.1.- Граф-схема для аналізу задачі

На конкретних прикладах розв'язування простих сюжетних задач потрібно ознайомлювати учнів із структурою задачі, з основними її елементами і відношеннями: кожна задача містить дані числові чи буквені і запитання щодо шуканої величини. Дані і шукані перебувають у певному зв'язку, який описується у тексті задачі. Щоб учні краще усвідомили його корисно застосувати прийом переформулювання умови задачі без зміни її сюжету з опорою на наочно зображені зв'язки між даними і шуканими величинами задач. Наприклад.

Задача 1.2. Висота дерева 6 м., а будинок вищий за дерево в 4 рази. Яка висота будинку?

Після традиційного розбору задачі (виділення даних величин і шуканих, встановлення того, що про них говориться в тексті) та розв'язання її, креслиться схема розв'язання і пояснюється як нею користуватися (рис.1.2 тонкі стрілки). Далі пропонуємо учням, користуючись схемою (рис.1.2 товсті стрілки) переформулювати дану

задачу, не змінюючи сюжету і числових даних. За схемою розв'язання задача формулюється у такому вигляді:

Задача 1.3. Висота будинку 24 м., а висота дерева 6 м. У скільки разів будинок вищий за дерево?

Учні мають виділити числові дані і сформульоване запитання задачі та розв'язати її. Пояснюється, що переформульована задача є однією з обернених до даної. Після чого учням пропонується нове завдання: скласти умову задачі до заданого запитання. «Яка висота дерева?» (рис.1.2 пунктирні стрілки).

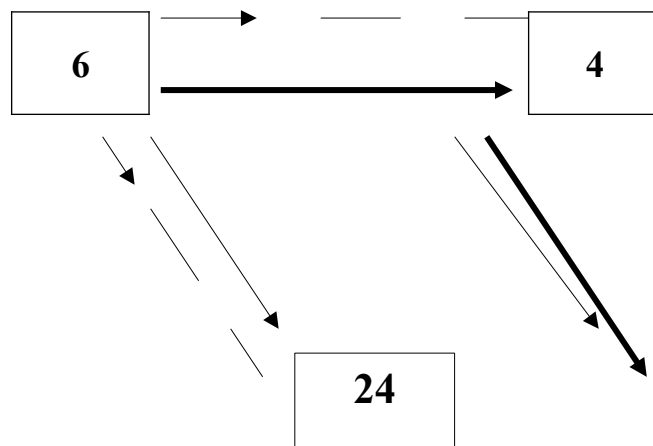


Рис.1.2.- Граф-схема для аналізу задачі

Корисно запропонувати учням придумати різні варіанти запитання до даної умови. В процесі виконання таких завдань, учні краще розуміють зв'язки між даними і шуканими величинами, виробляють загальний підхід до задач будь-якого типу і правильну орієнтацію на основне – співвідношення величин.

При розв'язуванні складених сюжетних задач виділяють три види схем:

- 1) схема розбору задачі (від шуканого до даних);
- 2) схема плану розв'язання;
- 3) структурна схема розв'язання.

Застосування цих схем здійснюється при поступовому переході від схеми розбору до схеми плану розв'язання і від схеми плану розв'язання

до структурної схеми та навпаки. Розбір задач від шуканого до даних проводиться з одночасним кресленням схеми. Розглянемо задачу:

Задача 1.4. Турист спочатку летів літаком 3 год з швидкістю 380 км/год, а потім – вертольотом 2 год зі швидкістю 170 км/год. На скільки кілометрів турист пролетів літаком більше, ніж вертольотом? (рис.1.3.)

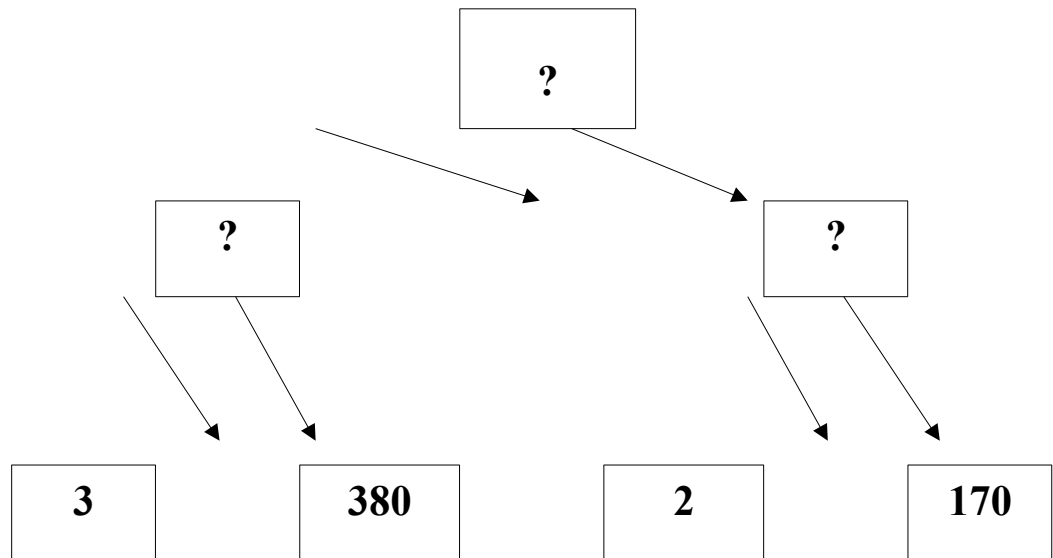


Рис.1.3.- Схема розв'язування задачі

Особливості текстових задач і їх розв'язання багато в чому визначають їх роль і місце у процесі навчання. Так, якщо б метою навчання математики можна було б вважати лише ознайомлення дітей з числами, арифметичними діями, їх властивостями, існуючими між ними зв'язками і відношеннями, тобто тільки з математичної сторони у чистому вигляді, то можна було б і зовсім відмовитися від розглядання сюжетних задач і відмежуватися вивченням цих залежностей і відношень у загальному вигляді, з використанням абстрактної математичної форми їх вираження. Текстові задачі самі по собі нічого нового у розкриття цих загальних математичних фактів не вносять і внести не можуть.

Але, враховуючи, що мова іде про початкові ступені в навчанні математики, формування абстрактних теоретичних знань природно вести на основі узагальнення накопиченого дітьми досвіду життєвих

спостережень і практичних дій, систематизованого і узагальненого під керівництвом вчителя. Текстові сюжетні задачі відбивають конкретні, добре зрозумілі життєві ситуації, можуть в цих умовах виявитися корисним засобом ознайомлення учнів з тими поняттями, відношеннями, закономірностями, які складають предмет початкового курсу математики. У цьому розумінні текстові задачі відіграють як би підсобну роль в курсі математики поряд з такими засобами як використання різноманітних наочних посібників, проведення практичних робіт.

Відмітимо, що так же як по відношенню до наочних посібників, використання сюжетних задач як опори при введенні нових понять, при розгляданні нових математичних закономірностей, повинно враховувати загальну задачу поступового переходу від конкретного до абстрактного. Якщо на перших етапах навчання цей засіб конкретизації відповідає рівню підготовки учнів, то у наступному, достатньо «наочною» конкретною основою для отримання нових висновків може виявитися порівняння математичних виразів, спостереження за числовими таблицями.

Так, наприклад, в 1-му класі ознайомлення з новими властивостями дій починається з практичних вправ з використанням розрізного дидактичного матеріалу, після чого дітям пропонується відповідна сюжетна задача, різноманітні способи розв'язування, яка допомагає їм з'ясувати зміст властивостей, і тільки після цього вони переходять до порівняння відповідних способів розв'язування на абстрактних прикладах. У другому класі цю роботу можна почати з розглядання текстової задачі. У 3 класі при розгляданні, наприклад, нової властивості множення числа на добуток виявляється вже можливим піти іншим шляхом: почати з порівняння різних способів множення числа на добуток на декількох числових прикладах. На цій основі робиться відповідне узагальнення, яке потім учні

приспосовують як у нових випадках обчислення, так і при пошуках різних способів розв'язування відповідних сюжетних задач являється, таким чином, вже не відправним моментом в ознайомленні з новою для дітей закономірністю (математичною), а однією з форм вправ, виконуючи які діти закріплюють і вдосконалюють надбанні знання, вчаться приспосовувати їх до розв'язування практичних, життєвих питань і задач.

У всіх розглянутих випадках сюжетні задачі використовуються як один із засобів формування у дітей тих чи інших нових математичних знань (чи на етапі ознайомлення з новим, чи на етапі застосування в різних умовах з метою закріплення і удосконалення понять, засвоєння вивчених властивостей дій тощо).

Одним із загальних завдань математики є підготовка учнів до їх подальшої трудової діяльності, з урахування сучасного рівня розвитку науки і техніки. Навчити бачити у навколишній дійсності такі факти і закономірності, які можуть бути описані математично, – одна з найважливіших задач навчання. Початком цієї роботи і є багато з того, що пов'язується з розв'язуванням текстових задач у 1-3 класах.

Так, починаючи з перших кроків навчання, діти повинні навчитися виділяти у навколишньому (або на малюнку) множину предметів, які об'єднанні якою-небудь загальною ознакою, підмічати кількісні зміни, які відбуваються в результаті тих чи інших життєвих дій. Наприклад: «на аеродромі було декілька літаків. Прилетів ще один літак». Кількість літаків збільшилася.

Учні повинні навчитися з'ясовувати, які дані необхідні (або достатні) для відповіді на те чи інше питання, якщо ми хочемо розв'язати задачу за допомогою арифметичних дій над числами (наприклад, що достатньо знати для того, щоб визначити вартість 6 чашок; які дані ще необхідні, якщо відома дата закінчення подій, а треба дізнатися їх тривалість тощо).

Діти повинні навчитися запропоновану їм сюжетну задачу переводити на мову математичних виразів, оволодіти вмінням складати до задачі рівняння.

Всі ці вимоги виходять з необхідності підготувати учнів до розв'язування різноманітних за змістом задач, які виражені у словесній формі, за допомогою доступних їм математичних засобів. У цьому смислі роботу над текстовими задачами можна порівняти з перекладом тексту з однієї мови на іншу.

Із розглядання ролі і місця текстових задач у сучасному початковому курсі математики повинно стати зрозуміло, що метою роботи над задачею не є розучування способів розв'язування задач якихось визначних видів. Мета полягає в тому, щоб, використовуючи текстові задачі як один з видів вправ, забезпечити краще засвоєння введених в програму питань теорії, навчити дітей застосовувати надбані теоретичні знання на практиці. При цьому у них повинні бути сформовані деякі загальні вміння, які необхідно для самостійного розв'язування нескладних життєвих задач, які піддаються «перекладу» на мову математики. Треба розвинути в учнів вміння міркувати, яке ґрунтується на здібності відділяти відоме від невідомого, встановлювати існуючі між ними зв'язки, перекладати ці зв'язки з конкретної мови текстової задачі на абстрактну мову математичних відношень і залежностей.

Відбір, система розташування задач, методика роботи над ними повинні відповідати загальним цілям навчання і враховувати при цьому ті функції, які можуть бути покладені на цей вид вправ.

Текстові задачі як конкретна наочна основа при ознайомленні дітей з новими математичними знаннями (при формуванні нових понять, розгляданні нових закономірностей тощо) використовуються протягом всіх років початкового навчання. Система їх розташування, ймовірно, співпадає з логікою розгортання введених понять, ознайомлення з

арифметичними діями і їх властивостями. Особливість задач, які відбираються з цією метою – максимальна їх простота. Вони повинні бути зрозумілі, доступні, близькі дітям, за сюжетом найбільш просто викладені, не містити ніяких незрозумілих, нових для дітей слів, які вимагали б додаткових пояснень. Саме цій меті підпорядкована більша частина простих задач, які широко представлені в програмі і підручниках для кожного року навчання.

Таким чином, аналіз літератури, вивчення досвіду роботи вчителя дає можливість відмітити, що:

- основні положення методики роботи над задачею виділені і правильно розуміються вчителями;
- розумова діяльність учнів активізується розв'язуванням задач різними способами, нестандартних задач, задач-жартів.

Недоліками роботи вчителів є:

- неправильна організація пошуку розв'язування задачі або взагалі відсутність цього етапу;
- слабка підготовча робота перед розв'язуванням складеної задачі;
- недостатнє використання схем при розв'язуванні задач.

1.2. Психологічні передумови формування уміння розв'язувати задачі

Задачі відіграють дуже важливу роль у навчанні. Розв'язування задач в навчанні виступає і як мета і як засіб навчання. Ось чому проблема задач є однією з основних для дидактики, педагогічної психології і загальних методик. Зараз, коли в педагогічній теорії і

практиці широко обговорюються питання інтенсифікації розумового розвитку учнів, ця проблема є надзвичайно гострою і актуальною.

Вивчення математики в початкових класах загальноосвітньої школи здійснюється через систему доцільних задач і практичних робіт. Це означає, що формування кожного нового поняття пов'язується з розв'язанням задач, зміст яких сприяє усвідомленню його значення або конкретики застосування.

Вчені по різному підходять до питання про відношення між суб'єктом і задачею. В залежності від того, до яких систем пристосовується поняття «задача», можна виділити дві групи: до першої групи відносяться трактовки понять «задача», як ситуацій зовнішньої діяльності, яка може бути проаналізована і описана у відриві від суб'єкта, який здійснює діяльність. Такий підхід позбавляє поняття «задача» певного психологічного змісту. До другої групи відносяться трактовки поняття «задача», які передбачають психологічний контекст і розглядають задачу як особливу характеристику діяльності суб'єкта. Задача в трактовках цієї групи розглядається як суб'єктивне, психологічне відображення тієї зовнішньої ситуації, в якій розгортається цілеспрямована діяльність суб'єкта.

У методиці математики існує поділ задач в залежності від їх функцій на дидактичні, пізнавальні і розвивальні, хоча, чітких меж у кожній групі немає.

Аналізуючи виділення функцій задач Ю.М.Колягін [17] вказує на такі положення:

1. Будь-яка задача несе в собі різноманітні функції, тому є сенс говорити про визначальну функцію.
2. Провідне положення однієї або декількох функцій задачі має динамічний характер.
3. Система шкільних математичних задач повинна відповідати головним цілям шкільної математичної освіти.

4. Провідними функціями задач вважати навчальні, виховні і розвивальні.
5. Провідна функція задачі визначена основною метою її постановки перед учнями і повинна бути реалізована в першу чергу.
6. При систематизації функцій задач треба виходити із цілей математичної освіти.

Зупинимося на одній із функцій.

Розвивальні функції задач «спрямовані на формування в учнів науково-теоретичного, зокрема функціонального стилю мислення, на оволодіння ними прийомами розумової діяльності. У процесі розв'язування задач учні виконують різні розумові операції (аналіз, синтез, конкретизація, абстрагування, порівняння, узагальнення тощо), висловлюють судження і міркування. Для активізації розумових дій учнів під час розв'язування задач запитання треба ставити так, щоб вони спонукали до порівнювання, зіставлення, перевірки тощо» [43].

Проілюструємо це на прикладі. Формується поняття про взаємозв'язок величин: ціна, кількість, вартість. Для цього із життєвих ситуацій приводяться задачі, в яких використовується залежність між вказаними величинами; ця залежність може бути трьох видів. Зобразимо це схематично (рис.1.4).

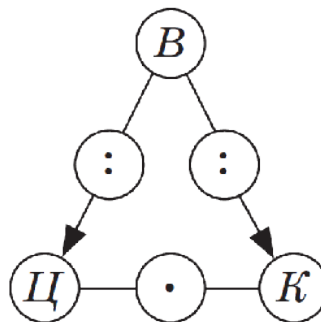


Рис.1.4.- Схеми до розв'язання задач на взаємопов'язані величини: ціна, кількість, вартість

У підручниках [3], [4], прості задачі з залежностями між ціною, кількістю і вартістю представлені всіма трьома видами.

1. Задачі допомагають встановлювати різні зв'язки між поняттями.

Задача 1.5. Площа прямокутника 56 см^2 . Одна сторона прямокутника 12 см . Чому дорівнює інша сторона прямокутника?

При розв'язуванні задачі учні повинні відтворити раніше вивчений матеріал – площа прямокутника, обчислення площі, знаходження сторін прямокутника, якщо відома площа і одна із сторін, і застосувати його в конкретній ситуації.

2. Задачі, розв'язування яких сприяє формуванню провідних ідей.

Задача 1.6. Зважили гуску, курку та індику. Маса гуски $4 \text{ кг } 420 \text{ г}$, курки – на $2 \text{ кг } 345 \text{ г}$ менша, ніж маса гуски. Маса індики на $2 \text{ кг } 350 \text{ г}$ більша, ніж маса гуски і курки разом. Скільки важать разом гуска, курка, індик?

3. Задачі, які формують основні види умовиводів, способів і прийомів їх проведення. Завдання на порівняння задач, їх розв'язування, сприяє засвоєнню учнями прийому порівняння. У двох видах: співставлення і протиставлення.

4. Задачі сприяють формуванню провідних вмінь і навичок. У всіх текстових задачах при виконанні дій закріплюються обчислювальні навички, формується вміння розв'язувати задачі.

5. У розв'язуванні задач арифметичним способом при формуванні питань і відповідей проходить розвиток логічного і математичного мовлення, набувається навичка короткого запису задачі.

6. Виконання креслень, схем, графіків, таблиць при розв'язуванні задач сприяє формуванню моделювання учбового матеріалу.

7. При розв'язуванні арифметичних задач можна формувати вміння і навички у користуванні приладами, таблицями, інструментами, довідковим матеріалом. Завдання на складання задач за даними таблиць або за власними вимірами сприяють формуванню цієї функції.

8. Однією з конкретних функцій задач є формування методів їх розв'язання. Вони необхідні для засвоєння методу розв'язування задач і

допомагають розкривати істотні сторони способу або методу розв'язування.

Наприклад, навчання дітей перевірці розв'язування текстових задач методом складання виразу характеризується істотними сторонами:

1. Виділення шуканого в задачі.
2. Складання числових виразів за умовою задачі.
3. Запис шуканого через числовий вираз, який складено за даними задачі.

Задачі для початкових класів, на наш погляд, повинні відповідати таким вимогам:

1. Умова задачі зрозуміла учням цього віку, з вдало побудованим сюжетом, викликати в них інтерес і нести в собі певну пізнавальну цінність.
2. Задача сформульована зрозумілою для дитини мовою, нові слова, поняття повинні бути поясненні.
3. Найменування в умовах задач відомі учням.
4. Числа повинні сприйматися учнями.
5. Дії над числами при розв'язуванні задач відповідають темі уроку.
6. По можливості задача пов'язана з матеріалами інших дисциплін.

Таким чином, задачі повинні бути побудовані так, щоб вони несли інформацію, яка дає можливість засвоювати математичні поняття, а також здійснювати математичний аналіз навколишнього середовища, давати оцінку кількісним явищам. Задача розглядається нами як джерело інформації про навколишнє життя.

Виховання у дітей вміння підмічати математичну сторону явищ, предметів і їх відношень – одне із завдань вчителя молодших класів.

Під розвивальними функціями задач будемо розуміти такі їх функції, які направлені на розвиток мислення учнів, на формування якостей, які притаманні науковому мисленню, на оволодіння прийомами ефективною розумовою діяльністю.

Із всіх спеціальних розвивальних функцій математичних задач, перерахованих Ю.М.Колягіним, до арифметичних, на наш погляд, можна віднести такі:

1. Уміння математизувати найпростіші ситуації життєвого характеру, бачити математичні закономірності у навколишньому.
2. Уміння планувати пошук розв'язання задачі, виключаючи із її умови непотрібні дані, доповнювати недостатні, відбирати методи, засоби і операції необхідні для її розв'язання, вміння здійснювати перевірку правильності розв'язання.
3. Уміння швидко і правильно проводити обчислення, здійснювати перевірку і прикидку правильності обчислення.

Зупинимося більш детально на першій розвивальній функції. Практика показує, що досвід молодшого школяра досить обмежений. Учень краще підмічає властивості і відношення, які знаходяться на поверхні і часто не звертає уваги на прикритий математичний зміст ситуації.

Вказана функція задач ясно виділяється при виконанні учнями завдань на складання задач. Складання задач за числовим виразом сприяє вихованню в учнів здібностей проводити аналіз, розвитку абстрактного мислення, спостережливості, наполегливості у досягненні мети тощо.

Вміння підібрати сюжет задачі покаже, чи бачить учень математичну ситуацію в різних сторонах життя. Підбір різних числових даних характеризує вміння учнів використовувати свій життєвий досвід. Забезпечення потрібного зв'язку між числовими даними говорить про вміння учня математичний зміст перенести в конкретну ситуацію.

Із вище зазначеного слідує, що при складанні задачі за числовим виразом учень повинен підібрати сюжет, відповідно до даних чисел у виразі; охарактеризувати зв'язки між предметами, математичними відношеннями, які відповідають діям у числовому виразі, сформулювати

питання до задачі відповідно останньої дії, яке позначено у виразі. Розумові операції, які проводяться при складанні задач, сприяють закріпленню понять числового математичного виразу, виховують вміння виконувати міркування в залежності від дії над числами, а цим самим сприяють розвитку мовлення учнів.

Наприклад, при складанні задач за виразом $660 : (50+60)$ роботу можна організувати так:

- Діти, згадайте залежності, які використовуються при розв'язанні задач Час-Швидкість-Відстань.
- Які з цих величин можна додавати?
- Додавати можна тільки величини однакових найменувань. Наприклад, швидкість із швидкістю і т.д.
- Знаючи швидкість і відстань, що ми можемо знайти? Час знаходження в дорозі.
- Числові значення швидкостей повинні бути більше чи менше всієї відстані?
- Менше.
- Знаючи відстань і час перебування в дорозі, що ми можемо знайти?
- Швидкість.
- У виразі $660 : (50+60)$ яка дія виконується останньою?
- Ділення.
- Яка величина із залежності (час-швидкість-відстань) знаходиться діленням?
- Час або швидкість.
- Значить, яку величину будемо позначати 660?
- Відстань.
- У яких одиницях?
- 660км, 660м, 660см.

- З яким числом ви хочете скласти задачу?
- 660 км.
- Яка відстань може бути виражена таким числом?
- Відстань між 2 селами, місцями, пунктами.
- Тоді 50 і 60, що може виражати, швидкість чи час?
- Швидкість.
- Скласти задачу, використовуючи залежність час-швидкість-відстань.

Приклад складеної учнями задачі.

Задача 1.7. З двох пунктів, відстань між якими 660км, одночасно вийшли назустріч один одному, два автомобілі. Швидкість одного з них 50км/год, іншого – 60 км/год. Через скільки годин автомобілі зустрінуться?

Будь-яка задача – наслідок проблемної ситуації, розв'язання якої потребує активізації розумової діяльності. Задача розглядається на певній предметній області відношень, які зв'язують об'єкти (предмети, явища, величини, фігури). Елементи предметної області і відношення поділяються на сталі і змінні, на відомі й невідомі. Невідомі в задачі поділяються на шукані й допоміжні. Розглянемо ці поняття на конкретних задачах.

Задача 1.8. На товарну станцію прибули два поїзди. В одному з них було 40 платформ вугілля, а в другому – на 3 платформи менше. Розвантажили 30 платформ. Скільки платформ ще треба розвантажити?

Предметна область цієї задачі складається з кількості (числа) платформ у кожному поїзді, із загальної кількості платформ, кількості розвантажених і (окремо) не розвантажених платформ. Ці елементи предметної області зв'язані такими відношеннями: різницеvim відношенням між кількостями платформ у поїздах; відношення суми кількостей платформ в обох поїздах; відношенням різниці загальної кількості платформ і кількості розвантажених платформ. З названих

елементів предметної області і відношень (усі вони стали) відомими є: кількість платформ у першому поїзді, кількість розвантажених платформ, різницеве відношення кількостей платформ у кожному поїзді. Невідомим є кількість платформ у другому поїзді, загальна кількість платформ і кількість нерозвантажених платформ. З них перші два елементи є допоміжні невідомі, а останній – шукане.

Конкретна задачає навчальною, яка потребує розумового аналізу й теоретичного узагальнення. Учні спочатку, звичайно, не вміють самостійно формулювати учбові задачі і виконувати дії з їх розв'язування. До певного часу їм допомагає в цьому вчитель, але поступово відповідні вміння дістають самі учні. Саме в цьому процесі у них формується самостійно виконувана учбова діяльність, вміння вчитися.

Вміння самостійно ставити учбову задачу (на основі запропонованої конкретної задачі) є одним з основних вмінь, якими повинен володіти кожен учень. Якщо учень, поставлений перед деякою конкретною задачею, володіє вмінням ставити учбову задачу (і в нього сформована відповідна потреба), то він перш ніж приступити до розв'язування даної конкретної задачі, буде виконувати пошук загального способу розв'язування цілого класу задач, в який входить і запропонована йому задача. У випадку несформованості в нього вміння і потреби ставити учбову задачу він замість пошуку загального способу почне розв'язувати запропоновану йому конкретну задачу шляхом проб і помилок, а потім аналогічно буде розв'язувати усі наступні задачі даного класу. При стихійному формуванні вміння ставити учбову задачу воно проходить ряд етапів, які завершуються появою в учнів певного відношення до учбової задачі – від практичного до теоретичного, коли він, одержавши конкретну задачу, відразу починає шукати загальний спосіб розв'язування подібних задач.

Процес розв'язування задач з психологічного боку являє собою послідовний перехід суб'єкта від однієї проблемної ситуації до другої шляхом моделювання першої ситуації і прийняття побудованої моделі за об'єкт другої ситуації. Суб'єкт будує послідовність моделей спочатку побудованої або прийнятої задачі. При цьому перехід від проблемної ситуації до її моделі здійснюється шляхом децентрації суб'єкта, тобто розумового виходу суб'єкта із ситуації і її активного вивчення ними як би зі сторони.

У випадку, коли задача є розумовою моделлю, ця децентрація приймає форму розумового «роздвоєння» суб'єкта, він вивчає свою власну думку, її перетворення, процес її протікання. Тобто, суб'єкт якби роздвоюється на дві «істоти»: одна з них будує і перетворює розумові моделі висхідної задачі, друга – розумово вивчає утворювані моделі і співвідносить їх з моделлю кінцевої або проміжної мети діяльності.

Основа на досвіді правила стратегії, прийоми або інші засоби, які істотно відмежовують пошук розв'язування складених задач називається евристикою, евристика не гарантує оптимальність розв'язування задач і навіть не гарантує досягнення розв'язування. Евристична програма – це така, яка при розв'язуванні складених задач використовує різні евристики. Прикладами евристики є такі правила:

1. У ряду випадків корисно йти в розв'язуванні від вимоги задачі до її умови.
2. Корисно використовувати до даної задачі методи, за допомогою яких в минулому розв'язувалися подібні задачі.
3. У багатьох випадках використовуються два універсальних евристичних методи розв'язування задач: метод аналізу мети і засобів полягає в виборі і виконанні над висхідною задачею таких операцій, які поступово зменшують різницю між висхідним станом і шуканим кінцевим станом.

У методі планування виробляється деяка спрощена постановка задачі, яка потім розв'язується методом аналізу мети та засобів.

Існує два види узагальнення розв'язування задач. Узагальнення першого виду здійснюється шляхом розгорнутого порівняння ходів розв'язування серії задач. Лише поступово в цих розв'язаннях знаходяться подібні моменти, що і приводить до узагальнення. Це емпіричний шлях. Узагальнення другого виду проходить на основі аналізу умов і вимог однієї задачі, що дає змогу абстрагувати її істотні залежності. Виходячи з цього розв'язування задачі зразу набуває узагальненого значення і «з місця» переноситься на цілий клас задач, забезпечуючи до них теоретичний підхід з позицій єдиного типу розв'язання. Це теоретичний шлях узагальнення.

Під психологічним бар'єром попереднього досвіду розуміються труднощі, з яким стикається людина при обраній актуалізації знань в процесі розв'язування творчих задач. Процес включення елементів попереднього досвіду не завжди забезпечує появу новоутворень у творчому мисленні, а в деяких випадках це навіть може утруднити пошук правильного розв'язування. Однією з причин появи психологічних бар'єрів попереднього досвіду є наявність у завданні таких умов, які актуалізують раніше утворені стереотипні дії, які не дозволяють винайти нові умови, які вимагають для розв'язування творчого завдання. Довгий час вважалось, що єдиний метод формування вмінь розв'язувати задачі – це практика в розв'язуванні великої кількості задач. Відомий математик і методист Д.Пойа радить, що якщо ви хочете навчитися розв'язувати задачі, то їх треба розв'язувати постійно. Наслідуючи цю пораду, вчителі математики, фізики, російської мови та інших предметів пропонують учням велику кількість задач і витрачають на їх розв'язування не менше половини всього учбового часу, не враховуючи часу домашньої роботи учнів, яка складається в основному із розв'язування задач. А результати цієї титанічної роботи більш ніж

скромні: багато учнів так і не опановують загальний підхід до їх розв'язування і, зустрівшись з задачею незнайомого виду, губляться і не знають, як до неї підійти.

Культура розв'язування задач заключається в тому, що пошук розв'язування здійснюється на базі глибокого і всестороннього попереднього аналізу задачі, що із дійсних випробувань обмірковується і її результати аналізуються, що після знайдення вірного розв'язування проводиться ретроспективний аналіз з метою виявлення загальних методів, застосованих в цьому розв'язуванні, пошуку більш раціонального розв'язування, якщо це можливо. Такій культурі можна і треба вчити учнів, починаючи з початкових класів.

Головне – це зробити самі задачі, виділити їх структуру. Для цього необхідно використовувати спеціальну систему вправ, де конкретні задачі є лише матеріалом, а метою (вимогою) є послідовно:

1. Розподілення задачі на елементарні умови і вимоги;
2. Виявлення зв'язків і залежностей між окремими умовами (даними) і між даними і вимогою;
3. Побудова схематичної моделі задачі;
4. Перекодування задачі на іншу мову і т.д.

Обов'язковою умовою є те, що у всіх цих вправах сама задана задача не розв'язується, щоб не відволікати учнів від головного – аналізу задачі.

Особливу роль у формуванні в учнів культури розв'язування задач відіграє заключний, ретроспективний аналіз проведеного розв'язування з метою виявлення і опанування загальних методів і прийомів розв'язування задач. Вказані навчальні вправи повинні використовуватися протягом всіх років навчання і стати основною для формування здібностей і вмінь у розв'язуванні задач. Сам процес формування здібностей і вмінь повинен набути цілеспрямований і керований характер. Необхідно чітко уявляти, який компонент загальних

здібностей до розв'язування задач, яке вміння формується в даний час за допомогою розв'язування визначеної системи учбових і конкретно – практичних задач, яку роль при цьому відіграє кожна з використаних задач.

Треба змінити і сам підхід до розв'язування задач. Замість того, щоб бездумно розв'язувати велику кількість задач, корисніше розв'язувати в декілька раз меншу їх кількість, але при цьому саме розв'язування повинно вмещувати глибоке вивчення цих задач, сутності їх розв'язування, виявлення загальних методів і прийомів, використаних в цьому розв'язуванні. Задачі і механізми їх розв'язування повинні стати об'єктами глибокого і постійного вивчення протягом всіх років навчання. Особлива увага повинна бути також приділена формуванню культури розв'язування, прищепленню розумного підходу до пошуків і конструюванню методів розв'язування, виробленню дисциплінованого мислення в процесі розв'язування задач, який припускає оцінку цього розв'язування не тільки з боку його безперечної логічної правильності, але й краси і тендітності. Кожен учень в процесі навчання повинен надбати вміння вчитися самостійно. Воно також обов'язково включає вміння ставити учбову задачу і розв'язувати її.

Формування задачі учнем повинно бути пов'язане з пошуком загального способу розв'язування цілого класу задач, інакше не уникнути випробувань і помилок, перебір варіантів розв'язування окремо взятої конкретної задачі. Розв'язування задачі повинно виконуватися на базу глибокого і всеохоплюючого попереднього аналізу задачі, необхідний і аналіз ходу розв'язування.

Мислення є розв'язуванням визначеної задачі, яка формується в питанні. Пошук відповіді на поставлене запитання надає процесу мислення цілеспрямованого, організованого характеру. Мислення є стержнем будь-якої розумової діяльності людини. Оформлення задачі в запитанні є першим етапом розумового процесу, тому що, перш ніж

розв'язувати задачі, треба розкрити категорію, у межах якої лежать шукані зв'язки. Найдене розв'язування задачі є розумінням, тобто установленням нових для людини зв'язків. Вони складають зміст нових знань, які вона набула. Процес мислення здійснюється на основі вже набутого людиною досвіду, понять, вмінь і прийомів розумової діяльності. Цей зв'язок мислення і знань чітко виступає вже на першому етапі розумового процесу.

Щоб розв'язати математичну задачу, треба знати значення кожного члена, знати необхідні арифметичні дії і вміти застосовувати їх там, де вони потрібні. Але, розв'язуючи нову задачу, учень повинен вміти перетасувати знання, які він має, по-новому їх використати, пристосувати їх у не звичайних сполученнях. Тобто, у процесі мислення треба володіти не тільки міцними знаннями, але й раціональними способами оперування ними згідно нової конкретної задачі.

Мислення можна здійснювати на рівні практичних дій або на рівні оперування уявленнями, або словами, тобто «у внутрішньому плані». Розумовий процес включає різні операції: порівняння, абстрагування, конкретизацію та інші.

Порівняння – найбільш елементарна, але дуже суттєва розумова операція, важлива сторона – аналітико-синтетичної діяльності учня. Без порівняння предметів і явищ неможливе виділення істотних ознак предметів і явищ, а також змін, які вони зазнають під впливом тих чи інших обставин. Прийомами порівняння діти в деякій мірі володіють ще до школи, інтенсивно користуються ними майже з перших днів навчання. Порівняння широко використовується при ознайомленні учнів з правилами обчислень, способами розв'язування задач. Порівняння потрібно і при емпіричному, і при теоретичному узагальненні. Головне в операціях порівняння – виявлення «об'єктивно істотних» важливіших сторін предметів, «вираження сутності». Тому головною задачею вчителя є – вчити дітей цілеспрямованому порівнянню, виявленню

найбільш характерних і важливих сторін порівнюваних об'єктів, а таке порівняння припускає оволодіння другою важливою розумовою операцією – абстрагування.

Абстрагування в навчальному процесі, як відомо, заключається у мисленому відокремленні від ряду сторін і ознак об'єкта і виділенні тих ознак, які потрібні в залежності від мети вивчення. Абстрагування є такою розумовою операцією без якої неможливе оволодіння уявленнями і поняттями. Будь-яка аналітична діяльність припускає використання тих чи інших видів абстрагування. Навчання дітей абстрагуванню, як і навчання порівнянню здійснюється у ході навчальної роботи. Успіх залежить від цілеспрямованості, від урахування ряду обставин. Навчити дітей абстрагуванню – значить виробити в них вміння бачити загальні, незмінно повторювані, притому дійсно існуючі, ознаки великого кола предметів. Для цього важливо відбирати для спостереження відносно велике число об'єктів, що дає можливість міркувати про істину, узагальнену ознаку. У цій роботі, як і у всьому навчанні в цілому, важливо додержання принципу переходу від простого до складного. Тому доцільно при формуванні нового уявлення або поняття первісно давати дітям такі сукупності об'єктів, у яких істотні ознаки були б очевидними.

Послідовність у навчанні дітей прийомам абстрагування потрібна на уроках математики. Наприклад, абстрактний термін «сума» первісно вводить для означення числа, отриманого у результаті дії додавання, а пізніше для позначення виразу, який складається з двох чисел, поєднаних знаком «плюс». Послідовність навчання прийомам абстрагування широко використовується при зведенні буквеної символіки при розв'язуванні задач. Порівнюючи числові і буквені вирази, діти переконуються потім, що за допомогою букв можна провести узагальнений запис числових виразів. Буквена символіка широко використовується для запису властивостей арифметичних дій.

Але це є досить високим ступенем абстракції, тому до оволодіння такою операцією діти довгий час постійно готуються.

З досвіду роботи школи можна простежити таку закономірність, що постійно підкреслюється необхідність предметно-образної основи як висхідного моменту для абстрагування. Мова йде про схематичний запис задачі. Наприклад.

Задача 1.9. На стіл поставили 5 чайних чашок, це на 3 більше ніж стаканів. Стільки стаканів поставили на стіл?

Аналітичне розв'язування. Вчитель просить прочитати задачу, виділити в ній умову і питання. Потім пропонує питання: про що говориться в задачі? (Про чашки та стакани). Чи відомо число чашок? (Відомо: 5 чашок). Чи відомо число стаканів? (Ні). Що нам ще відомо з умови задачі? (Число чашок на 3 більше числа стаканів). Після цього на дошці робиться наступний схематичний запис.

Чашок – 5, на 3 більше

Стаканів – ?

Що більше: число чашок, чи число стаканів? (Чашок на 3 більше, ніж стаканів). Що можна сказати про число стаканів? (Стаканів на 3 менше, ніж число чашок). Отже, стаканів на 3 менше, ніж чашок, а чашок 5. Як можна дізнатися, скільки було стаканів? (Треба відняти: $5 - 3 = 2$). У цьому прикладі мало місце найпростіше абстрагування від предметного вираження змісту задачі до математичного вираження кількісних відношень дозволяє розібратися у змісті і способах розв'язування задач. Яким би способом не розв'язувалася задача – складанням виразу чи рівнянням-абстрагування необхідно, як раніше вказувалося, для виявлення математичної сутності задачі.

Наприклад.

Задача 1.10. У дівчинки було кілька кульок. Коли вона віддала подрузі 3 кульки у неї залишилося 5. Скільки кульок було у дівчинки?

Головне в тому, щоб першокласники уявили собі шукане число як суму відомих їм двох чисел.

У підручнику математики 2-го класу є задача такого змісту:

Задача 1.11. У магазин привезли 6 коробок цукерок по 9 кг у кожній, 5 коробок печива по 8 кг у кожній. Скільки всього кілограмів солодоців привезли?

Розв'язування такої задачі не викличе труднощів у дітей, якщо вони зрозуміють її абстрактно-тематичний смисл-обчислення суми двох добутоків. Візьмемо для прикладу задачу для 3 класу.

Задача 1.12. У магазині було 760 м тканини. За тиждень було продано 380 м тканини, а до кінця тижня надійшло до магазину ще 450 м тканини. Скільки метрів тканини стало в магазині до кінця тижня?

Третьюкласникам важливо зрозуміти, що математичним змістом задачі є додавання числа до різниці чисел. Для правильного розв'язування багатьох задач вирішальне значення має знання характеру зв'язків між величинами залежно від їх конкретного кількісного вираження.

Для уміння математичної сутності задачі важливо навчити дітей бачити за різними словесними виразами і в різних конкретних ситуаціях саму величину в її чисто математичному значенні. Отже, можна стверджувати, що при розв'язуванні задач проходить складний розумовий процес, виконуються логічні операції: аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення тощо.

1.3. Основні напрями розвитку мислення в процесі розв'язування задач

Текстові задачі в початковому курсі математики відіграють важливу роль у навчанні і вихованні дітей, оскільки допомагають їм зрозуміти абстрактні значення цього предмета, підготовляють до майбутньої трудової діяльності. Адже вони містять значну інформацію про різні галузі народного господарства, професії. Та чи не основне призначення задачі – сприяти розвитку логічного мислення школярів. У процесі розв'язування задач на доступному рівні для семи – дев'ятирічних дітей в них формуються такі важливі мислительні операції, як аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, конкретизація, узагальнення. Учні також вдаються до елементарних дедуктивних міркувань, роблять індуктивні висновки. Внаслідок цього створюються умови для вироблення загального вміння виконувати будь-яке завдання, в тому числі і суто практичне.

Найбільший інтерес щодо розвитку розумових можливостей дітей становить розбір задачі. Здійснюється він здебільшого аналітико-синтетичним способом. Нагадаємо, що аналіз – розумова операція (метод дослідження), яка полягає у розчленуванні цілого на частини. Синтез – вивчення об'єкта в цілісності, єдності складових.

Аналіз і синтез як два компоненти єдиного процесу пізнання взаємопов'язані. Особливо це чітко простежується під час розв'язування задач, зокрема складених. Як відомо, така задача містить кілька простих, у виділенні яких і полягає розбір. Міркувати можна в напрямку від невідомого до даних (аналітичний спосіб) і від даних до шуканого (синтетичний).

Ставити питання про перевагу одного з напрямів неправомірно. У кожному конкретному випадку може більше підходити або той, або інший. Який з них застосувати, вирішує вчитель. Однак було б

неправильним вважати, що цей вибір залежить виключно від уподобання класовода. Існують і певні об'єктивні критерії такого вибору: структура задачі, наявність чи відсутність в умові опорних слів-ознак, які відбивають окремі співвідношення між даними і шуканими, скажімо, *більше (менше) на... (у стільки-то разів), усього, разом* тощо. Саме на них акцентуємо увагу в ході аналізу задачі.

Проілюструємо сказане прикладами.

Задача 1.13. [3,№31]

У саду посадили 30 кущів малини у 3 ряди порівну і 24 кущі смородини в 4 однакові ряди. На скільки було менше в кожному ряду кущів смородини, ніж малини?

Як бачимо, в умові опорні слова – порівну, однакові, у запитанні – на скільки менше.

Розбираємо задачу синтетичним способом.

Учитель. Що означають числа 30 і 3?

Учень. Число 30 означає кількість кущів малини, що їх посадили, а число 3 – кількість рядів, у яких розмістили ці кущі.

Учитель. Як розмістили кущі малини?

Учень. Порівну.

Учитель. Про що можна дізнатися, маючи ці дані?

Учень. Скільки кущів малини було в одному ряду.

Учитель. Як це зробити?

Учень. Виконати дію ділення.

Учитель. Що означають числа 24 і 4?

Учень. 24 – кількість кущів смородини, а 4 – кількість рядів, у яких посадили ці кущі.

Учитель. Про що можна дізнатися, знаючи ці два числа?

Учень. Про кількість смородини в одному ряду.

Учитель. Якою дією?

Учень. Дією ділення.

Учитель. Чи можна її виконати?

Учень. Так. У задачі сказано, що ряди були однакові.

Учитель. Якщо знатимемо, по скільки кущів малини і смородини було в кожному ряду, то про що зможемо дізнатися?

Учень. На скільки менше було в одному ряду кущів смородини, ніж малини, про що й запитується в задачі.

Учитель. Як обчислити, на скільки одне число менше (або більше) від другого?

Учень. Треба від більшого числа відняти менше, тобто від числа кущів малини відняти число кущів смородини.

Після цього – складання плану або записування розв’язування окремими діями з поясненням.

Розв’язання

- 1) $30 : 3 = 10$ (кущ.) малини було в одному ряду;
- 2) $24 : 4 = 6$ (кущ.) смородини було в одному ряду;
- 3) $10 - 6 = 4$ – на стільки менше в кожному ряду кущів смородини, ніж малини.

Користуючись синтетичним способом, третьокласники виділяють щоразу по два числа і формулюють до них запитання. Іноді вони можуть помилитися, поставити зайве запитання, оскільки це роблять наздогад. Коли ж зважатимуть на слова-ознаки, імовірність помилок зменшиться і значно полегшиться робота над задачею.

За аналітичного розбору задачі починаємо міркувати з головного запитання, завдяки чому скеровуємо думку в потрібне русло. Спочатку з’ясовуємо умови, необхідні для остаточної відповіді, а потім поступово, крок за кроком, наближаємося до вихідних даних.

Наводимо зразок такого розбору.

Задача 1.14. [3, №270]

Для ремонту квартири купили 10 банок фарби, витратили 7 банок. На скільки більше банок фарби витратили, ніж залишилося?

Учитель. Чи можна відразу відповісти на запитання, на скільки більше банок фарби витратили, ніж залишилось?

Учень. Ні.

Учитель. А що треба спочатку знати?

Учень. Треба знати, скільки банок фарби витратили і скільки залишилося.

Учитель. Що тут відомо?

Учень. Що витратили 7 банок фарби.

Учитель. А що невідомо?

Учень. Скільки банок залишилося.

Учитель. Які числа треба знати, щоб відповісти на це запитання?

Учень. Треба знати, скільки банок фарби купили і скільки витратили.

Учитель. Чи відомі ці числа?

Учень. Так.

Учитель. Який складемо план розв'язування?

Ось тепер використовується синтетичний спосіб міркування.

«Повний аналіз» задачі варто зобразити графічно у вигляді схеми. Це допоможе дітям усвідомити процес розв'язування і підготувлятиме їх до виконання вправ на складання виразів за схемою в 4 класі.

Суть графічного зображення повного аналізу полягає в тому, що прямокутниками зі знаками питання позначаємо головне і проміжні запитання задачі. Від кожного з них проводимо дві стрілки. в кінці їх креслимо ще по прямокутнику.

В них записуємо відомі або шукані числа, які треба знати для знаходження відповіді. Покажемо це на прикладі.

Задача 1.15. [4, №162]

У ларьок привезли 15 ящиків яблук по 9 кг у кожному і 8 однакових ящиків слив, а всього привезли 183 кг фруктів. Скільки важив ящик слив?

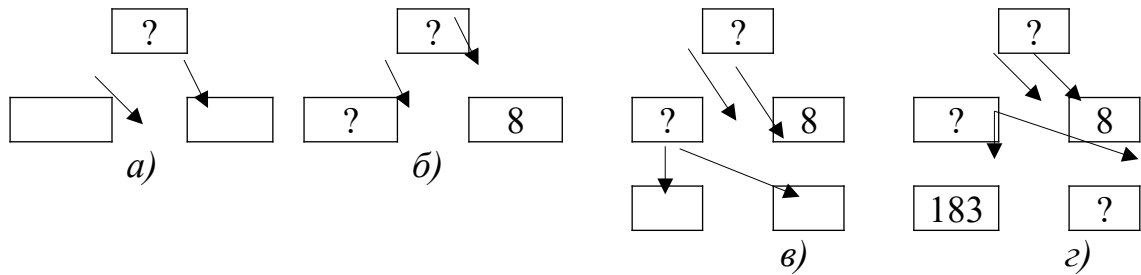


Рис.1.5.- Етапна схема розв'язування задачі

Учитель. Про що питається в задачі?

Учень. Скільки важив ящик слив.

Учитель. Позначимо запитання прямокутником. Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі?

Учень. Скільки всього привезли кілограмів слив і у скількох ящиках.

Учитель. Креслимо дві стрілки і до кожної – по прямокутнику (рис.1.5а).

Чи знаємо, скільки привезли кілограмів слив?

Учень. Ні, не знаємо.

Учитель. Поставимо в лівому прямокутнику знак запитання. Чи відомо, скільки привезли ящиків слив?

Учень. Так, відомо: 8 ящиків.

Учитель. Запишемо це у прямокутнику праворуч (рис.1.5б). Як же дізнатися, скільки кілограмів слив привезли у ларьок?

Учень. Треба знати, скільки привезли всього кілограмів фруктів і скільки кілограмів яблук.

Учитель. (креслить дві стрілки і два прямокутники – рис.1.5в). Чи відомо, скільки всього привезли фруктів?

Учень. Відомо, 183 кг.

Учитель. Запишемо це у лівому прямокутнику. А відомо, скільки кілограмів яблук привезли?

Учень. Ні.

Учитель. Позначимо це знаком питання і запишемо у правому прямокутнику (рис.1.5г). Що ж треба знати, щоб дізнатися, скільки кілограмів яблук привезли в ларьок?

Учень. Треба знати, по скільки кілограмів яблук було в одному ящику і скільки ящиків яблук привезли.

Учитель. (Знову креслить 2 стрілки і 2 прямокутники). Чи відомі ці числа?

Учень. Так, відомі: В одному ящику було 9 кг яблук, а всього привезли яблук 15 ящиків.

Учитель. Запишемо ці числа у прямокутнику (рис.1.6а).

Після такого детального розбору умови задачі складаємо план розв'язування і позначаємо на схемі дії та порядок їх виконання. (рис.1.6б).

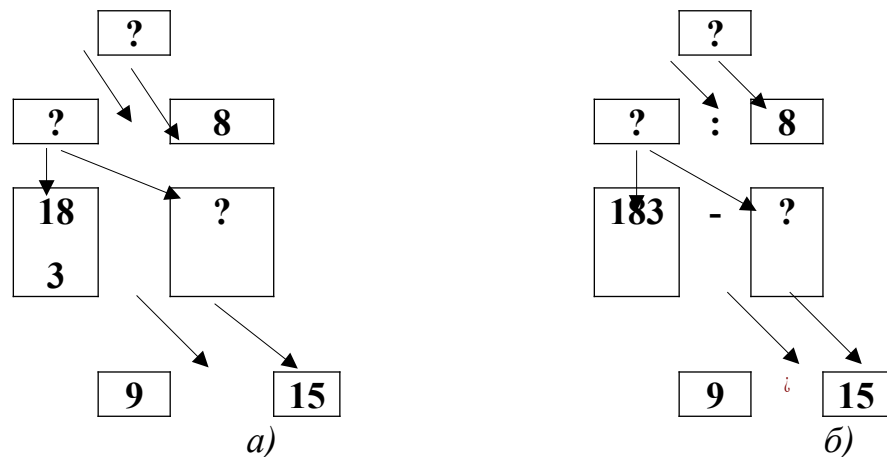


Рис.1.6.- Схема-порядок розв'язування задачі

Розв'язання

- 1) $9 \cdot 15 = 135$ (кг) – яблук привезли в ларьок;
- 2) $183 - 135 = 48$ (кг) – слив привезли в ларьок;
- 3) $48 : 8 = 6$ (кг) – важив один ящик слив.

Використовуючи графічне зображення «повного аналізу» умови задачі, доцільно записувати розв'язання виразом або складати вираз за схемою.

Найважливішим засобом розвитку понятійного мислення є математичні задачі. Більше того, психологи вважають, що й інтелектуальна діяльність часто реалізується саме як організоване

розв'язування задач, у процесі якого дитина навчається виділяти суттєві зв'язки між даними і шуканим, а також певним чином їх фіксувати.

Звичайно, на перших порах без унаочнення ця робота молодшим школярам просто не доступна. Наприклад, другокласники не в змозі впоратися із задачею: «Стара тополя вища від молодої ялинки на 11 м. Стара сосна вища за тополю на 2 м. На скільки метрів сосна вища, ніж ялинка?», якщо не проілюструвати її графічно. Діти починають допитуватися, яка висота кожного дерева – без цього вони просто не уявляють, як можна розв'язати задачу. Лише схематичне зображення різниці між висотами дерев (рис.1.7) розставляє все на місця: в учнів виникають образи сосни, тополі й ялинки, вони уявляють відношення між їхніми висотами і значення цього для розв'язування задачі.

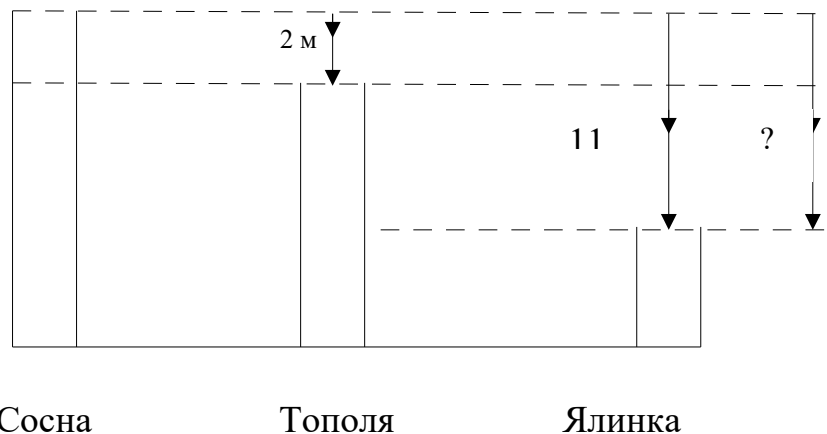


Рис.1.7.- Схематичне зображення довжин

Ще кілька зауважень щодо вдосконалення методики роботи над задачами. Як свідчить досвід багатьох класоводів, діти легше засвоюють спосіб розв'язування тоді, коли більше часу приділяється одній умові й запитанню, максимально реалізуються закладені в них дидактичні й розвивальні функції.

Справді, розв'язуючи ту саму задачу кількома способами, складаючи числовий чи буквенний вираз і т.п., учні навчаються бачити суттєві зв'язки і відношення, відділяти їх від несуттєвих, поступово оволодівають прийомами аналізу, синтезу. Цьому сприяє, зокрема,

розв'язування блоку взаємообернених задач на рух. Проілюструємо його фрагментом уроку математики (4 клас)

1) Повторення взаємозв'язку між швидкістю, часом, відстанню (за таблицею).

Швидкість	Час	Відстань
18 км/год.	3 год.	?
?	3 год.	54 км.
18 км/год.	?	54 м.

- Які три величини містять задачі на рух?
- Значення яких двох величин треба знати, щоб знайти швидкість? час? відстань?
- Про що можна дізнатися, коли відомі швидкість і час? відстань і швидкість? відстань і час?
- Запишіть формули для визначення швидкості, часу, відстані ($v = S : t; t = S : v; S = v \cdot t$).

Хоча й ознайомлення з ними не передбачене програмою, але, на думку класовода, вони цілком доступні третьокласникам.

2) Аналіз тексту й графічного запису (рис.1.8) трьох взаємообернених задач (наведено умову й запитання лише першої з них).

I. З пункту *A* в пункт *B* вийшов пішохід зі швидкістю 4 км/год. Одночасно з пункту *B* йому назустріч вийшов другий пішохід зі швидкістю 5 км/год. Яка відстань між пунктами *A* та *B*, якщо пішоходи зустрілися через 3 год?

- Про що йдеться в першій задачі?
- Що означає кожне число: 3 год. 4км/год., 5 км/год.?
- Скільки часу перебував у дорозі до зустрічі кожен пішохід?
- Про що запитується в задачі?

- Покажіть на рисунку початок руху кожного пішохода. Що означають стрілки, прапорець? Чому його поставлено не посередині шляху, а ближче до початку шляху першого пішохода? Що означають поділки на відрізку – 3 праворуч і 3 ліворуч від прапорця? Що означають числа, які стоять над стрілками, знак питання?

3) Розв'язування задачі I способом.

Перед цим, щоб учні краще уявили собі одночасний рух двох тіл назустріч одне одному, варто його проілюструвати на предметах.

$$4 \cdot 3 = 12 \text{ (км)} - \text{відстань, яку пройшов I пішохід;}$$

$$5 \cdot 3 = 15 \text{ (км)} - \text{відстань, яку пройшов II пішохід;}$$

$$12 + 15 = 27 \text{ (км)} - \text{відстань між пунктами A та B.}$$

4) Складання числового виразу і обчислення його значення.

$$4 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 27 \text{ (км)}$$

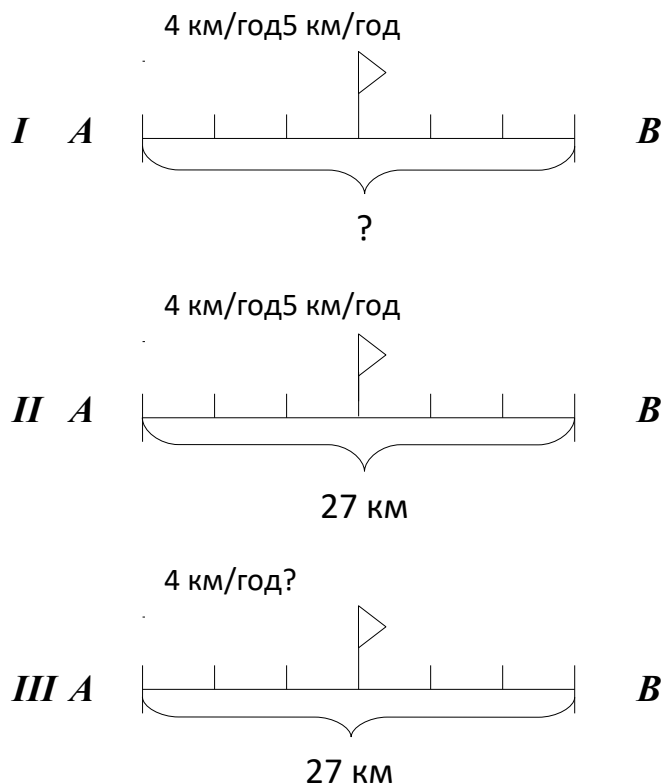


Рис.1.8.- Графічне зображення взаємно обернених задач

5) Розв'язування задачі II способом.

1) На скільки кілометрів пішоходи наближаються один до одного за 1 год.?

$$4 + 5 = 9 \text{ (км)}$$

2) Скільки кілометрів подолають обидва пішоходи за 3 год.?

$$9 \cdot 3 = 27 \text{ (км)}$$

б) Розв'язування обернених задач.

II. $27 : (4+5) = 3$ (год.) – єдиний спосіб.

III. $(27 - 4 \cdot 3) : 3 = 5$ (км/год.) – 1 спосіб.

$27 : 3 - 4 = 5$ (км/год.) – II спосіб.

7) Порівняння й узагальнення.

Учні зіставляють умови задач, знаходять у них схожість і відмінність, порівнюють ілюстрації.

8) Висновок.

У розглянутих задачах змінювалося відоме й шукане, а залежність між величинами залишалася сталою, вона закріплюється у формулах

$$S = v \cdot t; t = S : v; v = S : t;$$

Знакові моделі допомагають абстрагувати відношення між конкретними значеннями величин (27 км, 3 год., 4 км/год. 5 км/год.), зафіксувати їх в узагальненому вигляді. Узагальнення ж важливий розумовий процес. Пропонуємо учням скласти задачу за числовим (чи буквеним) виразом і його значенням. Наприклад, щоб вийшли умова й запитання, аналогічні до розглянутих вище, записуємо:

$$4 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 27 \text{ або } 4 \cdot a + 5 \cdot a = 27$$

Зауважимо, що такий вид завдань рідко практикується в початкових класах, хоча корисність їх безперечна: під час цієї роботи діти краще опановують важливу розумову операцію конкретизації, усвідомлюють практичне значення математики.

Формуванню самостійності розумової діяльності сприяють і задачі з нестачею чи надлишком даних, на них діти вчаться виділяти необхідну й достатню інформацію для виконання завдань. Звичайно,

такій роботі можна надати різної форми, зокрема залучити учнів до перевірки виконаного іншими чи самоперевірки. Скажімо, запропонувати виправити помилки, що їх припустилися інші діти, або ж пропущене дописати, зайве – викреслити. Не дозволяється лише перекреслювати все й складати свою задачу: ця робота виконуватиметься пізніше.

Зразки «деформованих» задач для 1 класу.

1. Біля школи стояло кілька дівчаток і 13 хлопчиків. Скільки дітей стояло біля школи?
2. Троє дітей принесли макулатуру. Один хлопчик приніс 20 кг., а дівчинка на 3 кг. менше. Скільки макулатури принесли діти?

На математичних задачах у школярів формується узагальнений спосіб дій, тобто такий, що його можна застосувати не лише у певній конкретній ситуації, а й у цілій їх групі. Він може бути заданий повністю, частково і зовсім не заданий, тобто дітям належить зробити своєрідне «відкриття».

Серед основних напрямів розвитку мислення учнів під час розв'язування задач можна виділити такі:

- організація аналітико – синтетичної діяльності учнів під час розв'язування задач;
- застосування творчих видів роботи над задачею;
- розв'язування задач кількома способами.

РОЗДІЛ 2

ШЛЯХИ РОЗВИТКУ МИСЛЕННЯ УЧНІВ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

2.1. Формування уміння розв'язувати задачі різними способами

Серед сюжетних задач можна виділити ті, які розв'язуються кількома способами. Вони сприяють розвитку якостей мислення таких як оперативність, гнучкість, раціональність.

Розв'язування задач різними способами дозволяє формувати уміння аналізувати задачну ситуацію, для чого необхідний факт існування різних способів розв'язування. Розуміння цього є кроком до пошуку раціонального способу, що приводить в свою чергу до установлення нових зв'язків між величинами або використання відомих зв'язків в нових умовах.

Практика роботи вчителів показує, що іноді і учні і вчителі вважають різні форми запису розв'язання за різні способи розв'язування. Змішування цих понять приводить до того, що, коли дійсно потрібно розв'язати задачу різними способами, учні або зовсім не розуміють завдання, або сприймають з великими труднощами. Це, в свою чергу понижує навчальні та виховні можливості такого виду роботи над задачею, як розв'язування задач різними способами.

Слід відмітити, що розв'язання, що відрізняються між собою тільки порядком виконання дій, не є різними.

Наприклад.

Задача 2.1.1. Купили 6 м зеленого шовку і 5 м блакитного. Ціна шовку однакова 20 грн. Знайти вартість покупки.

Розв'язання.

- I спосіб* а) 1) $20 \cdot 6 = 120$ (грн.) – вартість зеленого шовку;
 2) $20 \cdot 5 = 100$ (грн.) – вартість блакитного шовку;
 3) $120 + 100 = 220$ (грн.) – вартість покупки.
- б) 1) $20 \cdot 5 = 100$ (грн.) – вартість блакитного шовку;
 2) $20 \cdot 6 = 120$ (грн.) – вартість зеленого шовку;
 3) $120 + 100 = 220$ (грн.) – вартість покупки
- II спосіб* 1) $6 + 5 = 11$ (м) – купили всього шовку;
 2) $20 \cdot 11 = 220$ (грн.) – вартість покупки.

Відповідь: вартість покупки 220 гривень.

З прикладу видно, що розв'язання 1(а) і 1(б) – це один і той же спосіб розв'язування. Вони відрізняються тільки порядком виконання дій. Другим способом розв'язування даної задачі буде другий спосіб, який відрізняється від першого характером виконання дій і кількістю самих дій.

Ми навели форму записів розв'язання задачі за діями з поясненням. Можна подати запис розв'язання за діями з планом.

I спосіб.

- 1) Яка вартість зеленого шовку ?
 $20 \cdot 6 = 120$ (грн.)
- 2) Яка вартість блакитного шовку ?
 $20 \cdot 5 = 100$ (грн.)
- 3) Яка вартість покупки ?
 $120 + 100 = 220$ (грн.)

II спосіб.

- 1) Скільки всього метрів шовку купили ?
 $6 + 5 = 11$ (м)
- 2) Яка вартість покупки ?
 $20 \cdot 11 = 220$ (грн.)

Відповідь: 220 гривень.

Можна було б подати розв'язання за діями без пояснення. Задачу можна розв'язати складанням виразу.

I спосіб

$$20 \cdot 6 + 20 \cdot 5 = 220 \text{ (грн.)}$$

II спосіб

$$20 \cdot (6 + 5) = 220 \text{ (грн.)}$$

Розв'язування задач різними способами розглядалось неодноразово на сторінках журналів «Початкова школа», «Начальна школа».

Узагальнюючи відомості про різні арифметичні способи розв'язування задач можна виділити такі методичні прийоми пошуку учнями цих способів:

- використання властивостей арифметичних дій;
- заміни об'єктів у задачі;
- моделювання;
- припущення.

Ознайомлення учнів з такими прийомами сприяє розвитку їх кмітливості і приводить їх до знаходження оригінальних способів розв'язування.

Завдання, в яких треба розв'язати задачу різними способами у підручниках в основному пов'язані з властивостями арифметичних дій. Аналізуючи підручники [3,4, 5,19,20], слід відмітити, що вказівок про розв'язування задач двома способами мало. Така ситуація повинна спрямовувати роботу вчителів на пошук різних способів розв'язування будь-якої задачі хоч відсутня така вказівка. Наявність вказівок про розв'язування задач різними способами видно з таблиці 2.1.

Розподіл видів задач за теоретичною основою по класам подано в таблицях 2.2, 2.3.

У поданих таблицях не враховані задачі з пропорційними величинами, у розв'язуванні яких можна виділити два способи розв'язання: зведення до одиниці та спосіб відношень.

Розглянемо різні прийоми пошуку способів розв'язання задач.

Приєм заміни полягає в тому, що ситуація в задачі, яка має два (три) різних об'єкта замінюється на таку, що має тільки один об'єкт. У такому випадку розв'язання задачі спрощується.

Таблиця 2.1.- Аналіз задач у підручниках

Клас	Підручник	Всього о задач	Число задач з вказівкою на розв'язування різними способами	
			Число	В%
2	М.В.Богданович Математика	163	4	2
	Л.П.Кочина, Н.П.Листопад Математика	40	-	0
3	М.В.Богданович Математика	233	11	4,7
	Л.П.Кочина, Н.П.Листопад Математика	127	8	6,2
4	М.В.Богданович Математика	355	7	1,9
	Л.П.Кочина, Н.П.Листопад Математика	251	11	4,3

Таблиця 2.2. -Розподіл задач з вказівками на розв'язування різними способами у підручниках [3], [4], [5]

Клас	Число о видів задач	Теоретична основа (формула)	Номери задач
2	4	$(a+b)-c=(a-c)+b=a$ $(b-c)$ $a-b+c=(a-b)-c=(a-c)-b$ $a+(b+c)=(a+b)+c=(a+c)+b$	187,190,501,954
3	5	$(a+b):c=a:c+b:c$	436,440,602,747,

		$(a-b)+c=(a+c)-b$ $(a-b)\cdot c=a\cdot c-b\cdot c$ $(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$ $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$	830,833,839,847,859, 902,905
4	5	$(a+b):c=a:c+b:c$ $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ $(a-b)\cdot c=a\cdot c-b\cdot c$ $(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$ $a:(b\cdot c)=a:b:c$	14,18,191,401,141, 441,878,894

Таблиця 2.3. -Розподіл задач з вказівками на розв'язування різними способами у підручниках [19],[20]

Клас	Число видів задач	Теоретична основа (формула)	Номери задач
3	5	$a-(b+c)=a-b-c$ $a+(b+c)=(a+b)+c=(a+c)+b$ $(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$ $(a+b):c=a:c+b:c$ $a\cdot(b-c)=a\cdot b-a\cdot c$	№46, №47, стор.19, №85 стор. 28 №41 стор. 93, №65 стор. 98 №69 стор. 99, №76 стор. 100 №17 стор.160
4	4	$(a+b)+c=(a+c)+b=a+(b+c)$ $(a+b)-c=(a-c)+b=a+(b-c)$ $(a\cdot b):c=(a:c)\cdot b=(b:c)\cdot a$ $(a+b):c=a:c+b:c$	№26 стор. 41, №48 стор.45 №69 стор. 82, №174,№176 стор. 100 №276 стор. 117, №284 стор.119 №395,№396 стор.138

Наприклад.

Задача 2.1.2. Для озеленення селища купили саджанці: 200 кленів і 300 лип. Клен коштував 4 грн., а липа вдвічі дорожче. Скільки заплатили за всі саджанці?

Розв'язання.

1 спосіб.

- 1) $4\cdot 200=800$ (грн.)
- 2) $4\cdot 2=8$ (грн.)
- 3) $8\cdot 300=2400$ (грн.)
- 4) $800+2400=3200$ (грн.)

Відповідь: за всі саджанці заплатили 3200 грн.

II спосіб.

Припустимо, що купували тільки клени, знаючи, що липа вдвічі дорожча. То за гроші заплачені за липи можна купити вдвічі більше кленів. Розв'язання буде таке.

- 1) $300 \cdot 2 = 600$ – стільки можна купити кленів за ті ж гроші, що і триста лип;
- 2) $200 + 600 = 800$ – стільки можна купити кленів за всі гроші.
- 3) $4 \cdot 800 = 3200$ (грн.)

Відповідь: за всі саджанці заплатили 3200 грн.

Використання способу заміни збагачує учнів новими методами розв'язання задач, що дуже важливо в опануванні математикою.

Прийом моделювання передбачає використання схем, графіків, які спрощують розв'язання і дають новий шлях розв'язування.

Наприклад.

Задача 2.1.3. У саду зібрали 37 кг смородини. Малини на 8 кг більше, ніж смородини, а агрусу на 5 кг менше, ніж малини. Скільки кілограмів агрусу зібрали?

Розв'язання.

I спосіб – традиційний.

- 1) $37 + 8 = 45$ (кг) – малини;
- 2) $45 - 5 = 40$ (кг) – агрусу.

II спосіб – Моделювання дозволяє подати умову задачі за допомогою відрізків (рис 2.1)

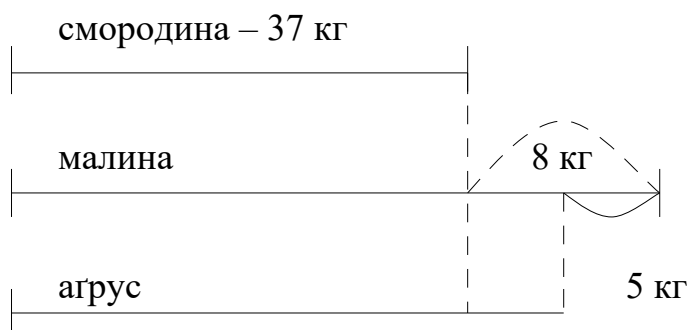


Рис.2.1.- Схема до розв'язання задачі

і отримати таке розв'язання:

- 1) $8-5=3$ (кг) – на стільки було більше зібрано агрусу, ніж смородини
- 2) $37+3=40$ (кг) – зібрали агрусу.

Відповідь: зібрали 40 кг агрусу.

Задача 2.1.4. Довжина аркушу паперу прямокутної форми 9 дм, а

ширина – 8 дм. Для стіннівки відрізули $\frac{2}{3}$ аркушу, а з решти зробили дві однакові коробки. Скільки квадратних дециметрів пішло на кожну коробку?

Короткий запис умови задачі виконується у вигляді схеми (рис.2.2)

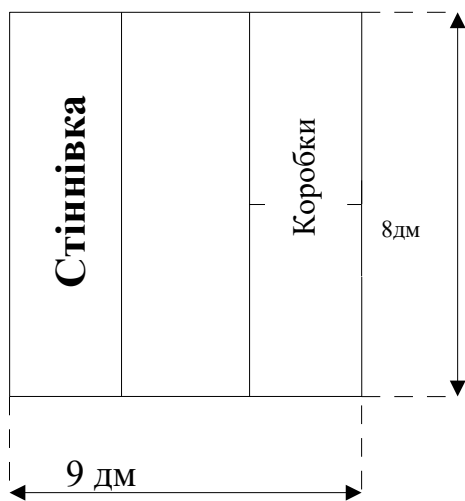


Рис. 2.2.-Схема 1 до задачі

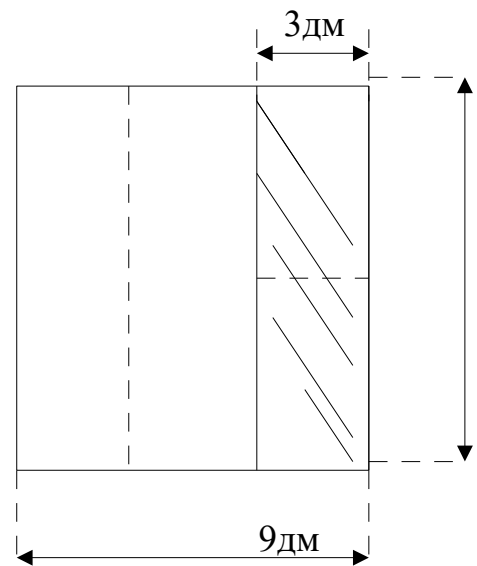


Рис. 2.3. -Схема 2 до задачі

І спосіб

- 1) $9 \cdot 8 = 72$ (дм²) – площа всього аркуша;
- 2) $72 : 3 \cdot 2 = 48$ (дм²) – пішло на стіннівку;
- 3) $72 - 48 = 24$ (дм²) – пішло на 2 коробки;
- 4) $24 : 2 = 12$ (дм²) – пішло на 1 коробку.

Відповідь: 12 дм².

II спосіб

- 1) $9 \cdot 8 = 72$ (дм²) – площа всього аркуша;
- 2) $72 : 3 = 24$ (дм²) – пішло на дві коробки;
- 3) $24 : 2 = 12$ (дм²) – пішло на одну коробку.

Відповідь: на одну коробку пішло 12 дм².

Для підведення учнів до другого способу розв'язання необхідно провести бесіду, спираючись на модель (рис.2.2) .

– Яку частину аркуша відрізали для стіннівки ? ($\frac{2}{3}$ аркуша)

– Яка частина аркуша пішла на дві коробки ? ($\frac{1}{3}$ аркуша)

– Якщо відома площа всього аркуша і тепер знаємо, що $\frac{1}{3}$ його пішла на дві коробки, то можна визначити цю площу.

У другому способі розв'язання очевидна перевага. Він швидше приводить до відповіді.

Наявність рисунка (моделі) дає змогу глибше проаналізувати рисунок і привести до іншого способу розв'язання (рис.2.3)

III спосіб

- 1) $9 : 3 = 3$ (дм) – довжини аркуша, який пішов на дві коробки;
- 2) $8 \cdot 3 = 24$ (дм²) – площа аркуша пішло на дві коробки;
- 3) $24 : 2 = 12$ (дм²) – площі аркуша пішло на одну коробку.

Відповідь: на одну коробку пішло 12 дм².

Спираючись на рисунок можна навести ще варіант розв'язання.

IV спосіб

- 3) $9 : 3 = 3$ (дм) – довжина аркуша, який пішов на дві коробки;
- 4) $8 : 2 = 4$ (дм²) – ширина аркуша, який пішов на одну коробку;
- 3) $4 \cdot 3 = 12$ (дм²) – площа аркуша, який пішов на одну коробку.

Відповідь: на одну коробку пішло 12 дм².

Прийом припущення відповіді передбачає, що відповіддю задачі буде певне число. Шляхом міркувань і обчислень перевіряється гіпотеза:

чи виконується умова задачі з цим числом. У випадку, якщо число не задовольняє умову задачі, знаходять його відхилення від точної відповіді.

Наприклад.

Задача 2.1.5. Один теплохід за 8 годин пройшов 312 км. За скільки годин пройде 231 км другий теплохід, якщо його швидкість буде на 6 км менше швидкості першого ?

Припустимо, що другий теплохід з однаковою швидкістю пройде дану відстань за 5 годин. Знайдемо, яку відстань він при цьому пройде. Для цього спочатку знайдемо швидкість першого теплоходу:

$$312:8=39 \text{ (км/год)}$$

Знайдемо швидкість другого теплоходу:

$$39-6=33 \text{ (км/год)}$$

За гіпотезою, за 5 годин теплохід пройшов би $33 \cdot 5=165$ (км).

Отримаємо, що $165 \text{ км} < 231 \text{ км}$ (відхилення відстані від'ємне). За гіпотезою відстань зменшилась би на $231-165=66$ (км). Тепер можна визначити, на скільки прийнята гіпотеза менше відповіді:

$66:33=2$ (год) (відхилення часу від'ємне). І, нарешті, знайдемо, за скільки годин другий теплохід пройде 231 км:

$$5+2=7 \text{ (год)}$$

Другий можливий спосіб, коли гіпотеза буде більше відповіді.

Нехай другий теплохід пройде вказану відстань за 11 годин. Тоді як і в першому випадку, послідовно знаходимо:

1) $312:8=39$ (км/год)

2) $39-6=33$ (км/год)

3) $33 \cdot 11=363$ (км).

Отримаємо: $363 \text{ км} > 231 \text{ км}$ (відхилення відстані додатне).

4) $263-231=132$ (км)

5) $132:33=4$ (год) (відхилення часу додатне).

6) $11-4=7$ (год).

Третій можливий спосіб, коли гіпотеза співпадає з відповіддю.

Нехай другий теплохід пройде 231 км за 7 годин. Тоді маємо:

$$1) 312:8=39 \text{ (км/год)}$$

$$2) 39-6=33 \text{ (км/год)}$$

$$3) 33 \cdot 7=231 \text{ (км)}.$$

$$231 \text{ км} = 231 \text{ км (відхилення відстані дорівнює нулеві)}.$$

Відповідь: 7 годин.

Значення розв'язування задач різними способами для розвитку мислення краще розкрити на певній задачі.

Задача 2.1.6. У гаражі стояли двоколісні мотоцикли та автомобілі. Всього їх було 10, а коліс було 26. Скільки мотоциклів і скільки автомобілів стояло в гаражі?

Розглянемо різні підходи до розв'язування цієї задачі.

1. Спосіб випробувань

Всього в гаражі стояло 10 мотоциклів і автомобілів. Мотоциклами усі не можуть бути, тому що тоді було б 20 коліс. Автомобілями всі також не можуть бути, тоді у них було б 40 коліс. Будемо випробувати.

Число автомобілів	Число мотоциклів	Число коліс
1	9	22
2	8	24
3	7	26

Числа 3 і 7 підходять. Значить у гаражі стояло 3 автомобілі і 7 мотоциклів.

2. Спосіб припущення.

а) Припустимо, що в гаражі були тільки мотоцикли. Тоді коліс було б $2 \cdot 10 = 20$. Це на 6 (26-20) менше ніж було. Під час заміни одного автомобіля на мотоцикл число коліс зменшується на 2. Значить, число автомобілів дорівнює частці від ділення чисел $6:2$ ($6:2=3$).

б) Припустимо, що в гаражі були тільки автомобілі. Тоді коліс було б $4 \cdot 10 = 40$. Це на 14 (40-26) більше ніж було. Під час заміни одного мотоцикла на автомобіль число коліс збільшується на 2. Значить, число мотоциклів дорівнює частці від ділення чисел $14:2(14:2=7)$.

3. Спосіб оригінальної здогадки.

Уявимо, що всі автомобілі і мотоцикли виїхали на поле і поїхали: автомобілі на двох колесах, а мотоцикли – на одному колесі. В такому положенні були б зайняті половина всіх колес, тобто $13(26:2)$. Це на 3 більше, ніж всього було автомобілів і мотоциклів. Значить, у гаражі було 3 автомобіля.

4. Узагальнений спосіб.

Розглянемо задачу в загальному вигляді. Нехай число автомобілів і мотоциклів було n , а число колес – k . Позначимо число автомобілів через x , а число мотоциклів через y .

Отримаємо таку систему рівнянь.

$$\begin{cases} x+y=n \\ -2x-2y=-2n \\ 4x+2y=k \end{cases}$$

$$2x = -2n + k$$

$$x = -n + k/2$$

Для даного випадку $x = 26:2 - 10 = 3$.

5. Алгебраїчний спосіб

Позначимо x – число автомобілів, $(10-x)$ – число мотоциклів.

Складаємо рівняння:

$$4x + 2(10-x) = 26$$

$$2x + 20 = 26$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

Кожен із розглянутих способів має свої особливості і сприяє формуванню і розвитку певних видів мислення або його якостей.

Проаналізуємо кожен спосіб розв'язування з точки зору розвитку мислення.

Спосіб випробувань готує учня до розуміння і використання методу послідовних наближень. Він використовується в науці і сприяє розвитку інтуїтивного мислення. Під час проведення кожного випробування учень порівнює, робить умовиводи та висновки, тобто міркує.

Застосовуючи спосіб припущення учень уявляє певну життєву ситуацію, математизує її, проводить логічні операції: порівняння, узагальнення, абстрагування, використовує форми мислення: судження, умовиводи, висновки.

Спосіб оригінальної здогадки вимагає від учня образності та оригінальності мислення, уміння уявити реальну ситуацію так, щоб на першому плані були суттєві ознаки об'єкта, що розглядається. При цьому використовується така логічна операція, як конкретизація, тому що учень легше розв'язує задачі, що відповідають його життєвому досвіду.

Узагальнений спосіб розв'язування сприяє формуванню логічних операцій: узагальнення і абстрагування. Процес складання системи рівнянь є абстрагуванням.

Використання алгебраїчного способу для розв'язування задачі також є формування логічної операції абстрагування. З одного боку, задача є певного виду життєвою ситуацією, і переклад її на алгебраїчну мову і є процес абстрагування.

Узагальнюючи розглянуті способи розв'язування задачі можна стверджувати, що розгляд кількох способів розв'язання однієї задачі сприяє розвитку оперативності мислення, а перехід з одного способу розв'язання на інший розвиває гнучкість мислення.

У початкових класах розв'язування задач різними способами носить також і навчально-пропедевтичний характер.

Основою для цього є використання властивостей арифметичних дій, а саме: додавання суми до числа, числа до суми, віднімання суми від числа, розподільна властивість множення і ділення відносно додавання та віднімання. Вдалим є також розв'язування задач різними способами, в яких інтерпретується життєва ситуація або практичне виконання.

Наприклад, задача №401 [5]

Відстань між двома човнами 15 км. Яка відстань буде між ними, якщо один човен пройде 17 км. 250 м. проти течії, а другий – 19 км. 885 м. за течією? Розглянь можливі випадки.

Розв'язуючи задачу слід розглянути дві життєві ситуації:

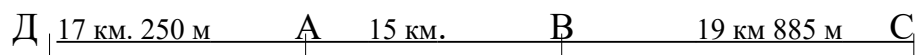


Рис.2.4.- Схема до задачі (I ситуація)

- перша (рис.2.4.), човни виїхали з точки А проти течії, а з точки В – за течією;
- друга (рис.2.5), човни виїхали з точки А за течією, а з точки В – проти течії.

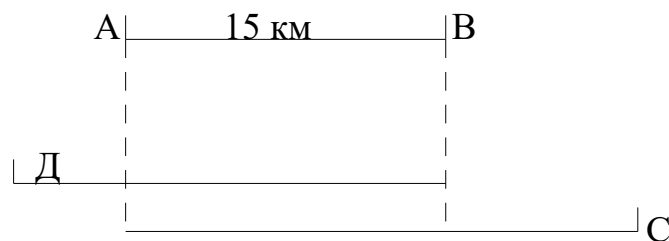


Рис.2.5.-Схема до задачі (II ситуація)

У першій ситуації задача має одне розв'язання: $15 \text{ км} + 17 \text{ км } 250 \text{ м} + 19 \text{ км } 885 \text{ м} = 52 \text{ км } 135 \text{ м}$.

Відповідь: відстань між човнами $52 \text{ км } 135 \text{ м}$.

У другій ситуації задача має 3 способи розв'язання :

I спосіб.

1) $19 \text{ км} 885 \text{ м} - 15 \text{ км} = 4 \text{ км} 885 \text{ м}$ – на стільки більше пройшов другий човен, ніж відстань між човнами;

2) $17 \text{ км} 250 \text{ м} - 15 \text{ км} = 2 \text{ км} 250 \text{ м}$ – на стільки більше пройшов перший човен, ніж відстань між човнами;

3) $15 \text{ км} + 4 \text{ км} 885 \text{ м} + 2 \text{ км} 250 \text{ м} = 22 \text{ км} 135 \text{ м}$

II спосіб

1) $19 \text{ км} 885 \text{ м} - 15 \text{ км} = 4 \text{ км} 885 \text{ м}$

2) $17 \text{ км} 250 \text{ м} + 4 \text{ км} 885 \text{ м} = 22 \text{ км} 135 \text{ м}$

III спосіб

1) $17 \text{ км} 250 \text{ м} - 15 \text{ км} = 2 \text{ км} 250 \text{ м}$

2) $19 \text{ км} 885 \text{ м} + 2 \text{ км} 250 \text{ м} = 22 \text{ км} 135 \text{ м}$

Відповідь: відстань між човнами буде 22 км 135 м.

Після розгляду всіх способів розв'язування необхідно їх співставити і дати оцінку кожному способу.

Отже, під час розв'язування арифметичних задач різними способами необхідно виховувати в учнів наполегливість, пробуджувати думку, пошук нових шляхів розв'язування. Розгляд різних способів розв'язування задач вносить в урок елементи проблемності, активізує діяльність учнів.

Практика роботи вчителів свідчить, що велику допомогу в складанні плану розв'язування надають прийоми моделювання, використання короткого запису задачі за допомогою рисунка (схеми).

Розв'язування задач різними способами зацікавлює учнів, розвиває їх розумові здібності, привчає до дослідницької роботи, підвищує якість освітньої роботи.

2.2. Методика експериментального дослідження

Проведене теоретичне дослідження дало змогу розробити основні рекомендації щодо розвитку мислення учнів у процесі розв'язування задач.

З метою виявлення рівня розвитку мислення учнів було проведено тестування у третіх класах Гладківської ЗОШ I-III ступенів Скадовського району Херсонської області, з яких 3-А експериментальний, 3-Б контрольний.

Спочатку було проведено тестування учнів для визначення рівня розвитку логічних операцій. Тести [56] складаються з чотирьох блоків, що дозволяють виявити усвідомленість, уміння класифікувати, узагальнювати, добирати аналогії. По кожному блоку подано 10 завдань, підраховується кількість правильних відповідей. Для оцінки результатів використовується така таблиця 2.3.

Таблиця 2.3.- Оцінка результатів тестування

Кількість балів	40	36-40	32-36	27-31	26 балів і нижче
Рівень розвитку логічних операцій	Високий рівень	Вище середнього	Середній рівень	Рівень нижче середнього	Низький рівень

Після проведення тестування учнів експериментального і контрольного класів отримали такі результати (Таблиця 2.4).

З таблиці видно, що у контрольному класі вищий рівень розвитку логічних операцій, ніж в експериментальному.

Ураховуючи результати тестування можна відмітити, що в учнів було відмічено достатній рівень усвідомленості. Серед 10 завдань на виключення понять учні не змогли правильно визначити зайве поняття розглядаючи об'єкти:

1. Кукла, стрибалка, пісок, м'яч, дзига.

2. Стіл, крісло, палас, ліжко, табуретка.

3. Курка, півень, орел, гусак, індик.

Таблиця 2.4.- Результати тестування (початок експерименту)

Клас	Всього учнів	Високий рівень	Вище середнього	Середній рівень	Рівень нижче середнього	Низький рівень
3-А експериментальний	27	-	4	10	10	3
3-Б контрольний	24	1	6	10	6	1

Визначаючи аналогії учням було важко їх визначити серед городини, квітів і птахів, предметів, домашнього вжитку та їх властивостей.

Найбільше утруднень було під час визначення узагальнень.

Для розвитку мислення учнів під час вивчення теми «Множення і ділення в межах 1000» в експериментальному класі проводилась така робота.

На кожному уроці математики під час розв'язування задачі організовувалась аналітико – синтетична діяльність учнів, вимагалось обґрунтування кожного кроку в розв'язуванні задачі.

Для усвідомлення тексту задачі використовувались різні прийоми.

Наприклад.

Задача 2.2.1. За день на пошті було прийнято кілька посилок з книгами по 8 кг кожна, і стільки ж посилок з фруктами по 6 кг. Маса всіх посилок з книгами 32 кг. Знайти масу всіх посилок з фруктами.

Спочатку пропонувалось учням уважно прочитати задачу. Потім подавалась раніше підготовлена на дошці таблиця:

	Маса однієї посилки	Число посилок	Загальна маса
книги	8 кг	однакове	?

фрукт	8 кг		32 кг.
и			

Учні порівнювали текст задачі з таблицею і робили висновок, чи правильно вона заповнена.

Приєм співвідношення тексту з таблицею активізує увагу і мислення молодших школярів, допомагає їм зосередитись на величинах, що подані в умові задачі. Вони знаходять помилки в оформленні таблиці, виправляють їх, тим самим усвідомлюють ситуацію, що розглядається в задачі. Після цього задачу розв'язують самостійно.

Крім цього використовувались прийом заповнення таблиці після читання задачі, використання «пасток», пропонуючи задачу з недостатнім або із зайвими даними, пере формулювання задачі, обговорення готових розв'язань, використання схем або рисунків.

На етапі пошуку розв'язування задачі використовувались прийоми продовження розв'язання, розбору задачі від питання до умови.

Великий вплив на розвиток мислення учнів здійснює діяльність, яку вчитель організовує над задачею після її розв'язання. У експериментальному класі розглядалися такі види творчої роботи над розв'язаною задачею.

1. Повторне розв'язування задач. Цей прийом відіграє певну роль під час формування і закріплення вмінь розв'язувати задачі. Якщо до нього звертаються через кілька днів або тижнів.

Зустрічаючись із задачею вдруге, учень краще усвідомлює зв'язки між величинами, алгоритм її розв'язування. Повторне розв'язування задач варто практикувати під час опитування та під час усних обчислень.

Зміна елементів задачі. Пропонували розв'язати задачу аналогічну розв'язаним на цьому чи попередніх уроках, але з іншими числовими даними. Здебільшого змінюють одне з даних.

Задача 2.2.2. Для приготування розсолу для соління помідорів взяли 60 кг води, а солі у 20 раз менше. На скільки менше взяли солі, ніж води ?

Завдання:

- а) розв'язати таку саме задачу, але щоб в ній було сказано, що солі у 30 разів менше;
- б) розв'язати задачу, але число 60 замінити іншим числом;
- в) розв'язати задачу, але числові дані замінити так, щоб шукане число збільшилось.

Виконуючи завдання, учні впевнюються, що задача розв'язується тими самими діями, що й попередня. Відбувається узагальнення способу розв'язування.

Зміна запитання. Цей прийом стимулював учнів до всебічного аналізу задачної ситуації.

Задача 2.2.3. У одній каністрі 18 л бензину, а в другій 6 л. Скільки літрів бензину в двох каністрах ?

Завдання. Розв'язати інші задачі з такою самою умовою, але іншими запитаннями:

- а) на скільки літрів бензину в першій каністрі більше, ніж у другій ?
- б) у скільки разів менше бензину у другій каністрі, ніж у першій ?
- в) скільки літрів бензину потрібно долити, щоб в каністрах бензину стало порівну ?

Зміна сюжету задачі. Пропонували розв'язати таку саму задачу, але з іншими величинами.

Задача 2.2.4. Ширина прямокутника в 3 рази менша від його довжини. Знайти периметр прямокутника, якщо його довжина 12 см.

Для зміни сюжету використовували зміну деяких зв'язків, знаходження аналогічних математичних ситуацій.

Завдання. Замінити в умові вираз «в 3 рази менша» іншим – «на 3 см менша», («на 3 см більша», «у 3 рази більша») і розв'язати задачу.

2. Розв'язування задач різними способами.

Під час вивчення теми учні знайомились із властивостями арифметичних дій: ділення числа на добуток, множення суми на число, множення числа на суму, ділення суми на число. Це дозволяє розв'язувати задачі двома способами.

Під час експерименту обов'язково розв'язувались задачі двома способами, якщо це було вказано у підручнику. Крім того розв'язувались задачі різними способами, хоч це і не вказувалось у підручнику.

Наприклад.

Задача 757 [4]. За літо господарка виростила 208 птахів (курей, гусей і качок). Курей і качок було 129, а качок і гусей – 115. Скільки курей, гусей, качок окремо виростила господарка ?

Під час розв'язування цієї задачі учні подали два способи розв'язання, а саме:

I спосіб

$$\begin{array}{r}
 1) \quad _208 \\
 \quad \underline{129} \\
 \quad 79 - \text{гусей};
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2) \quad _115 \\
 \quad \underline{79} \\
 \quad 36 - \text{качок};
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3) \quad _129 \\
 \quad \underline{36} \\
 \quad 93 - \text{курей}.
 \end{array}$$

II спосіб

$$\begin{array}{r}
 1) \quad _208 \\
 \quad \underline{115} \\
 \quad 93 - \text{курей};
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2) \quad _129 \\
 \quad \underline{93} \\
 \quad 36 - \text{качок};
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3) \quad _115 \\
 \quad \underline{36} \\
 \quad 79 - \text{гусей}.
 \end{array}$$

Використавши прийом моделювання (рис.2.6) з учнями розглянули ще один спосіб.

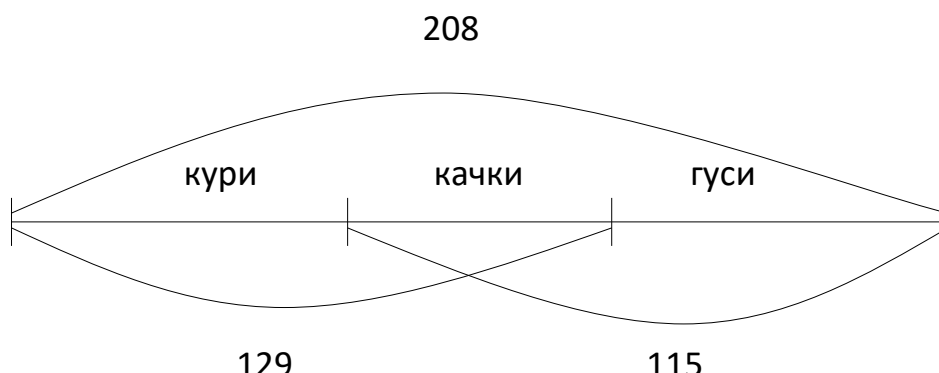


Рис.2.6.- Модель до задачі

III спосіб

1) $\begin{array}{r} +129 \\ 115 \\ \hline 244 \end{array}$	2) $\begin{array}{r} _244 \\ 208 \\ \hline 36 \end{array}$	3) $\begin{array}{r} _129 \\ 36 \\ \hline 93 \end{array}$	4) $\begin{array}{r} _115 \\ 36 \\ \hline 79 \end{array}$
244 – птахів;	36 – качок;	93 – курей;	79 – гусей.

Після розгляду всіх способів виконували їх порівняння і виділення найраціональнішого.

Аналогічні способи були застосовані під час розв'язування задачі №773 [4], 795, 855, 877 [4].

Задача 877 [4]. Посіяли 60 кг проса, ячменю – у 3 рази менше, ніж проса, а кукурудзи – у 2 рази більше, ніж ячменю і проса разом. Скільки посіяли кукурудзи ?

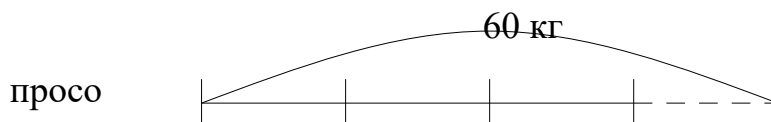
I спосіб.

- 1) $60:3=20$ (кг) – ячменю;
- 2) $60+20=80$ (кг) – ячменю і проса;
- 3) $80 \cdot 2=160$ (кг) – кукурудзи.

Використавши прийом моделювання (рис.2.7), розглянули спосіб.

II спосіб.

- 1) $60:3=20$ (кг) – ячменю;
- 2) $20 \cdot 4=80$ (кг) – кукурудзи.



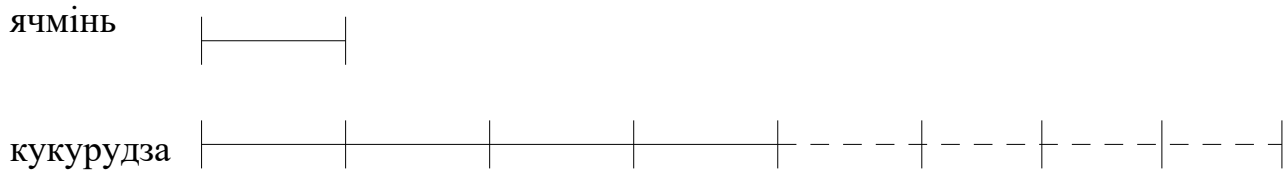


Рис.2.7.- Модель до задачі

У кінці експерименту було проведено тестування, результати якого подані у таблиці 2.5.

Таблиця 2.5. -Результати тестування (кінець експерименту).

Клас	Всього учнів	Високий рівень	Вище середнього	Середній рівень	Рівень нижче середнього	Низький рівень
3 – А експериментальний	27	2	5	11	8	1
3 – Б контрольний	24	2	7	10	4	1

Аналіз результатів тестування показує, що рівень розвитку логічних операцій підвищився в обох класах, але в експериментальному класі підвищився суттєво. Слід відмітити, що завдання на узагальнення в експериментальному класі були виконані всіма учнями і тільки завдання на визначення зайвого поняття та аналогії ще викликали труднощі.

Порівняння результатів експерименту подано на діаграмах. (рис.2.8, 2.9)

Аналіз системи задач у діючих підручниках (автори М.В.Богданович, Л.П.Кочина та інші) показав, що задач з вказівкою на розв'язування різними способами обмаль. Така ситуація, з одного боку, вимагає від учителів шукати різні способи розв'язування у будь-якій задачі, з другого боку, ставить проблему обізнаності вчителів з різними способами розв'язування задач.

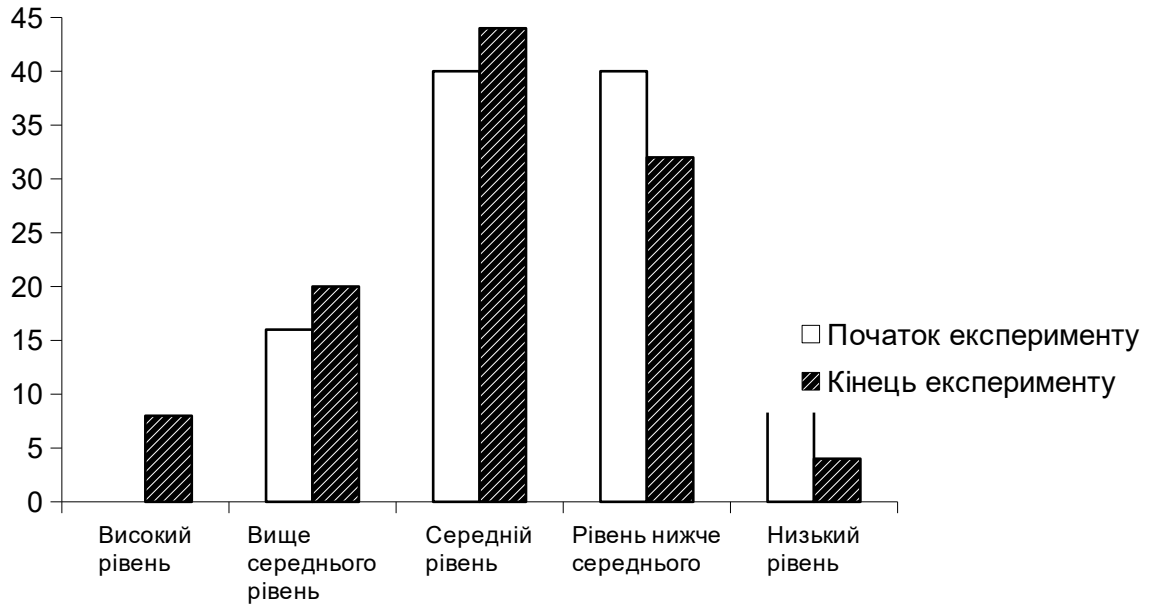


Рис.2.8. Рівень розвитку логічних операцій у експериментальному класі.

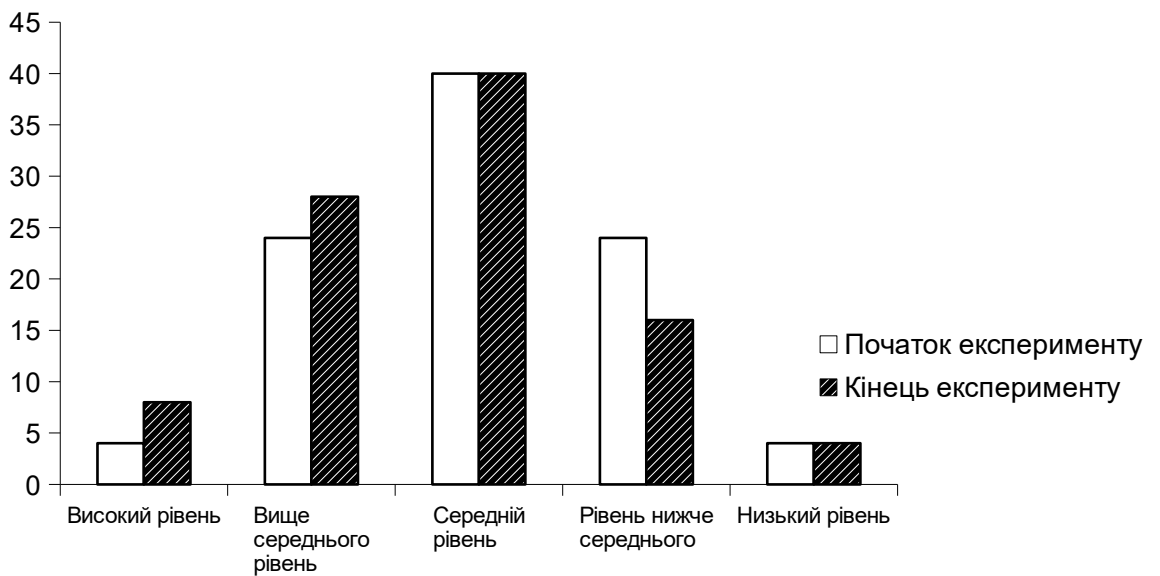


Рис.2.9. Рівень розвитку логічних операцій у контрольному класі.

Методичними прийомами пошуку різних способів розв'язування задач є: використання властивостей арифметичних дій, заміни об'єктів у задачі, моделювання, припущення.

Використання творчих видів роботи над задачею сприяє розвитку якостей розуму. А саме: оперативності, гнучкості, раціональності.

Побудова діаграм дала можливість побачити, що у експериментальному класі збільшилось число учнів на 15%, які мають високий, вище середнього і середній рівень розвитку логічних операцій, у той час як у контрольному класі число учнів залишилось майже на одному рівні.

Висновки

Аналіз досліджень психологів, педагогів, методистів дозволив стверджувати, що арифметичні задачі виконують у навчанні пізнавальну, розвивальну і виховну функції та сприяють формуванню і розвитку логічних операцій, а саме: аналізу і синтезу, порівняння, узагальнення, аналогії тощо.

Практика роботи вчителів початкових класів показує, що:

- загальні питання методики розв'язування задач розуміються вчителями і правильно організовуються;
- розумова діяльність учнів активізується розв'язуванням задач різними способами;
- суттєвий ефект розвитку мислення може бути досягнутий в результаті організацій творчої роботи над задачею.

Під час навчання розв'язуванню задач потрібно виховувати в учнів наполегливість, бо невдача в розв'язанні не повинна знижувати цікавість до задачі, а, навпаки, повинна збуджувати думку, шукати нові шляхи розв'язання.

Практика роботи школи показує, що в учнів розв'язування задач різними способами викликає певні утруднення. Причиною цього є недоліки в роботі вчителів, а саме:

- розв'язування задач тільки одним способом, якщо не вказано на розв'язування її кількома способами;
- формування в учнів механічного розв'язування певного виду задач;
- недостатня аргументація раціонального способу розв'язування;
- нерозуміння необхідності розв'язування задач кількома способами.

Розгляд різних варіантів розв'язування задач на уроці вносить елементи проблемності в навчання, активізує діяльність учнів.

Для розв'язування задач різними способами застосовуються такі прийоми:

- використання властивостей арифметичних дій;
- розв'язування задач одного класу з заміною об'єктів;
- застосування моделей.

Аналіз системи задач у підручниках математики показує, що задач, в яких указано на розв'язування двома способами, обмаль. Тому постає завдання для вчителів організувати пошук різних способів розв'язування в будь-яких задачах та ознайомлювати учнів з різними прийомами їх пошуку.

Для розвитку мислення учнів під час розв'язування задач необхідно організувати аналітико-синтетичну діяльність на кожному етапі роботи над задачею.

На підготовчому етапі потрібно застосувати:

- практичні вправи, що розкривають математичні поняття та відношення між ними, які будуть використовуватись у тексті задачі;
- доповнення простої задачі до складеної;
- розгляд задач з недостатніми або зайвими даними;

Під час вивчення умови задачі доцільно використовувати прийоми:

- співвідношення тексту задачі з таблицею;
- включення «пасток» у тексті задачі;
- переформування задач;
- обговорення нових розв'язань;
- побудова схем або графіків.

У роботі над розв'язаною задачею слушно застосовувати творчі завдання:

- повторне розв'язування задач;

- зміна елементів задачі, запитання, сюжету;
- розв'язування задач різними способами.

Організація творчих видів роботи над розв'язаною задачею сприяє розвитку мислення учнів, що і підтверджує гіпотезу дослідження.

Список використаних джерел

4. Артемов А.К. Формирование обобщенного умения решать задачи. // Начальная школа. – 1992. – №2 – С.30-34.
5. Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Методика преподавания математики в начальных классах. – М.: Просвещение, 1984. – С.171-241.
6. Богданович М.В. Математика: Підручник для 2 кл. – К.: Освіта, 2002. – 160 с.
7. Богданович М.В. Математика: Підручник для 3 кл. – К.: Освіта, 2003. – 160 с.
8. Богданович М.В. Математика: Підручник для 4 кл. – К.: Освіта, 2004. – 159 с.
9. Богданович М.В. Методика розв'язування задач у початковій школі. – К.: Вища шк., 1990. – 183 с.
10. Богданович М.В. та ін. Методика викладання математики в початкових класах – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2001. – С. 243-295.
11. Виленкин Н.Л. и др. Воспитание алгоритмического мышления на уроках математики // Начальная школа. – 1988. – №7. – С.62-64.
12. Дудко Л.М. Диференційована робота над задачею // Початкова школа. – 1994. – №3. – С.16-18.
13. Дудко Л., Московченко В. Складання і розв'язування задач з логічним навантаженням. // Початкова школа. – 2005. – №2. – С.15-18.
14. Дятлова С.І. Мудрий, мисли, міркуй. Миколаїв, 2002. – 20 с.
15. Заїка А. Та ін. Учням про задачу і процес її розв'язування // Початкова школа – 1998. – №3. – С.22-27.
16. Истомина Н.Б. Методика обучения математики в начальных классах. М.: LINKA HRESS, 2002. – 243 с.

17. Истомина и др. Формирование умения решать задачи различными способами // Начальная школа. – 1985. – №9. – С. 50 – 54.
18. Клименченко Д.В. Задачи, воспитывающие исследовательские умения у младших школьников. // Начальная школа. – 1983. – №7. – С.51-55.
19. Клименченко Д.В. Решение текстовых задач различными способами // Начальная школа. – 1986. – №4. – С.28-30.
20. Колягин Ю.М. Функции задач в обучении математики и развитии мышления школьников // Начальная школа. – 1974. – №6. – С.50-54.
21. Косярум Е.И. и др. Решение задач различными способами как средство развития учащихся // Начальная школа. – 1992. – №3. – С.30-36.
22. Кочина Л.П., Листопад Н.П. Математика, 4 кл. – К.: Літера ЛТД, 2004. – 176 с.
23. Кочина Л.П., Листопад Н.П. Математика, 3 кл. – К.: Літера ЛТД, 2003. – 176 с.
24. Кочина Л.П. Работа над задачами // Початкова школа. – 1997. – №3. – С.44-50.
25. Лищенко Г. Работа з простими задачами на знаходження невідомого компонента дій. // Початкова школа. – 2003. – №12. – С.8-9.
26. Логачевська С.П. Дійти до кожного учня. К.: Радянська школа. 1990. – 158 с.
27. Менчинская Н.А., Моро М.И. Вопросы методики и психологии обучения арифметики в начальных классах. – М.: Просвещение, 1965. – 224 с.
28. Мізюк В.А. Диференціювання завдань при розв'язуванні текстових задач. // Початкова школа. – 1996. – №12. – С.21-22.
29. Моро М.Г. Пишкало А.М. Методика навчання математики в 1 – 3 класах. – К.: Радянська школа, 1979. – 376 с.

30. Московченко В, Дудко Л. Розв'язування математичних задач на рух. // Початкова школа. – 2001 –№2,3. – С.43-44.
31. Московченко В., Дудко Л. Розв'язування математичних задач на рух. // Початкова школа. – 2000 –№12. – С.14-15.
32. Московченко В., Дудко Л. Система математичних задач на рух. // Початкова школа – 2001. –№12. – С.42-45.
33. Московченко В. та ін. Системний підхід до розв'язування задач на продуктивність і спільну роботу. // Початкова школа – 1998 – №4 – С.20-22.
34. Носенко Л., Скопич Н. Творчі вправи та ігри як невід'ємна частина логічного мислення молодших школярів. // Початкова школа. – 2005. – №7. – С.40-41.
35. Осинская В.Н. Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математики. – К.: Радянська школа, 1989. – С.119-139.
36. Побірченко Н.А. Психологічні основи навчання математики в початкових класах – К.: Рад.шк., 1985. – 64 с.
37. Програми для середньої загальноосвітньої школи 1-4 класи. К.: Радянська школа, 2001. – С.65-80.
38. Развитие мышления при решении задач. // Начальная школа. – 1992. – №1. – С.23-24.
39. Раушенбах В.В. Поиск решения в задачах математического характера. // Психологический журнал. – 1996. – №17. – С.80-88.
40. Розв'язування математичних задач у початкових класах. К.: Радянська школа, 1986. – 96 с.
41. Рысс В.Л. Контроль знаний учащихся М.: Педагогика, 1982. – 78 с.
42. Савченко О.Я. Дидактика початкової школи. – К.: Генеза, 1999. – 368 с.
43. Саган О. В. Комбінаторні задачі як засіб формування математичного мислення молодших школярів / О. В. Саган // Збірник наукових

- праць. Педагогічні науки. - 2014. - Вип. 65. - С. 119-124. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/znppn_2014_65_24
44. Скворцова С. Задачі на знаходження середнього арифметичного. // Початкова школа. – 2002. – №2. – С.31-34.
 45. Скворцова С. Задачі на знаходження середнього арифметичного. // Початкова школа. – 2002. – №1. – С.23-28.
 46. Скворцова С. Задачі на подвійне зведення до одиниці. // Початкова школа. – 2003. – №12. – С.10-12.
 47. Скворцова С. Ознайомлення із задачами на зустрічний рух та на рух в протилежних напрямках. // Початкова школа. – 2005. – №3. – С.16-19.
 48. Слепкань З. Психолого – педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. – Тернопіль.: Підручники і посібники, 2004. – С.132-175.
 49. Фокин Д.С. и др. Моделирование как важное средство обучения решению задач. // Начальная школа. – 1990. – №3. – С.33-37.
 50. Фридман Л.М. Как обучать решению задач // Педагогический вестник. – 1994. – №4. – С.17-19.
 51. Фридман Л.М. Логико – психологический анализ школьных учебных задач. – М.: Педагогика, 1997. – 208 с.
 52. Цукарь А.Я. Элементы исследовательской деятельности учащихся при обучении математике. // Начальная школа. – 1991. – №1. – С.19-23.
 53. Шаповал І.М. Ще одна модель розв'язування складених арифметичних задач // Початкова школа. – 1994. – №4. – С.17-19.
 54. Шевченко А. Про роботу над задачами із «зайвими» даними. // Початкова школа. – 1999. – №7 – С. 28-30.
 55. Штабова Л. Навчання молодших школярів розв'язувати задачі. // Початкова школа. – 2005. – №6. – С.24-28.

56. Эсаулов А.Ф. Психология решения задач. – М.: Высшая школа, 1979.–79 с.
57. Эрдниев П.М. Решение некоторых задач табличным способом. // Начальная школа. – 1985. –№7. – С.30-41.
58. Эрдниев П.М. и др. Теория и методика обучения математике в начальной школе. М.: Педагогика, 1988. – 208 с.
59. Розвиток пізнавальних процесів дитини – К.: Мікрос – СВС, 2003.– 112 с.
60. Методика роботи над простими задачами що розкривають конкретний зміст арифметичних дій. Ел.ресурс.-Режим доступу:https://ua-referat.com/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D0%BA%D0%B0_%D1%80%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B8_%D0%BD%D0%B0%D0%B4_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BC%D0%B8_%D0%B7%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87%D0%B0%D0%BC%D0%B8_%D1%89%D0%BE_%D1%80%D0%BE%D0%B7%D0%BA%D1%80%D0%B8%D0%B2%D0%B0%D1%8E%D1%82%D1%8C_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%BA%D1%80%D0%B5%D1%82%D0%BD%D0%B8%D0%B9_%D0%B7%D0%BC%D1%96%D1%81%D1%82_%D0%B0%D1%80%D0%B8%D1%84%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B8%D1%85_%D0%B4%D1%96%D0%B9
61. O. Sagan, O. Los, O. Kazannikova, I. Raievska. A SYSTEM OF EFFECTIVE TASKS IN BLENDED LEARNING ON THE BASIS OF BLOOM'S TAXONOMY. E-learning and STEM Education Scientific Editor Eugenia Smyrnova-Trybulska "E-learning", 11, Katowice-Cieszyn 2019, pp. 171-187 DOI: 10.34916/el.2019.11.12

ДОДАТКИ

Додаток А

КОДЕКС АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ ЗДОБУВАЧА ВИЩОЇ ОСВІТИ ХЕРСОНСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Я, Моцьо Катерина Олександрівна, учасник(ця) освітнього процесу Херсонського державного університету, **УСВІДОМЛЮЮ**, що академічна доброчесність – це фундаментальна етична цінність усієї академічної спільноти світу.

ЗАЯВЛЯЮ, що у своїй освітній і науковій діяльності **ЗОБОВ'ЯЗУЮСЯ**:

– дотримуватися:

- вимог законодавства України та внутрішніх нормативних документів університету, зокрема Статуту Університету;
- принципів та правил академічної доброчесності;
- нульової толерантності до академічного плагіату;
- моральних норм та правил етичної поведінки;
- толерантного ставлення до інших;
- дотримуватися високого рівня культури спілкування;

– надавати згоду на:

- безпосередню перевірку курсових, кваліфікаційних робіт тощо на ознаки наявності академічного плагіату за допомогою спеціалізованих програмних продуктів;
- оброблення, збереження й розміщення кваліфікаційних робіт у відкритому доступі в інституційному репозитарії;
- використання робіт для перевірки на ознаки наявності академічного плагіату в інших роботах виключно з метою виявлення можливих ознак академічного плагіату;

– самостійно виконувати навчальні завдання, завдання поточного й підсумкового контролю результатів навчання;

– надавати достовірну інформацію щодо результатів власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використаних методик досліджень та джерел інформації;

– не використовувати результати досліджень інших авторів без використання покликань на їхню роботу;

– своєю діяльністю сприяти збереженню та примноженню традицій університету, формуванню його позитивного іміджу;

– не чинити правопорушень і не сприяти їхньому скоєнню іншими особами;

– підтримувати атмосферу довіри, взаємної відповідальності та співпраці в освітньому середовищі;

– поважати честь, гідність та особисту недоторканність особи, незважаючи на її стать, вік, матеріальний стан, соціальне становище, расову належність, релігійні й політичні переконання;

– не дискримінувати людей на підставі академічного статусу, а також за національною, расовою, статевою чи іншою належністю;

– відповідально ставитися до своїх обов'язків, вчасно та сумлінно виконувати необхідні навчальні та науково-дослідницькі завдання;

– запобігати виникненню у своїй діяльності конфлікту інтересів, зокрема не використовувати службових і родинних зв'язків з метою отримання нечесної переваги в навчальній, науковій і трудовій діяльності;

– не брати участі в будь-якій діяльності, пов'язаній із обманом, нечесністю, списуванням, фабрикацією;

– не підроблювати документи;

– не поширювати неправдиву та компрометуючу інформацію про інших здобувачів вищої освіти, викладачів і співробітників;

– не отримувати і не пропонувати винагород за несправедливе отримання будь-яких переваг або здійснення впливу на зміну отриманої академічної оцінки;

– не залякувати й не проявляти агресії та насильства проти інших, сексуальні домагання;

– не завдавати шкоди матеріальним цінностям, матеріально-технічній базі університету та особистій власності інших студентів та/або працівників;

- не використовувати без дозволу ректорату (деканату) символіки університету в заходах, не пов'язаних з діяльністю університету;
- не здійснювати і не заохочувати будь-яких спроб, спрямованих на те, щоб за допомогою нечесних і негідних методів досягати власних корисних цілей;
- не завдавати загрози власному здоров'ю або безпеці іншим студентам та/або працівникам.

УСВІДОМЛЮЮ, що відповідно до чинного законодавства у разі недотримання Кодексу академічної доброчесності буду нести академічну та/або інші види відповідальності й до мене можуть бути застосовані заходи дисциплінарного характеру за порушення принципів академічної доброчесності.

11.11.2020

(дата)

(підпис)

Катерина МОЦЬО

(ім'я, прізвище)