

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХЕРСОНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет комп'ютерних наук, фізики та математики
Кафедра фізики та методики її навчання**

**ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ФІЗИЧНИХ
ЗАДАЧ**

Кваліфікаційна робота (проект)
на здобуття рівня вищої освіти “магістр”

Виконав: студент групи 15-211м
Спеціальності 014 Середня освіта (Фізика)
Освітньо-професійної програми
Середня освіта (Фізика)

Ковальчук Владислав Тимофійович

Керівник
кандидат фізико-математичних наук,
доцент Івашина Ю.К.

Рецензент
доктор фізико-математичних наук,
професор Львов М.С.

Херсон – 2020

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕНЕРГЕТИЧНОГО МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ.....	5
1.1. Поняття енергії і роботи в шкільному та загальному курсах фізики	5
1.2. Методичні особливості формування поняття «енергія» у школі. .	10
РОЗДІЛ 2. ЗАСТОСУВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОГО ПІДХОДУ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ФІЗИКИ	16
2.1. Місце методу законів збереження серед загальних методів розв'язування задач.	16
2.2. методичні особливості використання енергетичного підходу до розв'язування задач	17
РОЗДІЛ 3. РОЗРАХУНОК ВНУТРІШНІХ СИЛ СИСТЕМИ ТА ЇХ РОБОТИ.....	24
3.1. Застосування енергетичного підходу до розв'язування задач електрики	24
3.2. розрахунок внутрішніх сил, їх роботи та зміни енергії системи в термодинаміці.....	42
ВИСНОВКИ	46
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	48

ВСТУП

Знання загальних методів розв'язання задач є важливою умовою підготовки кваліфікованого вчителя фізики. Одним із таких методів є енергетичний підхід, який ґрунтується на загальному законі природи з законі збереження енергії, що має значну світоглядну і практичну цінність.

Унікальність закону збереження енергії дозволяє використати цей підхід при вивченні всіх розділів фізики. На жаль, в підручниках і методичних посібниках він глибоко розкритий лише для застосування в механіці, тому доцільно його розповсюдити і на інші розділи – зокрема на задачі електрики. Крім того, для розкриття переваг і недоліків енергетичного методу розв'язування задач доцільно провести розв'язки енергетичним і динамічним методами і порівняти їх.

Дипломна робота виконувалась відповідно до тематичного плану наукових досліджень кафедри фізики та методики її навчання: «Інноваційні освітні технології навчання фізики та астрономії у закладах освіти різних рівнів» (реєстраційний номер No0119U101144 від 19.03.2019).

Метою дослідження є виявлення і розкриття можливостей і недоліків енергетичного підходу до розв'язання задач з фізики.

Завдання дослідження:

1. Вивчити методичні особливості формування поняття «енергія» в школі, як необхідної умови застосування енергетичного підходу.

2. Проаналізувати наведені в методичній літературі рекомендації щодо розв'язування задач різних розділів енергетичним методом.

3. Визначити внутрішні сили і їх роботу, які виникають при: зміні ємності конденсатора (розведення, зсув, поворот пластин, вилучення діелектрика); витягування осердя із соленоїди; перенесенню заряду в електричному полі; явищі електрострикції.

4. Розв'язки провести енергетичним і динамічним методами і порівняти їх.

Об'єкт дослідження – методи навчання учнів і студентів.

Предмет дослідження – енергетичний підхід до розв'язування задач з фізики.

Методи дослідження: вивчення науково-методичної літератури, аналіз, порівняння, узагальнення даних з проблеми дослідження на основі вивчення літератури та власних розв'язків, розв'язування задач на основі двох різних підходів – енергетичного і динамічного.

Наукова новизна – розкриття переваг і недоліків енергетичного підходу на основі визначення внутрішніх сил і їх роботи, які виникають в конденсаторі при зміні ємності і котушці при зміні індуктивності енергетичним і динамічним методами.

Практичне значення роботи полягає в тому, що приведені розв'язки задач на силові і енергетичні ефекти в: конденсаторі при зміні його ємності різними способами для випадків відключення і підключення до джерела; соленоїді; електрострикції можуть бути використані при викладанні фізики в закладах загальної середньої та вищої освіти.

Апробація результатів дослідження – результати опубліковано в альманасі магістерських робіт Херсонського державного університету: Ковальчук В. Застосування енергетичного підходу при розв'язуванні задач з фізики. Магістерські студії.. ХДУ. – 2020.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕНЕРГЕТИЧНОГО МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1.1. Поняття енергії і роботи в шкільному та загальному курсах фізики

Фізика відноситься до числа природничих наук, які включають різні види руху матерії. Матерія знаходиться у вічному і неперервному русі, мірою руху якого є енергія. Енергія – це фізична величина, що залежить від стану тіла (або системи тіл) і є загальною мірою руху матерії при всіх перетворюваннях їх одного виду руху в інший [1]. Фізика вивчає найбільш загальні і прості види руху матерії. Розділи фізики поділяються у відповідності з тим, який вид руху матерії він вивчає. Механіка вивчає найпростіший рух тіла як цілого – механічний рух. Молекулярна фізика вивчає внутрішній рух структурних елементів всередині нерухомого тіла. Атомна і ядерна фізика вивчають, відповідно, структуру, взаємодію і рух частинок, з яких складаються атоми і ядра. Електродинаміка вивчає рух іншого виду матерії – електромагнітного поля. Кожному виду руху матерії відповідає своя енергія: механічна, внутрішня, атомна, ядерна, енергія електромагнітного поля.

Незнищуваність руху матерії є основою закону збереження енергії, який є основним законом природи. Він має важливе гносеологічне значення, так як будь-який новий закон повинен підкорятися закону збереження енергії.

Енергія тіл, систем не зникає, але вона може переходити до інших тіл, або перетворюватися в інші види. Мірою зміни енергії тіл або перетворення її в інші види є робота [2].

Найбільш просто поняття роботи визначається в механіці. Робота – фізична величина, що характеризує процес переміщення тіла під дією

сили \vec{F} є мірою зміни енергії [3, 4]. Робота сили \vec{F} по переміщенню по шляху l виражається лінійним інтегралом

$$A = \int_l \vec{F} d\vec{l} \quad (1.1)$$

Робота визначається скалярним добутком векторів сили \vec{F} і переміщення $d\vec{l}$ є скалярною величиною. Вона може бути додатною і від'ємною. Найпростіше робота визначається коли $\vec{F} = \text{const}$ і тіло під дією сили переміщується прямолінійно. В цьому випадку F і $\cos\alpha$ (де α – кут між напрямом векторів сили і переміщення) постійні і з (1.1) слідує:

$$A = F \cdot l \cdot \cos\alpha \quad (1.2)$$

Коли сила направлена в сторону переміщення $\left(-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}\right)$, робота додатна. Робота сил опору, які напрямлені в сторону, протилежну переміщенню, – від'ємна.

Відповідно до природи сили, що виконує роботу, виділяють роботу сили тяжіння, пружності, тертя [3, 4].

Розглянемо механічну енергію тіла (системи), яка характеризує рух і взаємодію тіл. Вона складається з кінетичної і потенціальної енергій.

Кінетична енергія W_k – характеризує стан руху тіла і залежить від його швидкості

$$W_k = \frac{mv^2}{2} \quad (1.3)$$

m – маса тіла. Кінетична енергія завжди додатна. Стан руху тіло змінює під дією прикладених до нього сил, які виконують роботу [5]

$$A = \int_{v_1}^{v_2} v dp \quad (1.4)$$

де v – швидкість матеріальної точки, p – її імпульс. Підінтегральний вираз в (2.4) визначає диференціал кінетичної енергії $vdp = dW_k$, тому отримаємо

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \Delta W_k \quad (1.5)$$

Рівняння (2.5) виражає теорему про зміну кінетичної енергії. У випадку, коли на тіло діє декілька сил, їх робота визначається алгебраїчною сумою робіт всіх сил на даному переміщенні.

Потенціальна енергія W_{II} – це енергія взаємодії тіл, або частинок тіла між собою. Вона залежить від відстаней між тілами системи або частинами тіла, тобто від положення. Потенціальна енергія може бути додатною або від'ємною. Енергія відштовхування додатна, а енергія протягування – від'ємна. Зміна потенціальної енергії системи визначається роботою потенціальних сил [6]. Потенціальні сили не залежать від швидкості руху матеріальної точки і задовольняють загальній умові потенціальності векторного поля [2].

$$\text{rot}\vec{F} = 0 \quad (1.6)$$

Наслідком (1.6) є властивості потенціальних сил:

1. Робота потенціальних сил не залежить від траєкторії руху і довжини шляху а визначається положенням початкової і кінцевої точок руху.
2. Робота потенціальних сил по замкненій траєкторії рівна нулю.
3. В полі потенціальних сил можна ввести скалярну функцію $W_{II}(x, y, z, t)$, яка була б функцією стану.

Із (1.6) витікає зв'язок між потенціальною енергією і потенціальною силою [2, 4].

$$\vec{F} = -\text{grad}W_{II} \quad (1.7)$$

В проекціях на осі декартової системи координат градієнт визначає проекції потенціальної сили

$$\frac{\partial W_{II}}{\partial x} = -F_x(\vec{r}, t)$$

$$\frac{\partial W_{II}}{\partial y} = -F_y(\vec{r}, t)$$

$$\frac{\partial W_{II}}{\partial z} = -F_z(\vec{r}, t) \quad (1.8)$$

У випадку стаціонарних сил робота потенціальної сили на переміщенні з точки 1 в точку 2

$$A_{1-2} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = - \int_1^2 \left(\frac{\partial W_{II}}{\partial x} dx + \frac{\partial W_{II}}{\partial y} dy + \frac{\partial W_{II}}{\partial z} dz \right) = - \int_{W_{II1}}^{W_{II2}} dW_{II} = W_{II1} - W_{II2} \quad (1.9)$$

Цей вираз показує, що робота потенціальної сили визначається зміною потенціальної енергії в початковій і кінцевій точках.

Вираз (1.9) однозначно визначає зміну потенціальної енергії. Сама ж енергія визначається неоднозначно

$$W_{II} = - \int \vec{F} d\vec{r} + C \quad (1.10)$$

де C – стала інтегрування, вибір якої називають нормуванням потенціальної енергії.

Для цього необхідно знати значення W_{II} в деякій точці. Так приймають, що енергія взаємодії нескінченно віддалених тіл рівна нулю, або що потенціальна енергія тіла, піднятого над землею, на поверхні рівна нулю. Неоднозначність, можливість довільного вибору початку відліку для W_{II} пояснюється тим, що виміряти можна роботу, яка визначає зміну потенціальної енергії.

Визначимо потенціальну енергію взаємодії тіла із Землею. Будемо вважати поле тяжіння однорідним, потенціальну енергію на рівні Землі приймемо рівною нулю, вісь z спрямуємо вертикально ввєрх [2]

$$W_{II}(z) = - \int F_z dz + C = - \int (-mg) dz + C \quad (1.11)$$

Сталу інтегрування C знайдемо із початкової умови $W_{II}(0)=0$. Звідси $C=0$.

Потенціальна енергія пружної деформації, де квазіупруга сила $\vec{F} = -k\vec{r}$, де k – коефіцієнт жорсткості, r – деформація. Приймемо, що в стані рівноваги при $r=0$, $W_{II}(0)=0$

$$W_{II} = - \int -k(xdx + ydy + zdz) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + C = \frac{kr^2}{2} \quad (1.12)$$

Із початкових умов стала інтегрування рівна нулю.

Так як сили електростатичної взаємодії є потенціальними, то для взаємодії зарядів також можна ввести поняття потенціальної енергії взаємодії [8], вираз якої можна отримати з (1.10)

$$W_{1-2} = q_1\varphi_{21} \quad (1.13)$$

де W_{1-2} - потенціальна енергія взаємодії заряду q_1 з полем заряду q_2 , φ_{21} – потенціал поля заряду q_2 в точці, де знаходиться заряд q_1 . Знак енергії взаємодії залежить від знаків взаємодіючих зарядів.

Роботу сил поля по переміщенню заряду q визначимо на основі (1.9)

$$A_{1-2} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

де φ_1 і φ_2 – потенціали поля в початковій і кінцевій точках.

Із вищесказаного слідує, що взаємодію тіл можна описати за допомогою сил взаємодії, або потенціальної енергії взаємодії, яка залежить від координат взаємодіючих тіл.

Збереження енергії є найважливішою її властивістю, яка витікає з незнищуваності руху матерії. Закон збереження енергії є фундаментальним законом. Природи і проявляється в усіх формах руху матерії [9], причому цей закон виконується не тільки в класичних, а і у квантово-релятивістських системах [10], де зберігається релятивістська енергія, яка враховує зв'язок між масою і енергією.

Так як рух матерії відбувається в просторі і часі, то закони збереження пов'язані із властивостями симетрії природи, які виражаються в інваріантності (незмінності) фізичних законів при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої (перетворення координат). Так як ці перетворення пов'язані з властивостями простору та часу, то кожній властивості простору та часу повинен відповідати повний закон збереження [2, 10]. Однорідність часу приводить до закону збереження енергії [2, 11], однорідність простору – закону збереження

імпульсу, ізотропність простору – закону збереження моменту імпульсу [2].

Закони збереження мають важливе значення і широко застосовуються внаслідок їх універсальності (застосовуються в макро-, мікро- і мегасвіті, в класичній і релятивістській фізиці). У них відображаються важливі філософські ідеї: принцип незнищуваності руху матерії, взаємозв'язок і взаємоперетворюваність різних видів руху матерії [12]. Закони збереження є важливим елементом сучасної наукової картини світу [11].

1.2. Методичні особливості формування поняття «енергія» у школі.

Поняття енергії має значну роль в засвоєнні природничих дисциплін, філософії, політехнічній підготовці, тому формування в учнів цього поняття має важливе методичне і практичне значення [13]. Дослідження виявили суттєві недоліки в сформованості поняття «енергія», що не дозволяє ефективно використовувати енергетичний підхід учнями [13].

Розглянемо визначення поняття енергії, які зустрічаються найбільш часто.

1. Енергія системи – функція її стану [14];
2. Енергія – загальна, універсальна кількісна міра різних форм руху матерії [4, 15];
3. Енергія – здатність тіл здійснювати роботу [10, 16].

Приведені визначення мають певні наукові і методичні недоліки. Перше визначення складне тим, що поняття «стану системи» є складним для сприйняття, тому починати з такого визначення не слід [3].

Друге визначення також має недоліки, так як представляє собою глибоке узагальнення і при вивченні першого розділу – механіки – важко розкрити фізичний зміст поняття «міра руху» [3].

Третє визначення вимагає перед введенням поняття «енергія» визначити поняття «робота» як це зроблено в [16, 17].

Але розкрити фізичну суть поняття «робота» можна тільки через поняття енергії [3]. Визначення енергії, як «запасу роботи» є невірним, так як не можна констатувати кількість роботи в тілі або системі [13]. Можна зробити висновок, що єдиної думки про визначення поняття енергія немає, так як кожне із приведених визначень відображає одну із сторін поняття.

Вдалою є спроба Коршака Є.В. і Гутмана В.І. визначити енергію через об'єднання двох сторін поняття: енергія – така характеристика стану, що її зміна визначається роботою [5, 16]. Але такого рівня узагальнення учні можуть досягти лише в кінці вивчення курсу. Для цього Зверєва Н.Н. пропонує контролювати вивчення поняття за допомогою узагальнюючого запитання «що ви знаєте про енергію?». Таке активне закріплення створює умови для засвоєння нових знань і формування поняття «енергія» [13].

Етапи формування поняття «енергія» на рівні середньої освіти [13] представлені на рис. 1.1.

Суттєве значення у засвоєнні і формуванні поняття «енергія» мають міжпредметні зв'язки з біологією, хімією (ендо- та екзохімічні реакції, будова ядра атома, фотохімічні реакції), географією (джерела і види енергії) тощо. Цілеспрямовано і методично поняття «енергії» вводиться лише на уроках фізики [13].

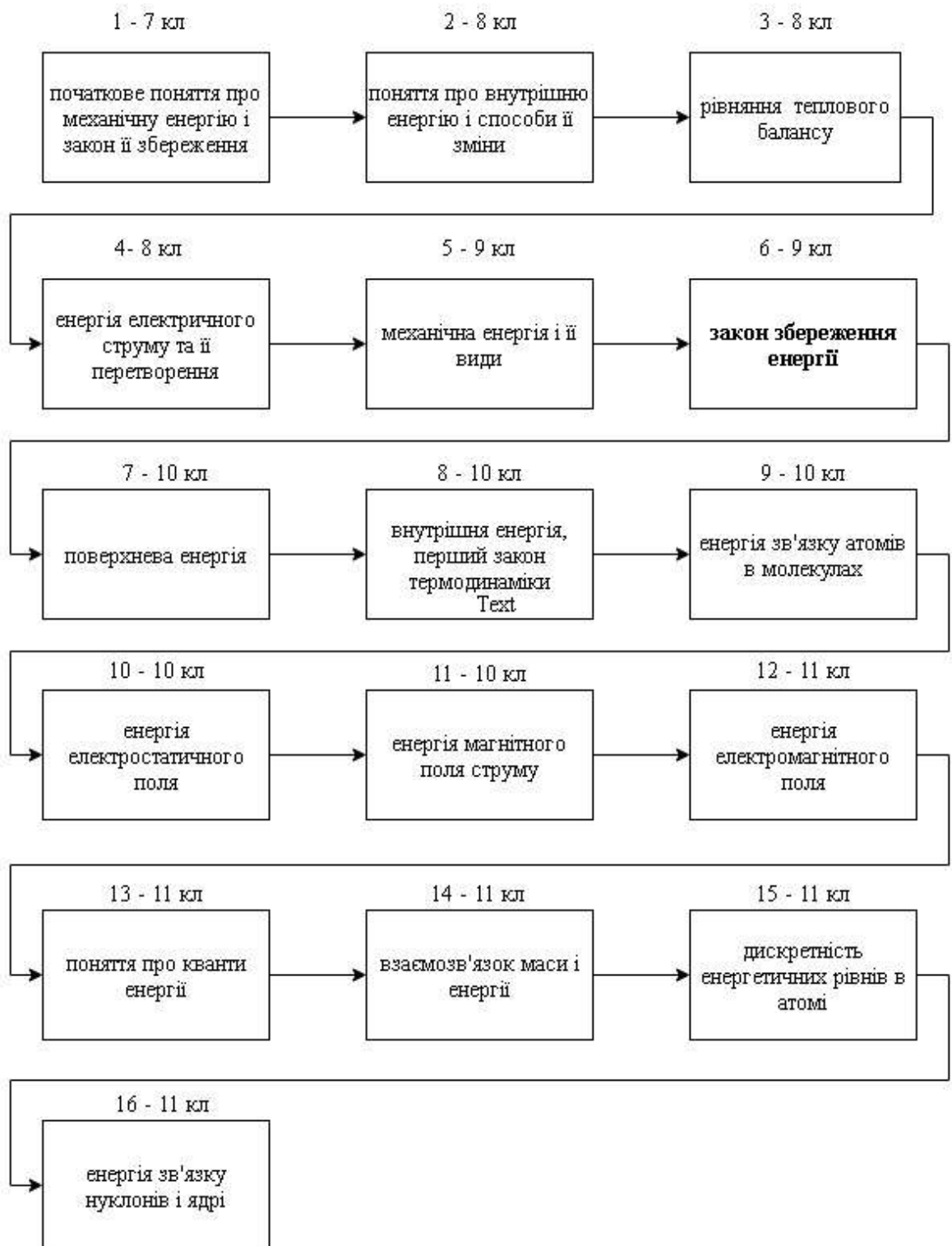


Рис. 1.1. Схема розвитку поняття енергії [13]

Знайомство і початкові знання про енергію учні отримують у 7 класі. У 10 класі детально вивчається механічна енергія і її види. Розглядаються складні питання для засвоєння – відносність кінетичної енергії і визначення потенціальної енергії з точністю до сталої, що

обумовлює умовність вибору нульового рівня потенціальної енергії [4, 15, 19].

Важливим етапом формулювання поняття енергії є вивчення нових понять, які базуються на понятті енергії: коефіцієнт корисної дії (ККД), потужність, робота, густина енергії. Наглядно застосування закону збереження енергії можна продемонструвати при вивченні механічних коливань [20]. Якщо коливання вивчати за допомогою обертального руху, то легко ввести поняття кругової частоти, періоду [21]. Єдиний підхід до виведення рівнянь механічних і електромагнітних коливань на заключному етапі вивчення коливань в 11 класі ґрунтується на основі закону збереження енергії [22-24].

Поняття електростатичної потенціальної енергії взаємодії зарядів з електричним полем, яка виникає внаслідок дії поля на заряди, вводиться в 10 класі на основі динамічного та енергетичного опису явища. При вивченні електромагнітного поля в 11 класі увага направляється на те, що поле як і речовина, матеріальне і мірою руху також є енергія поля [25].

Важливе значення поняття «енергія» має при вивченні ядерної фізики, теми «Елементарні частинки». Енергетичний ефект ядерних реакцій перетворення частинок будується на застосуванні цього закону [26].

Традиційно закон збереження повної механічної енергії виводиться із (1.5) і (1.9). пізніше розглядається процес дисипації енергії внаслідок роботи сил опру і формується більш загальний закон збереження енергії [5, 27].

Механічна енергія системи змінюється не тільки під дією зовнішніх сил, а і внутрішніх неконсервативних сил

$$\Delta W = A_z + A_g \quad (1.15)$$

де A_z – робота зовнішніх сил, A_g – робота внутрішніх потенціальних (неконсервативних) сил.

Умови застосування закону збереження механічної енергії витікають з (1.15):

- 1) Система замкнута (результуюча зовнішніх сил рівна нулю);
- 2) Внутрішні сили системи потенціальні, робота внутрішніх не потенціальних сил відсутня.

У більшості шкільних підручників не вказується ще одна умова застосування закону збереження енергії – його можна застосовувати лише в інерціальних системах відліку. В неінерціальних системах відліку необхідно вводити в рівняння руху сили інерції, які розглядають як зовнішні [1]

Дуже важливою при розв'язуванні задач є теорема про зміну кінетичної енергії, яка в шкільних підручниках не розглядається. У збірниках задач матеріал підібрано так, що ця теорема відома учням [30-33].

При вивченні потенціальної енергії необхідно зосереджувати увагу на тому, що це енергія взаємодії. Потенціальна енергія тіла, піднятого над Землею – це енергія системи Земля-тіло [34].

Важливою умовою застосування закону збереження енергії є вимога консервативності системи. Нехтування нею приводить учнів до типової помилки [5, 35]. До консервативних сил відносяться гравітаційні, пружні, електростатичні сили, сила Архімеда. До неконсервативних сил – сили опору, зокрема сухого тертя, сили непружної деформації, гідро- і аеродинамічні сили.

Важливим і складним є питання про поняття «замкнута система», яке застосовується як до закону збереження енергії, так і для закону збереження імпульсу, так як рівність нулевій рівнодійній зовнішніх сил не тотожна рівності роботи зовнішніх сил. Для закону збереження імпульсу необхідна рівність нулевій суми сил, а для виконання закону збереження енергії достатньо умови рівності нулевій суми робіт.

Необхідно навчити учнів правильно вибирати систему тіл, що розглядається. Так, якщо при розв'язування задачі передбачається розглядати потенціальну енергію, то слід в систему вводити Землю. При цьому сила тяжіння буде внутрішньою силою, і її роботу не потрібно враховувати [28].

Висновки до розділу 1.

Енергія – це фізична величина, що залежить від стану тіла (або системи тіл) і є загальною мірою руху матерії при всіх перетворюваннях їх одного виду руху в інший.

Незнищуваність руху матерії є основою закону збереження енергії, який є основним законом природи. Він має важливе гносеологічне значення, так як будь-який новий закон повинен підкорятися закону збереження енергії.

Енергія тіл, систем не зникає, але вона може переходити до інших тіл, або перетворюватися в інші види. Мірою зміни енергії тіл або перетворення її в інші види є робота.

Закон збереження механічної енергії виконується в замкненій консервативній системі. Якщо умова консервативності не виконується, справедливим є загальний закон збереження енергії.

РОЗДІЛ 2. ЗАСТОСУВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОГО ПІДХОДУ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

2.1. Місце методу законів збереження серед загальних методів розв'язування задач.

Розв'язування задач має важливе значення при вивченні фізики. Воно повністю відповідає вимогам компетентнісного підходу до вивчення дисципліни. Фізичні задачі різних типів можна використовувати ефективно на всіх етапах вивчення дисципліни [36]. Уміння вирішувати задачі є ефективним критерієм оцінки ступеню засвоєння програмного матеріалу [36, 37].

Фізична задача – це словесна модель явища з деякими невідомими і відомими фізичними величинами, які описують це явище. Розв'язати фізичну задачу – це знайти невідомі зв'язки, які характеризуються певними фізичними величинами [37].

Використання задач при вивченні фізики має психологічні та дидактичні основи. Згідно психології навчання існують різні стадії проникнення учнів в суть матеріалу, що вивчається. Остання, найвища стадія цього процесу – здатність практично використати знання. Розв'язування задач є процесом практичного використання знань, що відповідає принципу поєднання в навчанні теорії і практики (дидактичний принцип) [37, 38].

Розв'язування задач сприяє засвоєнню учнями певного об'єму знань з фізики, набуттю практичних умінь і навичок розвитку фізичного мислення, розвитку ініціативи і творчих здібностей [37]. Усова А.В. вважає, що задачі на закони збереження сприяють засвоєнню учнями понять «робота» та «енергія» і виявленню зв'язків між ними, допомагають зрозуміти і запам'ятати закони і формули. Процеси

формування поняття «енергія» та розв'язування задач мають взаємопов'язаний та взаємозумовлений характер [3-7].

2.2. методичні особливості використання енергетичного підходу до розв'язування задач

Енергетичний підхід широко застосовується в усіх розділах фізики як при вивченні теоретичного матеріалу, так і при розв'язуванні задач. Традиційно його застосовують в механіці, термодинаміці та молекулярній фізиці, у квантовій та ядерній фізиці. Для кожної форми руху і відповідної їй енергії розроблені методичні вказівки до розв'язування задач. Ми зупинимося на тих задачах, які розв'язують на основі загального закону енергії.

При вивченні фізики використовують індуктивний шлях виведення закону збереження для механічних явищ. Закон збереження енергії у механічних явищах → закон зміни енергії у механічних явищах → закон збереження енергії.

При вивченні інших розділів (молекулярної фізики, електрики і магнетизму) здійснюють обернений дедуктивний перехід від загального закону збереження до його частинних випадків.

Незважаючи на простоту закону збереження енергії, типовим недоліком в розв'язуванні задач є нерозуміння шляхів (каналів), по яких розподіляється надана тілу енергія [5, 38]. Вона може йти на збільшення кінетичної або потенціальної енергії, робота тіла над іншими тілами або на теплову.

Сприяє розумінню закону збереження енергії виведення в 11 класі формули енергії магнітного поля на основі міркувань, що робота проти ЕРС індукції іде на утворення магнітного поля струму, пояснення правила Ленца, вивчення перетворення енергії в механічних та електромагнітних коливаннях.

Проведений нами аналіз літератури по застосуванню енергетичного підходу до розв'язування задач [5, 29, 37] показав, що цей метод найбільш розроблений для задач механіки. Згідно класифікації В.І. Гутмана [5] виділяються наступні типи задач:

- 1) задачі, в яких необхідно визначити роботу сил;
- 2) задачі, в яких застосування закону збереження механічної енергії є єдиним способом розв'язку;
- 3) задачі, які можна розв'язати двома способами: енергетичним і динамічним;
- 4) задачі, в яких рівнянь, отриманих на основі енергетичного опису, недостатньо для розв'язку, тому необхідно долучати рівняння кінематики і динаміки;
- 5) задачі, в яких комплексно застосовуються закони збереження імпульсу і енергії.

Розглянемо особливості застосування задач вказаних типів.

- 1) Задачі на знаходження роботи сили.

Елементарна робота сили $\vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$ визначається скалярним добутком

$$dA = \vec{F}d\vec{l} \quad (2.1)$$

де $d\vec{l}$ - елементарне переміщення.

Розкривши скалярний добуток векторів отримаємо

$$dA = F \cdot dl \cdot \cos\alpha \quad (2.2)$$

де α – кут між вектором сили і переміщенням. Робота на нескінченному переміщенні визначається інтегруванням (2.2)

$$A_{1-2} = \int_1^2 \vec{F} \cos\alpha dl \quad (2.3)$$

Якщо розглядається прямолінійний рух в напрямку осі x , то з (2.3) отримаємо:

$$A_{1-2} = \int_{x_1}^{x_2} F \cos\alpha dx \quad (2.4)$$

де α – кут між напрямком сили і віссю x .

У випадку, коли $\vec{F} = const$ (сила незмінна), інтеграл (2.4) спрощується

$$A_{1-2} = F \cos\alpha(x_2 - x_1) = F\Delta x \cdot \cos\alpha \quad (2.5)$$

Ця формула використовується в шкільному курсі фізики. Необхідно враховувати знак (робота може бути від'ємною). Застосування (2.5) до роботи змінної сили приводить до помилок. Розглянемо роботу сили пружності $F = -kx$.

Застосувавши (2.5) отримаємо $A = -k\Delta x^2$. В дійсності ж ця робота вдвічі менша.

Інтеграл (2.4) визначається площею фігури під графіком $F = F(x)$. Для спрощення приймемо, що і стані рівноваги $x_I = 0$, тоді $\Delta x = x$.

Згідно рис. 2.2 площа заштрихованого прямокутника

$$S = A_1 = \frac{1}{2} F_1 x_1 = \frac{1}{2} kx_1 \cdot x_1 = \frac{kx_1^2}{2}$$

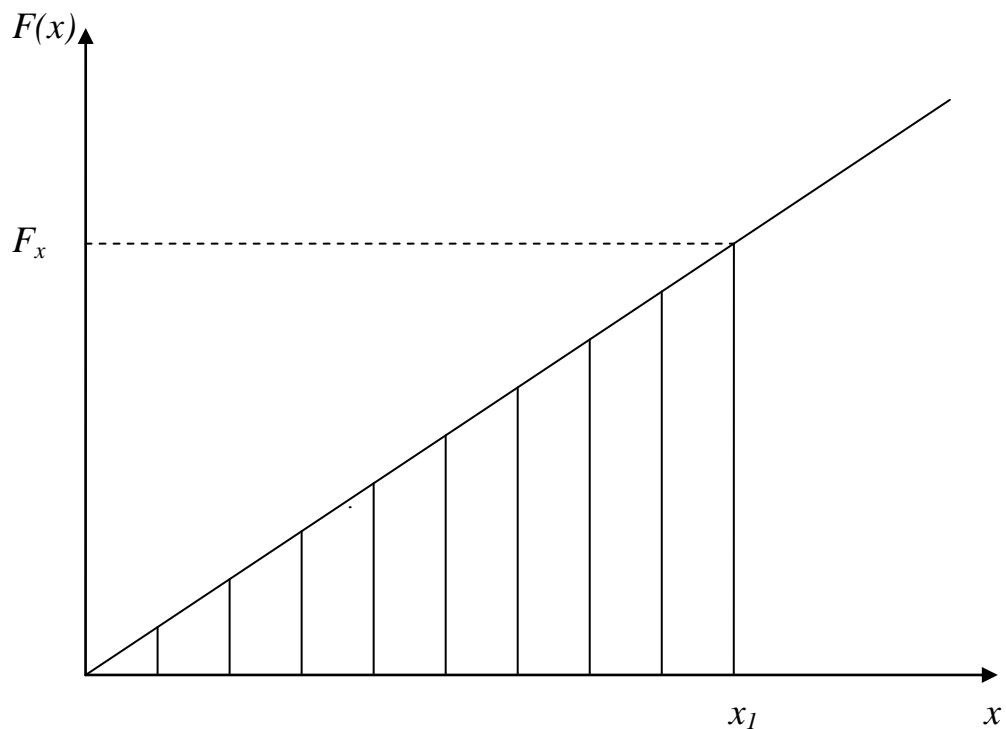


Рис. 2.2. Залежність пружної сили від деформації x

2) На основі тільки енергетичного підходу розв'язуються задачі, які за допомогою динамічного методу розв'язати неможливо або дуже складно. Це задачі на складний нерівнозмінний рух, наприклад: механічні коливання, рух по складній траєкторії (мертва петля). До цього типу відносяться задачі термодинаміки, на фотоефект (розв'язуються на основі рівняння Ейнштейна, яке виражає закон збереження енергії).

3) В задачах механіки та електрики і магнетизму можливе застосування і динамічного, і енергетичного методів.

Областю застосування динамічного методу є класичні фізичні системи. Енергетичний же метод є більш універсальним – закони збереження використовуються як у класичних, так і у квантових системах [37, 39]. Слід відмітити, що для опису класичних систем частіше застосовують кінематико-динамічний метод. Перш за все це відноситься до механічних систем. Практично кожен механічну задачу можна розв'язати цим методом, але не всі ці задачі розв'язуються за допомогою закону збереження енергії. Але чим складніша система, тим енергетичний підхід стає більш оптимістичним [37]. В аналітичній механіці, яка вивчає складні механічні системи, застосовується енергетичний підхід до опису поведінки системи на основі рівнянь Лагранжа. За допомогою функції Лагранжа, яка для систем із потенціальними силами представляє собою повну механічну енергію системи [40].

Обидва вказані методи застосовуються в шкільному і загальному курсах фізики, але енергетичний метод застосовується рідше [6, 35, 38].

Розглянемо випадки, коли слід використовувати закони збереження імпульсу та енергії:

1. Сили, що діють на тіла є змінними, причому рух тіл нерівнозмінний або невідомий (закони руху і зміни швидкості невідомі).

2. Процес взаємодії між тілами системи невідомий, дано в початкових умовах або необхідно знайти величини, які описують початковий і кінцевий стани системи.

Якщо задано, або потрібно знайти силу $F(\vec{r})$, яка є функцією координат, або переміщення тіла у просторі, то використовується закон збереження енергії.

Якщо задано, або потрібно знайти силу $F(t)$, яка залежить від часу або час дії сили, то застосовується закон збереження імпульсу.

Закон збереження механічної енергії застосовують для консервативних замкнутих систем. Якщо система неконсервативна, то частина механічної енергії переходить в інші види (найчастіше в теплоту). В цьому випадку необхідно застосувати загальний закон збереження енергії. Для виконання закону збереження імпульсу достатньо виконання умови замкнутості системи.

Можливості енергетичного підходу розширюються введенням зв'язку узагальненої сили Λ та, відповідної їй узагальненої координати λ_i :

$$\Lambda_i = -\frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \quad (2.6)$$

Клас задач, що розв'язуються енергетичним методом значно поповнюється, так як в якості узагальненої сили може бути не тільки класична динамічна сила, а і коефіцієнт поверхневого натягу рідини, тиск газу, момент сили, що діє на електричний і магнітний диполі в електричному і магнітному полях або на контур з струмом, тощо.

Застосування енергетичного підходу до задач електрики і магнетизму в методичній літературі розглядається значно рідше, ніж для механіки. Часто використовується аналогія між потенціальною енергією тіла в полі тяжіння і енергією електричного поля, енергією магнітного поля і кінетичною енергією [22, 41].

Сила, що виникає в конденсаторі при розведенні пластин, визначена в [42,43] на основі енергетичного підходу згідно (2.6). Показано, що ця сила буде різною для випадків, коли конденсатор відключено і підключено до джерела. Пояснено явище впливом сторонніх сил джерела струму, але детально ця сила і її робота не розглянуті. Сили, їх робота при зсуві пластин конденсатора, витягуванні діелектричної пластини не розраховувалися. Нам невідомі роботи, в яких би визначалася сила, що діє на магнітне осердя соленоїда.

Енергетичний метод розв'язування задач є феноменологічним макроскопічним методом. За його допомогою ми легко отримали, наприклад, значення сили, що діє на діелектричну пластину, що виймається з конденсатора. Але, щоб пояснити природу цієї сили, необхідно детально розглянути механізм процесів в системі. Як при розв'язанні задач з механіки і молекулярної фізики енергетичний (термодинамічний) метод дозволяє отримати результат, не розкриваючи сутність процесів. Але для розкриття механізму процесів необхідно застосувати динамічний і мікроскопічний методи.

Висновки до розділу II

Енергетичний підхід широко застосовується в усіх розділах фізики як при вивченні теоретичного матеріалу, так і при розв'язуванні задач. Традиційно його застосовують в механіці, термодинаміці та молекулярній фізиці, у квантовій та ядерній фізиці. Для кожної форми руху і відповідної їй енергії розроблені методичні вказівки до розв'язування задач. Ми зупинимося на тих задачах, які розв'язують на основі загального закону енергії.

Підхід глибоко розкритий для задач механіки, а також тих розділів фізики, які використовують специфічні форми закону збереження

енергії: перший закон термодинаміки (термодинамічна), рівняння Ейнштейна для фотоефекту (квантова фізика), рівняння Бернуллі.

Сили, що виникають в конденсаторі при різних способах зміни його ємності (розсування, зсув, поворот, виймання діелектрика тощо), і їх робота розкриті частково. Не розглянуто в літературі силу при витягуванні осередня з соленоїда.

Енергетичний підхід як феноменологічний, часто дозволяє достатньо просто описати явища, визначити внутрішні сили системи, їх роботу, але не розкриває механізм і природу процесів, що відбуваються в системі.

РОЗДІЛ 3. РОЗРАХУНОК ВНУТРІШНІХ СИЛ СИСТЕМИ ТА ЇХ РОБОТИ

3.1. Застосування енергетичного підходу до розв'язування задач електрики

3.1.1. Визначення сил, що діють в конденсаторі та їх роботи

Клас задач, що розв'язуються енергетичним методом значно поповнюється, так як в якості узагальненої сили може бути не тільки класична динамічна сила, а і коефіцієнт поверхневого натягу рідини, тиск газу, момент сили, що діє на електричний і магнітний диполі в електричному і магнітному полях або на контур з струмом, тощо.

Розглянемо застосування енергетичного методу на прикладі задачі з електродинаміки. Дано плоский конденсатор. Визначити узагальнену силу і її роботу при розсуванні пластин конденсатора у випадках, коли конденсатор підключено або відключено від джерела струму.

а) конденсатор відключено від джерела. У цьому випадку $q = \text{const}$ і енергія конденсатора визначається

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 x}{2\epsilon_0 S} \quad (3.1)$$

де S – площа пластин, x – відстань між ними. Із (2.6) і (3.1) слідує, що сила взаємодії між пластинами

$$F_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{q^2}{2\epsilon_0 S} = -\frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0} \quad (3.2)$$

Знак мінус вказує на те, що сила F_x направлена в сторону, протилежну розведенню пластин, тобто це сила протягування пластин. Під дією внутрішньої сили система прямує до зменшення енергії, що відповідає зближенню пластин.

Визначимо цю силу динамічним методом. Поле між пластинами однорідне. Одна пластина знаходиться в полі іншої $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

Сила протягування пластин:

$$F_x = \int_S dF_x = \int_S \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (-\sigma) dS = -\frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0} \quad (3.3)$$

Вирази (3.2) і (3.3) співпадають, хоча перший отримано простіше. Сила притягання не залежить від відстані між пластинами.

Робота сили F_x по переміщенню пластин

$$A = F_x(x_2 - x_1) = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0}(x_1 - x_2) = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}(x_1 - x_2) = W_1 - W_2 \quad (3.4)$$

Робота внутрішньої сили (сили протягування пластин) визначається різницею енергії конденсатора в початковому і кінцевому стані.

б) конденсатор підключено до джерела струму.

У цьому випадку виконуються умова $U = const$.

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{U^2}{2} \frac{\varepsilon_0 S}{x} \quad (3.5)$$

Згідно (2.6)

$$F_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2x^2} = \frac{CU^2}{2x} = \frac{qU}{2x} \quad (3.6)$$

Сила F_x залежить від відстані між пластинами і на відміну від (3.3) відштовхує пластини.

Отриманий результат має наступне пояснення. У даному випадку система включає в себе не тільки пластини конденсатора, а і підключене до них джерело струму, тому робота внутрішніх сил системи це сума роботи кулонівської сили взаємодії пластин F_x і роботи проти зовнішньої сили – джерела струму.

Згідно (3.3)

$$F_x = -\frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0} = -\frac{\varepsilon_0^2 U^2 S}{2\varepsilon_0 x^2} = -\frac{CU^2}{2x} \quad (3.7)$$

Врахували, що $\sigma = \frac{q}{S} = \frac{CU}{S} = \frac{\varepsilon_0 U}{x}$.

Робота сили F_x

$$A(F_x) = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = -\frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2} = \frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2} \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right) < 0 \quad (3.8)$$

Робота джерела струму

$$A_\partial = Udq = U^2 dC = -\varepsilon_0 S U^2 \frac{dx}{x^2} \quad (3.9)$$

$$dC = \frac{\partial C}{\partial x} dx = -\frac{\varepsilon_0 S}{x^2} dx$$

$$A_\partial = -\varepsilon_0 S U^2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2} = \varepsilon_0 S U^2 \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right) < 0 \quad (3.10)$$

Робота сил поля конденсатора проти роботи зовнішньої сили – джерела має протилежний знак.

Робота проти джерела додатна і вдвічі більша роботи (3.8), тому і повна робота внутрішніх сил буде додатною, що обумовлює зменшення енергії конденсатора при розсуванні пластин при $U = const$.

Результуюча робота внутрішніх сил:

$$A_{1-2} = A(F_x) - A_\partial = \frac{1}{2} \varepsilon_0 S U^2 \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) \quad (3.11)$$

Легко показати, що ця робота рівна різниці енергій конденсатора в початковому і кінцевому станах

$$A_{1-2} = \frac{C_1 U^2}{2} - \frac{C_2 U^2}{2} = W_1 - W_2 \quad (3.12)$$

Енергія при розсуванні пластин зменшується

Вираз для внутрішньої сили конденсатора (3.6) можна отримати іншим шляхом. Врахуємо, що енергія конденсатора залежить від заряду, що змінюється, і від ємності:

$$F_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = -\left(\frac{\partial W}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial C} \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \right)$$

Врахуємо, що $q = CU = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{x} U$; $C = \frac{\varepsilon_0 S}{x}$, тоді

$$F_x = -\left(\frac{2q}{2C}\left(-\frac{\varepsilon_0 s U}{x^2}\right) + \frac{-q^2}{2C}\left(-\frac{\varepsilon_0 s}{x^2}\right)\right) = -\left(\frac{qU}{2x} - \frac{qU}{x}\right) = \frac{qU}{2x} \quad (3.13)$$

Отриманий вираз аналогічний (3.6).

Роботу поля конденсатора на основі (3.12) визначити значно простіше, ніж динамічним методом згідно (3.8)-(3.11), але останній спосіб пояснює явища, що відбуваються в конденсаторі, і позитивний знак роботи.

б) Зсув пластин конденсатора

Розглянемо переміщення однієї пластини паралельно іншій (зсув). Відстань d між пластинами залишається незмінною, а площа перекриття пластин (площа конденсатора) зменшується.

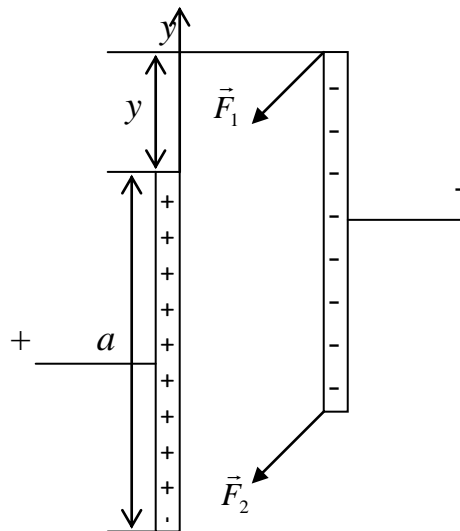


Рис. 3.1. Зсув пластин конденсатора.

Нехай одна із пластин зсунута в напрямку осі y на y . Ємність такого повітряного конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0(a-y)b}{d} \quad (3.14)$$

де a – висота пластини, b – її ширина, d – відстань між пластинами.

Розглянемо випадок коли конденсатор відключено від джерела. В цьому випадку зберігається заряд $q = const$.

Енергія конденсатора:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 d}{2\varepsilon_0(a-y)b} \quad (3.15)$$

Енергія залежить від координати y . Знайдемо силу F_y , яка направлена по дотичній до пластин:

$$F_y = -\frac{\partial W}{\partial y} = -\frac{\partial W}{\partial(a-y)} \frac{\partial(a-y)}{\partial y} = -\frac{q^2 d}{2\varepsilon_0(a-y)^2 b} \quad (3.16)$$

Із (3.16) слідує, що сила F_y протидіє зсуву і залежить від y . Зі збільшенням величини зсуву y сила F_y зростає. При цьому згідно (3.15) енергія конденсатора буде збільшуватися. Внутрішня сила системи (в даному випадку F_y) направлена так, щоб протидіяти збільшенню енергії конденсатора. Робота внутрішньої сили при збільшенні енергії буде від'ємною.

Енергетичний підхід легко дозволив визначити силу F_x і її напрям, але природу цієї сили можна з'ясувати, застосувавши динамічний метод. При зсуві пластин крім сили притягання різнойменних пластин на кінцях пластин, які зсунуті, виникають сили притягання F_1 і F_2 , які мають дотичну складову F_y , яка намагається ліквідувати зсув.

Розглянемо випадок, коли конденсатор підключено до джерела ($U=const$). Енергія конденсатора в цьому випадку

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0(a-y)bU^2}{2d} \quad (3.17)$$

Сила F_y

$$F_y = -\frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\varepsilon_0 b U^2}{2d} \quad (3.18)$$

Сила F_y направлена в сторону зсуву і не залежить від величини зсуву y .

Робота сили F_y

$$A_{1-2} = \frac{\varepsilon_0 b U^2}{2d} \Delta y = \frac{\varepsilon_0 b U^2}{2d} (y_2 - y_1) = W_2 - W_1 \quad (3.19)$$

Внаслідок виконання роботи сил поля енергія конденсатора збільшується. Цей протилежний випадку із відключеним джерелом і суперечить напрямку тангенціальної складової сили, що виникає між зсунутими частинами пластин конденсатора.

При зсуві пластин зменшується ємність конденсатора і при підключенні до джерела конденсатор частково розряджається. Джерело виконує від'ємну роботу сил електричної взаємодії пластин.

Елементарна робота джерела:

$$\begin{aligned} dA_{\text{д}} &= Udq \\ dC &= UdC \end{aligned} \quad (3.20)$$

Визначимо dC із (3.14):

$$dC = \frac{\partial C}{\partial y} dy = -\frac{\varepsilon_0 b}{d} dy \quad (3.21)$$

Із (3.20) і (3.21) отримаємо:

$$dA_{\text{д}} = -\frac{\varepsilon_0 b U}{d} dy \quad (3.22)$$

Робота джерела:

$$A_{\text{д}} = -\frac{\varepsilon_0 b U^2}{d} \int_{y_1}^{y_2} dy = -\frac{\varepsilon_0 b U^2}{d} (y_1 - y_2) \quad (3.23)$$

Робота сил поля конденсатора по переміщенню заряду

$$A = -A_{\text{д}} = \frac{\varepsilon_0 b U^2}{d} (y_2 - y_1) \quad (3.24)$$

Ця робота вдвічі більша роботи сил електричної взаємодії пластин (3.19) і має протилежний знак. Результуюча робота сил поля:

$$A_{\text{рез}} = \frac{\varepsilon_0 b U^2}{2d} (y_2 - y_1) = W_2 - W_1 > 0 \quad (3.25)$$

в) Витягування діелектричної пластини із плоского конденсатора

Діелектрична пластина з діелектричною проникністю ε щільно прилягає до обкладинок конденсатора і може без тертя переміщуватися вздовж них. Визначимо силу F_y , що діє на діелектричну пластину з боку поля конденсатора і роботу цієї сили по переміщенню пластини.

Розглянемо випадки коли заряджений конденсатор відключено від джерела і підключено.

а) Конденсатор відключений. Система ізольована, виконується закон збереження заряду $q = \text{const}$. Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{q^2}{2C} \quad (3.26)$$

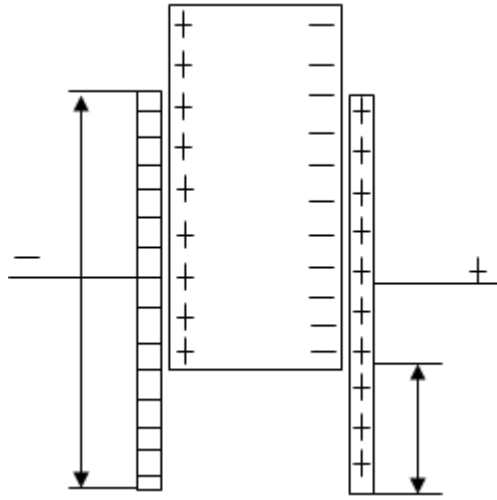


Рис. 3.2. Витягування діелектрика пластини із конденсатора

Ємність конденсатора можна представити як суму паралельно з'єднаних конденсаторів без діелектрика і з діелектриком. І дійсно, напруга на конденсаторах однакова і загальний заряд $q=q_1+q_2$.

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 b y}{d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon b (a-y)}{d} = \frac{\varepsilon_0 b}{d} (\varepsilon a + y(1-a)) \quad (3.27)$$

де a і b – висота і ширина обкладинок конденсатора, d – відстань між ними. Стан системи визначається координатою y , тому узагальнена сила буде F_y

$$F_y = -\frac{\partial W}{\partial y} = -\frac{q^2 d}{2\varepsilon_0 b} \frac{d}{dy} \frac{1}{\varepsilon a + y(1-\varepsilon)} = -\frac{q^2 d}{2\varepsilon_0 b} \frac{(\varepsilon-1)}{(\varepsilon a + y(1-\varepsilon))^2} \quad (3.28)$$

Так як $\varepsilon > 1$, то сила F_y направлена протилежно напрямку витягування, тобто ця сила втягує пластину в конденсатор, що приводить до збільшення його ємності і відповідно до зменшення енергії. Ізольована система самовільно рухається в напрямку зменшення енергії.

Існування і напрям F_y можна пояснити і за допомогою динамічного методу. F_y є тангенціальна складова сил взаємодії зарядів на обкладинках конденсатора і поляризаційних зарядів пластин на її витягнутій частині нижньому кінці (рис. 3.2). Ці сили направлені на втягування пластини в конденсатор. Але визначити величину сили F_y дуже складно, так як поляризаційний заряд на пластині розподілений нерівномірно. Із виразу (3.28) видно, що F_y залежить від заряду

конденсатора і ε , яка визначає поверхневу густину поляризаційних зарядів на пластині. Обернено пропорційна залежність сили від ширини і обкладинки обумовлена тим, що при $q=const$ збільшення площі приводить до зменшення поверхневої густини заряду на обкладинках, що в свою чергу викликає зменшення густини поверхневого зв'язаного поляризаційного заряду на пластині.

Визначимо роботу сил поля на основі (3.28). Елементарна робота по переміщенню dy :

$$dA = F_y dy = - \frac{q^2 d(\varepsilon - 1) dy}{2\varepsilon_0 b (\varepsilon a + y(1 - \varepsilon))^2} \quad (3.29)$$

Робота по переміщенню від y_1 до y_2 визначається інтегруванням (3.29):

$$\begin{aligned} A_{1-2} &= - \frac{q^2 d(\varepsilon - 1)}{2\varepsilon_0 b} \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{(\varepsilon_0 a + y(1 - \varepsilon))^2} = \frac{q^2}{2} \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2} \right) = \\ &= W_1 - W_2 < 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

Робота внутрішньої сили в ізолюваній системі від'ємна.

б) Конденсатор підключено до джерела, напруга на конденсаторі постійна $U=const$. Енергію конденсатора в цьому випадку зручно визначити так:

$$W = \frac{cU^2}{2} \quad (3.31)$$

Сила F_y буде визначатися із:

$$F_y = - \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{U^2 \varepsilon_0 b}{2d} (\varepsilon - 1) \quad (3.32)$$

Так як $\varepsilon > 1$, то $F_y > 0$, тобто сила F_y виштовхує діелектричну пластину із плоского конденсатора. Робота цієї сили на переміщенні від y_1 до y_2

$$A_{1-2} = \frac{U^2 \varepsilon_0 b (\varepsilon - 1)}{2d} \int_{y_1}^{y_2} dy = \frac{U^2 \varepsilon_0 b (\varepsilon - 1)}{2d} (y_2 - y_1) = W_2 - W_1 > 0 \quad (3.33)$$

Отримано результат, аналогічний (3.19) – система рухається в напрямку збільшення енергії. Пояснення аналогічне. При витягування

діелектричної пластини ємність конденсатора зменшується і при $U=const$ повинен зменшитися і заряд конденсатора. При розряді конденсатора джерело виконує від'ємну роботу, а сила поля конденсатора навпаки – додатну.

Визначимо елементарну роботу джерела

$$dA_d = Udq = U^2 dC \quad (3.34)$$

Диференціал ємності визначимо із (2.27)

$$dC = -\frac{\varepsilon_0 b}{d}(\varepsilon - 1) \quad (3.35)$$

$$dA_d = -\frac{U^2 \varepsilon_0 b(\varepsilon - 1)}{d} dy$$

Робота джерела при розряді конденсатора внаслідок переміщення пластин від y_1 до y_2

$$A_{01-2} = -\frac{U^2 \varepsilon_0 b(\varepsilon - 1)}{d}(y_2 - y_1) \quad (3.36)$$

Робота сил поля конденсатора по переміщенню заряду

$$A_{1-2} = \frac{U^2 \varepsilon_0 b(\varepsilon - 1)}{d}(y_2 - y_1) > 0 \quad (3.37)$$

Робота (3.36) вдвічі більша сумарної роботи поля конденсатора (3.33), яка є сумою роботи (3.36) по переміщенню заряду і від'ємної роботи сил електричної взаємодії поверхневих зарядів обкладинки і поляризаційних зарядів пластини.

г) Конденсатор змінної ємності.

В радіоелектроніці часто застосовуються конденсатори змінної ємності, в яких використовуються рухомі пластини, які повертаються відносно нерухомих. При цьому змінюється площа перекриття пластин (площа конденсатора) $S = \frac{1}{2}\theta R^2$, де R радіус сектора, θ – кут перекриття.

Енергія такого повітряного конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 d}{2\varepsilon_0 \theta R^2} \quad (3.38)$$

d – відстань між пластинами.

Узагальненою координатою в цьому випадку буде кут перекриття θ , а відповідною узагальненою силою – обертовий момент M

$$M = -\frac{\partial W}{\partial \theta} \quad (3.39)$$

При відключеному від джерела конденсаторі ($q=const$) маємо

$$M = \frac{q^2 d}{\varepsilon_0 \theta^2 R^2} = \frac{q^2}{2C\theta} \quad (3.40)$$

Момент $M > 0$ направлено на збільшення кута перекриття пластин, тобто на зменшення енергії конденсатора.

У випадку підключення конденсатора до джерела $U=const$

$$M = -\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{CU^2}{2} \right) = -\frac{\varepsilon_0 R^2 U^2}{2d} = -\frac{CU^2}{2\theta} \quad (3.41)$$

Як і в попередньому випадку, момент обернено пропорційний куту перекриття θ , але направлений в протилежну куту сторону, тобто протидіє збільшенню кута θ (виштовхує рухомі пластини). У даному випадку енергія конденсатора пропорційна θ і зменшується при зменшенні кута під дією моменту M . Виконується загальна закономірність, яка є наслідком закону збереження енергії – внутрішня сила системи направлена так, що її робота приводить до зменшення енергії системи. Знаки моментів (3.40) і (3.41) відрізняються тому, що у випадку підключення до джерела енергія конденсатора змінюється також за рахунок роботи зовнішньої сили (джерела), яка більша роботи внутрішньої сили – взаємодії пластин конденсатора.

3.1.2. Сила втягування осердя в соленоїд

Раніше ми показали, що при зміні ємності конденсатора виникають внутрішні сили і їх робота визначає зміну енергії. Визначимо силу, що діє на магнітне осердя соленоїда при його витягуванні із соленоїда. Нехай виконується умова $I=const$.

При русі магніту буде змінюватися індуктивність соленоїду, внаслідок чого в ньому виникає е.р.с. самоіндукції, яка направлена проти зміни струму. Для підтримки постійності струму необхідна додаткова зовнішня е.р.с., яка б компенсувала е.р.с. самоіндукції ε_s

$$\varepsilon^{306} = -\varepsilon_s = L \frac{dI}{dt} = \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.42)$$

Елементарна робота зовнішньої е.р.с.

$$\delta A^{306} = \varepsilon^{306} dq = I \delta \Phi^{306} \quad (3.43)$$

Робота цієї електрорушійної сили піде на роботу системи і на зміну енергії магнітного поля.

$$I \delta \Phi^{306} = \delta A + \delta W_m \quad (3.44)$$

де δA – елементарна робота внутрішніх сил.

При виконанні умови постійності струму варіацію магнітної енергії можна виразити так

$$\delta W_m = \delta \left(\frac{1}{2} \sum I_i \Phi_i \right) = \frac{1}{2} I \delta \Phi^{306} \quad (3.45)$$

Із (3.44) і (3.45) отримуємо δA

$$\delta A = \delta A^{306} - \delta W_m = \frac{1}{2} I \delta \Phi^{306} \quad (3.46)$$

Із (3.45) і (3.46) маємо

$$\delta A = (\delta W_m) I = const \quad (3.47)$$

При умові постійності струму в соленоїді зміна енергії магнітного поля рівна роботі внутрішніх сил.

Визначимо силу, що діє з боку магнітного поля (внутрішню силу) на магнітне осердя, яке рухається вздовж осі соленоїда x . із (3.47) одержимо

$$F_x = \frac{\partial W_m}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{LI^2}{2} \right) = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial x} \quad (3.48)$$

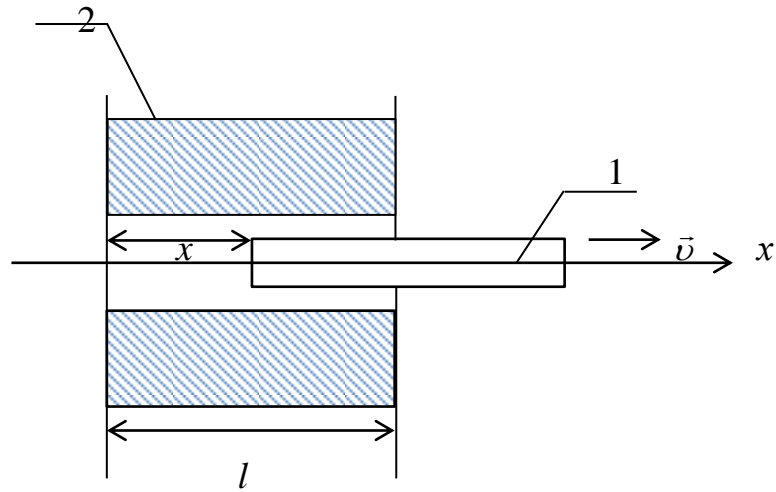


Рис. 3.3. Розміщення магнітного осердя в котушці.

Осердя 1 рухається в напрямку осі x всередині котушки 2.

Індуктивність такого соленоїда можна представити як суму індуктивностей соленоїдів із осердям і без нього

$$L = \mu_0 n^2 s x + \mu_0 \mu n^2 s (l - x) \quad (3.49)$$

де n – число витків на одиницю довжини соленоїда, x – довжина частини без осердя, s – площа витків, μ – магнітна проникність осердя

$$\frac{dL}{dx} = -\mu_0 n^2 S (\mu - 1) < 0 \quad (3.50)$$

Підставимо (3.50) в (3.48)

$$F_x = -\frac{1}{2} I^2 \mu_0 n^2 S (\mu - 1) \quad (3.51)$$

Так як осердя $\mu > 1$, то значення F_x від'ємне, тобто внутрішня сила системи втягує осердя в котушку, що підтверджується експериментально.

При цьому енергія соленоїда зростає разом із збільшенням індуктивності. Уявне протиріччя, що система повинна рухатися самовільно в напрямку зменшення енергії розв'язується тим, що система не замкнена. Збільшення її енергії обумовлено роботою додаткового

джерела е.р.с., яку компенсує дію е.р.с. самоіндукції при русі осердя для забезпечення умови $I=const$.

Аналогічна ситуація спостерігалася і при підключеному до джерела конденсаторі, коли робота внутрішніх сил при розведенні пластин була додатною.

3.1.3. Робота сил електростатичного поля по переміщенню заряду в електростатичному полі

Пряме визначення, яке базується на динамічному методі, вимагає знання закону зміни напруженості поля у просторі і траєкторії руху заряду. Робота визначається інтегруванням по ділянці траєкторії від початкової до кінцевої точки

$$A_{1-2} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} \quad (3.52)$$

де $F=qE$ – сила, з якою поле діє на заряд.

Визначення роботи згідно (3.52) складне математично і вимагає знання залежності $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$.

На основі енергетичного підходу ця задача розв'язується значно простіше

$$A_{1-2} = W_1 - W_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3.53)$$

де φ_1 і φ_2 – потенціали початкової і кінцевої точок, W_1 і W_2 – енергія взаємодії заряду з полем в цих точках.

Визначення роботи на основі (3.52) виконується просто лише у випадку однорідного поля $\vec{E} = const$.

У цьому випадку маємо

$$dA = qEdl \cos \alpha \quad (3.54)$$

де змінною величиною є лише dl .

$$A_{1-2} = qE \cos \alpha \int_1^2 dl = qEl \cos \alpha \quad (3.55)$$

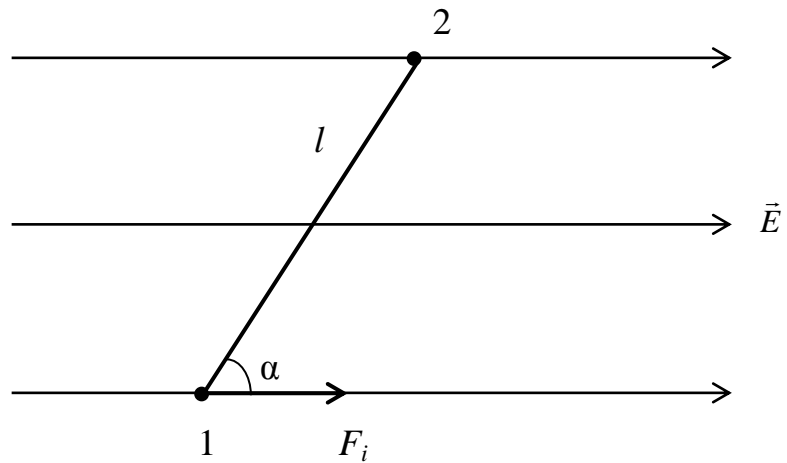
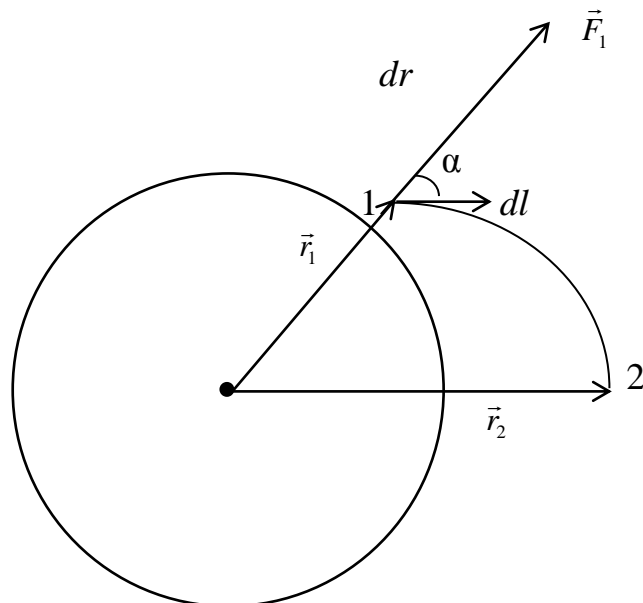


Рис. 3.4. Переміщення заряду в однорідному полі

Визначимо роботу поля по переміщенню заряду в полі зарядженої кулі із зарядом Q (рис. 3.5).

Рис. 3.5. Куля із зарядом Q

Елементарна робота на ділянці $d\vec{l}$

$$dA = \vec{F}d\vec{l} = qEdl \cos\alpha = qE dr \quad (3.56)$$

де E – напруженість поля кулі.

$E = k \frac{Q}{r^2}$, тому отримаємо

$$dA = k \frac{qQdr}{r^2} \quad (3.57)$$

Роботу на переміщенні 1-2 отримаємо, про інтегрувавши (6)

$$A_{1-2} = kqQ \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = kqQ \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (3.58)$$

(3.58) показує, що робота сил поля не залежить від форми траєкторії і довжини шляху, а визначається (для даних зарядів) положенням початкової і кінцевої точок, тобто кулонівська сила є потенціальною. Відомо, що в полі потенціальних сил роботи сил рівна різниці потенціальної енергії в початковій і кінцевій точках, таким чином (3.58) можна записати у вигляді

$$A_{1-2} = W_1 - W_2 \quad (3.59)$$

Потенціальна енергія взаємодії заряду q з полем заряду Q

$$W = q\varphi \quad (3.60)$$

де $\varphi = k \frac{Q}{r}$ - потенціал поля кулі.

З (3.59) і (3.60) отримаємо

$$A_{1-2} = kqQ \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3.61)$$

Робота поля по переносу заряду q на основі енергетичного методу визначається різницею потенціалів (3.53).

Ми отримали один і той же результат, але енергетичний метод значно простіший. Використання динамічного методу дозволяє не тільки отримати вираз (3.61), тотожний (3.53), а і вивести його, показати, що кулонівська сила – потенціальна сила.

У загальному ж випадку для визначення роботи поля доцільно використовувати енергетичний метод.

3.1.4. Диполь в електричному полі

а) в однорідному полі $\vec{E} = const$. Розглянемо жорсткий диполь $p = const$.

Енергія взаємодії диполя з полем

$$W = -\vec{p}\vec{E} = -pE\cos\alpha \quad (3.62)$$

де p –електричний дипольний момент, α – кут між векторами \vec{p} і \vec{E} . Мінімальне значення енергії, що відповідає стану стійкої рівноваги, рівне $W_{min} = -pE$ відповідає $\alpha = 0$, тобто стану, коли диполь орієнтовано вздовж силової лінії. Узагальненою координатою в (3.62) є кут α . Відповідна узагальнена сила – обертаючий момент M .

$$M = -\frac{\partial W}{\partial \alpha} = -pE\sin\alpha \quad (3.63)$$

Знак мінус в (3.63) вказує на те, що обертовий момент M направлений на зменшення кута α , що приводить до збільшення модуля від'ємної енергії взаємодії (3.62), тобто її зменшення.

Пояснимо утворення моменту M на основі динамічного методу.

В однорідному полі на заряди діють сили, які рівні за величиною $F_1 = F_2 = qE$, які утворюють пару сил (рис. 3.6).

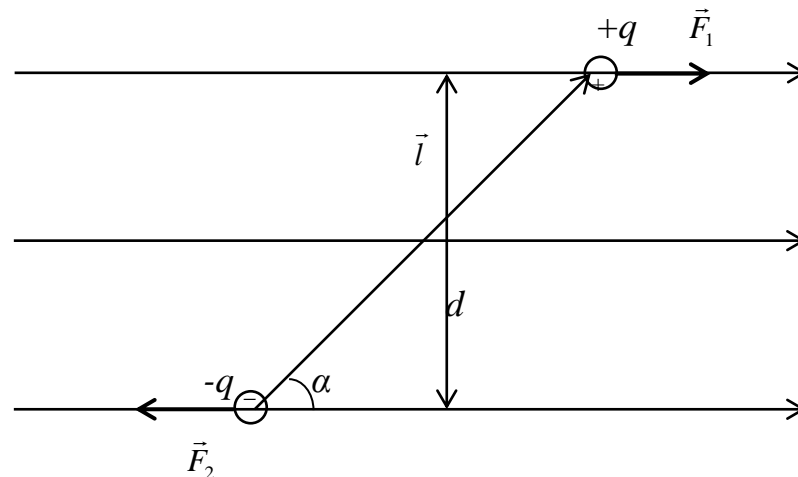


Рис. 3.6. Диполь в однорідному полі

Дія цієї пари зводиться до створення обертового моменту

$$M = Fd = qEd = qlE\sin\alpha = pE\sin\alpha \quad (3.64)$$

Врахували, що $l\sin\alpha = d$.

Момент M намагається установити диполь вздовж силової лінії, тобто перевести систему в стан з мінімальною енергією.

в) диполь в неоднорідному електричному полі.

Нехай поле змінюється в напрямку осі x . $E=E(x)$, тоді узагальненими координатами будуть кут α і x і відповідно будуть існувати дві узагальнені сили – момент M і сила F_x .

Обертаючий момент визначається (3.63) і він розвертає дипольний момент в напрямку осі x , коли $\alpha=0$. Але в неоднорідному полі це не буде станом рівноваги, так як існує сила F_x

$$F_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = p \frac{\partial E}{\partial x} \quad (3.65)$$

Якщо поле неоднорідне, то виникає сила, яка направлена в напрямку градієнта електричного поля, тобто переміщує диполь в напрямку підсилення поля.

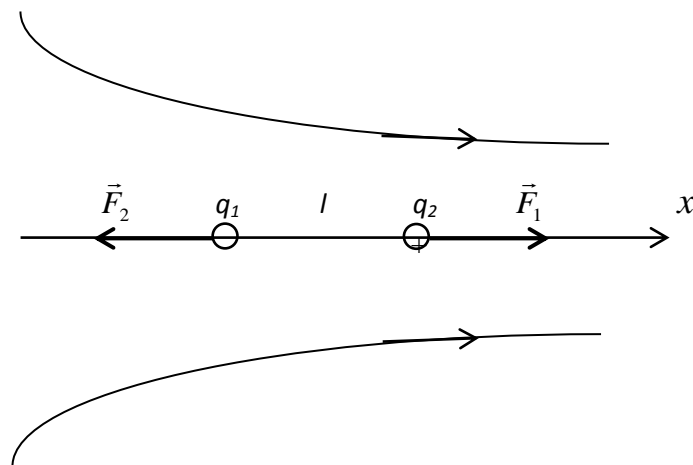


Рис. 3.7. Диполь в неоднорідному електричному полі

Пояснимо явище на основі динамічного методу. Розглянемо диполь, встановлений вздовж осі x в неоднорідному електричному полі (рис. 3.7). Сили F_1 і F_2 , що діють на заряди диполя будуть нерівними

$F_1 > F_2$, так як поле в точці, де знаходиться заряд q_1 сильніше. Виникає результуюча сила F_x

$$F_x = F_1 - F_2 = q(E_1 - E_2) = ql \frac{\partial E}{\partial x} = p \frac{\partial E}{\partial x} \quad (3.66)$$

Динамічний метод дозволяє визначити напрям переміщення не по гаку похідної, як при енергетичному підході, а в явному вигляді, на основі визначення рівнодійної сил поля, які діють на заряди диполя.

3.1.5. Електрострикція

Заряд на провіднику розташовується по його поверхні. Внаслідок взаємодії поверхневого заряду всередині провідника створюється тиск, під дією якого провідник деформується (явище електрострикції). Узагальненою силою буде тиск, координатою – об'єм тіла.

$$P = -\frac{\partial W}{\partial V} \quad (3.67)$$

Розглянемо провідник у вигляді куба. Ємність провідника пропорційна його лінійним розмірам, тому $C = k\sqrt[3]{V}$, де k – коефіцієнт пропорційності, V – об'єм провідника. Енергія ізольованого зарядженого провідника

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2k\sqrt[3]{V}} \quad (3.68)$$

Із (3.67) і (3.68) витікає, що

$$P = \frac{\frac{1}{3}q^2}{2kV^{4/3}} = \frac{1}{6} \frac{q^2}{CV} \quad (3.69)$$

Надлишковий тиск p приводить до збільшення об'єму. Згідно (3.68) енергія зарядженого тіла при цьому зменшується. Збільшення об'єму можна пояснити відштовхуванням однойменних поверхневих зарядів на протилежних гранях куба.

Згідно (3.69) внутрішній тиск в провіднику пропорційний квадрату його заряду і обернено пропорційний об'єму.

Визначимо тиск через взаємодію зарядів. Сила відштовхування протилежних граней куба з ребром a

$$F = \frac{\left(\frac{1}{6}q\right)^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

ця сила створює тиск

$$P = \frac{F}{a^2} = \frac{1}{6} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 Va} \quad (3.70)$$

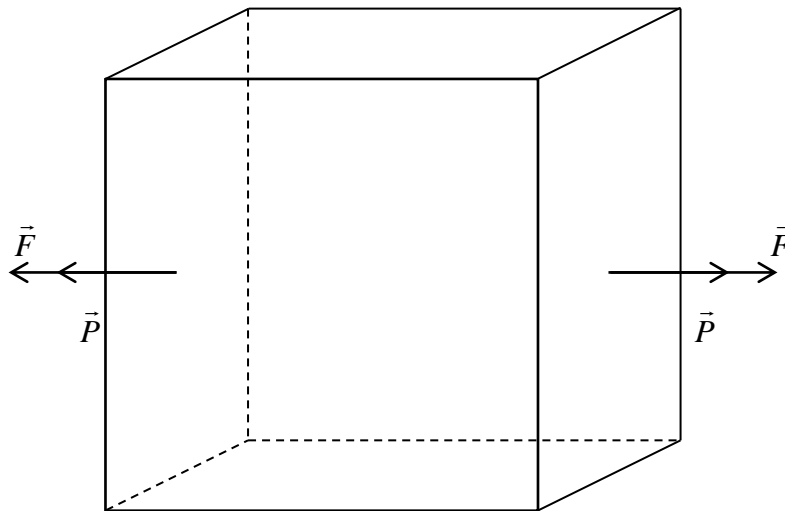


Рис. 3.8. Заряджений куб

Із порівняння (3.69) і (3.70) отримаємо ємність куба $C = 4\pi\epsilon_0 a$. Тиск, отриманий на основі енергетичного підходу (3.69) і динамічним методом, співпадають, але вираз (3.69) отримати простіше. Натомість (3.70) розкриває суть і механізм явища. Отриманий з (3.70) вираз для ємності уособленого куба $C = 4\pi\epsilon_0 a$ схожий на відоме значення ємності сферичного тіла $C = 4\pi\epsilon_0 R$.

3.2. розрахунок внутрішніх сил, їх роботи та зміни енергії системи в термодинаміці

Термодинаміка, як наука, вивчає різноманітні фізичні процеси і явища з точки зору перетворень енергії в досліджуваній системі. Термодинамічний метод дослідження феноменологічний і макроскопічний. Енергетичний підхід до розв'язування фізичних задач представляє собою застосування термодинамічного методу дослідження.

Слід відмітити, що поняття «робота» в термодинаміці значно ширше, ніж механічна робота сили тиску при зміні об'єму тіла (термодинамічної системи)

$$\delta A = p dV \quad (3.71)$$

В термодинаміці роботою називають спосіб передачі енергії термодинамічній системі, який обумовлений зміною зовнішніх параметрів системи [14].

Узагальненою силою (3.71) буде тиск, а координатою – об'єм, який є зовнішнім параметром системи. Із цього слідує, що термодинамічна робота визначається зміною внутрішньої енергії системи внаслідок зміни її об'єму. Термодинамічна робота згідно (3.71)

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad (3.72)$$

Визначимо роботу при ізобарному процесі. Термодинамічна робота із (3.72)

$$A_{1-2} = p \Delta V \quad (3.73)$$

Розрахуємо механічну роботу, яка залежить від сили, що діє на поршень на його переміщення

$$A_{1-2} = F \Delta r = pS \frac{\Delta V}{S} = p \Delta V \quad (3.74)$$

Рівність виразів (3.73) і (3.74) показує, що за величиною і фізичним змістом механічна робота розширення газу і термодинамічна робота співпадають.

Визначимо на осевій енергетичного підходу додатковий тиск під опуклою порошнею сферичної краплі, який обумовлений силами поверхневого натягу

$$p = -\frac{\partial W}{\partial V} \quad (3.75)$$

де W – поверхнева енергія $W = \sigma S$, де S – площа поверхні краплі. Узагальненою координатою буде об'єм V , а силою – тиск.

Враховуючи, що об'єм кулі $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ і її площа $S = 4\pi R^2$ отримаємо вирази для диференціалів

$$dV = \frac{4}{3}\pi \cdot 3R^2 dR = 4\pi R^2 dR \quad (3.76)$$

$$dW = 8\pi\sigma R dR$$

Із (3.75) і (3.76) отримаємо

$$p = \frac{2\sigma}{R}$$

Це відома із шкільного курсу фізики формула Лапласового тиску під вигнутою порошнею рідини.

Висновки до розділу III

Для розкриття переваг і недоліків енергетичного підходу при розв'язуванні задач з електрики було визначено внутрішні сили і їх роботу, які виникають при зміні ємності конденсатора внаслідок розведення, зсуву, повороту його пластин, вилучення діелектричної пластини за допомогою енергетичного і динамічного методів. Розглянуто випадки ізольованого зарядженого конденсатора і підключеного до джерела конденсатора. На сонові вказаного підходу розглянуто задачі витягування осердя із соленоїда, перенесення заряду в електричному полі, визначення тиску всередині зарядженого тіла, поведінка електричного диполя в електричному полі.

Для всіх видів зміни ємності відключеного зарядженого конденсатора при зменшенні ємності роботи сил поля конденсатора буде від'ємною, що приводить до збільшення енергії конденсатора; при підключенні конденсатора до джерела зменшення ємності викликає позитивну роботу сил поля, яка обумовлена тим, що позитивна робота по перенесенню заряду при розрядці конденсатора вдвічі перевищує від'ємну механічну роботу по зміні площі, або відстані між пластинами, вилученню діелектрика.

На основі вказаного підходу розглянуто задачі витягування осердя із соленоїда, перенесення заряду в електричному полі, визначення тиску всередині зарядженого тіла, поведінка електричного диполя в електричному полі.

ВИСНОВКИ

Енергетичний підхід до розв'язування задач знайшов своє застосування в усіх розділах фізики. Традиційно застосовують: в механіці – закон збереження (зміна) механічної енергії, теорему про зміну кінетичної енергії; в термодинаміці та молекулярній фізиці – перший закон термодинаміки, рівняння теплового балансу, в електродинаміці – правило Ленца, у квантовій фізиці – рівняння Ейнштейна для фотоефекту; в ядерній фізиці – дефект маси і енергетичний вихід реакції. Але не зважаючи на важливість та універсальність енергетичного методу розв'язування фізичних задач, він недостатньо повно та систематизовано розглядається для задач електрики.

Для розкриття переваг і недоліків енергетичного підходу при розв'язування задач з електрики було визначено внутрішні сили і їх роботу, які виникають при зміні ємності конденсатора внаслідок розведення, зсуву, повороту його пластин, вилучення діелектричної пластини за допомогою енергетичного і динамічного методів. Розглянуто випадки ізольованого зарядженого конденсатора і підключеного до джерела конденсатора.

На основі вказаного підходу розглянуто задачі витягування осердя із соленоїда, перенесення заряду в електричному полі, визначення тиску всередині зарядженого тіла, поведінка електричного диполя в електричному полі.

Порівняння розв'язків, отриманих вказаними методами, дозволило зробити наступні висновки.

1. Енергетичний підхід, як феноменологічний і макроскопічний, дозволяє достатньо просто визначити внутрішні сили, що діють в системі, зміну її енергії і роботу, але не розкриває природу виникаючих сил і механізм її дії.

2. Застосування динамічного методу дозволяє розкрити природу сил, що діють в системі і механізм їх дії. Але такий підхід вимагає більш глибокого проникнення в суть фізичних явищ та процесів, і його не завжди можна застосовувати, так як не завжди можна визначити величину сили і її залежність від змін в системі.

3. Енергетичний і динамічний підходи доповнюють один одного і дозволяють оптимальним чином провести розвідування задачі в залежності від проблем, які необхідно вирішити.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дущенко В.П. Кучерук І.М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика. – К.: Вища школа, 1987. – 431 с.
2. Мултановский В.В., Василевский А.С. Курс теоретической физики Классическая механика: Учебное пособие для студентов физ.-мат. факультетов пед. ин-тов.— М.: Просвещение, 1991.—320 с.
3. Методика преподавания физики в средней школе: Частные вопросы: Учебное пособие для студентов пед. институтов/ Анофрикова С.В., Бобкова М.А., Бордонская Л.А. и др.; под ред. С.Е. Каменецкого, Л.А. Ивановой.— М.. Просвещение, 1987,—336 с.
4. Бар'яхтар В.Г., Божинова Ф.Я., Кірюхін М.М. Фізика. 10 клас. Рівень стандарт. – Х.: Ранок, 2018. – 272с.
5. Гутман В.И., Мошанский В.Н. Алгоритмы решения задач по механике в средней школе: Книга для учителя.— М.: Просвещение, 1988. – 95 с.
6. Федорченко А.М. Теоретична фізика. Т.1. Класична механіка і електродинаміка. – К.: Вища школа, 1992. – 342 с.
7. Малинин А.Н. Методика введения понятия кинетической энергии/ Физика в школе.—2003.— №8.— С. 36-38.
8. Савельев И В. Курс общей физики. Т.2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика: Уч. пособие.— 2-е. изд., перераб.—М.: Наука, 1982.-496 с.
9. Яворский Б.М., Селезнев Ю.А. Справочное руководство по физике для поступающих в вузы и самообразования.— 3-е изд., испр.—М.: Наука, 1984,—384 с.
10. Гельфер Я.М. Законы сохранения,—М.: Наука, 1967.— 264 с.
11. Дерябин В.М. Законы сохранения в физике: Книга для внеклассного чтения учащихся 8-10 классов.— М.: Просвещение, 1982.— 128с.

12. Мултановский В.В. Физическое взаимодействие и картина мира в школьном курсе: Пособие для учителей.— М.: Просвещение, 1977.— 168 с.
13. Усова А.В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения.— М.: Педагогика, 1986.— 176 с.
14. Сиротюк В.Д. Фізика для 10 класу закладів загальної середньої освіти (рівень стандарту). – К.: Генеза, 2018. – 256 с.
15. Засекіна Т.М., Засекін Д.О. Фізика для 10 класу закладів загальної середньої освіти (рівень стандарту). – К.: Оріон, 2018. – 208 с.
16. Коршак Є.В., Ляшенко О.І., Савченко В.Ф. Фішка, 9кл.: Підручник для середніх загальноосвітніх шкіл. – Київ; Ірпінь: ВТФ «Перун», 2001. – 232 с.
17. Макаrenchенко Д.А. Поняття про роботу та енергію в курсі фізики восьмирічної школи (з досвіду роботи) //Методика викладання фізики: Республіканський науково-методичний збірник.— 1966.— Вип.2.— С.25—32.
18. Зверева Н.М. Активизация мышления учащихся на уроках физики. Из опыта работы: Пособие для учителей.— М.: Просвещение, 1980,— 112 с.
19. Эвенчик Э.Е., Шамаш С.Я., Орлов В.А. Методика преподавания физики в средней школе. Механика. Пособие для учителя/ Под ред. Э.Е. Эвенчик.— 2-е изд., перераб.— М.: Просвещение, 1986.— 240 с.
20. Марчук С. Дослідження гармонічних коливань на основі енергетичного підходу// Фізика та астрономія в школі,— 1999,—№4,— С. 27.
21. Малинин А.Н. Методика вывода формулы для периода свободных колебаний системы на основе закона сохранения энергии// Физика в школе.—2000,—№3—С. 52—55.
22. Бар'яхтар В.Г., Божинова Ф.Я., Кірюхін М.М., Кірюхіна О.О. Фізика. 11 клас. Рівень стандарт. – Х.: Ранок, 2019. – 284с.

23. Засекіна Т.М., Засекін Д.О. Фізика для 11 класу закладів загальної середньої освіти (рівень стандарту). – К.: Оріон, 2019. – 246 с.
24. Казанин Е.С. Единый подход к выводу уравнений колебательных процессов// Физика в школе.—1989.—№3.— С. 84—85.
25. Савченко В.Ф. Вивчення електромагнетизму в середній школі: Посібник для вчителя.— К.: Радянська школа, 1985. —128 с.
26. Левінська М.Г. Висвітлення законів збереження при вивченні елементарних частинок у курсі фізики середньої школи //Методика викладання фізики: Республіканський науково-методичний збірник.— 1969.—Вип.4.— С. 49—58.
- 27.Матвеева Н.А. Из опыта преподавания закона сохранения энергии// Физика в школе — 1999,—№4,— С. 27—28.
- 28.Розенблат Г.І. Алгоритмічні прийоми розв'язування задач з механіки у 8 класі: Посібник для вчителів. — К.: Радянська школа, 1975.— 128 с.
29. Балаш В.А. Задачи по физике и методы их решения: Пособие для учителя.— 4-е изд., перераб. и доп.— М.: Просвещение, 1983 — 432 с.
- 30.Рымкевич А.П., Рымкеич П.А. Сборник задач по физике для 8-10 классов средней школы.— 9-е изд.— М.: Просвещение, 1984.— 192 с.
- 31.Гельфгат І.М., Ненашев І.Ю., Петракова М.О. Варіанти завдань для тематичного оцінювання навчальних досягнень учнів.— Харків: Веста:Видавництво Ранок, 2003.— 56 с.
- 32.Кирик Л.А. Самостоятельные и контрольные работы по физике. Механика, 9 класс.—Харьков: Гимназия, 1999.—128 с.
33. Гельфгат І.М., Ненашев І.Ю. Фізика 10. Збірник задач. – Х.: Ранок, 2019. – 176 с.
- 34.Тюфанов Ю.Н. Обучение решению задач по механике с помощью алгоритма// Физика в школе.— 1989.—№4,— С. 99—100.

35. Савченко Н.Е. Ошибки на вступительных экзаменах по физике. – Минск: Вышэйш. школа, 1975.— 160 с.
36. Іванов О.С. Задачі з фізики в середній школі : Метод, посібник для вчителів,—К.: Рад. шк., 1971,—168 с.
37. Беликов Б.С. Решение задач по физике. Общие методы: Учеб. пособие для студентов вузов.— М.: Высшая школа, 1986.— 256 с.
38. Тарасов Л.В., Тарасова А.Н. Вопросы и задачи по физике (Анализ характерных ошибок поступающих во втузы): Учеб. пособие.— 4-е изд., стереотип.— М.: Высшая школа, 1990.— 256 с.
39. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс Н. Фейнмановские лекции по физике. Т1—2. Современная наука о природе. Законы механики. Пространство. Время. Движение.— М.: Мир, 1977.— 440 с.
40. Крутова А.И., Исламбекова А.С. Формирование у студентов университетов энергетического метода решения задач при изучении дисциплины «Теоретическая механика». – 2017, №7, с. 11-123.
41. Кучерук І.Н., Горбачук І.Г. Загальна фізика. Електрика і магнетизм. – К.: Вища школа, 2002. – 509 с.
42. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс Н. Фейнмановские лекции по физике. Электричество и магнетизм. – М.: Мир, 1977. – 300 с.
43. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. III. Электричество. – М.: Наука, 1977. – 687 с.
44. Венгер С.Ф. Основи статистичної фізики і термодинаміки: [навч. посіб.] /Венгер С.Ф., Грибань В.М., Мельничук О.В. – К.: Вища шк., 2004. – 255 с.