МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХЕРСОНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет комп'ютерних наук, фізики та математики
Кафедра алгебри, геометрії та математичного аналізу

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ПОНЯТТЯ ПАРАЛЕЛЬНОСТІ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ

Кваліфікаційна робота (проєкт)

на здобуття ступеня вищої освіти "бакалавр"

Виконала: студентка 421 групи
Спеціальності 014 Середня освіта
Освітньо-професійної (наукової) програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 014 Середня освіта (математика) галузі знань 01 Освіта / Педагогіка
кваліфікація: вчитель математики
Мустратова А.

Керівник кандидат фізико-математичних наук,
професор Кузьмич В.І.

Рецензент директор Херсонської
загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів № 44,
старший вчитель Перегняк О.А.

Херсон – 2022

ЗМІСТ

ВСТУП

Актуальність дослідження. Розгляд в шкільному курсі геометрії питання про взаємне розташування прямих на площині та у просторі має досить велике значення. Знання про взаємне розташування прямих лежать в основі вивчення властивостей геометричних фігур як в планіметрії, так і в стереометрії. Дійсно, паралельність прямих на площині є необхідним матеріалом для вивчення властивостей многокутників та кола; без знання взаємного розташування прямих у просторі неможливе вивчення властивостей многогранних кутів, многогранників та тіл обертання.

Розділи про взаємне розташування прямих вивчаються відразу ж після введення основних понять геометрії на площині та у просторі, які використовуються при доведенні перших тверджень та розв’язуванні задач. Це дозволяє систематично вести роботу по розвитку логічного мислення здобувачів, а також сприяє міцному та усвідомленому засвоєнню ними основних понять та аксіом та поступовому розкриттю їх ролі у шкільному курсі геометрії.

Вивчення взаємного розташування прямих супроводжується розв’язуванням великої кількості задач, серед яких особливе місце займають задачі на доведення та задачі конструктивного характеру. Конструктивні задачі тривимірного простору потребують як формально-логічного підходу при їх розв’язанні, так і знання проекційного рисунку (паралельного проектування та його властивостей). В процесі розв’язування задач у здобувачів розвиваються просторові уявлення, конструктивні навички, зокрема, навички зображення фігур на площині, навички виконання рисунків, їх правильного сприйняття та читання.

У становлення шкільного курсу геометрії значний внесок зробили українські методисти-математики О.М. Астряб, Г.П. Бевз, М.І. Бурда, О.С. Дубинчук, О.С. Істер, Є.П. Нелін, О.В. Погорєлов, З.І. Слєпкань, І.Ф. Тесленко, О.В. Школьний та інші. Сучасні дослідження особливостей навчання учнів геометрії спираються на роботи вітчизняних учених з теорії і методики навчання математики в школі, серед яких провідну роль грають дослідження В.Г. Бевз, М.І. Бурди, М.І. Жалдака, О.П. Зеленяка, О.М. Коломієць, О.І. Матяш, Мерзляка А.Г., С.А. Ракова, О.І. Скафи, Н.А. Тарасенкової, О.С. Чашечникової, В.О. Швеця та ін.

Вдосконалення геометричної освіти здобувачів виступає багатогранною проблемою, вирішення якої вимагає від вчителя досить глибокого опанування основ геометрії, вміння організовувати навчально-пізнавальну діяльність здобувачів для сприйняття, осмислення, засвоєння геометричних знань та умінь, вміння бачити та використовувати внутрішньо-предметні та міжпредметні зв'язки, прикладну спрямованість навчання геометрії тощо. Саме тому питання, пов'язані з фундаментальними поняттями планіметрії та стереометрії є досить актуальними; зокрема, мова йде і про поняття паралельності.

Мета дослідження – розкриття методичних особливостей вивчення поняття паралельності в шкільному курсі геометрії.

Об'єктом дослідження є навчальна діяльність здобувачів в процесі вивчення математики, а ***предметом дослідження*** – процес формування поняття паралельності прямих на площині та у просторі.

Виходячи з мети, визначені основні ***завдання дослідження***:

- проаналізувати психолого-педагогічну та методичну літературу з проблеми формування поняття паралельності;
- розглянути методичні особливості формування основних геометричних понять;
- визначити основні методи та прийоми формування поняття паралельності прямих на площині та у просторі;

Теоретичне значення роботи полягає у тому, що були виокремлені основні практичні прийом та методи формування поняття паралельності в процесі навчання математики. ***Практичне значення*** дипломної роботи полягає в можливості застосування матеріалу здобувачами вищої освіти та вчителями закладів середньої освіти.

Для вирішення поставлених завдань було застосовано наступні ***методи***: теоретичний аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури з теми дослідження, аналіз навчальних програм, вивчення та узагальнення педагогічного досвіду.

Дослідження виконувалось у межах теми науково-дослідної роботи «Формування професійної компетентності майбутніх вчителів математики на сучасному етапі соціально-економічного розвитку України» (державний реєстраційний номер 0117U001734) кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету.

Робота складається з двох основних розділів. Перший розділ присвячено теоретичним основам виникнення та розвитку поняття паралельності та місцю теми в шкільному курсі геометрії. У другому розділі наведено методичні особливості формування таких основних геометричних понять, як точка, пряма, площина, а також основні методи та прийоми формування поняття паралельності прямих на площині та у просторі.

РОЗДІЛ 1
ІСТОРІЯ ТА РОЗВИТОК ПОНЯТТЯ ПАРАЛЕЛЬНОСТІ

1.1. Аналіз методичної літератури з проблеми дослідження

Знання про взаємне розташування прямих і площин лежать в основі вивчення властивостей геометричних фігур як у планіметрії, так і в стереометрії. Дійсно, паралельність і перпендикулярність прямих на площині є необхідним матеріалом для вивчення властивостей многогранників, многокутників та кола; без знання взаємного розташування прямих та площин у просторі неможливе вивчення властивостей многогранних кутів, многогранників та тіл обертання.

Розділи про взаємне розташування прямих і площин вивчаються одразу ж після введення основних понять геометрії на площині та у просторі, які використовуються при доведенні перших тверджень та розв'язуванні завдань. Це дозволяє систематично вести роботу з розвитку логічного мислення учнів, а також сприяє міцному та свідомому засвоєнню ними основних понять та аксіом та поступовому розкриттю їх ролі у шкільному курсі геометрії.

Вивчення взаємного розташування супроводжується розв'язанням великої кількості задач, серед яких особливе місце посідають задачі на доведення та задачі конструктивного характеру. Конструктивні задачі тривимірного простору вимагають «як формально-логічного підходу при їх розв'язуванні, так і знання проекційного креслення (паралельного проектування та його властивостей)» [12]. У процесі розв'язування задач у здобувачів розвиваються просторові уявлення, конструктивні навички, зокрема навички зображення фігур на площині, навички виконання малюнків, їхнє правильного сприйняття та читання.

У процесі вивчення взаємного розташування прямих та площин у просторі поступово ведеться робота з формування у здобувачів основ векторного методу, уміння використовувати його при доведенні цілого ряду теорем та розв'язання різноманітних задач. Вміле поєднання векторного методу з синтетичним методом дозволяє не послаблювати уваги до розвитку просторових уявлень здобувачів.

У шкільному курсі математики також розумно використовуються в поєднанні координатний метод та наочні, чисто геометричні уявлення про взаємне розташування прямих на площині в процесі розв'язання систем лінійних рівнянь із двома змінними, коли виникає потреба графічної ілюстрації розв’язку.

Вивчення взаємного розташування прямих і площин в шкільному курсі математики можна розділити на три етапи: підготовча (пропедевтична) робота по ознайомленню учнів із взаємним розташуванням прямих на площині та деякими просторовими фігурами в 5-6 класах; систематичне вивчення взаємного розташування прямих на площині та знайомство на наочній основі з найпростішими многогранниками у 7-9 класах; систематичне вивчення взаємного розташування прямих та площин у просторі у 10-11 класах.

Знайомство із взаємним розташуванням прямих і площин починається з першої появи геометричного матеріалу в курсі математики середньої школи. Вже в підготовчому курсі геометрії вивчаються на наочно-оперативному рівні такі питання, як перетин двох прямих на площині, перпендикулярність двох прямих на площині, паралельність прямих. Про вивчення строгої теорії на цьому етапі навчання не може бути мови. Тут даються визначення перпендикулярних та паралельних прямих, формуються навички зображення кожного з названих випадків на площині, розвиваються вміння користуватися креслярськими інструментами – лінійкою, косинцем, транспортиром, циркулем. Розглянуті випадки взаємного розташування прямих на площині використовуються під час розв’язання найпростіших задач.

Основою для введення різних випадків взаємного розташування прямих є бесіда про можливе число загальних точок у двох прямих на площині, де використовується інтуїція та життєвий досвід учнів. Вивчення цього матеріалу проводиться на різних малюнках як готових, так і виконаних учнями.

Підготовчий етап у вивченні взаємного розташування прямих на площині відіграє важливу роль у збагаченні життєвого досвіду здобувачів, у накопиченні необхідного фактично-наочного матеріалу, який може бути надійною базою для успішного систематичного вивчення цих питань на наступному етапі навчання.

На цій сходинці навчання учні повинні знати: що дві прямі, які перетинаються, мають тільки одну спільну точку, і вміти зобразити прямі, що перетинаються, за допомогою лінійки; що дві перпендикулярні прямі перетинаються, і вміти побудувати такі прямі за допомогою лінійки та косинця, лінійки та транспортира; що дві паралельні прямі зовсім не мають спільних точок, і вміти побудувати паралельні прямі за допомогою лінійки та косинця.

У підручнику [134] введення поняття паралельних прямих та аксіома паралельних прямих передують вивченню перпендикулярних прямих. Існування паралельних прямих на площині, ознаки паралельності прямих, побудова паралельних прямих за допомогою циркуля та лінійки викладаються після вивчення розділу про перпендикулярні прямі.

У підручнику [134] вивчення взаємного розташування прямих на площині починається з паралельності прямих, хоча поняття перпендикулярних прямих, знайоме учням з курсу математики 6 класу, використовується раніше щодо осьової симетрії.

У підручнику [134] вивчення взаємного розташування прямих на площині починається з перпендикулярності прямих, а потім викладається розділ про паралельність прямих на площині.

Всі ці шляхи цілком доступні для учнів, хоча вчення про перпендикулярні прямі в логічному відношенні простіше для них, ближче до їх досвіду. Поняття паралельності пов'язане з нескінченністю, що саме собою є нелегким у середній школі.

Велика роль щодо вивчення розділу про взаємне розташування прямих відводиться аксіомі: через будь-які дві точки можна провести пряму і лише одну.

У підручнику [134] аксіоми на початку систематичного курсу планіметрії названі основними властивостями. Тільки після введення всіх основних властивостей, на яких будується курс планіметрії, їх називають аксіомами та вводиться відповідний термін.

На початку вивчення взаємного розташування прямих на площині доцільно дати учням загальну картину взаємного розташування двох прямих на площині. Це дозволить їм одразу охопити основні відносини між двома прямими: дві прямі мають лише одну спільну точку; всі точки двох прямих спільні – дві прямі співпадають; дві прямі на площині зовсім не мають спільних точок – дві прямі паралельні.

Вчитель із цією метою може провести з учнями класу бесіду з питань, відповіді на які вимагають знання вже запроваджених аксіом:

1. Чи можуть дві прямі на площині мати лише дві спільні точки?
2. Чи можуть дві прямі на площині мати лише одну спільну точку?
3. Чи можуть дві прямі на площині зовсім не мати спільних точок?

Відповідь на перше запитання призводить до випадку, якщо у двох прямих всі точки спільні, тобто прямі збігаються. Відповідь на друге питання призводить до випадку прямих, які перетинаються на площині, що мають тільки одну спільну точку.

Формулювання означення паралельних прямих у навчальних посібниках, як і підходи до вивчення, різні.

У підручнику [134] та у [30] розглядаються лише два випадки взаємного розташування прямих на площині: прямі перетинаються (мають лише одну спільну точку) і прямі не перетинаються (зовсім не мають спільних точок). Тому визначення паралельних прямих у цих підручниках даються відповідним чином: або як прямі на площині, які не перетинаються, або як прямі на площині, що не мають спільних точок. Ці визначення паралельних прямих на площині еквівалентні один одному.

У підручнику [101] розглядаються три випадки взаємного розташування двох прямих на площині: прямі мають лише одну загальну точку; прямі збігаються (всі точки загальні); прямі зовсім не мають спільних точок. Два останні випадки входять у визначення паралельних прямих у цьому підручнику.

Зміст навчального матеріалу, що стосується поняття паралельності в середній школі та подальшого його розгляду у просторі для класів рівня стандарт та профільного наведено нижче.

Зміст навчальної програми з геометрії для 7 класу

Тема 2. ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ НА ПЛОЩИНІ (*12 год*)	
Учень/учениця: **наводить приклади** геометричних фігур, указаних у змісті **співвідносить** з об'єктами навколишньої дійсності: суміжні та вертикальні кути, паралельні та перпендикулярні прямі; **пояснює**: що таке теорема, означення, ознака, наслідок, умова і вимога теореми, пряме і обернене твердження, доведення теореми; суть доведення від супротивного; **формулює:** · *означення:* суміжних і вертикальних кутів, паралельних і перпендикулярних прямих, перпендикуляра, відстані від точки до прямої; · *властивості:* суміжних і вертикальних кутів; паралельних і перпендикулярних прямих, кутів, утворених при перетині паралельних прямих січною; · *ознаки* паралельності прямих **вимірює та обчислює** відстань від точки до прямої; **зображує та знаходить на малюнках:** паралельні й перпендикулярні прямі;	Суміжні та вертикальні кути, їх властивості. Паралельні та перпендикулярні прямі, їх властивості. Перпендикуляр. Відстань від точки до прямої. Кут між двома прямими, що перетинаються. Кути, утворені при перетині двох прямих січною. Ознаки паралельності прямих. Властивості кутів, утворених при перетині паралельних прямих січною

перпендикуляр; кути, утворені при перетині двох прямих січною; **обґрунтовує** паралельність і перпендикулярність прямих; **доводить:** властивості суміжних і вертикальних кутів; паралельних прямих; перпендикулярних прямих; **застосовує** вивчені означення і властивості до розв'язування задач	

Зміст навчальної програми з геометрії для 10 класу

(рівень стандарт)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ 17 годин	
Учень/учениця: **називає** основні поняття стереометрії; **розрізняє** означувані та не означувані поняття, аксіоми та теореми; **формулює** аксіоми стереометрії та наслідки з них; **застосовує** аксіоми стереометрії та наслідки з них до розв'язання нескладних задач; **класифікує** за певними ознаками взаємне розміщення прямих, прямих і площин, площин у просторі за кількістю їх спільних точок; **встановлює** паралельність прямих, прямої та площини, двох площин; **з'ясовує**, чи є дві прямі мимобіжними; **зображає** фігури у просторі; **застосовує** відношення паралельності між прямими і площинами у просторі до опису відношень між об'єктами навколишнього світу.	Основні поняття, аксіоми стереометрії та найпростіші наслідки з них. Взаємне розміщення прямих у просторі. Паралельне проектування і його властивості. Зображення фігур у стереометрії. Паралельність прямої та площини. Паралельність площин.

Зміст навчальної програми з геометрії для 10 класу

(профільний рівень)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. ВСТУП ДО СТЕРЕОМЕТРІЇ 15 годин	
Учень/учениця **наводить приклади** точок і прямих, що належать одній площині; многогранників та інших стереометричних фігур;	Основні поняття стереометрії. Аксіоми стереометрії та наслідки з них. Поняття про аксіоматику та побудову науки.

пояснює що таке плоска і просторова геометричні фігури; поверхня многогранника; перетин многогранника січною площиною; **формулює** основні поняття, аксіоми, наслідки з них; **виокремлює серед многогранників**: піраміду та призму; **ілюструє** текстовий зміст аксіом, теорем, задач за допомогою рисунка; **характеризує** форму просторової геометричної фігури; **розв'язує вправи, що передбачають:** використання аксіом стереометрії та наслідків з них; виконання найпростіших побудов перерізів пірамідах та призмах.	Просторові геометричні фігури. Початкові уявлення про многогранники. Найпростіші задачі на побудову перерізів піраміди та призми методом слідів.
Тема 2. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ 24 години	
Учень/учениця **демонструє на прикладах** моделей стереометричних фігур (об'єктах навколишнього середовища): паралельні прямі; мимобіжні прямі; паралельність прямої (відрізка) до площини; паралельність двох площин; **формулює** означення, ознаки, теореми з тем, зазначених у змісті навчального матеріалу; **пояснює та записує** ознаки: мимобіжних прямих; паралельності прямої та площини; паралельності площин; **класифікує** взаємне розміщення: двох прямих; прямої та площини; двох площин; зображення просторових фігур на площині за видом і формою; **зображає** плоскі та просторові фігури на площині; **аналізує та досліджує** існування: прямої; паралельної даній прямій; прямої, паралельної даній площині; площини, паралельної даній площині; **ілюструє** текстовий зміст геометричних тверджень та задач за допомогою рисунка; **характеризує** властивості паралельних площин та паралельного проектування; **розв'язує вправи, що передбачають:** встановлення взаємного розміщення двох прямих; прямої та площини; двох площин; застосування ознак паралельності прямих, прямої і площини, площин; застосування методу слідів та властивостей проектування; виконання побудови перерізів многогранників.	Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі. Ознака мимобіжних прямих. Взаємне розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються; паралельні пряма і площина. Ознака паралельності прямої та площини. Взаємне розміщення двох площин у просторі: площини, що перетинаються, паралельні площини. Ознака паралельності площин. Властивості паралельних площин. Паралельне проектування, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії. Задачі на побудову перерізів многогранників методом слідів. Представлення про центральне проектування.

1.2. Виникнення та розвиток поняття паралельності

Вчення про паралельні прямі викладені в першій із 13 книг (частин) «Початків» Евкліда та починається з визначення: «Паралельні суть прямі, які, перебуваючи в одній площині і будучи продовжені в обидва боки необмежно, ні з того, ні з іншого боку між собою не зустрічаються» [5].

Грецьке слово "паралелою", що означає "поряд ідучі", "одне біля одного проведені" (прямі), стало вживатися як геометричний термін ще 2500 років тому в школі Піфагора. В III ст. н.е. давньогрецький математик Папи використовував знак = для позначення паралельності. Так само чинив в XVII ст. французький математик Ерігон. Лише в XVIII ст., після того, як введений Рекордом знак рівності увійшов до загального вживання, стали користуватися знаком || для позначення паралельних прямих [14]. У першій книзі «Початків» Евкліда доводяться також ознаки паралельності прямих.

В першій книзі «Початків» Евклід ставить та розв’язує таке завдання:

Задача. «Нехай дана пряма BC і точка A , що не лежить на ній (рис. 1.1); потрібно через точку A провести пряму, паралельну до прямої BC» [5].

Розв’язання.

Візьмемо на BC якусь точку D і з'єднавши A з D, побудуємо кут DAE, що дорівнює куту ADC. Оскільки пряма AD, що падає на BC, EF, утворила вертикальні кути EAD, ADC, рівні між собою, то EF паралельна BC.

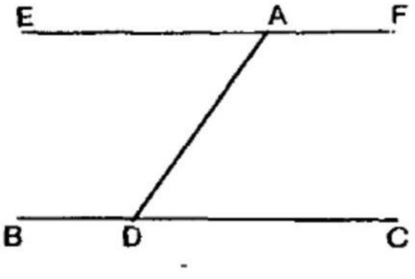

Рис. 1.1

Таким чином, доведено, що з зовнішньої точки A можна завжди провести пряму, паралельну до прямої BC. Виникає питання: чи є ця пряма єдиною чи існують ще інші прямі, що проходять через точку *A* і паралельні даній прямій *BC*?

На це запитання дає відповідь таке твердження: через точку, взяту поза даною прямою, можна провести лише одну пряму, паралельну до цієї прямої. Це так звана *основна властивість паралельних прямих*, яку ми, проте, приймаємо без доведення.

В геометрії переважна більшість досліджуваних властивостей геометричних фігур встановлюється шляхом логічних міркувань, ряду висновків, так званого доведення. Так, методом доведення встановлено, що: сума суміжних кутів рівна $2d$, вертикальні кути рівні між собою; якщо в тому самому колі центральні кути рівні, то й відповідні їм дуги рівні; ознаки рівності трикутників; якщо при перетині двох прямих третьою відповідні кути рівні, то ці дві прямі паралельні тощо [17]. Такі математичні твердження, що ґрунтуються на доведенні, називаються теоремами. Термін «теорема» – грецького походження («теорео» – розглядаю, обмірковую).

Однак деякі властивості геометричних фігур приймаються без доведення, наприклад: основна властивість прямої лінії (через будь-які дві точки можна провести пряму, і притому тільки одну). Такі математичні пропозиції (твердження), що приймаються без доведення, називаються *аксіомами*. Термін цей грецького походження. Основна властивість паралельних прямих («через точку, взяту поза даною прямою, можна провести лише одну пряму, паралельну цій прямій» [12]) теж приймається без доведення, тобто як аксіома. Це так звана *аксіома паралельності Евкліда*, що міститься в іншому формулюванні у першій книзі його "Початків".

Багато теорем геометрії доводяться на основі аксіоми паралельності, наприклад: «Якщо дві паралельні прямі перетинає третя, то відповідні кути рівні» [5]. Цю, як і багато інших теорем, без аксіоми Евкліда довести не можна. В істинності теорій ми переконуємось шляхом логічних міркувань, доведень. Аксіоми ж приймаються без доведень, вважається, що істинність їх перевірена тисячолітнім досвідом. Так, наприклад, розв’язуючи різні практичні завдання, де доводилося будувати відрізки прямих, людина протягом багатьох тисячоліть переконувалася, що через дві точки можна провести лише одну пряму тощо.

Проте аксіома паралельності Евкліда має особливий характер, вона не може бути підтверджена або спростована досвідом. Тому протягом двох тисячоліть після Евкліда багато математиків намагалися довести цю властивість, проте усі їх зусилля виявилися безуспішними. Лише 1926 р. великий російський геометр М.І. Лобачевський, професор Казанського університету, довів, що цю пропозицію не можна логічно вивести з інших евклідових аксіом. Поклавши в основу геометрії іншу аксіому, він створив нову наукову геометричну систему, яка була названа неевклідовою геометрією Лобачевського [18].

РОЗДІЛ 2
МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ПАРАЛЕЛЬНОСТІ ПРЯМИХ ТА ПЛОЩИН

2.1. Введення та формування основних понять

Особливі складності викликають перші уроки систематичного курсу планіметрії, в яких систематизуються отримані раніше знання про взаємне розташування прямих на площині, тому розробка методики їх проведення потребує особливої уваги. Це обумовлено цілою низкою причин: «психічними особливостями здобувачів цього віку, виділенням курсу геометрії в окрему навчальну дисципліну та новизною його структури, різким підвищенням рівня суворості логічних міркувань, запровадженням великої кількості нових понять, термінів, нової символіки, підвищенням рівня абстрактності матеріалу, новим змістом заданого матеріалу, недостатньою розвиненістю просторових уявлень та уяви здобувачів, несформованістю умінь та навичок узагальнення, абстрагування» [22]. Методика викладання перших розділів курсу планіметрії передбачає поступовий, плавний перехід від конкретного до загального, постійне звернення до навколишньої дійсності та інших видів наочності, пильну увагу навчанню учнів вмінню логічно міркувати, обґрунтовувати, доводити висловлювані пропозиції, орієнтуватися в твердженнях аксіом, означеннях, теоремах, які для них є новими. З перших етапів вивчення геометрії необхідно в єдину систему ув'язати розповідь вчителя, текст підручника, відповідні записи на дошці та у зошитах з малюнками, що є опорою для здобувачів під час самостійної роботи. На першому уроці геометрії необхідно здобувачів познайомити з історією виникнення геометрії.

Геометричні об'єкти, з яких починається вивчення систематичного курсу планіметрії, вже знайомі здобувачам, проте вони постають перед ними у новому вигляді. Точка та пряма розглядаються як основні поняття, властивості яких розкриваються в аксіомах. Це знаходить відповідне відображення у записах, які мають характер опорних схем: в них дається зображення точок і прямих, їх позначення на площині.

У процесі вивчення властивостей прямої важливо постійно наголошувати, що вона безмежна, і на рисунку можна зобразити лише частину прямої. Питання про взаємне розташування точок і прямих на площині є одним з перших після розгляду основних понять. Положення про те, що будь-яка пряма містить точки, а також є точки і поза прямою, в одних навчальних посібниках формулюється як аксіома [12], в інших навчальних посібниках без жодної вказівки включено до тексту відповідного розділу [11], [13].

Саме на основі цього положення можна обирати точки як на прямий, так поза прямою на площині; вивченню його і слід приділити особливу увагу.

Пропозиція "Точка лежить на прямій (точка належить прямій)" можна сформулювати по-іншому, а саме: "Пряма проходить через точку". Особливо слід підкреслити, що через точку на площині проходить скільки завгодно прямих, і проілюструвати на малюнку.

На перших уроках геометрії вводяться перші аксіоми (основні властивості). На цій порі навчання їх не слід вводити формально. При розробці методики введення аксіом доцільно враховувати такі моменти, як:

а) ілюстрація прикладами з навколишнього життя або за допомогою спеціальної моделі;

б) формулювання аксіоми;

в) ілюстрація аксіоми малюнком;

г) короткий запис аксіоми.

Наведемо зразок короткого запису аксіоми прямої (основної властивості прямої). A та B – різні точки.

а) Можна провести пряму a через точки A та B (рис. 2.1).

б) Пряма a – єдина.

Пропозицію «Можна провести пряму *a* через точки *A* та *B*» формулюють і в іншій формі: «Існує пряма *a*, яка проходить через точки *A* та *B*».

Рис. 2.1

Надалі, щоб щоразу не робити застережень, можна домовитися, що якщо йдеться про дві прямі або дві точки, то вони різні.

Дві точки прямої повністю її визначають. Це дає право пряму називати двома великими латинськими літерами. Аксіома прямої після її введення використовується в доведеннях перших тверджень, які ще не отримали назви теорем. Велика обережність потрібна у навчанні здобувачів першим доведенням. Треба сказати, що з-поміж перших здобувачам дається метод доведення від супротивного, що викликає в них найбільші труднощі. У процесі доведення шляхом від протилежного необхідно виділити всі його етапи, дати їм характеристику, зробити відповідний запис алгоритму міркувань.

Нижче наводиться доведення однієї із пропозицій від супротивного: «Дві різні прямі не можуть мати більше однієї спільної точки».

Дано: a і b – різні прямі.

Довести: a і b не можуть мати більше однієї загальної точки.

Доведення.

1. Припустити, що істинне твердження, протилежне до того, що треба довести.	1. Припустимо, що різні прямі a та b мають більше однієї спільної точки; нехай вони мають дві спільні точки.
2. У результаті міркувань одержати висновок, що суперечить відомому істинному	2. Якщо прямі a та b мають дві спільні точки, то отримаємо, що через дві точки проходять дві різні прямі a

твердженню.	та *b*. Це суперечить основній властивості (аксіомі) прямої.
3. Зробити висновок про те, що висловлене припущення неправильне.	3. Припущення, що різні прямі *a* і *b* мають більше однієї спільної точки, невірно.
4. Зробити загальний висновок.	4. Дві різні прямі не можуть мати більше однієї загальної точки.

Вчитель повинен знати, що в міркуваннях методів від супротивного використовується формально-логічний закон «виключеного третього» [14]. В даному випадку істинною є одна з двох пропозицій, третьої не має бути:

а) дві різні прямі *a* та *b* не можуть мати більше однієї спільної точки;

б) дві різні прямі *a* та *b* можуть мати більше однієї спільної точки.

На основі вище викладеного можна зробити висновок: дві різні прямі на площині або мають лише одну спільну точку, або не мають спільних точок. Якщо дві прямі мають лише одну спільну точку, то вони називаються такими, що *перетинаються*.

У засвоєнні розділу про взаємне розташування точок і прямих на площині велику роль відіграють задачі, що супроводжуються малюнками:

а) Відмітити точки, що належать прямій і не належать їй.

б) Перевірити, чи будуть названі точки належати прямий (або пряма проходить через ці точки); найважчий випадок представлений на рис. 2.2.

в) Чи перетинаються дві прямі? Побудувати точку їх перетину (рис. 2.3).

г) Побудувати прямі, що перетинаються у цій точці.

На перших уроках систематичного курсу планіметрії вводяться такі поняття, як «відрізок», «промінь», «кут», яким дається формально логічне визначення. Перед вивченням вводяться властивості розташування точок на прямий.

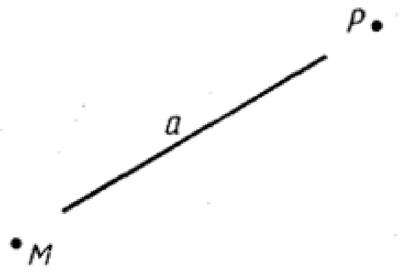

Рис. 2.2

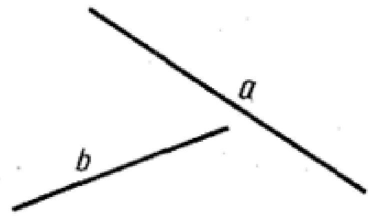

Рис. 2.3

У підручниках з геометрії відрізок та промінь розглядається як частини прямої, на чому слід особливо наголосити. Перш ніж сформулювати їх означення, необхідно, використовуючи наявні наочні уявлення учнів про ці об'єкти, виділити окремі його частини.

У процесі введення поняття відрізка можна виділити його частини та зобразити їх на малюнку різними кольорами:

а) відрізок – це частина прямої;

б) дві точки – кінці відрізка, що належать йому, особливо виділені;

в) відрізку належать усі точки, що лежать між його кінцями.

Після аналізу поняття відрізка можна перейти до формулювання його означення, поєднуючи всі виділені частини разом (синтез).

Поняття променю вводиться аналогічно до поняття відрізка. Важливо пояснити учням, що промінь – фігура необмежена. Найкраще це зробити в процесі виконання вправ на взаємне розташування відрізків та променів.

Поняття кута розглядається в школі або як пара променів із загальним початком [30], [13], або як частина площини разом з парою променів, що її обмежують, із загальним початком [10]. На практиці роботи школи мають місце обидва зазначені варіанти, проте другий підхід відповідає більшою мірою життєвим уявленням здобувачів про кут, а тому легше ними сприймається. Формування поняття кута ведеться по аналогії з формуванням поняття відрізка.

Питання про взаємне розташування прямих вивчаються одними з перших у систематичному курсі планіметрії, а тому вимагають особливої уваги до розробки їх змісту та методики викладання. Вже при вивченні цих розділів доцільно у доступній для здобувачів формі розкривати роль аксіом, створювати перші уявлення про аксіоми як про робочий інструмент при побудові геометрії.

2.2. Вивчення поняття паралельності на площині

У наявній навчальній літературі з геометрії для середньої школи представлена різна послідовність вивчення розділів про паралельність прямих на площині після введення понять прямих, що перетинаються і не перетинаються.

У процесі розмови із здобувачами про взаємне розташування двох прямих треба постійно підкреслювати, що йдеться про прямі на площині. Подальший виклад цього розділу ведеться за таким планом:

1. Паралельні прямі.
2. Перпендикулярні прямі.

Вчитель, перш за все, повинен чітко уявити собі логічну структуру розділу, що викладається, послідовність вивчення його окремих частин, взаємозв'язок між ними. Вчення про паралельність прямих у курсі планіметрії можна розділити на такі частини:

- означення паралельних прямих;
- існування паралельних прямих;
- побудова паралельних прямих;
- аксіома паралельних;
- властивості паралельних прямих;
- ознаки паралельності прямих;
- застосування вивченої теорії до розв’язування задач.

Різко окреслених меж між виділеними частинами не може бути, останній розділ, безумовно, присутній у всіх попередніх.

У процесі роботи над визначенням паралельних прямих слід особливо виділити, що вони лежать у одній площині, і вимагати цього постійно від зобувачів; така робота допоможе уникнути небажаних помилок надалі щодо вивчення відповідних питань у курсі стереометрії. Враховуючи наведене зауваження, визначення паралельних прямих слід записати у зошиті, виділивши чітко у запису видові відмінності.

Дві прямі називаються паралельними, якщо вони:

1) лежать в одній площині;	1) лежать в одній площині;	1) лежать в одній площині;
2) не перетинаються.	2) немає спільних точок.	2) не мають спільних точок або співпадають.

Питання існування паралельних прямих також вирішується неоднаково в наявних підручниках. Тут можна відзначити два яскраво виражені підходи;

1) розглядається спеціальна теорема, що показує існування паралельних прямих, а потім дається аксіома паралельних [30], [101];

2) розглядається аксіома паралельних, а потім доводиться теорема, що свідчить про існування таких прямих [134].

Другий підхід може породити труднощі, які завадять переконати учнів у необхідності доказу існування паралельних прямих, оскільки ціла низка міркувань проводиться на основі припущення, що такі прямі насправді є. Про це слід пам'ятати вчителю щодо вивчення цього розділу й у потрібному місці щодо вивчення відповідної теореми повідомити, що побудова паралельних прямих, аксіома паралельних і деякі властивості паралельних розглядалися з урахуванням припущення, що паралельні прямі реально існують. Існування паралельних прямих обґрунтовується у школі двома шляхами, а саме на основі центральної симетрії [101], [43] чи на основі властивостей кутів, утворених при перетині двох прямих третьої [30], [134].

Доказ теореми скрізь ведеться методом доведення від супротивного, проте пропозиції, на основі яких робиться остаточний висновок, різні: в одних випадках ця властивість двох різних прямих не мати двох і більше загальних точок; в інших випадках ця властивість зовнішнього кута трикутника не бути меншим або дорівнювати внутрішньому куту цього трикутника, не суміжному з ним. Доведення теореми спирається на уявлення здобувачів про необмеженість і нескінченність прямої, що пов'язано з великими труднощами, пов'язаними з втратою наочності креслення, протиріччям з правильним інтуїтивним уявленням здобувачів.

Теореми – ознаки паралельності прямих – вимагають ретельної методичної розробки, їх підтвердження слід супроводжувати відповідними записами. Як приклад розглядається відповідна теорема з підручника [10]: «Якщо дві прямі симетричні відносно деякого центру, то вони паралельні».

У практиці школи великого поширення набули обґрунтування ознак паралельності прямих на основі порівняння кутів, що утворюються при перетині двох прямих третьої. Розділ про кути, що утворюються при перетині двох прямих третьою, як показує досвід, не викликає особливих труднощів. Рисунок до введення цих понять не повинен відображати окремих випадків: дві прямі не повинні зображуватися паралельними, а січна не повинна бути до них перпендикулярною.

Прямі a та b розбивають площину на три частини: дві зовнішні та одну внутрішню. З восьми кутів, що утворюються при перетині прямих a і b прямої, деякі лежать по одну сторону від прямої c. Деякі з кутів, розташованих по різні боки від прямої c, отримали назву *різносторонніх*; деякі кути, розташовані з одного боку від прямої c, отримали назву або *односторонніх* або *відповідних*. Залежно від того, в яких із названих частин розташовані кути, розрізняють внутрішні і зовнішні різносторонні кути, внутрішні або зовнішні односторонні кути, відповідні кути. Для кращого запам'ятовування кутів названі частини, на які розбивають площину прямі a і b, треба зафарбувати на малюнку різними кольорами, а саме: внутрішню частину зафарбувати одним кольором, а зовнішні частини іншим кольором.

Велику роль у вивченні паралельних прямих грає аксіома паралельних. В наявній навчальній літературі розглядаються різноманітні формулювання аксіоми паралельних:

1. «Через дану точку проходить не більш одної прямої, паралельної даній прямій» [10] або « Через точку, що не лежить на даній прямій, можна просвіти на площині не більше одної прямої, паралельній даній» [13].

2. «Через точку, що не лежить на даній прямій, проходить лише одна пряма, паралельна даній» [20], [9].

Вимога, щоб точка не лежала на даній прямій, пов’язана з тим, що в цих навчальних посібниках прямі, які співпадають, не вважаються паралельними та зовсім не розглядаються. Треба відмітити, що у другому випадку аксіома є більш сильною, ніж в першому. Твердження, що через точку проходить тільки одна пряма, паралельна даній прямій, у першому випадку можна довести: «Через дану точку можна провести не більше одної прямої, паралельній даній» – на базі аксіоми; «Через дану точку можна провести одну пряму, паралельну даній» – на базі теореми про існування та побудову.

Отже, через дану точку проходить тільки одна пряма, паралельна даній прямій. Ці міркування дають не у всіх підручниках для середньої школи.

В процесі вивчення паралельності прямих важливо звертати увагу на розкриття ролі аксіоми паралельності при побудові теми. При доведенні відповідних теорем, де явно використовують аксіому паралельних, цей пункт доведення бажано особливо виділити.

При викладанні курсу геометрії велике значення мають як теореми – ознаки паралельності, так і теореми, їм обернені. Достатньо довести одну з ознак паралельності прямих, засновану на кутах, що утворюються при перетині двох прямих третьою, а інші ознаки паралельності звести до вже відомих за доведеним. Все це говорить про необхідність спеціальної підготовки здобувачів для його сприйняття: окремі фрагменти доведення доцільно розглянути як завдання.

Завдання 2.1. Відомо, що різносторонні кути однієї пари рівні між собою. Доведіть, що решта різносторонніх кутів також попарно рівні.

Завдання 2.2. Відомо, що $\triangle ABC = \triangle PQM$. Назвіть рівні кути та рівні сторони цих трикутників.

Завдання 2.3. Відомо, що $\angle ABD = \angle ABE$. Доведіть, що промені BD та BE збігаються.

Завдання 2.4. Що означає, що прямі a та b непаралельні?

Ці завдання можна використовувати як домашні завдання, включати їх у класні самостійні роботи, пропонувати здобувачам під час усного опитування.

Міркування та доведення теорем, обернених ознакам паралельності прямих, аналогічні між собою, що полегшує їх засвоєння здобувачами. Необхідно вчителю разом із здобувачами чітко провести міркування на підтвердження однієї з цих теорем і записати їх, щоб на них повністю спиратися при навчанні здобувачів самостійному доведенню інших теорем.

Велику роль у засвоєнні матеріалу про паралельні прямі на площині грають завдання. Завдання можуть бути використані при формуванні понять теми, при підготовці учнів до підтвердження теорем, при використанні вивчених теорем, у підтвердженні нових фактів. Особливо слід виділити завдання побудувати паралельних прямих з допомогою різних конструктивних інструментів.

За змістом завдання на цю тему можна поділити на три групи:

1) завдання на пряме застосування аксіоми паралельності: «Довести, що дві прямі, паралельні третій прямій, паралельні»;

2) завдання застосування ознак паралельності прямих: «Довести, що бісектриси відповідних кутів, утворених при перетині двох паралельних прямих третьої прямої, паралельні»;

3) Завдання на застосування теорем, обернених до ознак паралельності прямих: «Через вершину *A* трикутника *ABC* проведена пряма, паралельна протилежній стороні його. Знаючи кути трикутника, вирахувати кути, що утворилися при вершині *A*».

2.3. Паралельність у просторі

Насамперед усю тему «Паралельність у просторі» слід розділити на чотири самостійні частини:

1. Паралельність прямих у просторі; мимобіжні прямі.

2. Паралельність прямої та площини.

3. Паралельність площин у просторі.

4. Паралельна проекція та її властивості; зображення просторових фігур на площині.

Відповідно до цього слід проводити облік знань здобувачів, самостійні роботи на уроці, у зошитах здобувачів мають бути відповідні заголовки.

1. Викладення першого пункту наміченого плану слід розпочати з розмови про те, скільки спільних точок можуть мати дві прямі; при цьому треба відштовхуватися від відповідних аксіом, вже відомих учням.

З однієї з аксіом дві прямі не можуть мати лише дві спільні точки, інакше вони збігаються. З тієї ж причини дві прямі не можуть мати скінчене число спільних точок більше, ніж одна. Отже, дві прямі можуть мати нескінченне число точок, тобто збігатися. Після цього слід з'ясувати, чи можуть дві прямі мати менше двох спільних точок.

Цілком зрозуміло, що дві прямі можуть мати лише одну спільну точку; у цьому випадку прямі називаються такими, що перетинаються. Здобувачам слід показати спосіб побудови прямих, що перетинаються (рис. 2.4):

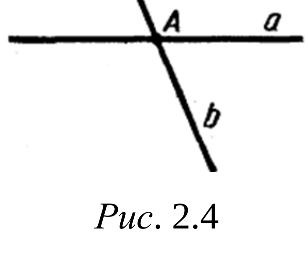

Рис. 2.4

а) А $\in$ а – за відповідною аксіомою;

б) В $\notin$ а – за відповідною аксіомою;

в) A та B визначають єдину пряму b – за відповідною аксіомою;

г) a і b перетинаються, бо інакше a і b збіглися б і точка B виявилася на прямий a, чого не може бути.

Залишається з'ясувати, чи можуть дві прямі не мати спільних точок. Такі прямі відомі здобувачам з курсу планіметрії, це так звані паралельні прямі. Із здобувачами слід повторити визначення паралельних прямих, у процесі повторення особливо підкреслити вираз «лежать в одній площині», що характеризує паралельні прямі у просторі.

Паралельно з міркуваннями повинен з'явитися рисунок із заголовком «Взаємне розташування прямих у просторі», на якому відображаються всі випадки взаємного розташування двох прямих у просторі [17]. Спочатку на рисунку зображуються три випадки взаємного розташування прямих – прямі перетинаються, прямі збігаються і прямі паралельні – і з'ясовується, що у всіх цих випадках прямі лежать в одній площині; це підтверджується наслідками з аксіом.

Виникає питання: чи можуть дві прямі у просторі розташовуватися так, що через них не можна провести площину?

Як показує досвід, такі прямі є, їх слід показати у навколишній дійсності, з'ясувати у процесі міркувань, що вони можуть не мати спільних точок. Після цього вводиться термін «мимобіжні прямі», дається визначення мимобіжних прямим, показується відповідна символіка, на рисунку зображується новий випадок взаємного розташування двох прямих у просторі. Якщо прямі, що збігаються, вважати паралельними, тоді вийдуть не чотири, а три різні випадки взаємного розташування прямих у просторі. Випадок збігу двох прямих не становить інтересу для його вивчення, а тому надалі не розглядається. В результаті необхідно підкреслити, що інших випадків взаємного розташування двох прямих у просторі, окрім зазначених вище, не може бути.

Особливу увагу слід приділити ознаці мимобіжних прямих, яка лежить в основі способу їх побудови. Перед формулюванням ознаки потрібно наочно проілюструвати мимобіжні прямі, використовуючи каркасні моделі многогранників, і помітити таку їх особливість: одна з прямих перетинає площину, в якій лежить інша пряма, в точці, що не належить їй. На підставі цього виконується рисунок, дається формулювання теореми – ознаки мимобіжних прямих, а потім проводиться її доведення. Доведення ознаки повинен спочатку розповісти сам вчитель та потім запропонувати здобувачам повторити його. При доведенні ознаки важливо загострити увагу учнів питанням: «Що означає: дві прямі є мимобіжними?» У цьому випадку прямі або перетинаються, або паралельні. Ці два випадки на доведення слід розглянути окремо [11].

Із здобувачами потрібно розв'язати завдання на побудову прямої, яка є мимобіжною з даної прямої і проходить через цю точку. Цікаво провести порівняння на площині і в просторі прямих, що не мають спільних точок.

Вивчення паралельності прямих у просторі проводиться на основі повторення відповідного розділу з курсу планіметрії. Детально слід зупинитися на розв'язанні задачі з побудови прямої, яка паралельна даній прямій і проходить через дану точку простору, показати роль аксіом і наслідків з аксіом в процесі розв'язку. Твердження «В просторі через дану точку можна провести одну й тільки одну пряму, паралельну даній прямій» записати як теорему з відповідним підписом в зошиті. Доведення цієї теореми зводиться до повторення розв'язання задачі на побудову, що була розглянута перед цим.

У просторі можна провести скільки завгодно прямих, паралельних даній; сукупність таких прямих називається *зв'язкою* паралельних прямих. Щоб стверджувати, що будь-які дві прямі паралельні між собою, необхідно довести властивість транзитивності паралельних прямих [8]. Проте доведення властивості транзитивності паралельності прямих у просторі має деякі труднощі для здобувачів, а тому потребує спеціальної підготовки до її сприйняття. Дуже важливо використання властивості транзитивності паралельності прямих в просторі у процесі розв’язання задач.

2. Розділ про паралельність прямої и площини слід почати з бесіди про можливе число спільних точок у прямої й площини, спираючись при цьому на відповідну аксіому.

Пряма і площина не можуть мати тільки дві спільні точки, бо в цьому випадку пряма належить цій площині. За цією ж причиною пряма не може мати з площиною тільки три, чотири й тощо спільних точок [15].

Чи може пряма мати з площиною тільки одну спільну точку? Як показує досвід, так. Потрібно побудувати пряму, яка має з площиною тільки одну спільну точку, і обґрунтувати це:

1. На площині α обрати точку O.
2. Поза площиною α обрати точку M.
3. Точки M і O визначають єдину пряму b.
4. b має з α єдину спільну точку O.

При доведені припускаємо супротивне, тобто нехай b має з α більше ніж одну спільну точку. Тоді b буде належати α. Таким чином, пряма b має з α тільки одну спільну точку. В цьому випадку кажуть, що пряма перетинає площину або площина перетинає пряму.

Залишається з’ясувати, чи може пряма зовсім не мати з площиною спільних точок. На підставі досвіду і досліджень можна стверджувати, що може.

Всі приведені вище судження пояснюються прикладами з навколишнього життя і записуються в таблицю (рис. 2.5). Виходячи з наведеної таблиці, можна дати й іншу класифікацію різноманітних випадків взаємного розташування прямої і площини, а саме: пряма m належить площині α, пряма m не належить площині α. Інших випадків бути не може. Цією класифікацією в майбутньому також будемо користуватися при міркуванні.

Рис. 2.5

Випадок, коли m належить α, не цікавить, а тому в майбутньому не розглядається.

Якщо пряму, що належить площині, вважати паралельною площині, то у схемі про взаємне розташування прямої й площини в просторі будуть два випадки: пряма і площина перетинаються; пряма і площина паралельні.

Як відомо, здобувачі можуть за відомими ознаками судити про паралельність двох прямих в просторі. Постає питання: чи можна про паралельність прямої і площини судити за паралельністю двох прямих? Звісно, одна з таких прямих є дана пряма, а інша повинна належати даній площині. Так виникає теорема, що зветься ознакою паралельності прямої і площини, яка показує існування паралельних прямої і площини в просторі [21]. Доведення виконується методом від супротивного.

З твердження, що пряма має з площиною спільну точку, приходять до супротивного з вже відомою істиною. На підставі цього стверджують, що пряма не може перетинатися з площиною, тобто вона їй паралельна.

Перед формулюванням теореми, яка є оберненою до ознаки паралельності прямої й площини, пряму a в площині α слід розглянути як слід площини β, яка визначається паралельними прямими a і b на площині α. Тоді ознаку паралельності прямої b і площини α можна сформулювати інакше: якщо площина, що проходить через пряму b, залишає на площині α слід a, паралельний b, то пряма b паралельна площині α.

Згідно цього формулювання і дається теорема, обернена до ознаки паралельності прямої і площини: якщо площина проходить через пряму, паралельну іншій площині, то її слід на цій площині паралельний даній прямій.

3. Вивчення паралельності площин в просторі, звісно, слід почати з бесіди про кількість можливих спільних точок двох площин, спираючись на відповідну аксіому.

Дві різні площини не можуть мати тільки одну спільну точку, бо за відомою аксіомою вони будуть мати спільну пряму, що проходить через цю точку [24]. В цьому випадку кажуть, що дві площини перетинаються по прямій. З тієї ж самої причини дві площини не можуть мати тільки дві спільні точки. Обидва випадки треба продемонструвати наочно, використовуючи картонні моделі двох площин. Такий приклад допоможе учням запам'ятати уявлення про площину як безмежну фігуру.

Чи можуть різні площини мати тільки три спільні точки?

Якщо ці точки не лежать на одній прямій, то спираючись на відповідну аксіому (або наслідку з аксіоми) площини співпадають; якщо точки належать одній прямій, то площини перетинаються по цій прямій.

Аналогічно з'ясовується, що дві різні площини не можуть мати скінченої кількості спільних точок: вони або перетинаються, або співпадають. В обох випадках кількість спільних точок нескінчена.

І нарешті, у бесіді з класом (з допомогою прикладів з навколишнього середовища) виникає гіпотеза про те, що дві площини можуть зовсім не мати спільних точок. Випадки взаємного розташування двох площин слід ввести у відповідну таблицю. Як правило, випадок, коли дві площини співпадають, не розглядають в майбутньому, тому в таблиці містяться лише два випадки.

Судити про паралельність двох площин, використовуючи означення, не завжди можливо, так як площина – фігура безмежна. Про паралельність двох площин судять за паралельністю прямих, пов'язаних з цими площинами. Відомо, що площина цілком визначається або парою прямих, що перетинаються і належать їй, або парою паралельних прямих. Звідси можна виділити дві гіпотези:

а) якщо дві прямі, що перетинаються й належать одній площині, відповідно паралельні двом прямим іншої площини, що також перетинаються, то площини паралельні;

б) якщо дві паралельні прямі однієї площини відповідно паралельні двом паралельним прямим іншої площини, то площини паралельні.

Друга гіпотеза відкидається шляхом наведення такого прикладу: в площинах, які перетинаються, обрати по одній прямій, паралельних лінії їх перетину. Ознаку паралельності можна сформулювати, спираючись на паралельність прямої та площини: дві площини паралельні, якщо одна з них паралельна до двох прямих, що перетинаються і належать іншій площині [14].

Ознака паралельності двох площин доводиться методом від супротивного, тому слід приділити увагу чіткості суджень.

В процесі вивчення теми про паралельність прямих у просторі велике значення має розв’язування задач, пов’язаних з такими многогранниками, як паралелепіпед, трикутна піраміда. Задачі повинні бути якісним матеріалом для закріплення всього раніше вивченого, зокрема, аксіоматики тривимірного простору.

ВИСНОВКИ

Проведений аналіз методичної літератури з теми дослідження дає підстави зробити висновок, що вивчення паралельності прямих на площині та у просторі є опорною темою для усього подальшого геометричного курсу. Дана геометрична лінія містить у собі як планіметричний, так і стереометричний курс шкільного курсу геометрії. Основною метою для вчителя в даній геометричній лінії є:

- систематизація наочних уявлень здобувачів про основні властивості взаємного розташування прямих на площині та у просторі;
- формування наочного уявлення про основні випадки взаємного розташування прямих на площині та у просторі та їх властивостей, вміння розпізнавати ці випадки на моделях та предметах навколишнього середовища.

Дана геометрична лінія в шкільному курсі геометрії розглядається досить повно та часу, що приділяється їй шкільною програмою, достатньо, щоб здобувачі змоги повністю її засвоїти.

Методика викладання перших розділів курсу планіметрії передбачає поступовий, плавний перехід від конкретного до загального, постійне звернення до навколишньої дійсності та інших видів наочності, пильну увагу навчанню учнів вмінню логічно міркувати, обґрунтовувати, доводити висловлювані пропозиції, орієнтуватися в твердженнях аксіом, означеннях, теоремах, які для них є новими. З перших етапів вивчення геометрії необхідно в єдину систему ув'язати розповідь вчителя, текст підручника, відповідні записи на дошці та у зошитах з малюнками, що є опорою для здобувачів під час самостійної роботи. На першому уроці геометрії необхідно здобувачів познайомити з історією виникнення геометрії. Геометричні об'єкти, з яких починається вивчення систематичного курсу планіметрії, вже знайомі здобувачам, проте вони постають перед ними у новому вигляді. Точка та пряма розглядаються як основні поняття, властивості яких розкриваються в аксіомах. Це знаходить відповідне відображення у записах, які мають характер опорних схем: в них дається зображення точок і прямих, їх позначення на площині.

У наявній навчальній літературі з геометрії для середньої школи представлена різна послідовність вивчення розділів про паралельність прямих на площині після введення понять прямих, що перетинаються і не перетинаються. У процесі розмови із здобувачами про взаємне розташування двох прямих треба постійно підкреслювати, що йдеться про прямі на площині. Вчитель, перш за все, повинен чітко уявити собі логічну структуру розділу, що викладається, послідовність вивчення його окремих частин, взаємозв'язок між ними. У процесі роботи над визначенням паралельних прямих слід особливо виділити, що вони лежать у одній площині, і вимагати цього постійно від зобувачів; така робота допоможе уникнути небажаних помилок надалі щодо вивчення відповідних питань у курсі стереометрії. В процесі вивчення теми про паралельність прямих у просторі велике значення має розв’язування задач, пов’язаних з такими многогранниками, як паралелепіпед, трикутна піраміда. Задачі повинні бути якісним матеріалом для закріплення всього раніше вивченого, зокрема, аксіоматики тривимірного простору.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Стереометрия. Геометия в пространстве: Учебное пособие для уч. ст. кл. и абитуриентов / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – Висалинас, Alfa, 1998. – 576 с.
2. Артёмов А.К. Состав и методика формирования геометрических умений / А.К. Артёмов. – Пенза: Приволжское книжн. изд-во, 2001. – 366 с.
3. Бабанский Ю. К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса / Ю.К. Бабанский: – М.: Просвещение, 1995. – 192 с.
4. Блох А.Я. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика: Учебное пособие для студентов пед. институтов по физ.-мат. спец. / А.Я. Блох, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев. – М.: Просвещение, 1998. – 416 с.
5. Ботвинников А.Д. Научные основы формирования графических знаний, умений и навыков школьников / А.Д. Ботвинников, Б.Ф. Ломов. – М.: Педагогика, 1999. – 255 с.
6. Владимирский Г.А. О методах использования чертежа в преподавании геометрии / Математика в школе / Г.А. Владимирский. – 2004. – № 4. – С. 18-27.
7. Владимирский Г.А. Каким должен быть чертёж у преподавателя геометрии / Г.А. Владимирский // Математика в школе. – 20011. – № 3 – С. 95-149.
8. Геометрія: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Єршова А. П., Голобородько В.В., Крижановський О.Ф., Єршов С. В. – Х.: Ранок, 2016. – 256 с.
9. Геометрія: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2016. – 208 с.
10. Добровольский В.В. Графический метод в школе / В.В. Добровольский. – М.: Наука, 1998. – 158 с.

11. Зыкова В.И. Очерки психологии усвоения начальных геометрических понятий: Пособие для учителей / В.И. Зыкова. – М.: Наука, 1995. – 164 с.

12. Кабанова-Меллер Е.Н. Роль чертежа в применении геометрических теорем / Е.Н. Кабанова-Меллер // Математика в школе, 2000. – № 8. – С. 195-27.

13. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приёмов умственной деятельности и умственное развитие учащихся / Е.Н. Кабанова-Меллер. – М.: Наука, 1998. – 288 с.

14. Колягин Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе: Частные методики / Ю.М. Колягин. – М.: Просвещение, 1987. – 247 с.

15. Концепція Нової української школи [Електронний ресурс] // Міністерство освіти і науки України. Режим доступу: https://www.kmu.gov.ua/.../ukrainska-shkola-compressed.pd.

16. Ломов В.Ф. Формирование графических знаний и навыков у учащихся / В.Ф. Ломов. – М.: Наука, 1999. – 272 с.

17. Лук'янова С.М. Розв’язування текстових задач алгебраїчним методом: Навчальний посібник. – К.: Вид. дім «Шкільний світ»: Вид. Л. Галіцина, 2012. – 128 с.

18. Лук’янова С.М. Текстові задачі на уроках і в позаурочний час: алгебра: 7-9 класи / С.М.Лук’янова. – К.: Вид. дім «Шкільний світ», 2012. – 125 с.

19. Математика. Навчальна програма для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Сайт Міністерства освіти і науки України URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednyaosvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-5-9-klasiv.

20. Математика: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2016. – 208 с.

21. Медяник А.И. Учителю о школьном курсе геометрии / А.И Медяник. – М.: Просвещение, 1984. – 96 с., ил.

22. Методика преподавания геометрии в старших классах средней школы / Под ред. А.И. Фетисова. – М.: Просвещение, 1967. – 280 с.

23. Моторина В.Г. Теорія і практика розвитку графічної грамотності / В.Г. Моторина. – Х.: ХДПУ, 1997. – 156 с.

24. Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018: режим доступу: https: // testportal.gov.ua /wpcontent /uploads/ 2019/12/PISA_2018_Report_UKR.pdf.

25. Островский А.И. Геометрия помогает арифметике / А.И. Островский, Б.А. Кордемский. – М.: Физматгиз, 1990. – 168 с.

26. Педагогічний словник / [за ред. дійсного члена АПН України Ярмаченка М.Д.]. – К.: Педагогічна думка, 2001. – 516 с.

27. Пойя Д. Как решать задачу: Пособие для учителей / Под ред. Гайдука Ю.М. – М.: Учпедгиз, 1989. – 208 с.

28. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: підручник для студентів мат. спец. пед. навч. закладів / З.І. Слєпкань. – К.: Зодіак, 2000. – 512 с.

29. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1994. – 175 с., ил.

30. Четверухин Н.Ф. Изображение фигур в курсе геометрии / Н.Ф. Четверухин. – М.: Учпедгиз, 1998. – 215 с.

31. Якиманская И.С. Восприятие и понимание учащимися чертежа и условия задачи в процессе её решения / И.С. Якиманская, Н.А. Менчинская. – М.: Наука, 1997. – 168 с.

32. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников / И.С. Якиманская. – М.: Педагогика, 2001. – 240 с.

ДОДАТОК А

КОДЕКС АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ ЗДОБУВАЧА ВИЩОЇ ОСВІТИ ХЕРСОНСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Я, Мустратова Анастасія Олексіївна, учасниця освітнього процесу Херсонського державного університету, **УСВІДОМЛЮЮ**, що академічна доброчесність – це фундаментальна етична цінність усієї академічної спільноти світу.

ЗАЯВЛЯЮ, що у своїй освітній і науковій діяльності **ЗОБОВ'ЯЗУЮСЯ**:

– дотримуватися:

- вимог законодавства України та внутрішніх нормативних документів університету, зокрема Статуту Університету;
- принципів та правил академічної доброчесності;
- нульової толерантності до академічного плагіату;
- моральних норм та правил етичної поведінки;
- толерантного ставлення до інших;
- дотримуватися високого рівня культури спілкування;

– надавати згоду на:

- безпосередню перевірку курсових, кваліфікаційних робіт тощо на ознаки наявності академічного плагіату за допомогою спеціалізованих програмних продуктів;
- оброблення, збереження й розміщення кваліфікаційних робіт у відкритому доступі в інституційному репозитарії;
- використання робіт для перевірки на ознаки наявності академічного плагіату в інших роботах виключно з метою виявлення можливих ознак академічного плагіату;

– самостійно виконувати навчальні завдання, завдання поточного й підсумкового контролю результатів навчання;

– надавати достовірну інформацію щодо результатів власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використаних методик досліджень та джерел інформації;

– не використовувати результати досліджень інших авторів без використання покликань на їхню роботу;

– своєю діяльністю сприяти збереженню та примноженню традицій університету, формуванню його позитивного іміджу;

– не чинити правопорушень і не сприяти їхньому скоєнню іншими особами;

– підтримувати атмосферу довіри, взаємної відповідальності та співпраці в освітньому середовищі;

– поважати честь, гідність та особисту недоторканність особи, незважаючи на її стать, вік, матеріальний стан, соціальне становище, расову належність, релігійні й політичні переконання;

– не дискримінувати людей на підставі академічного статусу, а також за національною, расовою, статевою чи іншою належністю;

– відповідально ставитися до своїх обов'язків, вчасно та сумлінно виконувати необхідні навчальні та науково-дослідницькі завдання;

– запобігати виникненню у своїй діяльності конфлікту інтересів, зокрема не використовувати службових і родинних зв'язків з метою отримання нечесної переваги в навчальній, науковій і трудовій діяльності;

– не брати участі в будь-якій діяльності, пов'язаній із обманом, нечесністю, списуванням, фабрикацією;

– не підроблювати документи;

– не поширювати неправдиву та компрометуючу інформацію про інших здобувачів вищої освіти, викладачів і співробітників;

– не отримувати і не пропонувати винагород за несправедливе отримання будь-яких переваг або здійснення впливу на зміну отриманої академічної оцінки;

– не залякувати й не проявляти агресії та насильства проти інших, сексуальні домагання;

– не завдавати шкоди матеріальним цінностям, матеріально-технічній базі університету та особистій власності інших студентів та/або працівників;

– не використовувати без дозволу ректорату (деканату) символіки університету в заходах, не пов'язаних з діяльністю університету;

– не здійснювати і не заохочувати будь-яких спроб, спрямованих на те, щоб за допомогою нечесних і негідних методів досягати власних корисних цілей;

– не завдавати загрози власному здоров'ю або безпеці іншим студентам та/або працівникам.

УСВІДОМЛЮЮ, що відповідно до чинного законодавства у разі недотримання Кодексу академічної доброчесності буду нести академічну та/або інші види відповідальностій до мене можуть бути застосовані заходи дисциплінарного характеру за порушення принципів академічної доброчесності.

27.04.2022 Мустратова Анастасія Олексіївна