УДК 372.851

ФІАЛКОВСЬКА Л.В.

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ ТА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ ЗА МЕТОДОМ ЛОБАЧЕВСЬКОГО

У статті розглядається дослідження Лобачевського з основних понять математики, що стосується знаходження наближених розв'язків алгебраїчних рівнянь.

Ключові слова: числові методи, похибка кореня, коефіцієнти.

The article examines Lobachevsky`s research on the basic concepts of mathematics, relates to finding approximate solutions of algebraic equation.

Key words: numerical methods, root error, coefficients.

Існує потужний потік різної наукової інформації, серед неї курс «Чисельні методи» займає одне з провідних місць серед дисциплін, які вивчають студенти, навіть не математичних дисциплін та напрямків.

Чисельні методи спрямовані вирішити завдання, що можуть виникнути практично під час виконання будь-якої задачі. Розв'язування задачі саме чисельними методами зводиться до арифметичних та логічних дій над числами, що дає нам потребу застосувати обчислювальну техніку. Умови і розв'язання завдань частіше є наближеним, тобто мають похибки, причиною яких може бути невідповідність побудованої математичної моделі реальному об'єкту, похибка методу розв'язування, вихідних даних, заокруглення, тощо. Отже, можна сказати, що метою дисципліни «Числові методи» є пошук найбільш ефективних методів вирішення конкретних задач [7].

В закладах освіти не приділяють конкретної уваги методу Лобачевського, наприклад, навіть в підручнику [3], для профільного рівня з алгебри і початків аналізу не використовується дана термінологія, але використовується сам метод, який був удосконалений та названий методом Лобачевського-Греффе.

Тому доцільно, в цьому випадку, використовувати один з методів розв'язування рівнянь з алгебри – методу Лобачевського-Греффе.

У методі Лобачевського-Греффе для розв'язування алгебраїчних рівнянь наводиться обчислювальна схема знаходження дійсних і комплексних коренів, визначення умови застосування методу, умови збіжності методу до точного рішення, приведення умовної похибки обчислень [5].

Основні теоретичні питання, які пов'язані з находженням коренів алгебраїчних рівнянь, з комплексом програм, що реалізують розв'язування рівнянь алгебри методом Лобачевського-Греффе з находженням наближеного розв'язку рівнянь даним чином можна пов'язати також з методом Ліна, методом Бернуллі, методом Бродетського-Сміла [2].

Теоретично чисельні методи прагнуть побудувати обчислювальний процес, з якого можна визначити розв'язок рівнянь з наперед заданою точностю. Особливо велике значення мають процеси, що збігаються, що дозволяють розв'язувати рівняння з будь-якою, якою завгодно, похибкою.

Тут у методі Лобачевського-Греффе може бути втрата точності, оскільки коефіцієнти многочлена з цим методом зростають неоднаково швидко і незабаром стають величинами різного порядку [1].

Кількість перетворень зазвичай буває невелика, і точність коефіцієнтів останнього многочлена проти точності коефіцієнтів першого многочлена зменшується з допомогою похибок, заокруглення лише на дві-три значимі цифри.

Показано, що різниця між коренем останнього многочлена, взятим зі зворотним знаком, та відповідним степенем кореня вихідного многочлена, не перевищує безумовної похибки кореня останнього многочлена, яка зумовлена похибкою округлення [4].

Безумовна похибка кореня, що є відносною, досить часто буває величиною приблизно такого порядку, як і похибка коефіцієнтів многочлена. Отже, відносна похибка кореня останнього многочлена лише на кілька порядків перевищує похибка коренів.

При відшуканні кореня степеня відносна похибка зменшується в рази, отже, відносна похибка модуля розв'язків, знайдених методом Лобачевського-Греффе, виявляться величиною того ж самого порядку, як і похибка заокруглення. Таким чином метод Лобачевського-Греффе для однократного кореня дає дуже малу втрату точності [7].

Іноді для знаходження коренів рівняння доцільно використовувати інші методи обчислень. У ряді випадків, наприклад, при слабкій збіжності методу, до знайденого з меншою точністю кореня застосовуються методи уточнення коренів.

В усіх своїх дослідженнях і висновках Лобачевський керувався вимогою високої математичної строгості, яка була властива лише математиці ближчого до нас періоду [2].

Тому метод Лобачевського-Греффе доцільний при визначенні точності з відокремлених коренів, але суттєво втрачає у випадку кратних або близьких за модулем коренів.

Важливо пам'ятати, що метод Лобачевськогоє фактично єдиним способом знаходження не тільки дійсних, а й комплексних коренів алгебраїчних рівнянь з дійсними коефіцієнтами [6].

Метод Метод Лобачевського-Греффе має просту схему обчислень і дозволяє за допомогою невеликих за обсягом обчислень знайти з великою точністю модулю всіх коренів алгебраїчних рівнянь, виключаючи хіба тільки кратні або дуже близькі за модулем корені. Однак остаточне знаходження коренів потребує значної обчислювальної роботи, особливо у разі комплексного кореня [1].

Складним для методу є знаходження кратного кореня. Однак метод можна застосовувати і в цьому випадку, якщо попередньо позбутися кратного кореня за допомогою алгоритму.

Найбільшу проблему являють корені, які близькі за модулем, тому що в цьому випадку відбувається велика втрата точності обчислень, що тягне за собою необхідність збільшення витрат ресурсів. У цьому випадку рекомендується користуватися іншими методами знаходження коренів алгебраїчних рівнянь [5].

Метод Метод Лобачевського-Греффе один із найефективніших методів обчислень, який при невеликій кількості ітерацій дає результат з досить гарною точністю, тому сфера використання цього методу на практиці дуже широка.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Гаврилюк І.П., Макаров В.Л. Методи обчислень.-К.: Вища школа, 1995.- Ч.1, Ч.2.
2. Задачин В. М. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х. : Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с. (Укр. мов.)
3. Істер О.С. Алгебра і початки аналізу: (профіл. рівень): підруч. Для 11-го кл. заг. серед. освіти / Олександр Істер, Оксана Єргіна. – Київ:Генеза, 2019. –416с.
4. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырский П. И. Вычислительные методы высшей математики.–Минск: Вышэйшая школа, 1972, т. 1.–584с.
5. Курош А. Г. Курс высшей алгебры.–М.: Наука,1971,–432с.
6. Лященко М.Я., Голована М.С. Чисельні методи : Підручник. - К.: Либідь, 1996. - 288 с.
7. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы.- М.: Наука, 1982.

Рекомендує до друку науковий керівник доцентка Кузьмич Л.В.