УДК 371.315 **Прядко А.С.**

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ЗБІЖНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ ЧИСЛОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ ТА ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ І РЯДІВ У КУРСІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ В ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ

В статті розглядається питання застосування методів узагальненої збіжності числових та функціональних послідовностей та рядів при викладанні математичного аналізу у закладах вищої освіти.

Ключові слова: викладання математичного аналізу, числові послідовності, функціональні послідовності та ряди, методи узагальненої збіжності.

The article deals with the application of methods of generalized convergence of numerical and functional sequences and series in teaching mathematical analysis in institutions of higher education.

Key words: teaching mathematical analysis, numerical sequences, functional sequences and series, methods of generalized convergence.

Підсумовування рядів є однією із найстаріших задач математичного аналізу та бере свій початок ще з античності. Ця задача завжди мала два спекти, практичний та теоретичний, тобто перед тим, як обчислювати суму нескінченного ряду, слід домовитися, що розуміти під цією сумою. В часи Ейлера поняття суми ряду не було чітко визначено, що призводило до досить широкого спектру напрямків у визначенні цього поняття та дозволило підсумувати досить значну кількість розбіжних у звичному сенсі ряди [2]. З появою строгого поняття границі більшість математиків відмовилися від застосування розбіжних рядів, проте досить швидко з’ясувалося, що без розбіжних рядів неможливо обійтися, що призвело до створення теорії розбіжних рядів та до появи методів їх підсумовування [1].

Дослідження методів узагальненої збіжності послідовностей та рядів є актуальною темою в математиці та математичному аналізі. Ця галузь займається розглядом умов, при яких можна розширити діапазон застосування класичних теорем збіжності рядів на більш загальні класи функцій. Низка математиків працювали над цією темою, серед них можна відмітити наступних: Армандо Г. Пікардо (він вивчав асимптотичну поведінку рядів та їх узагальнену збіжність на основі аналізу асимптотичних рівнянь); Стефан Банах (він досліджував узагальнену збіжність рядів в просторах функцій, зокрема в банахових просторах, що нині називаються просторами Банаха [3]); Колмогоров А.М. (він також вніс вагомий вклад у дослідження узагальненої збіжності рядів та вивчав такі питання, як підсумовування рядів із загальними членами); Гардінер Г. Харді (його роботи також відіграли значну роль у розвитку теорії узагальненої збіжності рядів

[4]). Результати цих досліджень полягають у формулюванні та доведенні різних теорем, які визначають умови, за яких ряди можуть збігатися узагальнено (наприклад, у розумінні підсумовування Коші або інших методів підсумовування). Ці теореми встановлюють зв'язок між збіжністю рядів та властивостями функцій, що дозволяє розширити діапазон застосування класичних результатів.

Вивчення рядів та послідовностей є важливою частиною курсу математичного аналізу у вузі з кількох причин:

1. Ряди та послідовності – це базові поняття в математиці, і вивчення їх допомагає здобувачам вищої освіти засвоїти основи математичної логіки. Вони навчають студентів формулювати і доводити математичні твердження за допомогою строгих логічних аргументів.

2. Розвиток аналітичних навичок – одна з ключових переваг вивчення рядів та послідовностей. Вони вимагають уважності до деталей та вміння працювати зі складними математичними виразами.

3. Застосування в природничих та соціальних науках: ряди та послідовності широко застосовуються в фізиці, інженерії, економіці та інших науках для моделювання та розв'язання реальних проблем.

4. Аналіз функцій: ряди допомагають в розумінні властивостей функцій, їх збіжності та апроксимації. Це основа для подальшого вивчення диференціальних та інтегральних рівнянь.

Отже, вивчення рядів та послідовностей не тільки формує основи математичної грамотності, а й розвиває аналітичне та логічне мислення, що є важливими навичками для будь-якої наукової чи інтелектуальної діяльності.

Існує декілька методів узагальненої збіжності рядів, які дозволяють розширити діапазон застосування класичних теорем збіжності рядів на більш загальні класи функцій. Ось деякі з цих методів:

1. Метод Коші: цей метод може підсумовувати ряди, які не є збіжними за класичними поняттями, якщо ряд є абсолютно збіжним. Він використовує середнє арифметичне значення частинних сум ряду для обчислення "суми" ряду.

2. Метод Абеля: цей метод спирається на розклад Абеля для перетворення ряду, що може допомогти в підсумовуванні рядів, які раніше були незбіжними. Він застосовується до рядів, які є абсолютно збіжними.

3. Метод Бореля: цей метод спирається на ідею аналізу асимптотики функцій, що з'являються в результатах підсумовування. Він може бути застосований до рядів, які мають комплексні асимптотичні структури.

Кожен з цих методів має свої переваги та недоліки, а їх вибір залежить від конкретних властивостей ряду та функцій, які вивчаються. Узагальнені методи збіжності нерідко використовуються в аналізі асимптотики, теорії резюме, теорії поля та інших галузях математики та фізики, де зустрічаються незвичайні або складні ряди. Включення методів узагальненої збіжності рядів у курс математичного аналізу в університеті може бути корисним, оскільки це дозволяє здобувачам вищої освіти отримати більш глибоке розуміння поведінки рядів, які не збігаються класичними методами.

Додавання таких методів допомагає розширити знання студентів і підготувати їх до аналізу більш складних математичних та наукових проблем.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Барон С. Введение в теорию суммируемости рядов / С. Барон. – М. : Учпедгиз, 1965. – 128 с.

2. Бевз В. Г. Практикум з історії математики: навчальний посібник для студентів фізико-математичних педагогічних університетів. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. – 312 с.

3. Михалін Г. О. Професійна підготовка вчителів математики у процесі навчання математичного аналізу. – К., 2003. – 124 с.

4. Харди Г. Х. Расходящиеся ряды / Г. Х. Харди. – М. : Просвещение, 1951. – 386 с.

Науковий керівник кандидат фізико-математичних наук, професор Кузьмич В.І.