Збірник наукових праць. Педагогічні науки. Випуск 65. – Херсон: ХДУ, 2014. – С. 119-124.

УДК 372.851 **Саган О.В.**

КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МИСЛЕННЯ МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ

У статті порушується проблема оптимізації навчання математики молодших школярів на діяльнісній основі. Одним із шляхів формування математичного мислення, удосконалення обчислювальних навичок молодших школярів пропонується збагачення змісту початкової математики за рахунок включення таких завдань, вирішення яких спирається на евристичні методи. Зокрема, показано можливості розв'язування комбінаторних задач через побудову логічних таблиць, графів, «дерева розв'язків».

Ключові слова. Комбінаторні задачі, графи, «дерево розв'язків».

Розвиток вітчизняної шкільної освіти сьогодні нерозривно пов'язаний не тільки з процесом гуманізації, діяльнісним підходом до навчання учнів, але і з оновленням змісту навчальних дисциплін. Особливої уваги потребує посилення математичної складової освіти, оскільки науково-технічний прогрес, створення та використання нових засобів інформаційно-комунікаційних технологій неможливі без фахівців «технічного складу мислення», формування яких починається ще у початковій школі. Результати моніторингів навчальних досягнень випускників шкіл свідчать про недостатній рівень сформованості у них базових математичних умінь та навичок. Виникає проблема, як в умовах діючих програм з математики, без перевантаження учнів, зокрема початкової ланки, покращити рівень математичної освіти молодших школярів.

Пошук шляхів вирішення цієї проблеми визначив мету нашого дослідження: формування математичного мислення учнів початкових класів засобами комбінаторних задач.

Удосконаленню початкової математичної освіти присвятили свої роботи такі відомі методисти як БогдановичМ.В., Коваль Л.В.,Козак М.В., Король Я.А., Скворцова С.О. та ін.

На їх думку, одним із пріоритетних напрямів навчання математики молодших школярів є методика розв'язування текстових задач. Цій проблематиці присвячено роботи Коваль Л.В., Скворцової С.О.[5]

Аналіз навчальної та методичної літератури щодо проблеми навчання молодших школярів розв'язуванню текстових задач свідчить про те, що переважна частина текстових задач є обчислювальними; робота над задачею має алгоритмічний характер, а дітям пропонуються текстові конструкції, в яких вони виділяють умову і питання, відомі і невідомі, в також план розв'язування, методичними прийомами якого є аналітико - синтетичний розбір, короткий запис, таблиці. Крім того, практика показує тенденцію до збільшення кількості задач, що розв'язуються на уроці, а це, в свою чергу, скорочує час на усвідомлення учнями методів і прийомів їх вирішення.

Одним із шляхів формування математичного мислення, удосконалення обчислювальних навичок молодших школярів є збагачення змісту початкової математики за рахунок включення таких завдань, вирішення яких спирається на евристичні методи. Використання евристики у навчанні математики досліджувалося відомим методистом Скафою О.І. [4]

На застосуванні теорії графів і комбінаторики у навчанні математики учнів початкової школи наголошували Віленкін М.Я, Папі Ф. і Ж., Віноградова Є.І. [1,2,3]

Оскільки множини та їх властивості є теоретичною основою початкового курсу математики, то цілком природно збагачує його і комбінаторика, і теорія відповідностей і відношень.

Комбінаторика, як галузь математики, вивчає підмножини скінчених множин, їх об'єднання і переріз, а також різні засоби упорядкування цих підмножин. Комбінаторні задачі дозволяють визначати кількість множин з конкретними властивостями із елементів заданої множини.

Загальними комбінаторними правилами є правило додавання і правило добутку. Сформулюємо правило додавання. Нехай A і B - скінчені множини, кількість елементів яких дорівнює n(A) і n(B) відповідно. Кількість елементів в об'єднанні множин A і B дорівнює сумі чисел елементів в A і B без числа загальних для A і B елементів, тобто $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

Це правило дозволить отримати формулу підрахунку числа елементів в об'єднанні множин A,B,C:

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$.

Ця формула відома вчителям початкових класів, оскільки розділ «комбінаторика» є не тільки у шкільному курсі з математики, але й у діючих програмах для студентів напряму підготовки 6.010101 «Початкова освіта».

Учнів початкових класів можна познайомити з використанням цієї формули за допомогою діаграми, пояснюючи, що загальну кількість елементів трьох множин можна обчислити, якщо додати кількість елементів всіх множин за винятком тих елементів, що рахувалися двічі. А оскільки елементи, які потрапили у «потрійний» переріз відняли тричі, додаємо їх кількість у загальну формулу. На рисунку 1 це наочно показано.

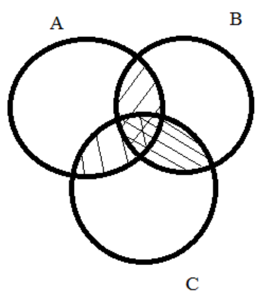


Рис.1.

Для ілюстрації застосування правила додавання вирішимо наступний приклад.

Приклад 1. У класі 35 учнів. З них 20 відвідують театральний гурток, 11 - хореографічний, 10 - не відвідують жодного гуртка. Скільки учнів відвідують театральний і хореографічний гуртки; скільки - один театральний?

Розв'язок. Позначимо множини: Т- учнів, які відвідують театральний гурток; Х - хореографічний гурток; Н- не відвідують жоден гурток.

Множину учнів класу можна виразити об'єднанням Т,Х,Н і n(TUXUH)=35.

n(TUXUH)=n(T)+n(X)+n(H)-n(T∩X)= 20 +11 +10- n (T∩X),

n(T∩X)=41-35=6.

Тільки театральний гурток відвідують 14 учнів, а театральний і хореографічний - шестеро.

Правило добутку можна визначити таким чином: "якщо об'єкт ***а*** можна вибрати ***n***, а об'єкт ***в*** ***m*** способами, то вибір всіляких упорядкованих пар (***а***, ***в***) можна реалізувати ***n m*** числом способів".

Приклад 2. Скільки різних трицифрових чисел можна скласти з цифр 0,2,4,5,7?

Розв'язок. Кожне трицифрове число можна представити як упорядковану трійку чисел, складену таким чином, що перша цифра (об'єкта) вибирається з множини {2,4,5,7}, а друга і третя вибираються з множини {2,4,5,7}, таким чином необхідно перемножити кількість елементів цих множин { 2,4,5,7 } х { 0,2,4,5,7 } х { 0,2,4,5,7 }, тобто 4*5*5=100.

До неформальних способів розв'язування комбінаторних задач відносять безпосередній перебір елементів. Це найелементарніший метод, оскільки він не потребує знання визначень та формул.

Приклад 3. «Мама купила синові 7 повітряних кульок синього і червоного кольору. Скільки червоних і скільки синіх кульок купила мама, якщо відомо, що синіх було більше, ніж червоних?»

Для вирішення цієї задачі складемо таблицю всіх можливих варіантів.

Разом	7	7	7	7	7	7
Червоні	6	5	4	3	2	1
Сині	1	2	3	4	5	6

Тепер виберемо ті, які задовольняють умові задачі (закреслити непотрібні варіанти). При розв’язуванні цієї задачі можна відразу звернути увагу дітей на додаткову умову, і тоді таблиця буде мати вигляд:

Разом	7	7	7
Червоні	6	5	4
Сині	1	2	3

У методиці навчання математики метод перебору має назви «метод помилок», «метод проб», «метод догадки» тощо. Але суть залишається однозначною: необхідно перебрати, розглянути всі можливі варіанти, вибрати ті, що задовольняють умові та з’ясувати їх кількість. При цьому важливо, як організований процес перебору, оскільки безсистемний, хаотичний метод не дає цілісне уявлення про всі можливі комбінації. Для цього використовують таблиці, матриці, графи і т.ін. Матриця -це прямокутна таблиця елементів (чисел, букв, символів і т.ін.).

Так, наприклад, щоб визначити, які двоцифрові числа можна утворити з цифр 1, 2, 3 потрібно побудувати комбінаторну таблицю. Нехай цифри, поміщені в головний стовбець, будуть позначати число десятків, а цифри в головному рядку - число одиниць. Пари, що утворилися на перетині стовпців і рядків, - шукані двоцифрові числа.

Десятки /одиниці	1	2	3
1	11	12	13
2	21	22	23
3	31	32	33

Ще одним засобом унаочнення розв’язування задачі є граф. «Граф» - від грецького «графо» - «пишу». За визначенням М.Я. Віленкіна, граф - це «множина, що складається з скінченого числа точок, деякі пари яких з'єднані дугами (такі графи називаються неорієнтованими; якщо замість дуг використовуються стрілки, то вийде орієнтований граф, або, орграф)» [1,С.35]. Граф- це схема, на якій елементи позначені крапками, а відношення між ними – стрілками. Розглянемо розв’язання комбінаторної задачі, яка зустрічається у багатьох посібниках з елементарної комбінаторики за допомогою графа.

«Після канікул шестеро друзів обмінялися телефоними дзвінками. Скільки дзвінків було зроблено?»

На рисунку 2 точками (1-6) позначимо друзів, лініями з’єднаємо можливі варіанти дзвінків.

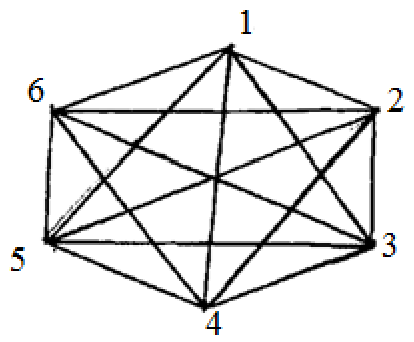


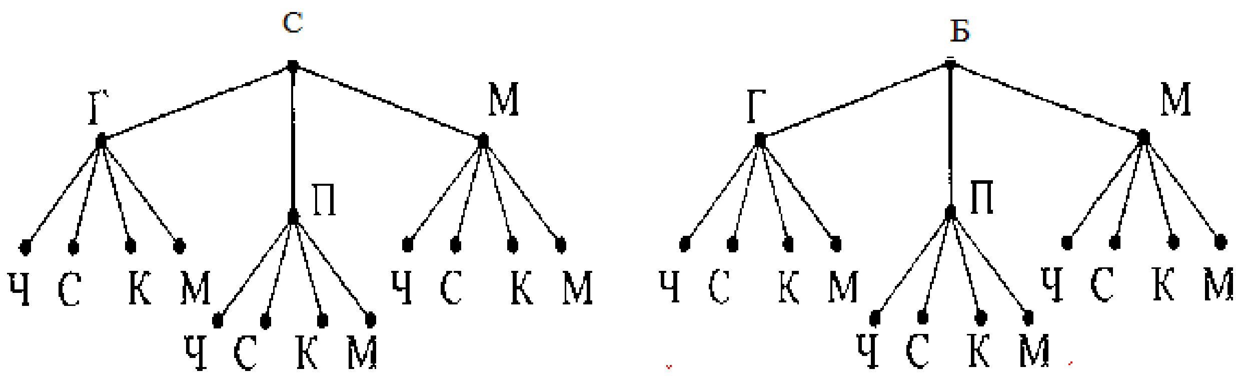
Рис.2.

Відповідь на питання задачі зводиться до знаходження кількості відрізків, що з’єднують точки. Аналіз задачі приводить до таких міркувань: першій людині необхідно зробити 5 дзвінків, другій-4, третій-3, четвертій-2, п’ятій-1. Разом дзвінків буде 5+4+3+2+1=15. Таким чином, крім наочного розв’язка на графі маємо матеріал для формування міркувань, логічного мислення.

Однією із модифікацій графа є побудова дерева розв’язків. У випадку, коли кількість можливих виборів на кожному кроці залежить від того, які елементи були вибрані раніше, зручно зобразити процес знаходження розв’язків у вигляді «дерева».

Проілюструємо це на прикладі. «У шкільній їдальні на обід було приготовлено дві перших страви: суп і борщ; три других страви - голубці, плов і млинці; і чотири третіх - чай, сік, компот, молоко. Склади всі можливі варіанти обіду».

Перше «дерево» побудуємо, міркуючи так: до супу(С) можна вибрати три других страви - голубці(Г), плов(П) і млинці(М). Для кожного з трьох отриманих наборів можна додати один із чотирьох напоїв- чай(Ч), сік(С), компот(К), молоко(М). Аналогічно будуємо «дерево», з початком в точці Б(борщ).



Перерахувавши гілки наших дерев, отримуємо відповідь, що всього можна скласти 24 варіантів обіду.

Поетапне навчання молодших школярів графічному моделюванню при вирішенні комбінаторних задач, робить позитивний вплив на вміння використовувати учнями початкової школи схематичного малюнка, а надалі і графічних схем при вирішенні будь-якої текстової задачі.

Рішення комбінаторних задач способом перебору сприяє освоєнню учнями основ математичного моделювання. Так з перших задач перед дітьми постає проблема зображення комбінацій, що складаються. Спочатку це предметні малюнки, потім умовно - символічні позначення. Надалі учні користуватимуться схематичними моделями: таблицями, графами.

Навчання розв’язуванню комбінаторних задач способом перебору дозволяє розширити уявлення молодших школярів про процес знаходження результату в задачах. Учні переконуються в тому, що, для того, щоб розв’язати задачу, не обов'язково завжди виконувати які-небудь арифметичні дії, як вони роблять майже у більшості випадків, вирішуючи задачі з підручника математики.

Аналіз особливостей комбінаторних завдань і способів їх розв’язування дозволяє зробити наступні висновки:

При використанні методу перебору при перерахуванні всіх можливих варіантів розв’язування комбінаторної задачі учні використовують такі розумові операції, як аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, абстракція та ін.

Цілеспрямоване навчання рішенню цього виду завдань сприятиме розвитку таких якостей мислення, як варіативність, гнучкість, глибина. Варіативність тут виступає як найважливіша характеристика пошукової діяльності, яка є основою продуктивної діяльності у навчанні.

Використовуючи комбінаторні задачі, можна розвивати мислення дітей від наочно-дієвого до наочно-образного і абстрактного. Так, перші комбінаторні задачі повинні давати можливість виконувати практичні дії з реальними об'єктами, поступово розвиваючи наочно – образне мислення. А при застосуванні правил суми і добутку розвиватиметься абстрактне мислення.

В якості способів вирішення комбінаторних задач молодшим школярам цілком доступні спосіб перебору, складання таблиць і побудова графів.

Систематичне розв'язування комбінаторних задач, що перебувають у тісному зв'язку з програмним змістом, буде посилювати позитивний вплив і на розвиток інших психічних процесів. Так, буде значно розширюватися обсяг і концентрація уваги, розвиватися пам'ять, формуватися вміння оформлювати свої міркування, пояснення, докази в словесній формі, що позитивно впливатиме й на загальний розвиток мовлення.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Виленкин Н. Я. О некоторых аспектах преподавания математики в младших классах //Математика в школе.- 1965.- № 1.-С. 19-30.

2. Виленкин Н. Я. Популярная комбинаторика.- М.: Наука, 1975.- 208 с.

3. Папи Ф., Папи Ж. Дети и графы. Обучение детей шестилетного возраста математическим понятиям.- Брюссель-Монреаль-Париж, 1968. Пер. с фр.-М.: Педагогика, 1974.- 192 с.

4. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология.-Донецк:Изд-во ДонНУ,2004.-439с.

5. Скворцова С.О. Методика навчання розв’язування сюжетних задач у початковій школі: Навчально-методичний посібник для студентів за спеціальністю 6.010100 «Початкове навчання».-Ч.І.-Методика формування в молодших школярів загального уміння розв’язувати сюжетні задачі.-Одесса:ООО»Абрикос-Компани»,2011.-268с.

Саган Е.В.

КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

В статье поднимается проблема оптимизации обучения математике младших школьников на деятельностной основе. Одним из путей формирования математического мышления, совершенствование вычислительных навыков младших школьников предлагается обогащение содержания начальной математики за счет включения таких задач, решение которых опирается на эвристические методы. В частности, показаны возможности решения комбинаторных задач путем построения логических таблиц, графов, «дерева решений».

Ключевые слова. Комбинаторные задачи, графы, «дерево решений».

Sagan O.V.

COMBINATORIAL PROBLEMS AS A MEANS OF FORMING MATHEMATICAL THINKING PUPILS

The article is broken optimization problem of teaching mathematics in elementary school children by activity basis. One way of forming mathematical thinking, improving computer skills of elementary school students are offered enrichment elementary math content to include such tasks, which is based on heuristic methods. In particular, possibilities of solving combinatorial problems by building logical tables, graphs, the "tree of solutions."

Keywords. Combinatorial problems, graphs "tree of solutions."