

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХЕРСОНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК, ФІЗИКИ ТА  
МАТЕМАТИКИ  
КАФЕДРА АЛГЕБРИ, ГЕОМЕТРІЇ ТА МАТЕМАТИЧНОГО  
АНАЛІЗУ**

**НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН, ЇХ ОБЧИСЛЕННЯ ТА  
ВИМІРЮВАННЯ В КЛАСАХ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОФІЛЮ**

Кваліфікаційна робота (проект)  
на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

Виконав: студентка 2 курсу

Спеціальності 014.04 Середня освіта

(Математика)

Освітньо-професійної програма «Середня освіта  
(Математика)» другого (магістерського) рівня  
вищої освіти

Сінолуп Олена Юріївна

Керівник доцент, кандидат педагогічних наук

Таточенко Володимир Іванович

Рецензент професор, доктор педагогічних наук

Шерман Михайло Ісаакович

Херсон – 2020

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b> .....	<b>3</b>
<b>РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ</b> .....	<b>7</b>
1.1. Аналіз психолого-педагогічної, методичної літератури, шкільної практики проблеми дослідження.....	7
1.2. Особливості вивчення математики в профільній школі.....	9
1.3. Особливості вивчення математики в класах математичного профілю.....	13
1.4. Мета вивчення змістової лінії .....	15
1.5. Загальне поняття «величина» .....	16
1.6. Місце величин в шкільному курсі математики в класах математичного профілю.....	18
1.7. Вимоги до математичної підготовки учнів.....	21
1.8. Сучасні основи профільного курсу математики.....	22
<b>РОЗДІЛ 2. ВИВЧЕННЯ ВЕЛИЧИН В КЛАСАХ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОФІЛЮ</b> .....	<b>26</b>
2.1. Вивчення довжин у просторі.....	26
2.2. Вивчення міри кутів у просторі .....	28
2.3. Вивчення площ поверхонь тіл.....	30
2.4. Вивчення об'ємів .....	32
2.5. Контроль, оцінювання та корекція знань, умінь та навичок учнів .....	39
<b>РОЗДІЛ 3. ПЕДАГОГІЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ</b> .....	<b>42</b>
<b>ВИСНОВКИ</b> .....	<b>49</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ</b> .....	<b>51</b>
<b>ДОДАТКИ</b> .....	<b>55</b>
Додаток А.....	55

## ВСТУП

*Актуальність теми.* Величина - одне з основних математичних понять. Вивчення в курсі математики профільної школи величин і їх вимірювань має велике значення в плані розвитку школярів. Це обумовлено тим, що через поняття величини описуються реальні властивості предметів і явищ, відбувається пізнання навколишньої дійсності; знайомство з залежностями між величинами допомагає створити у дітей цілісні уявлення про навколишній світ; вивчення процесу вимірювання величин сприяє набуттю практичних умінь і навичок необхідних людині в його повсякденному діяльності.

Поняття величини є фундаментальною основою курсу математики, базисним поняттям. Недостатня теоретична розробленість даної теми в дидактиці, приватних методиках і особливо в методиці навчання математики негативно позначається на якості знань учнів, усвідомленості ними не тільки математичних знань, а й інших шкільних предметів, пов'язаних з цим поняттям на практичних уміннях і навичках школярів.

Величини в школі необхідно вивчати послідовно, цілеспрямовано, систематично, з урахуванням пізнавальних можливостей учнів. Прикладна спрямованість вивчення в курсі математики основної школи величин і їх вимірювань має велике значення в плані розвитку школярів.

Проблема наступності стала особливо актуальною на сучасному етапі оновлення і удосконалення шкільної математичної освіти, створення нових альтернативних підручників, які відображають різні авторські задуми, дидактичні підходи до навчання. У виданій навчальній літературі інколи порушується наступність у вивченні геометричного матеріалу в початковій та основній школі.

*Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами:* досліджування виконувалось у межах теми науково-дослідної роботи

«Формування професійної компетентності майбутніх вчителів математики на сучасному етапі соціально-економічного розвитку України» (державний реєстраційний номер 0117U001734) кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету.

Методику вивчення та вимірювання геометричних величин в курсі математики, в тому числі площ геометричних фігур, розглядали в своїх дисертаційних дослідженнях вітчизняні та зарубіжні вчені М. О. Журбас, К. Ф. Рубін, В. М. Шишлянникова, С. А. Алборов, Ш. С. Гаджиагаєв, М. А. Казакова, І. О. Климов, О. П. Кузнєцова, М. С. Мацкін, Ш. Мусавиров, В. Юнгк та інші.

Незважаючи на значну кількість досліджень вивчення змістової лінії в класах математичного профіля, наявні такі протиріччя між:

1. потребою сучасного суспільства України у фахівцях з високим рівнем розвитку інтелектуальних умінь як важливого компонента їх професійної компетентності та недостатньою розробленістю практичних систем розвитку цих умінь у процесі геометричної підготовки школярів;
2. необхідністю цілеспрямованого вивчення геометричних величин, їх обчислення та вимірювання на наочно-оперативному рівні з практичною їх спрямованістю і можливістю здійснювати його за діючими нині програмами, підручниками та посібниками;
3. потребою шкільного курсу геометрії у якісному науково-методичному забезпеченні та недостатністю його розробленості у сучасній методиці навчання математики.

Зазначені вище чинники слугують основою вибору теми дослідження «Змістова лінія геометричних величин, їх вимірювання та обчислення в класах математичного профіля».

**Метою дослідження** є уточнити методичну систему вивчення змістової лінії геометричних величин в класах математичного профілю.

**Предметом дослідження** є методика вивчення змістової лінії геометричних величин в класах математичного профілю.

**Об'єктом дослідження** є процес вивчення геометричних величин в класах математичного профілю.

Мета дослідження дозволяє виділити наступні **завдання**:

1. аналіз психолого-педагогічної, навчальної та методичної літератури шкільної практики з проблеми дослідження;
2. встановити особливості вивчення геометричних величин; з'ясувати роль і місце величин, їх вимірювань в процесі навчання;
3. розробити методичну систему «Навчання геометричних величин, їх вимірювання та обчислення в класах математичного профілю».

**Методи дослідження:**

*Теоретичні:*

1. Аналіз науково-математичної та науково-методичної літератури.
2. З'ясування особливостей вивчення змістової лінії геометричних величин.
3. Класифікація, систематизація та узагальнення відомостей про методику вивчення геометричних величин.

*Емпіричні:*

1. Опрацювання необхідних матеріалів.

**Наукова новизна одержаних результатів дослідження** полягає в розробленій науково-методичній системі навчання геометричних величин в класах математичного профілю, спрямованій на вдосконалення процесу навчання здобувачів освіти.

**Практичне значення одержаних результатів** полягає у науковій обґрунтованості та прикладній спрямованості теоретичних положень, підходів і рекомендацій, викладених у роботі, використання яких поліпшить процес навчання геометричних величин у класах математичного профілю, вдосконалить існуючу класичну методичну систему, підвищить рівень знань, умінь та навичок учнів.

**Апробація результатів дослідження:** Основні положення та результати кваліфікаційної роботи пройшли апробацію на науково-практичній конференції на тему «Реалії та перспективи природничо-математичної підготовки у закладах освіти».

**Публікації:** за результатами досліджень опублікована 1 наукова праця загальним обсягом 3 друкованих аркуша, у вигляді статті.

**Структура й обсяг дипломної роботи.** Даний кваліфікаційний проект складається з вступу, трьох розділів, висновків, списку використаної літератури та додатку.

В першому розділі «Теоретичні основи проблеми дослідження» розкрито тему вивчення математики в класах математичного профілю, відомості про поняття «величина», місце величин в профільній математиці, вимоги до математичної підготовки учнів, проведено аналіз психолого-педагогічної, методичної літератури, шкільної практики проблеми дослідження.

В другому розділі «Вивчення величин в класах математичного профілю» розглядається вивчення у просторі довжин, міри кутів, об'ємів, площ поверхонь тіл та контроль, оцінювання та корекція знань, умінь та навичок учнів.

В третьому розділі «Педагогічний експеримент» описується три етапи педагогічного експерименту, аналіз результатів дослідження.

Повний обсяг роботи – 54 сторінок.

## РОЗДІЛ 1

### ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

#### 1.1. Аналіз психолого-педагогічної, методичної літератури, шкільної практики проблеми дослідження

Логіко-дидактичний аналіз являє послідовність дій: визначення мети навчання теми; логічний і математичний аналіз змісту теми (теоретичного і задачного матеріалу); постановка основних навчальних завдань і вибір відповідних навчально-пізнавальних дій; відбір основних засобів, методів і прийомів навчання; визначення форм контролю і оцінки процесу і результату навчальної діяльності учнів. Логічний аналіз теми, перш за все, зводиться встановлення логічної організації навчального матеріалу в ній з урахуванням специфіки аксіоматичного методу. Математичний аналіз зводиться до з'ясування основної математичної ідеї теми (відповідь на питання, про що в цій темі дізнаємося), до з'ясування математичних обґрунтувань виконуваних перетворень, досліджень, доказів, до осмислення застосовуються в темі математичних методів і прийомів.

Результатом виконання логіко-математичного аналізу буде визначення "ядерного" матеріалу, логічної строгості його вивчення і математичних методів і прийомів вивчення цього матеріалу. На основі логіко-математичного аналізу теоретичного матеріалу теми виконується аналіз математичних задач. Результатом аналізу математичних задач буде в кожній темі своя типологія; основні завдання, які необхідно вирішувати в класі; методичне ставлення до решти завдань. [4]

У зв'язку з введенням профільного навчання на старшому ступені навчання більша частина підручників підлягає оновленню чи повній переробці. Але оскільки з кожного предмету повинно бути розроблено

та затверджено по 4-6 варіантів учбових програм, то забезпечити видання перероблених підручників та методичних посібників з кожної з них за обмежені строки технічно неможливо.

Тому з метою збереження єдиних вимог до рівня підготовки школярів доцільно доручити МОН підготувати і видати єдиний стрижневий комплект стабільних шкільних підручників з усіх предметів базового навчального плану, що мають містити теоретичний і практичний навчальний матеріал, об'єм і складність якого повністю відповідатиме вимогам до рівня загальноосвітньої підготовки школярів кожного класу.

Допрофільна орієнтація школярів у V-IX класах з урахуванням їх інтересів, здібностей і нахилів може здійснюватись у формі факультативних, гурткових, індивідуальних занять. Профільна освіта у X-XI класах – за альтернативними підручниками або спеціальними посібниками, що мають видаватися як додаток до єдиного базисного комплексу з використанням модульного принципу конструювання змісту освіти з урахуванням індивідуальних та групових орієнтацій.

Експеримент показав, що побудова змісту профільного навчання тільки на основі рівневої диференціації змісту навчальних предметів (базовий і профільний рівні) в деяких випадках є неефективним. За таким навчальним предметам, як математика, інформатика, географія, іноземна мова, необхідна профільна диференціація і створення не двох (базова і профільна), а трьох-чотирьох зразкових програм, що відбивають специфіку і потреби міжпредметних зв'язків в рамках окремих профілів. [12]

Як правило, в навчально-методичний комплект, що забезпечує роботу з будь-якої з нових програм, входить методичний посібник для вчителя, в якому наводиться приблизний тематичне планування, вимоги до контролю знань учнів, проведення практичних занять і т.д. І це можна тільки вітати, але практично у всіх навчально-методичних комплектах



відсутня дуже важливий і на сьогоднішній день абсолютно необхідний "інгредієнт" - це так звана електронна підтримка навчального курсу.

Відомо, що світовою тенденцією розвитку освіти стає ідея безперервної освіти. Неможливо сьогодні визначити, спрогнозувати ту суму знань, яка в подальшому буде необхідна школяреві. А для того щоб навчити хлопців орієнтуватися в складному потоці нової інформації, вчителі математики повинні самі опанувати мережевими і програмними ресурсами. В останні роки педагоги створили безліч цікавих методичних розробок, що дозволяють використовувати комп'ютери та Інтернет-ресурси на уроках математики. [22]

## **1.2. Особливості вивчення математики в профільній школі**

Профільна освіта - це вид диференційованого навчання.

Дивлячись на самовизначення старшокласників, на їхнє професійне бажання у виборі майбутньої галузі в професії, створюються умови завдяки саме диференційованого навчання. Профільна освіта потрібна учням, в яких є здібності до окремих предметів та бажання цілеспрямовано вивчати той чи інший конкретний курс. На вибір профілю впливає багато різних факторів. Враховуються не лише інтереси школярів та їх батьків, а також кадрові, матеріально-технічні, інформаційні ресурси школи, крім того, ринок праці теж впливає на вибір напрямку.

Крім профільної, в школі існує ще допрофільна освіта. Факультативи, предметні гуртки, наукові шкільні товариства учнів, Мала академія, предметні олімпіади, тощо – це все допрофільне навчання. Крім того, існують курси за вибором. Вони розширюють знання шкільних навчальних предметів, знайомлять учнів із світом сучасних професій, вчать оцінювати свої можливості. Все це дає

зможуть більш глибокого вивчення окремих шкільних предметів, яких може бути декілька.

У виборі профілю учню повинна допомогти допрофільна підготовка, яка може бути реалізована в 9-му класі. Базовий мінімальний обсяг допрофільної підготовки слід визначити приблизно в 100 годин. Велику частину часу, дві третини (2 год на тиждень), потрібно виділити на спеціально організовані короткострокові (від декількох тижнів до півроку) курси за вибором.

Зміст, форма організації цих курсів повинні бути орієнтовані не тільки на розширення знань учня з того чи іншого предмету, але, перш за все, на самовизначення учня щодо профілю навчання у старшій школі. Третина обсягу допрофільної підготовки (приблизно 30-35 год в рік) пропонується виділити на інформаційну роботу: знайомство з місцевими установами можливого продовження освіти після 9-го класу, заходи профорієнтаційного характеру; анкетування і консультування десятикласників. [34]

Основна функція курсів за вибором - профорієнтаційна. У зв'язку з цим, число таких курсів має бути значним, за можливістю. Вони повинні носити короткостроковий характер, бути як навчальними модулями. Курси за вибором необхідно вводити поступово.

Одноразове введення цілого спектра різноманітних курсів за вибором може поставити учня перед важкою задачею. Необхідна цілеспрямована, випереджальна робота з освоєння учнем самого механізму прийняття рішення, освоєння "поля можливостей і відповідальності".

Впродовж 3 років в профільній школі вони вивчатимуть обрані ними певні дисципліни на поглибленому рівні і паралельно інші предмети, обов'язкові для всіх, але на базовому рівні. Саме дитина зможе обирати конкретні предмети, а не вчити те, що обрала школа. Такий підхід дозволить учням якісно підготуватись до вступу в

університет за тим напрямом, який подобається, або ж здобути свій перший фах. Та головне – дозволить краще розуміти, чим ця дитина хоче займатися в майбутньому.

Проблеми впровадження профільного навчання в Україні досліджували І. Акуленко, Н. Бібік, Б. Біляк, Л. Липова, І. Лікарчук, С. Максименко, В. Малишев, П. Сікорський, З. Слєпкань та ін., в Росії – І. Ареф'єв, Є. Аршанський, М. Афоніна, І. Бурцева, Т. Галкіна, Д. Єрмаков, О. Жукова, Н. Кленова, Г. Лисичкін, А. Тряпїцина та ін.

Основними напрямками профілізації є наступні:

- природничо-математичний;
- соціально-економічне;
- гуманітарний;
- технологічне (спеціалізація - інформаційні технології).
- Можливо існування і універсального профілю.

Основні цілі переходу до профільного навчання такі:

- забезпечити поглиблене вивчення окремих предметів програми повної загальної освіти;
- створити умови для істотної диференціації змісту навчання старшокласників з широкими і гнучкими можливостями побудови школярами індивідуальних освітніх програм;
- сприяти встановленню рівного доступу до повноцінної освіти різним категоріям учнів відповідно до їх здібностей, індивідуальними схильностями і потребами;
- розширити можливості соціалізації учнів, забезпечити наступність між загальним і професійною освітою, більш ефективно підготувати випускників школи до освоєння програм вищої професійної освіти. [21]

Профільних предметів має бути не більше двох-трьох з однієї або споріднених освітніх галузей (фізика, математика і інформатика, хімія і

технології, біологія і екологія тощо). Також може інтегруватися зміст окремих навчальних предметів. Так, у профілях фізико-математичного або технологічного спрямування може вивчатися інтегрований курс «Суспільствознавство», а в профілях суспільно-гуманітарного, художньо-естетичного і спортивного напрямів – «Біологія».

У старшій школі вивчення математики диференціюється за трьома рівнями: рівнем стандарту, академічним і профільним. Кожному з них відповідає окрема навчальна програма:

- програма рівня стандарту визначає зміст вивчення предмета, спрямований на закінчення формування в учнів уявлення про математику як частину загальної культури. При цьому не обов'язково, що випускники школи в майбутньому продовжать вивчати математику або професійна діяльність буде з нею пов'язана.
- Програма академічного рівня визначає ширший зміст і, у порівнянні з рівнем стандарту, більш вищі вимоги до його засвоєння. Вивчення математики на академічному рівні необхідна тоді, коли вона тісно пов'язана з профільними предметами та забезпечує їх ефективне засвоєння. Для старшокласників, які не визначили свій напрям спеціалізації, математична підготовка здійснюється за цією програмою.
- Програма профільного рівня передбачає поглиблене вивчення предмета, яке спрямоване на галузь майбутньої професії, яка, в свою чергу, безпосередньо пов'язана з математикою. [16]

Математика в класах суспільно-гуманітарного профілю навчання вивчається за програмою з математики для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів на рівні „Стандарт”, передбачає як роздільне вивчення геометрії та алгебри і початків аналізу, так і суміжне, тобто інтегрованого курсу „Математика”. З метою запобігання великих перерв

у суміжному вивченні курсів „Геометрія” та „Алгебра і початки аналізу” та наступності вивчення цих предметів вважаємо доцільним роздільне вивчення цих курсів.

### **1.3. Особливості вивчення математики в класах математичного профіля**

Навчання математики на профільному рівні спрямоване, перш за все, на формування у старшокласників основ математичної діяльності, поглиблене засвоєння предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями.

Особливості організації навчання математики в старшій школі на профільному рівні (в класах математичного та фізико-математичного профілів). Загальна мета профільного навчання математики полягає у забезпеченні загальноосвітньої математичної підготовки учнів, необхідної для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, її соціалізації, і достатньої для успішного вивчення суміжних навчальних (в першу чергу, природничих) предметів, продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями, безпосередньо пов'язаними з математикою, або за спеціальностями, де математика відіграє роль апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів.

Навчання математики на поглибленому рівні розраховане на збільшення навчального часу: до годин інваріантної складової, додаються години варіативної складової. Отже на алгебру та початки аналізу виділяється не менше 5 годин на тиждень, на геометрію – 3 годин на тиждень. Решта годин варіативної складової навчального плану використовується на вивчення курсів за вибором, факультативів тощо. Складові частини поглибленого вивчення математики включені органічно до загальноосвітнього курсу як його поглиблення,

розширення і застосування набутих в основному курсі знань до більшого кола задач, а також розширене вивчення властивостей об'єктів, що вивчаються в основному курсі. Розглядаються додаткові методи для розв'язування задач на базі теоретичного матеріалу, поданого в основному курсі та деякі окремі теми, що не включено в основний курс. Профільне навчання математики включає поглиблену, у порівнянні з академічним рівнем, підготовку учнів з математики в поєднанні з вивченням усіх природничих предметів, міжпредметну інтеграцію на основі застосування математичних методів. При цьому, математична та природничо-наукова підготовка в профільних математичних і фізико-математичних класах має бути орієнтована як на обов'язкове засвоєння учнями конкретних знань, так і на формування умінь моделювання реальних процесів. Необхідно також враховувати, що при формуванні компетентностей в галузі природничих наук, частина загальнонаукових, загальнонавчальних та соціально-особистісних компетентностей формується за участі гуманітарних та соціально-економічних дисциплін.

[16]

Вивчення математики на профільному рівні середньої (повної) загальної освіти спрямовано на досягнення наступних цілей:

- Формування уявлень про ідеї і методиках математики, про математику, як універсальну мову науки, засобі моделювання явищ і процесів;
- Оволодіння мовою математики в усній та письмовій формі, математичними знаннями і вміннями, необхідними для вивчення шкільних природничо-наукових дисциплін, продовження освіти та освоєння обраної спеціальності на сучасному рівні;
- Розвиток логічного мислення, алгоритмічної культури, просторової уяви, математичного мислення і інтуїції, творчих здібностей, необхідних для продовження освіти і для самостійної

діяльності в області математики і її додатків в майбутній професійній діяльності;

- Виховання засобами математики культури особистості через знайомство з історією розвитку математики, еволюцією математичних ідей, розуміння значущості математики для науково-технічного прогресу.

#### **1.4. Мета навчання змістової лінії**

Метою навчання змістової лінії є систематичне навчання властивостей геометричних фігур у просторі, розвиток просторової уяви, засвоєння учнями способів і методів обчислення геометричних величин і подальший розвиток логічного та критичного мислення.

Для досягнення мети, виділяємо такі завдання навчання змістової лінії:

1. Створення в учнів уявлення про те, що величина – це загальна властивість певного класу об'єкту, їхніх станів або процесів, що в них відбуваються.
2. Звернути увагу учнів на те, що вимірюються не об'єкти, а величини.
3. Використання порівнянь між вимірюванням об'ємів плоских фігур і площ, що сприятиме кращому засвоєнню навчального матеріалу учнями.
4. Навчити учнів методу розбиття, який має велике практичне значення у вивченні ліній геометричних величин.
5. Ознайомлення з ідеєю розгортки.
6. Формування у учнів умінь працювати з формулами (розуміти змістове значення кожного елемента формули; знаходити їх числове значення при заданих значеннях змінних; виражати одну зміну через інші, тощо)

7. Формування вміння вимірювати геометричні величини на площині та в просторі, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходити кількісні характеристики фігур (довжини, площі, об'єми).
8. Формування вміння використовувати поняття рівноскладеності і доповнення до фігури, формула площі або об'єму, якої відома.
9. Узагальнення вміння переходити від одних одиниць до інших, оскільки ці вміння використовуються у вивченні інших предметів.
10. Узагальнення знання учнів про одиниці вимірювання довжини, площ, об'єму. [29]

### **1.5. Загальне поняття «величина»**

Через означення, систему аксіом або описання суттєвих ознак, зміст поняття «величина» в сучасній науці не піддається розкриттю. Проте непрямому означенню через систему аксіом піддаються лише окремі класи величин (зокрема скалярні величини, векторні).

Колмогоров перший запропонував означення скалярної величини через систему аксіом. Деяку множину, він розумів під системою скалярних величин, яка задовольняла сформульованим ним десяти аксіом.

Геометрія часто цікавиться не тільки властивостями самих просторових форм, а й тими геометричними величинами, які органічно пов'язані з цими просторовими формами.

У систематичному курсі геометрії ми маємо справу з такими геометричними величинами:

1. Величина лінії: довжина відрізка прямої лінії (залежно від положення відрізка в просторі величині його дають назви: довжина, ширина, висота, глибина тощо), довжина кола або дуги;
2. Величина кута (плоского, двогранного);



3. Площа певної плоскої фігури або величина поверхні;
4. Об'єм певного тіла.

В елементарному курсі геометрії кожна з цих величин завжди пов'язується з певною геометричною формою: ми досліджуємо не площу взагалі, а площу певної фігури – трикутника, ромба, круга; не об'єм або поверхню взагалі, а об'єм і поверхню циліндра, піраміди, кулі тощо.[1]

Геометрія, шукаючи зв'язок між геометричними величинами, користується двома основними способами.

При першому способі операції над певними значеннями геометричних величин виконуються суто «геометричними» прийомами так, як робив це Евклід. Наприклад, дії виконуються безпосередньо над кількома відрізками прямих ліній суто геометричним шляхом; безпосередньо будується кут, що дорівнює сумі або різниці двох даних кутів; геометричними побудовами перетворюється одна фігура в другу фігуру, їй рівновелику, тощо (задачі на побудову).

Другий спосіб оперування геометричними величинами є спосіб «арифметичний». При цьому способі ми стараємось знайти метричні співвідношення не між самими геометричними величинами, а між числами, одержаними після вимірювання цих величин відповідними одиницями. А це дає змогу широко використовувати в геометрії весь наш арифметичний та алгебраїчний апарат. Цей другий спосіб базується на однозначному взаємному співвідношенні між певною сукупністю геометричних величин та сукупністю відповідних чисел. Дуже вдале з'ясування цього способу «арифметизації» геометрії знаходимо ми у Лежандра, який один із перших почав широко застосовувати в своєму курсі геометрії арифметичний і алгебраїчний апарат. [26]

Отже, для вживання цієї «арифметизації» геометричних величин треба насамперед навчитись вимірювати всі ці геометричні величини, що є одним з основних завдань під час вивчення геометричних величин.

Процес вимірювання геометричних величин можна провадити безпосередньо, підраховуючи, скільки разів міститься одиниця вимірювання довжини, кута, площі або об'єму в тій величині, яку ми вимірюємо. Цей спосіб безпосереднього вимірювання вживається переважно в пропедевтичних курсах геометрії. [3]

Систематичний же курс геометрії цікавиться посередніми способами вимірювання та порівняння геометричних величин, намагаючись знайти метричне співвідношення між геометричними величинами, пов'язавши функціонально залежністю невідому нам величину з тими геометричними величинами, вимірювати які ми вже вміємо. Ця залежність позначається найчастіше у вигляді певної алгебраїчної рівності (формули).

У зв'язку з цим треба розрізнати три поняття.

Поняття перше: «геометрична величина» як така, наприклад: «довжина, об'єм, площа» тощо.

Поняття друге: «певне значення тієї чи іншої величини», наприклад, дається задача: побудувати з допомогою циркуля і лінійки трикутник, в якого три сторони відповідно дорівнюють трьом даним відрізкам. В цій задачі ми маємо справу з певними значеннями відрізків.

Нарешті, поняття третє: «числове значення величини». Тут ми маємо справу не з самою величиною і не з її геометричним образом, а з числом одиниць, яке дістаємо після вимірювання певного відрізка, кута, об'єму. [10]

## **1.6. Місце величин в шкільному курсі математики в профільній школі**

Вперше з поняттям величини та їх вимірювання учні зустрічаються ще в дошкільний період: їх уявлення про величину, саме як про просторову ознаку, формується шляхом накладання предметів один

на одного, прикладанням їх, що також формує навички порівнювати предмети за їх розміром, об'єднувати дані предмети за певною ознакою (за об'ємом, за довжиною та ін.), саме так розвивається окомір дитини, формуються початкові уявлення про вимірювання різних величин. [25]

Тема «Величини та їх вимірювання» у шкільному курсі вивчається концентрично.

В 1-4 класах (перший концентр) за допомогою наочної основи в учнів повинні сформуватися поняття довжини, маси, площі, вартості, часу, швидкості. Також в даний період учитель вводить одиниці величини та одиниці виміру цих же величин, розглядає сформовану залежність між величинами. Наприклад, шлях, швидкість, час; ціна, кількість, вартість; площа та довжина сторін. Отримані знання учні застосовують до розв'язання текстових задач, практично вимірюють довжини ламаних та відрізків у різних одиницях виміру (сантиметрах, міліметрах, дециметрах), а також обчислюють периметр та площу геометричних фігур, таких як прямокутник, квадрат, за виміряною довжиною. Крім цього ще вивчаються різні одиниці площі, такі як квадратний сантиметр, квадратний метр, квадратний дециметр та ін.. Учні розв'язують в остатній кількості вправи на визначення площ різних фігур шляхом підрахунку. І вже в 4 класі учні знайомляться зі співвідношенням між одиницями величин [4].

Вже після закінчення початкової школи учні повинні вміти: вимірювати довжину ламаної та відрізка; обчислювати площу та периметр прямокутника, багатокутника (за допомогою палетки); будувати відрізок, ламану заданої довжини; знати: одиниці найважливіших величин, їх назву та позначення – довжина (мм, см, дм, м, км), площа ( $\text{см}^2$ ,  $\text{дм}^2$ ,  $\text{м}^2$ ), маса (кг, г, ц, т), час (с, хв, год), швидкість (км/год, м/с). [36]

Набуті знання в початковій школі з теми «Величини, їх вимірювання та обчислення» в 5-6 класах не тільки повторюються, а й

розширюються. Учні ознайомлюються з новими величинами: градусна міра кута та об'єм прямокутного паралелепіпеда. За програмою учні 5-6 класів повинні вміти будувати відрізки, кути (за вже заданою градусною мірою) та виконувати найпростіші вимірювання.

Наступний концентр щодо вивчення, вимірювання та обчислення величин проходить в два етапи.

У 7-9 класах (перший етап) учні продовжують вивчати геометричні величини, проте вже на дедуктивній основі: вводяться початкові поняття «градусна міра кута», «довжина відрізка» та аксіоми, які розкривають властивості цих понять. Вже у 9 класі учні вивчають площі круга та багатокутників, довжину кола. Вводяться різні формули для обчислення площ простих фігур (прямокутник, трикутник, паралелограм, ромб, трапеція), також учні ознайомлюються з основними властивостями цих фігур. Обґрунтування формул площі спирається на такі поняття: різноскладеність та доповнення до фігури, формулу площі якої вже відомо. Також важливо підкреслити, що кожна фігура має величину, яка визначена в певних одиницях вимірювання.

В 10-11 класах реалізується другий етап концентру. В курсі стереометрії учні починають вивчати питання вимірювання об'єму та площі поверхні геометричного тіла. Аналогічно, як і до вивчення геометричних величин у планіметрії, сформульовано вимоги програми до вивчення величин у стереометрії. Вимірювання двогранних кутів, кутів між прямою і площиною, кутів між прямими у просторі зводиться до вимірювання плоских кутів. У певної частини учнів є труднощі з побудовою лінійного кута певного двогранного кута, саме тоді коли даний кут задано в задачах, що пов'язані з многогранниками. [27]

Що стосується знаходження площі поверхні геометричного тіла, то з цим завданням в учнів не виникає труднощів, так як дані задачі зводяться до обчислення площ багатокутників.

Також не виникає проблем з обчисленням площ поверхонь конуса та циліндра. Спочатку дані площі обчислюються за допомогою розгортки. Проте обчислення площі поверхні сфери являється дещо складнішим для учнів.

Тема «Перпендикулярність прямих та площин у просторі» у стереометрії являється фундаментальною для вимірювань.

Також важливо приділити увагу формуванню таких понять, як двогранний кут, як геометрична фігура; кут, як міра розміщення прямих та площин; загальне поняття відстані. [15]

Під час вивчення теми «Об'єми та площі геометричних тіл» важливо розглянути різні методи обчислення площ поверхонь та об'ємів геометричних фігур. Обов'язково потрібно розглянути метод розбиття, так як саме цей метод має велике практичне значення.

Не буде зайвим використовувати аналогії під час вимірювання площ плоских фігур та об'ємів, саме це сприяє кращому засвоєнню навчального матеріалу учнями. [12]

### 1.7 Вимоги до математичної підготовки учні

Державні вимоги до рівня профільної підготовки учнів з тем геометрії, пов'язаних із геометричними величинами, наведено в Таблиці 1.1

*Таблиця 1.1*

10 клас	Учні десятого класу повинні розв'язувати задачі на знаходження відстаней та кутів в просторі, зокрема практичного змісту; застосовувати відношення між прямими і площинами у просторі, відстані і кути у просторі до опису об'єктів навколишнього світу; формулювати означення кута між прямими, прямою і площиною, площинами.
---------	--

11 клас	У одинадцятому класі учні повинні записувати формули для обчислення площі бічної та повної поверхонь призми та піраміди; обчислювати величини основних елементів многогранників; застосовувати вивчені означення, властивості та формули до розв'язування задач, у тому числі прикладного змісту; формулювати та пояснювати формули для обчислення об'ємів паралелепіпеда, призми, піраміди, циліндра, конуса, кулі, площ бічної та повної поверхонь циліндра, конуса, площі сфери; розв'язувати задачі на обчислення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл. [27]
---------	---

### 1.8. Сучасні основи профільного курсу математики

**Логіко-математичний аналіз змісту теми.** Перш за все, з урахуванням специфіки аксіоматичного методу логічний аналіз теми зводиться до встановлення логічної організації навчального матеріалу в ній. Три можливі способи логічної організації матеріалу: на змістовній основі, дедуктивний підхід до побудови курсу, побудова на дедуктивній основі.

Встановивши логічну організацію навчального матеріалу в темі, необхідно з'ясувати, які твердження доводяться, які вводяться як ілюстровані факти, який рівень логічної строгості доказів, який метод використовується для доказу, які нові теоретичні твердження вводяться при вирішенні математичних завдань. [23]

Математичний аналіз зводиться до з'ясування основної математичної ідеї теми, до з'ясування математичних обґрунтувань виконуваних перетворень, досліджень, доказів, до осмислення застосовуються в темі математичних методів і прийомів.

Результатом виконання логіко-математичного аналізу буде визначення «ядерного» матеріалу, логічної строгості його вивчення і

математичних методів і прийомів вивчення цього матеріалу. Приклади різних прийомів логіко-математичного аналізу основних компонентів навчального матеріалу: визначень, теорем, алгоритмів, математичних методів і математичних задач.

Ними можна скористатися і при аналізі тем. Крім того, вузівські курси математики спрямовані на надання допомоги в розкритті трактувань тем шкільного курсу математики. Навчальні посібники з курсу методики викладання математики містять матеріал, на основі якого можливо виконувати логіко-математичний аналіз тем.

На основі логіко-математичного аналізу теоретичного матеріалу теми виконується аналіз математичних задач. [19]

При аналізі математичних задач теми необхідно отримати відповідь на ряд основних питань:

1. Яка кількість завдань сприяє розкриттю, конкретизації, поглиблення «ядерного» матеріалу теми?
2. Як згруповані завдання відповідно до «ядерним» матеріалом теми (чи завдання, що відповідають одному питанню, зібрані в одну групу або перемежуються завданнями на повторення)?
3. Об'єднавши завдання в групи тільки з метою аналізу, якщо цього немає в підручнику, можна назвати кілька завдань, «представників» групи, на вирішенні яких має бути зосереджена увага в класі з подальшим закріпленням прийомів методів вирішення таких завдань?
4. Як пов'язані групи завдань, спрямованих на вивчення «ядерного» матеріалу, з завданнями з обов'язкових результатів навчання по темі?
5. Чи є в загальному наборі завдань завдання на здійснення пошуку рішення, тобто завдання як засіб формування математичної діяльності на шкільному рівні? Скільки таких завдань? Чи достатньо їх для досягнення поставлених цілей?

6. Чи є математичні задачі, що показують додаток досліджуваних питань в раніше вивчених темах математики та інших дисциплін?
7. Чи є завдання, з огляду на вік учнів, які вивчають тему, на основі яких можна створювати позитивну мотивацію навчання (цікаві, з нестандартною фабулою, проблемні і т.п.)?

Результатом аналізу математичних задач буде в кожній темі своя типологія; основні завдання, які необхідно вирішувати в класі; методичне ставлення до решти завдань.[17]

**Постановка основних навчальних задач.** Навчальна задача включає в себе результат (в узагальненому вигляді) і дії, які до нього ведуть. Тому в ході логіко-дидактичного аналізу теми необхідно сформулювати основні теоретичні результати вивчення теми, з огляду на їх рівень узагальненості. Причому теоретичні результати найменше включають в себе знання окремих конкретних фактів як об'єктів, на засвоєння яких спрямовані зусилля учнів, а в значній мірі - типи (види) визначень з їх логічними структурами, типи теорем, специфіку методів і прийомів, типологію математичних задач.

Це перша особливість постановки навчальних задач.

Так як для досягнення зазначених результатів необхідно відібрати адекватні навчально-пізнавальні дії, то другою суттєвою особливістю постановки навчальних задач при вивченні теми буде відбір і визначення прийомів виконання навчальних дій.

Зазвичай для навчання конкретним темам ставиться дві-три загальні навчальні задачі. При плануванні уроків з вивчення теми ці навчальні задачі конкретизуються, виділяються підзадачі, вирішення яких в цілому дозволяють вирішити і загальну навчальну задачу. У конкретних темах на основі поставленої мети і виконаного логіко-математичного аналізу їх змісту будуть показані приклади постановки навчальних задач.[31]



**Відбір основних засобів і методів навчання.** Коли поставлена навчальна задача, то вибір засобів і методів навчання значною мірою зумовлений. Дії рішення навчальної завдання входять в її постановку. Специфіка формування цих дій залежить від їх операційного складу, від рівня підготовки класу в попередньому навчанні, від тих коштів, якими володіє школа (ТЗН, ЕОМ, таблиці, дидактичні матеріали, зошити з друкованою основою, магнітна дошка і т.п.), від особистих умінь і здібностей вчителя.

Тому вирішувати питання відбору засобів навчання можна тільки варіативно з урахуванням об'єктивних можливостей матеріалу. Все інше буде уточнюватися в конкретній школі, класі і у конкретного вчителя.

Дещо по-іншому вирішується питання про вибір прийомів і методів навчання. Учитель повинен залежно від змісту навчального матеріалу варіювати методи як за джерелами навчання, так і з обліку видів діяльності учнів. Під час вивчення теми учні можуть і з підручником попрацювати, можуть і послухати пояснення вчителя або товариша. Одні теми краще вивчати алгоритмічними методами, в інших більше питома вага дослідницьких методів.

Остаточну відповідь на це питання теж може дати тільки аналіз конкретної теми. [20]

## РОЗДІЛ 2

### ВИВЧЕННЯ ВЕЛИЧИН В КЛАСАХ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОФІЛЮ

#### 2.1. Вивчення довжин у просторі

Навчання геометрії у десятому класі завершується темою «Перпендикулярність прямих і площин у просторі», у якій закладається основа для вимірювань у стереометрії. Особливу увагу треба звернути на формування таких фундаментальних понять, як загальне поняття відстані, поняття кута як міри розміщення прямих і площин та двогранного кута як геометричної фігури. Із введенням відношення перпендикулярності прямих і площин, перпендикулярності площин, а також відстаней і кутів моделюючи можливості курсу стереометрії значно зростають.

В темах «Паралельність прямих і площин» і «Перпендикулярність прямих і площин» багато дрібних теорем і наслідків з них, тому необхідно допомогти учням розібратись в різноманітті тверджень та найважливіші виділити. На перших етапах вивчення цих тем було б корисно зробити їх загальний огляд. [28]

– Далі вивчатимемо різні розміщення у просторі прямих і площин. Також розглянемо як будуть взаємно розміщені пряма з прямою, пряма з площиною, площина з площиною. Всі вони можуть бути паралельними, перпендикулярними або ні паралельними, ні перпендикулярними. Всі такі способи розміщень можна звести в таблицю (Таблиця 2.1).

*Таблиця 2.1*

Геометричні об'єкти	Взаємне положення		
	Паралельні	Перпендикулярні	Інші
Пряма і пряма			

Пряма і площина			
Площина і площина			

Ми повинні заповнити всі клітинки даної таблиці. Для кожної необхідно сформулювати відповідне означення і довести ознаку. Цьому можна присвятити приблизно 30 уроків. [37]

Такий схематичний метод огляду всієї теми сконцентровує увагу учнів, допомагає краще засвоїти дані великі теми.

Послідовність заповнення цих клітин може бути різною. В одних посібниках розглядають спочатку тему «Паралельність прямих і площин», а потім – «Перпендикулярність прямих і площин». Якщо обрана така послідовність, то значно легше працювати з доведенням цих теорем, але не все гаразд з розв'язуванням задач. Приблизно 12-15 перших уроків, на яких розглядається тема паралельності, не розв'язуються змістовні задачі на обчислення, тому що не дозволяє обсяг теорії. В інших посібниках спочатку вивчається перпендикулярність прямих і площин, тому досить складно працювати з доведенням теорем, але з перших уроків можна розв'язувати хороші та цікаві задачі всіх видів. [18]

Треба звернути увагу учнів, на етапі закінчення вивчення і при повторенні тем про паралельність та перпендикулярність прямих та площин, на наявність багатьох аналогій та відмінностей між теоремами про паралельність та перпендикулярність. Можна зупинитися більш детально на порівнянні висновків про паралельність та перпендикулярність прямих і площин. Наприклад, як за схемою в таблиці 2.2. Така таблиця зможе допомогти учням закріпити знання про основні відмінності між перпендикулярністю та паралельністю.

Таблиця 2.2

Паралельність	Перпендикулярність
1) Через дану точку можна провести безліч прямих, паралельних даній площині	1) Через дану точку можна провести лише одну пряму, перпендикулярну до даної площини
2) Через дану точку можна провести лише одну площину, паралельну даній площині	2) Через дану точку можна провести безліч площин, перпендикулярних до даної площини
3) Прямі, паралельні одній й тій самій площині, взагалі не паралельні	3) Прямі, перпендикулярні до однієї площини, паралельні між собою.
4) Площини, паралельні одній й тій самій прямій, взагалі не паралельні	4) Площини, перпендикулярні до однієї прямої, паралельні
5) Площини, паралельні одній й тій самій площині, завжди паралельні	5) Площини, перпендикулярні до однієї і тій самої площини, взагалі не паралельні
6) Через дану точку можна провести безліч площин, паралельних даній прямій	6) Через дану точку можна провести лише одну площину, перпендикулярну до даної прямої
7) Пряма, паралельна площині, не паралельна усякій прямій на цій площині	7) Пряма, перпендикулярна до площини, перпендикулярна до всякої прямої на цій площині [38]

## 2.2. Вивчення міри багатограних кутів.

Вимірювання двограних кутів, кутів між прямими в просторі, прямою і площиною фактично зводиться до обчислення плоских кутів.

Побудова лінійного кута даного двогранного, який заданий в задачах з багатогранниками, дається складно для частини учнів. Застосування теореми про три перпендикуляра пов'язане із обґрунтуванням цієї побудови. Тому обов'язково необхідно розглянути вправи, які пов'язані з побудовою лінійного кута даного двогранного. Вимірювання двогранних кутів зводиться до вимірювання кутів між променями, здійснити яке можна завдяки додатковим побудовам. Перш за все, потребується з'ясувати та показати учням, що таке двогранний кут. Після цього, можна дати учням прочитати параграф за темою у підручнику та відповісти на запитання:

1. Якщо звернути увагу на предмети, які знаходяться довкола, чи можна привести приклади двогранного кута?
2. Дайте означення двогранного кута та його елементів.
3. Як визначити величину двогранного кута?
4. Чи залежить від положення вершини лінійного кута на його ребрі величина двогранного кута? Як можна довести цей факт?
5. Яким по величині може бути двогранний кут? (Якщо градусну міру двогранного кута позначити  $\alpha$ , тоді  $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ).
6. Зобразіть приклади прямого, гострого та тупого двогранного кута.
7. На моделі куба покажіть двогранні та тригранні кути.
8. Усередині двогранного кута взято точку. Чи може відстань від цієї точки до ребра двогранного кута дорівнювати відстані цієї самої точки до будь-якої з його граней?
9. Всі плоскі кути у тригранному куті – прямі. Чи будуть прямими всі двогранні кути цього кута?
10. Сформулюйте означення багатогранного кута.

Необхідно звернути увагу учнів на те, що сума градусних мір плоских кутів опуклого багатогранного кута менша за  $360^\circ$ .

В теорії стереометрії «двогранним кутом» називають: 1) фігуру, утворену двома півплощинами із спільною їх межею, 2) об'єднання такої фігури і однієї з частин простору, обмежених нею. В шкільних підручниках автори дотримуються одного тлумачення. Буде значно краще учням пояснити так, як прийнято в науці.

Також труднощі у багатьох учнів виникають при виборі кута між похилою і площиною, якщо кут нестандартно розміщений. [40]

### 2.3. Вивчення площ поверхонь тіл

Питання про площі поверхонь многогранників порівняно нескладне, визначення площі поверхні будь-якого многогранника зводиться до обчислення суми площ кількох багатокутників. Формули для визначення площ поверхонь циліндра і конуса можна виводити за допомогою розгорток цих тіл. Але формули для визначення площі сфери таким способом не виведеш.

Строга теорія площ кривих поверхонь досить складна. Раніше для сфери, бічної поверхні циліндра і конуса, як і для круга, пропонувались окремі означення. Це було незручно з методичного погляду і неправильно з наукового, бо формулюючи різні означення, діставали різні поняття. Із того, що їх називали схожими термінами «площа сфери», «площа бічної поверхні циліндра», «площа круга» і т.ін., не впливало, що їх можна додавати чи віднімати. А їх додавали, знаходячи, наприклад, площу повної поверхні циліндра чи конуса. Тому виникла потреба сформулювати загальне означення площі, якому б задовольняли і площі плоских фігур, і площі будь-яких кривих поверхонь. Таке означення і пропонують тепер старшокласникам.

Спочатку слід розглянути ситуацію, яка б підвела учнів до розуміння такого означення. Якщо на фарбування деякої поверхні  $F$  витрачено  $V_1$  літрів фарби, а на таке саме фарбування  $K$  площею  $1 \text{ м}^2$  витрачено  $V_2$  літрів фарби, то природно вважати, що площа поверхні  $F$  до площі  $K$  відноситься, як  $V_1$  до  $V_2$ . Тобто, площа поверхні  $F$  дорівнює  $\frac{V_1}{V_2} \text{ м}^2$ .

Після такого вступу можна формулювати і означення (рис.2.1).

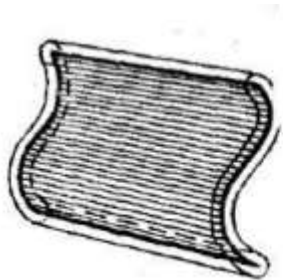


Рис. 2.1



Рис. 2.2

Нехай  $F$  – довільна поверхня, а  $V_h$  – об'єм тіла, що складається з усіх точок простору, які віддалені від  $F$  не далі, ніж на  $h$ . Тоді площею поверхні  $F$  називатимемо границю відношення  $\frac{V_h}{2h}$  при  $h \rightarrow 0$ . Тобто

$$S = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{V_h}{2h}.$$

Таке означення справді загальне. Йому задовольняють площі плоских фігур і різних кривих поверхонь. Правда, користуватись ним можна тільки після того, коли учні опрацюють тему про об'єми геометричних тіл.

Користуючись загальним означенням площі поверхні, виведемо формулу площі сфери радіуса  $R$ . Для такої поверхні (рис. 2.2):

$$V_h = \frac{4}{3}\pi(R+h)^3 - \frac{4}{3}\pi(R-h)^3 = \frac{4}{3}\pi(6R^2h + 2h^3) \quad .$$

Отже,

$$S = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{V_h}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} \pi(3R^2h + h^2) = 4\pi R^2.$$

Аналогічно можна вивести формули бічної поверхні циліндра і конуса. Але доведення формули бічної поверхні конусе доступне тільки сильнішим десятикласникам.[39]

## 2.4. Вивчення об'ємів

Учні з початкової школи обізнані з одиницями об'ємів і з вимірюванням об'ємів деяких тіл. Слід з ними потворити відомі їм одиниці об'ємів та їх співвідношення.

В основу вимірювання об'єму призми покладено вимірювання об'єму прямокутного паралелепіпеда.

Через те, що учні в початковій школі вимірювали об'єм прямокутного паралелепіпеда, то їм може здаватися зайвою та увага, яку вчитель повинен приділити цьому питанню. У зв'язку з цим, під час опрацювання процесу обчислення об'єму прямокутного паралелепіпеда, треба особливу увагу звернути на дослідження та узагальнення всіх можливих випадків щодо вимірювання прямокутного паралелепіпеда.

З учнями треба обов'язково розглянути обчислення об'єму прямокутного паралелепіпеда у трьох таких випадках:

1. Ребра визначені цілими числами;
2. Ребра визначені дробовими числами
3. Ребра визначені ірраціональними числами.

Перший випадок – ребра визначені цілими числами – є цілковитим повторенням того, що учні вже знають, але тут треба вимагати від учнів свідомого пояснення самого правила обчислення об'єму прямокутного паралелепіпеда. [41]

Учні повинні чітко пояснити, що 1) число кубічних одиниць, яке можна покласти в ряд уздовж основи, дорівнює числовому значенню довжини основи; 2) на основі таких рядів повторюється стільки, скільки відповідних лінійних одиниць має ширина основи; 3) таких шарів, як на



основі, можна вмістити у прямокутному паралелепіпеді стільки, скільки одиниць має висота паралелепіпеда. Треба підкреслити учням, що число кубічних одиниць, які вмістилися у прямокутному паралелепіпеді, дорівнює добуткові трьох чисел, які дістаємо після вимірювання його довжини, ширини й висоти, або добуткові числа квадратних одиниць, що вміщуються в площі його основи, на число лінійних одиниць, що вміщуються в його висоті. Учні повинні виразно усвідомити умовність твердження: «Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює добуткові трьох його вимірів або добуткові площі основи на висоту». [6]

### Об'єм піраміди.

**Метод вичерпування.** На рис.2.3 и 2.4 подано скляні моделі, що ілюструють виведення формули для обчислення об'єму піраміди методом вичерпування.

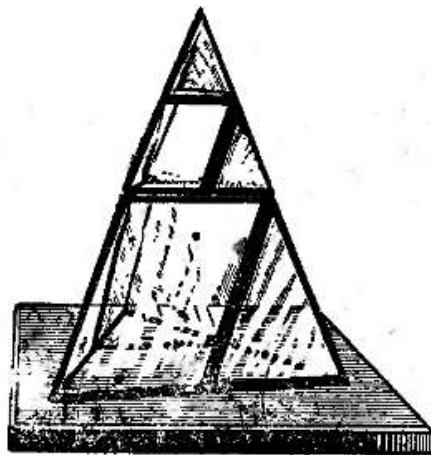


рис. 2.3

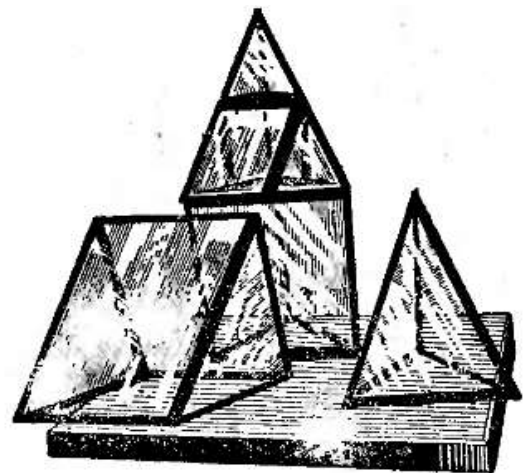


рис. 2.4

Проводимо (рис 2.5) через середину висоти  $H$  тригранної піраміди  $SABC$  переріз  $KLM$  паралельно основі  $ABC$  і другий переріз  $MM_1L_1L$  – паралельно ребру  $SA$  і  $MM_1N$  паралельно грані  $SAB$ . При цьому від основної піраміди відсікаються дві подібні до неї піраміди:  $SKLM$  та  $MM_1NC$ . Тіло, що залишилось, площиною  $MM_1L_1L$  розкладається на дві трикутні призми:  $KLMAL_1M_1$  та  $LL_1BNMM_1$ .

Отже, дана трикутна піраміда розкладається на дві трикутні піраміди і дві трикутні призми, причому елементарним шляхом можна довести, що останні дві призми рівновеликі. Об'єм даної піраміди дорівнює сумі об'ємів двох вилучених з неї призм і двох малих пірамід.

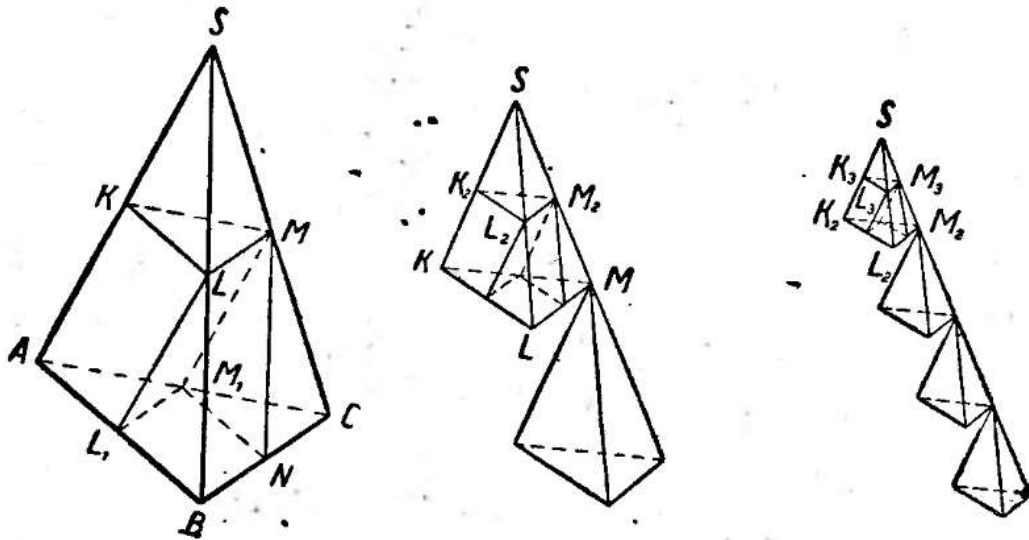


рис 2.5

**Обчислення об'єму піраміди за принципом Кавальєрі.** «Два тіла, основи яких лежать в одній площині і висоти яких рівні, рівновеликі, тобто мають рівні об'єми, якщо рівновеликі їх перерізи, проведені на однаковій висоті паралельно основі».

Застосовуючи принцип Кавальєрі до пірамід, можна легко переконатися, що піраміди, які мають рівновеликі основи і рівні висоти, рівновеликі.

Маємо кілька пірамід (рис 5). Площі їх основ ( $Q_1, Q_2, Q_3$ ) і висоти ( $H$ ) рівні. Вмістимо всі піраміди так, щоб площі їх основ лежали в одній площині  $P$ , а вершини – у площині  $P_1$ . Всяка площина  $P_2$ , паралельна площині  $P$ , буде проходити на однаковій віддалі  $h$  від вершин усіх пірамід, а тому всі площі перерізів піраміди площиною  $P_2$  будуть рівні, бо кожна з них дорівнює  $\frac{Qh^3}{H^2}$ .

Отже, всі ці піраміди, за принципом Кавальєрі, рівновеликі, що й треба було довести. [5]

**Вивід формули для обчислення об'єму піраміди, що ґрунтується на безпосередньому застосуванні теорії границь без допоміжної леми.** Візьмемо будь-яку піраміду, поділимо її висоту на  $n$  рівних частин і через всі точки поділу проведемо площини, паралельні основі. На одержаних перерізах піраміди, як на основах, побудуємо систему вхідних і вихідних призм. Для цього через вершини цих перерізів проведемо прямі, паралельно одному з ребер піраміди, продовжимо відповідні прямі до перетину з найближчими нижніми площинами і сполучимо ці точки перетину між собою. Таким чином дістанемо ряд вхідних призм, число яких дорівнює  $n - 1$ . Таким самим способом утворимо  $n$  вихідних призм. Очевидно, об'єм піраміди ( $V$ ) більший за суму об'ємів (рис. 2.6 і 2.7) усіх вхідних призм ( $V_1$ ), але менший за суму об'ємів усіх вихідних призм ( $V_2$ ):

$$V_1 < V < V_2 .$$

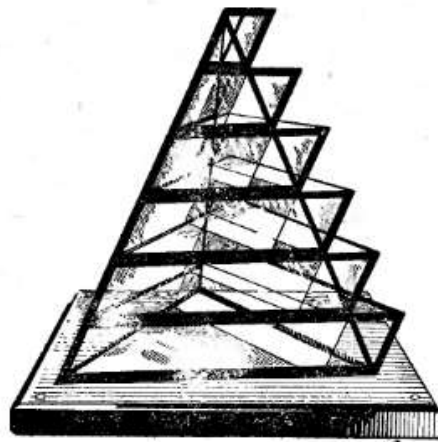


рис. 2.6

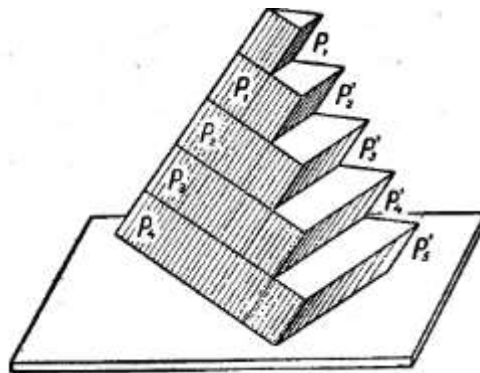


рис. 2.7

Якщо ми безмежно збільшуватимемо значення  $n$  (число поділок висоти), то величини  $V_1$  і  $V_2$  будуть змінними, але нерівність  $V_1 < V < V_2$  залишиться в силі.

Доведемо, що різниця  $V_2 - V_1$  при даних умовах нескінченно мала. Справді, кожна з вхідних призм має відповідно рівну за величиною вихідну призму, але одна з вихідних, а саме та, що побудована на основі нашої піраміди, рівної собі серед вхідних призм не має. А тому, різниця між сумою об'ємів усіх вихідних призм ( $V_2$ ) і сумою об'ємів усіх вхідних призм дорівнює саме об'ємові цієї останньої вихідної призми.

Об'єм цієї призми дорівнює  $S \cdot \frac{h}{n}$  ( $S$  – площа основи призми і нашої піраміди,  $h$  – висота піраміди). При безмежному зростанні  $n$  висота призми  $\frac{h}{n}$  стає величиною нескінченно малою, отже й добуток сталого  $S$  на  $\frac{h}{n}$  буде теж нескінченно малим, тобто різниця  $V_2 - V_1$  прямує до нуля. Різниці  $V - V_1$  і  $V - V_2$  за абсолютною величиною менші від різниці  $V_2 - V_1$ , а тому теж прямують до нуля.

Звідси робимо висновок, що об'єм піраміди  $V$  є границя суми об'ємів як вхідних призм ( $V_1$ ), так і вихідних ( $V_2$ ) при необмеженому збільшенні числа їх:

$$V = \lim V_1 ; \quad V = \lim V_2.$$

Отже, щоб знайти об'єм піраміди, досить знайти границю суми об'ємів вхідних чи вихідних призм. [32]

Обчислимо суму об'ємів вихідних призм (у цьому разі легше застосовувати формулу суми квадратів чисел натурального ряду, бо число вихідних призм є  $n$ , а вхідних  $n-1$ ). Відомо, що площі перерізів піраміди площинами, паралельними основі, відносяться між собою, як квадрати їх віддалей від вершин піраміди.

Перерізи, проведені в піраміді, віддалені від вершини відповідно на  $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}$ , висоти піраміди і площі їх відповідно дорівнюють  $\frac{1}{n^2}, \frac{4}{n^2}, \frac{9}{n^2}, \dots, \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$  площі основи піраміди, а тому виражаються так:

$$\frac{1}{n^2}S, \frac{4}{n^2}S, \frac{9}{n^2}S, \dots, \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 S; S.$$

Помножуючи кожен з цих величин на  $\frac{h}{n}$ , дістанемо об'єми всіх вихідних призм. Додавши всі ці добутки, дістанемо суму об'ємів усіх вихідних призм:

$$V_2 = \frac{h}{n} \left[ \frac{1}{n^2}S + \frac{4}{n^2}S + \frac{9}{n^2}S + \dots + \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 S + S \right];$$

$$V_2 = \frac{h}{n} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot S [1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2].$$

Вираз у дужках є сума квадратів чисел натурального ряду від 1 до n. Ця сума дорівнює:

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Підставляючи цей вираз у нашу формулу, дістанемо:

$$V_2 = \frac{h}{n} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot S \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6};$$

$$V_2 = \frac{Sh}{6} \left[ 1 + \frac{1}{n} \right] \left[ 2 + \frac{1}{n} \right]$$

Але:  $V = \lim_{n \rightarrow \infty} V_2$ , отже

$$V = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Sh}{6} \left[ 1 + \frac{1}{n} \right] \left[ 2 + \frac{1}{n} \right] = \frac{1}{3}Sh.$$

Об'єм піраміди дорівнює  $\frac{1}{3}$  добутку площі основи на висоту.

**Об'єм циліндра.** Хоч десятикласники і вивчають загальну теорему про об'єм тіла обертання, формулу для об'єму циліндра треба виводити незалежно від неї. Пояснювати учням можна так.

– Нехай маємо прямий круговий циліндр, радіус основи якого R, а висота H. Чому дорівнює його об'єм? Впишемо в даний циліндр правильну n-кутну призму і опишемо навколо цього n-кутну призму

(рис. 2.8). Нехай площі основ цих призм відрізняються від площі основи циліндра менш ніж на  $\varepsilon$ . Висоти кожної з призм, як і даного циліндра, дорівнюють  $H$ . Вписана призма міститься в циліндрі, тому її об'єм менший від шуканого об'єму  $V$  циліндра. Описана призма містить в собі циліндр, тому її об'єм більший від  $V$ :

$$H(\pi R^2 - \varepsilon) < V < H(\pi R^2 + \varepsilon),$$

Звідки

$$-H\varepsilon < V - \pi R^2 H < H\varepsilon.$$

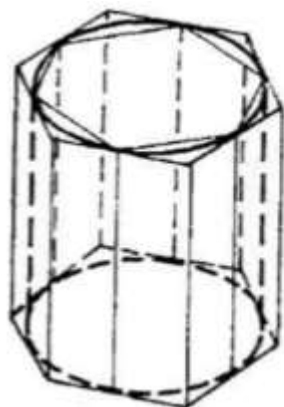


рис 2.8

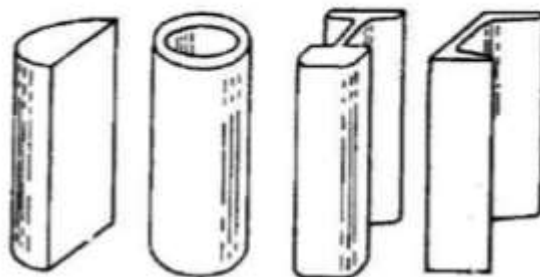


рис 2.9

При досить великих  $n$  число  $\varepsilon$  може стати як завгодно малим. Тому і різниця  $V - \pi R^2 H$  як завгодно мала. Але вона повинна мати цілком певне значення. Це можливо тільки тоді, коли  $V - \pi R^2 H = 0$ , звідки

$$V = \pi R^2 H.$$

Показавши учням, що об'єм циліндра, як і довільної призми, дорівнює добутку площі основи на висоту, корисно зауважити, що за формулою  $V = SH$  визначають об'єми півциліндра, труби, рейки, швелера (рис 2.9) та будь-якого іншого тіла, всі перпендикулярні перерізи якого рівні. Особливо корисно зробити таке зауваження учням профільного класу, бо майже всім із них доведеться неодноразово мати справу з подібними тілами.

Тільки після того, коли учні вмітнуть визначати об'єм циліндра, вони зможуть зрозуміти доведення загальної теореми про об'єм тіла обертання:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Знаючи цю теорему, формули для визначення об'ємів конкретних тіл обертання – конуса, кулі, зрізаного конуса – можна виводити порівняно просто. [10]

## **2.5. Контроль, оцінювання та корекція знань, умінь та навичок учнів**

Важливе місце в організації навчання математики займають уроки, присвячені аналізу результатів контролю навчальних досягнень учнів, підбиттю підсумків вивчення теми, тобто підсумкові уроки з теми.

Аналіз результатів тематичного або підсумкового контролю розуміють як особливий вид діяльності вчителя, спрямованої на вивчення педагогічного явища з метою побудови його моделі, з подальшим оцінюванням результатів, прогнозуванням майбутньої діяльності учнів. [43]

Головні завдання уроку аналізу результатів тематичного контролю:

1. Розгляд теоретичних питань, які погано засвоєні учнями.
2. Розбір задач, які не були розв'язані на контролюючих заходах, психологічне пояснення невдач.
3. Розбір задач, які отримали цікаве розв'язання на контрольній роботі.
4. Характеристика знань та вмінь учнів, обговорення прогалин в їхній підготовці.
5. Виконання коригувальних завдань на уроці.
6. Стимулювання навчально-пізнавальної діяльності школярів.

При підготовці уроку вчитель збирає та систематизує інформацію про результати контролюючих заходів. Для цього необхідно здійснити

поелементний аналіз завдань контрольної роботи, після перевірки контрольної роботи результати перевірки доцільно внести у таблицю (Таблиця 2.3)

Таблиця 2.3

№	Прізвище	1а	1б	2	3	4а	4б	5	6	7	8	9а	9б	10а	10б
1		+	+	-	-	+	+								
...															
	Усього														

У верхньому рядку знаками 1а, 1б позначені елементи, з яких складається перше завдання. Базуючись на цих даних, доцільно виділити групу учнів, які не припустилися зовсім або майже не припустилися помилок при виконанні контрольної роботи. Для цих учнів можна запропонувати завдання, що відображають ті самі види діяльності, які перевірялись на контрольній роботі, але є складнішими порівняно із завданнями контрольної роботи. Ці учні працюють самостійно, за необхідності звертаючись до вчителя. Вчитель час від часу перевіряє роботу учнів, надає їм у разі потреби необхідну допомогу. Для цих учнів урок, що розглядається, є прекрасною можливістю випробувати свої сили у розв'язуванні нових задач. Учні, які успішно виконали контрольну роботу, можуть залучатися до надання допомоги однокласникам.

Далі слід визначити, з якими видами діяльності не впоралась значна частина учнів. Коригувальна робота з цими завданнями буде організована фронтально, в ній беруть участь всі учні, крім першої групи. Потім поділяємо всіх інших учнів на групи залежно від допущених помилок. Завдання готуються для кожної групи окремо. [13]

Важливе місце на уроці відіграє аналіз причин труднощів, з якими зіткнулися учні. Вчитель ознайомлює з психологічними причинами труднощів. Доцільно звернути увагу на те, що труднощі є природними, їх зазнають всі люди, важливо тільки навчитися долати ці труднощі.



Наприклад, учень не використав повністю інформацію, яка містилась в умові задачі, не здійснив самоконтроль (це призвело до появи помилки, яку легко усунути), додав додаткові умови та ін.

Домашнє завдання кожному учню визначається залежно від помилок, допущених при виконанні контрольної роботи. Однак кожен має розв'язати ті завдання, в яких були помилки.[33]

## РОЗДІЛ 3

### ПЕДАГОГІЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ

Дослідно-експериментальна перевірка моделі уроків з використанням інтерактивних технологій.

На сучасному етапі інформатизації суспільства все більшого поширення в різноманітних сферах життя набувають комп'ютерні технології, вони виступають як один із інструментів пізнання. Тому однією із задач сучасної освіти є підготовка викладача, який вільно орієнтується у світовому інформаційному просторі, який має знання та навички щодо пошуку, обробки та зберігання інформації, використовуючи сучасні комп'ютерні технології. Цей напрямок вважається перспективним, адже в цілому освіта характеризується як велика система, якісне функціонування якої неможливе без використання сучасних телекомунікаційних і комп'ютерних засобів зберігання, опрацювання, передавання, подання інформації. [44]

Перевагою праці з Інтернетом є швидкість, маневреність, оперативність, можливість перегляду і прослуховування фрагментів і інші мультимедійні функції. [7]

Збільшення комп'ютерної техніки та подальше її вдосконалення поширює можливості викладачів використовувати комп'ютерні технології не тільки при вивченні інформатики, але й поєднанні викладання інших дисциплін із використанням комп'ютерної техніки. Новітні розробки в галузі інформаційних технологій змінюють спосіб їх застосування при вивченні різних дисциплін у процесі навчання. У Концепції інформатизації загальноосвітніх навчальних закладів, комп'ютеризації ПТНЗ зазначено, що інформатизація навчально-виховного процесу передбачає, у першу чергу, широке використання в

процесі вивчення профільних навчальних дисциплін комп'ютерно - орієнтованих засобів навчання на базі сучасних комп'ютерів і телекомунікаційних мереж. [8]

Нині відбувається активне впровадження в навчальний процес інтерактивних технологій, зокрема, мультимедіа та інтерактивних технологій. Застосування інтерактивних технологій у навчальному процесі дозволяє реалізувати ідеї індивідуалізації та диференціації навчання, що є основними завданнями сучасної системи освіти України. [9]

Метою експеримента є виявлення переваг уроків з використанням інтерактивних технологій перед уроками, які проводяться за традиційною схемою.

Для експерименту було поставлено такі завдання:

1. Визначити початковий рівень знань, вмінь та навичок учнів.
2. Розробити методику формування теоретичних знань і практичних умінь учнів на уроках стереометрії за допомогою інтерактивних технологій .
3. Визначити кінцевий рівень знань і вмінь учнів із інтерактивних технологій.
4. Визначити вплив упроваджених інтерактивних технологій в навчальний процес на рівень знань і вмінь учнів.

**Констатувальний етап.** Детальний аналіз психолого-педагогічної, методичної літератури шкільної практики з проблеми організації вивчення геометричних величин виявив протиріччя, які існують на шляху побудови наукообґрунтованої методичної системи вивчення геометричних величин, дозволить чітко сформулювати предмет, мету та завдання дослідження.

Отримані результати підтвердили існування проблеми у вивченні геометричних величин в класах математичного профілю в умовах постіндустріального суспільства та доцільності поєднання традиційних

методів вивчення геометричних величин та методів навчання з використанням новітньо-інформаційних технологій, окресли проблеми, які визначили завдання дослідження.

На цьому етапі ми використали такі методи дослідження: аналіз державних документів, нормативних документів МОН України, навчальних програм з математики для профільної школи, психолого-педагогічної та методичної літератури, шкільної практики передового педагогічного досвіду, спостереження за освітнім процесом в профільній школі, анкетування та бесіди зі здобувачами освіти та вчителями математики, використання НІТ навчання математики з урахуванням особливостей математичного профілю, підручників та посібників із геометрії для 10-11 класів математичного профілю, історію розвитку геометричних величин в педагогіці, математиці, методикі навчання математики.

Вчителі математики профільної школи відмічають, що останніми роками спостерігається зниження рівня геометричної підготовки випускників середньої школи, особливо з проблеми вивчення геометричних величин.

Важко стимулювати активізацію навчально-пізнавальної діяльності здобувачів освіти, забезпечити розвиток критичного мислення особистості при зниженні зацікавленості до навчання математики.

Одним із шляхів вирішення даної проблеми ми вбачаємо у ефективному запровадженні методичної системи вивчення геометричних величин, побудованої на використанні НІТ.

Це сприятиме розвитку просторової уяви, впливатиме на критичне мислення, забезпечить реалізацію особистісно-орієнтованого та компетентнісного підходів до навчання математики у профільній школі.

Опитування вчителів математики, публікації науковців, аналіз передового педагогічного досвіду, засвідчили, що впровадженню

наукообґрунтованої методичної системи вивчення геометричних величин заважає відсутність зацікавлення учнів у вивченні математики.

Аналіз проблеми переконливо показав на необхідність створення теоретичного обґрунтування та розробки методичної системи вивчення геометричних величин та відповідного навчально-методичного забезпечення.

**Пошуковий етап.** На даному етапі виконані такі завдання:

1. Розробка, обґрунтування дослідження, корегування та перевірка ефективності складових методичної системи вивчення геометричних величин.
2. Пошук організаційних форм, засобів та педагогічних технологій навчання, відбір таких, що сприятимуть ефективному формуванню знань, умінь та навичок учнів.
3. Розроблені експериментальні матеріали перевірялися на надійність, дієвість та можливість практичного застосування.
4. Обґрунтовувалися педагогічні умови функціонування пропонованої методичної системи вивчення геометричних величин.

Пошуковий етап експерименту дозволив розробити, відібрати й систематизувати експериментальні матеріали з урахуванням спрямування профілю класів, специфіки навчального матеріалу та психологічних особливостей учнів профільної школи.

Уточнювалися методичні рекомендації щодо впровадження системи задач на знаходження геометричних величин до навчально-пізнавальної діяльності здобувачів освіти. На цьому етапі ретельно проаналізувати отримані результати, внесені необхідні корективи до розробленої методичної системи вивчення геометричних величин, уточнено особливості побудови та змісту окремих складових методичної системи.

Третій **формувальний етап** експерименту спрямований на перевірку ефективності розробленої методичної системи «Навчання геометричних величин, їх вимірювання та обчислення» на уроках геометрії класів математичного профілю. Уточнені педагогічні умови, методи, організаційні форми, засоби навчання геометричних величин, зібрані, оброблені й узагальнені результати експериментальної роботи, сформульовані висновки, виконано оформлення магістерського дослідження.

Методом випадкового відбору з учнів 10-11 класів були сформовані дві групи: одна експериментальна (30 учнів, які навчаються за повною методичною системою «Навчання геометричних величин, їх вимірювання та обчислення») і одна контрольна (26 учнів, які навчаються за традиційною системою). Експериментальне навчання проходимо 2 семестра. На початку експеримента різниця між контрольною та експериментальною групами не була значущою з позиції статистики. В експерименті були використані такі вимірники: письмова контрольна робота з метою перевірки навчальних досягнень учнів з теми «Двогранні кути» та тести діагностики. Результати цієї контрольної роботи визначили неіснування розбіжностей у рівні знань, умінь та навичок здобувачів освіти на початку експериментального дослідження.

Тести визначали рівень оволодіння вміннями вимірювати величини трьох видів: довжини, площі, об'єми.

Отримані результати наведені в таблиці 3.1.

*Таблиця 3.1*

Зрізи	Рівні			
	Вибірка	Низьки й, %	Середні й, %	Високи й, %
На початку експериментального навчання	Контрольна група	57	24	19
	Експериментальна група	58	26	16

По завершенню експерименту	Контрольна група	30	46	24
	Експериментальна група	52	26	22

Показники всіх рівнів експериментальної групи розвитку умінь, пов'язаних з геометричними величинами у стереометрії значно вищий за відповідні показники контрольної групи. Це свідчить про те, що ефективність пропонованої методичної системи «Навчання геометричних величин, їх вимірювання та обчислення» над традиційною у процесі навчання геометричних величин у класах математичного профілю.

Під час проведення експерименту, порівняння цих уроків виявило те, що у експериментальній групі учні більш активно брали участь в обговореннях, частіше відповідали на поставлені запитання, виявляли інтерес до нової теми, ніж учні контрольній. В кінці уроку я запропонувала учням експериментальної групи відповісти на питання в анкеті (таблиця 3.2)

Таблиця 3.2

Анкета					
Дайте відповідь на запитання, оцініть за п'ятибальною шкалою, де 1 – погано, 5 - дуже добре.					
	1	2	3	4	5
1. Чи сподобався Вам урок з використанням смарт-дошки?					
2. Як ви засвоїли новий матеріал з теми?					
3. Чи все було зрозуміло на уроці?					
4. Як ви оцінюєте свою роботу на уроці?					
5. Чи хотіли би Ви частіше використовувати технології на уроках геометрії?					

За результатами опитування: 92% учнів сподобалось використання інтерактивних технологій, 87% учнів відповіли, що засвоїли матеріал дуже добре, 75% учням було все зрозуміло, добре оцінили свою роботу 80% учнів, 98% учнів хотіли б використовувати інтерактивні засоби частіше.

З використанням інтерактивних технологій матеріал було викладено швидше і засвоєно учнями краще, тому було більше часу на закріплення знань.

Кількісний та якісний аналіз результатів педагогічного експерименту дозволяє зробити висновок про те, що урок є цікавим, якщо він різноманітний за організаційними формами, методами, прийомами і заданими матеріалом, а тому рекомендуємо використовувати різні види завдань – усні й письмові, репродуктивні й творчі, на узагальнення і систематизацію вивченого, використання у педагогічній діяльності новітньо-інформаційних технологій тощо.



## ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі (проекті) представлені теоретичні основи проблеми дослідження та обґрунтовано методичну систему «Геометричні величини, їх обчислення та вимірювання в класах математичного профілю».

Результати теоретичного узагальнення і педагогічного експерименту дозволяють сформулювати такі висновки:

1. Аналіз психолого-педагогічної, методичної та навчальної літератури шкільної практики дозволив систематизувати теоретичні відомості про поняття «величина», з'ясувати актуальність проблеми дослідження, уточнити категоріальний апарат дослідження, дійти до висновку про необхідність практичної діяльності учнів на уроках геометрії: дуже важливо, щоб весь процес навчання геометрії супроводжувався практичною діяльністю учнів
2. Були установлені особливості вивчення геометричних величин у просторі. Вимірювання двограних кутів, кутів між прямою і площиною, кутів між прямими у просторі зводиться до вимірювання плоских кутів. У учнів не виникає проблем з обчисленням площ поверхонь конуса та циліндра. Спочатку дані площі обчислюються за допомогою розгорток. Проте обчислення площі поверхні сфери являється дещо складнішим для учнів. Тема «Перпендикулярність прямих та площин у просторі» у стереометрії являється фундаментальною для вимірювань. Під час вивчення теми «Об'єми та площі геометричних тіл» важливо розглянути різні методи обчислення площ поверхонь та об'ємів геометричних фігур. Обов'язково потрібно розглянути метод розбиття, так як саме цей метод має велике практичне значення. Не буде зайвим використовувати аналогії під час вимірювання площ

плоских фігур та об'ємів, саме це сприяє кращому засвоєнню навчального матеріалу учнями.

3. Розроблена методична система навчання учнів класів математичного профілю геометричних величин їх обчислення та вимірювання базується на використанні системи демонстраційних комп'ютерних моделей, як супровід уроків стереометрії. Створений навчально-методичний комплекс, який включає: смарт-дошки, демонстраційні комп'ютерні моделі, робочий зошит для учня, завдання для формування та узагальнення знань, умінь та навичок, тестові завдання. Навчання геометричних величин їх обчислення та вимірювання в класах математичного профілю базується на використанні ІКТ і передбачає створення навчального середовища для ефективного формування знань, умінь та навичок здобувачів освіти.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Александров А. Д., Вернер А. Л., Рыжик В. И. Геометрия: Для 10-11 кл.: Учеб.пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики. – М.: Просвещение, 1992.
2. Артеменко, Н. М. Задачі прикладного змісту. Стереометрія. 11 клас / Н. М. Артеменко // Математика в школах України. – 2008. – № 5.
3. Бабенко О. В. Прямі і площини в просторі, 9-й клас / Математика. – 2004. – № 10.
4. Бевз Г. П. Математика в школах України. – К.: Пед. преса, 2009. – 160 с.
5. Бевз Г. П. Прикладна спрямованість шкільного курсу геометрії: Посібник для вчителя / Бевз Г. П. – К., 1999 – 97 с.
6. Бевз Г.П. Методи навчання математики : навч. метод. посіб. / Г.П.Бевз. – К. : Генеза, 2010. – 117 с. : іл.
7. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч.посібник. – 3-тє вид., перероб. і допов. – К. : Вища шк., 1989. – 367 с.: іл.
8. Безсмертна, Л. В. Вступ до стереометрії. 10 клас / Л. В. Безсмертна // Математика в школах України. – 2004. – №19-21. – С.41-55.
9. Бочарнікова, В. С. Мимобіжні прямі у шкільному курсі стереометрії / В. С. Бочарнікова, Л. Г. Москаль // Математика в школах України. – 2009. – № 31.
10. Бродський, Я. Вектори і координати. Тематичне тестування при навчанні стереометрії/ Я. Бродський, О. Павлов, А. Сліпенко // Математика. Шкільний світ. – 2007. – № 10.
11. Бродський, Я. Тематичне тестування у навчанні стереометрії. Геометричні тіла і поверхні/ Я. Бродський, О. Павлов, А. Сліпенко // Математика. Шкільний світ. – 2006. – № 42.
12. Бурда М. І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти / М. І. Бурда // Педагогіка і психологія. – 1996. – № 1. – С. 40–45.

13. Виленкин Н.Я., Дуничев К.И., Калужнин Л.А., Столяр А.А. Современные основы школьного курса математики. – М.: Просвещение, 1980. – 240 с.
14. Воевода А. Л. Математика та література: матеріали до інтегрованих уроків і заходів/ А. Л. Воевода. – К. : Редакції газет природничо-математичного циклу, 2013.
15. Возняк Г. М., Маланюк М. П. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики: Посібник для вчителя. – К.: Рад. Шк., 1989. – 128 с.
16. Волочій, Г. С. Вступ до стереометрії / Г. С. Волочій // Математика в школах України. – 2012. – № 26.
17. Гришко А.Г. Формування поняття про геометричні фігури. // Початкова школа, 1988, № 4.
18. Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики / Я. И. Груденов. – М. : Просвещение, 1990. – 224 с.
19. Дудко О.М. Викладання пропедевтичного курсу геометрії в початкових класах. // Початкова школа, 1991, № 11.
20. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч.І. Допрофільна підготовка / Упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єргіна. – Х.: Вид-во «Ранок», 2011. – 376 с.
21. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч.І. Допрофільна підготовка / Упоряд. Н.С.Прокопенко, О.П.Вашуленко, О.В.Єргіна. – Х. : Вид-во «Ранок», 2011.
22. Клепиков В. Н. Интеграция гуманитарных и естественно-математических знаний / В. Н. Клепиков // Педагогика. – 2010. – № 4. – С. 48-54.

23. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике / Ю. М. Колягин. – Часть I. Математические задачи как средство обучения и развития уча-щихся. – М. : Просвещение, 1977. – 113 с.
24. Лабораторні та практичні роботи по методиці викладання математики: Навч. посібник для студентів фіз.-мат. спец. пед. інст. / Е.І. Дяченко. – М.: Просвіта, 1988. – 223 с.: іл.
25. Математика: програма для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту.
26. Математика: програма для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний рівень.
27. Математика: програма для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень.
28. Математика: програма для 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів (за новим Державним стандартом).
29. Математика: програма для 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів (за Державним стандартом 2004 року).
30. Математика: програма для 8-9 класів з поглибленим вивченням математики.
31. Міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З. І. Слєпкань : тези доповідей. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. – 352 с.
32. Погорєлов О. В. Планіметрія: Підруч. для 7 – 9 кл. серед. шк. – 3-те вид. – К.: Освіта, 1998. – 223с.
33. Погорєлов О. В. Стереометрія: Підруч. для 10 – 11 кл. серед. шк. – 3-те вид. – К.: Освіта, 1997. – 128с.
34. Рогановский Н. М. Методика преподавания математики в средней школе: Учеб.пособие для пед. и-тов. – Минск: Вышэйш. шк., 1990. – 220с.

35. Сачков Ю. В. Фундаментальные науки как стратегический ресурс развития / Ю. В. Сачков // Вопросы философии. – 2007. – № 3. – С. 76–89.
36. Скаткин М. Н. О методах обучения / М. Н. Скаткин, И. Я. Лернер // Советская педагогика. – 1965. – № 3. – С. 32.
37. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. і перероб. – К.: Вища шк., 2006. – 582с.
38. Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ КДПУ, 2001. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – 370 с.
39. Тесленко І.Ф. Питання методики геометрії (ІХ-ХІ класи): Посібник для вчителів / І.Ф.Тесленко.–К.: Держ. учб.-пед. вид-во «Радянська школа», 1962.
40. Тимошенко Н. М. Початкові поняття стереометрії / Математика. – 2003. – № 48.
41. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: учителю математики о педагогической психологии / Л. М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.
42. Фуше Л. Педагогика математики: Пер. с фр. – М.: Просвещение, 1979. – 128с.
43. Шаран О. Ідея профілізації в системі профільної математичної освіти / Олександра Шафран // Математика в школі. – 2011. – №5.
44. Швець В. Формування і розвиток здібностей учнів 5-6 класів під час навчання математики / Василь Швець // Математика в школі. – 2010. – № 5. – С. 19-24.

## ДОДАТКИ

### *Додаток А*

#### КОДЕКС АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ ЗДОБУВАЧА ВИЩОЇ ОСВІТИ ХЕРСОНСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Я, Сінолуп Олена Юріївна, учасниця освітнього процесу Херсонського державного університету, **УСВІДОМЛЮЮ**, що академічна доброчесність – це фундаментальна етична цінність усієї академічної спільноти світу.

**ЗАЯВЛЯЮ**, що у своїй освітній і науковій діяльності **ЗОБОВ'ЯЗУЮСЯ**:

– дотримуватися:

- вимог законодавства України та внутрішніх нормативних документів університету, зокрема Статуту Університету;
  - принципів та правил академічної доброчесності;
  - нульової толерантності до академічного плагіату;
  - моральних норм та правил етичної поведінки;
  - толерантного ставлення до інших;
  - дотримуватися високого рівня культури спілкування;
- надавати згоду на:
- безпосередню перевірку курсових, кваліфікаційних робіт тощо на ознаки наявності академічного плагіату за допомогою спеціалізованих програмних продуктів;
  - оброблення, збереження й розміщення кваліфікаційних робіт у відкритому доступі в інституційному репозитарії;
  - використання робіт для перевірки на ознаки наявності академічного плагіату в інших роботах виключно з метою виявлення можливих ознак академічного плагіату;
- самостійно виконувати навчальні завдання, завдання поточного й підсумкового контролю результатів навчання;
- надавати достовірну інформацію щодо результатів власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використаних методик досліджень та джерел інформації;
- не використовувати результати досліджень інших авторів без використання покликань на їхню роботу;
- своєю діяльністю сприяти збереженню та примноженню традицій університету, формуванню його позитивного іміджу;
- не чинити правопорушень і не сприяти їхньому скоєнню іншими особами;
- підтримувати атмосферу довіри, взаємної відповідальності та співпраці в освітньому середовищі;
- поважати честь, гідність та особисту недоторканність особи, незважаючи на її стать, вік, матеріальний стан, соціальне становище, расову належність, релігійні й політичні переконання;
- не дискримінувати людей на підставі академічного статусу, а також за національною, расовою, статевою чи іншою належністю;
- відповідально ставитися до своїх обов'язків, вчасно та сумлінно виконувати необхідні навчальні та науково-дослідницькі завдання;

- запобігати виникненню у своїй діяльності конфлікту інтересів, зокрема не використовувати службових і родинних зв'язків з метою отримання нечесної переваги в навчальній, науковій і трудовій діяльності;
- не брати участів будь-якій діяльності, пов'язаній із обманом, нечесністю, списуванням, фабрикацією;
- не підроблювати документи;
- не поширювати неправдиву та компрометуючу інформацію про інших здобувачів вищої освіти, викладачів і співробітників;
- не отримувати і не пропонувати винагород за несправедливе отримання будь-яких переваг або здійснення впливу на зміну отриманої академічної оцінки;
- не залякувати й не проявляти агресії та насильства проти інших, сексуальні домагання;
- не завдавати шкоди матеріальним цінностям, матеріально-технічній базі університету та особистій власності інших студентів та/або працівників;
- не використовувати без дозволу ректорату (деканату) символіки університету в заходах, не пов'язаних з діяльністю університету;
- не здійснювати і не заохочувати будь-яких спроб, спрямованих на те, щоб за допомогою нечесних і негідних методів досягати власних корисних цілей;
- не завдавати загрози власному здоров'ю або безпеці іншим студентам та/або працівникам.

**УСВІДОМЛЮЮ**, що відповідно до чинного законодавства у разі недотримання Кодексу академічної доброчесності буду нести академічну та/або інші види відповідальностей до мене можуть бути застосовані заходи дисциплінарного характеру за порушення принципів академічної доброчесності.

01.11.2020



Сінолуп Олена Юріївна