

Міністерство освіти і науки України
Херсонський державний університет
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК, ФІЗИКИ ТА МАТЕМАТИКИ
КАФЕДРА АЛГЕБРИ, ГЕОМЕТРІЇ ТА МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

ФОРМУВАННЯ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ
СТАРШОКЛАСНИКІВ НА УРОКАХ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ
АНАЛІЗУ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ОСВІТИ

Кваліфікаційна робота (проект)
на здобуття ступеня вищої освіти “магістр”

Виконав: студент 2-го курсу, 12-221М групи

Спеціальності: 014 Середня освіта

Спеціалізація: 014.04 Математика

Освітньо-професійної програми «Середня
освіта (математика)» другого

(магістерського) рівня вищої освіти

Смик Віталій Миколайович

Керівник кандидат педагогічних наук,
доцент Таточенко Володимир Іванович

Рецензент директорка Херсонської гімназії

№ 13 Херсонської міської ради, вчитель

математики вищої категорії, вчитель –

методист Перегняк Ганна Євгенівна

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ОСВІТИ.....	10
1.1. Сутність поняття «логічне мислення» та його структура у психолого-педагогічному вимірі.....	10
1.2. Психолого-педагогічні особливості розвитку мислення старшокласників.....	25
1.3. Потенціал курсу алгебри і початків аналізу для формування логічного мислення учнів.....	37
1.4. Проблеми та виклики цифровізації освіти у контексті розвитку логічного мислення старшокласників.....	44
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ФОРМУВАННЯ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ОСВІТИ.....	48
2.1. Принципи побудови та структура запропонованої методичної системи.....	48
2.2. Характеристика методичних прийомів, спрямованих на розвиток логічного мислення.....	51
2.3. Реалізація методичної системи з формування логічного мислення на уроках алгебри і початків аналізу.....	55
РОЗДІЛ 3. ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ОСВІТИ.....	62
3.1. Методологія та вихідна діагностика дослідження.....	62
3.2. Впровадження авторської методичної системи.....	64

3.3. Аналіз та інтерпретація результатів експериментального дослідження.....	66
ВИСНОВКИ.....	68
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	71
ДОДАТКИ.....	76
ДОДАТОК А.....	76
ДОДАТОК Б.....	82
ДОДАТОК В.....	86
ДОДАТОК Г.....	92
ДОДАТОК Д.....	95

ВСТУП

Актуальність теми. У сучасних умовах глобалізації та швидкого розвитку технологій високий рівень логічного мислення стає одним з найважливіших чинників успіху в будь-якій сфері діяльності. Ця теза стає особливо важливою в контексті цифровізації шкільної освіти. Оскільки доступ до інформації тепер майже миттєвий, ключовим умінням стає не накопичення знань, а здатність їх аналізувати, структурувати та критично оцінювати. Актуальність нашої теми диктують сучасні освітні вимоги, що націлені на формування в учнів не лише предметних знань, а й ключових компетентностей, де логічному мисленню відводиться центральна роль. Існує прямий зв'язок між рівнем логічного мислення старшокласника та його майбутньою успішністю, адже саме здатність до аналізу, синтезу й узагальнення інформації є фундаментом для подальшої освіти та професійної діяльності. Курс алгебри та початків аналізу є ідеальним середовищем для розвитку цих важливих когнітивних здібностей, формуючи навички аналітичного та критичного мислення, необхідні для успішного вирішення різноманітних складних завдань. Проте традиційні методи викладання математики часто зосереджуються на механічному засвоєнні алгоритмів та формул, залишаючи поза увагою розвиток самого логічного мислення. І хоча сьогодні педагоги мають доступ до сучасних цифрових інструментів, їхній потенціал часто залишається нерозкритим. Замість того, щоб стати потужним середовищем для дослідження та моделювання, вони використовуються лише для візуалізації чи контролю. З огляду на це, виникає гостра потреба в дослідженні ефективних стратегій, які б сприяли розвитку логічного мислення старшокласників при вивченні курсу алгебри та початків аналізу. Таке дослідження, особливо в контексті цифровізації освіти, є критично важливим для модернізації освітньої системи. Здобуті результати проведеного аналізу допоможуть удосконалити методику викладання

математики та підвищити якість математичної підготовки старшокласників. У довгостроковій перспективі це позитивно вплине на професійне самовизначення випускників та зміцнить позиції України на світовому ринку праці.

Протиріччя теми дослідження. Аналізуючи проблему формування логічної культури у старшокласників, ми виявили низку суттєвих протиріч, ускладнюють досягнення бажаних навчальних результатів при вивченні математичних дисциплін. Ці протиріччя мають системний характер і стосуються одразу кількох рівнів освітнього процесу: від невідповідності глобальних цілей освіти реальним методикам викладання до ігнорування психологічних особливостей самих учнів. По суті, йдеться про глибокий дисонанс між тим, якого випускника хоче бачити суспільство, і тим, як його готує сучасна школа. Ця проблема виявляється у кількох ключових аспектах.

По-перше, ми бачимо явне протиріччя між очікуваннями суспільства та реальністю шкільного навчання. Сучасний світ вимагає від випускників високого рівня логічного, критичного та аналітичного мислення. Натомість традиційні методи викладання математики часто зосереджені лише на механічному запам'ятовуванні формул та алгоритмів.

По-друге, існує прірва між педагогічною теорією та шкільною практикою. Хоча наука одностайно визнає надзвичайну важливість розвитку мислення, на практиці вчителі часто покладаються на застарілі й неефективні методики. Що і створює розрив між теорією та практикою.

По-третє, стандартизовані методи навчання не враховують індивідуальність учнів, зокрема їхній темп роботи та стиль пізнання. В результаті такого ігнорування логічне мислення формується нерівномірно, а загальна ефективність навчального процесу значно знижується.

Мета дослідження: розробити та теоретично обґрунтувати інноваційну систему методичних прийомів, орієнтованих на формування та розвиток різних аспектів логічного мислення старшокласників під час вивчення курсу алгебри та початків аналізу, з урахуванням їхніх індивідуальних особливостей та когнітивних стилів, що сприятиме підвищенню рівня математичної компетентності та підготовленості до подальшого навчання в умовах цифровізації освіти.

Завдання дослідження:

1. Провести теоретичний аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури та шкільної практики з питань розвитку логічного мислення в підлітковому віці та специфіки викладання алгебри та початків аналізу в умовах цифровізації освітнього процесу.
2. Розробити систему методичних прийомів, що враховують специфіку навчального матеріалу з алгебри та початків аналізу та сприяють розвитку різних компонентів логічного мислення в умовах цифровізації освітнього процесу.
3. Розробити практичні рекомендації для вчителів математики щодо застосування розроблених методичних прийомів для ефективного розвитку логічного мислення старшокласників в умовах цифровізації освітнього процесу.

Об'єкт дослідження: навчально-пізнавальна діяльність здобувачів освіти у процесі вивчення алгебри та початків аналізу в старшій школі.

Предмет дослідження: система методичних прийомів, що забезпечують ефективний розвиток логічного мислення учнів під час засвоєння математичних понять та методів в умовах цифровізації шкільної математичної освіти.

Методи дослідження. Для досягнення мети та вирішення поставлених завдань було використано комплекс взаємодоповнюючих методів дослідження:

- теоретичні: аналіз психолого-педагогічної, науково-методичної літератури для визначення стану розробленості проблеми; систематизація та узагальнення теоретичних положень для обґрунтування структури та компонентів логічного мислення;
- емпіричні: педагогічний експеримент (констатувальний, пошуковий, формувальний етапи) для перевірки ефективності запропонованої методичної системи; анкетування вчителів та учнів; тестування для діагностики рівнів сформованості логічного мислення; педагогічне спостереження; аналіз продуктів навчальної діяльності учнів;
- статистичні: кількісний та якісний аналіз експериментальних даних, методи математичної статистики для обробки результатів та встановлення їх достовірності.

Практичне значення одержаних результатів полягає в тому, що розроблена та експериментально перевірена методична система формування логічного мислення може бути використана вчителями математики закладів загальної середньої освіти для підвищення ефективності освітнього процесу. Матеріали роботи, зокрема методичні рекомендації, комплекс розвивальних завдань та план-конспект уроку-дослідження, можуть бути впроваджені в практику роботи вчителів з метою вдосконалення методики викладання алгебри і початків аналізу та підвищення рівня математичної компетентності старшокласників.

Наукова новизна одержаних результатів. Теоретично обґрунтовано та розроблено цілісну методичну систему формування логічного мислення старшокласників, адаптовану до змісту курсу алгебри і початків аналізу, яка враховує специфічні виклики сучасної цифровізації освітнього процесу. У межах цієї системи систематизовано й адаптовано комплекс методичних прийомів, спрямованих на розвиток ключових компонентів мислення, що дозволяє перетворити навчальну діяльність учнів з репродуктивної на проблемно-пошукову. Крім того, уточнено дидактичні умови, за яких цифрові інструменти (системи

динамічної математики) перестають виконувати суто ілюстративну функцію і перетворюються на повноцінне дослідницьке середовище, що стимулює самостійну пізнавальну та гіпотетико-дедуктивну діяльність учнів.

Апробація результатів дослідження. Основні положення та результати дослідження було оприлюднено на:

- всеукраїнській науково-практичній конференції »Формування професійної компетентності майбутніх учителів природничо-математичних дисциплін в умовах цифровізації вищої освіти» (м. Івано-Франківськ, 17-18 жовтня 2024 року);
- міжнародних науково-практичних конференціях, зокрема «Future of science: innovations and perspectives» (м. Стокгольм, Швеція, 2025 р.) та «Development of modern scientific technologies in the era of globalization» (м. Берлін, Німеччина, 2025 р.).

Результати дослідження пройшли експериментальну перевірку в освітньому процесі Івано-Франківського ліцею протягом навчального семестру 2024-2025 навчального року.

Публікації:

1. Смик В. М. Психолого-педагогічні основи розвитку логічного мислення старшокласників на уроках математики // Формування професійної компетентності майбутніх учителів природничо-математичних дисциплін в умовах цифровізації вищої освіти : зб. наук. праць за матеріалами всеукраїнської науково-практичної конференції (м. Івано-Франківськ, 17-18 жовтня 2024 року). Херсон ; Івано-Франківськ, 2024. С. 61-63.
2. Смик В. М., Смик Д. М. Методичні прийоми розвитку аналітико-синтетичної діяльності старшокласників на уроках алгебри і початків аналізу в умовах цифровізації освіти // Future of science: innovations and perspectives. Proceedings of the 12th International scientific and

practical conference. SSPG Publish. Stockholm, Sweden. 2025. Pp. 186-192.

3. Смик В. М., Смик Д. М. Вплив когнітивних стилів старшокласників на ефективність застосування прийомів розвитку логічного мислення на уроках математики в умовах цифровізації // Proceedings of the VII International Scientific and Practical Conference. Berlin, Germany. 2025. Pp. 124-129.
4. Смик В. М. Проблеми та виклики цифровізації освіти у контексті розвитку логічного мислення старшокласників на уроках математики // Магістерські студії. Альманах. Херсон – Івано-Франківськ : ХДУ, 2025. Вип. 25. С. 61–65.

Структура кваліфікаційної роботи. Логіка викладу матеріалу в кваліфікаційній роботі реалізована через традиційну структуру, що включає: вступ, три змістовні розділи, висновки до роботи, список наукових джерел (43 найменування) та додатки. Загальний обсяг роботи – 95 сторінок, основний текст займає 70 сторінок. Матеріали дослідження містять 8 таблиць, 3 рисунки та 5 додатків.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ОСВІТИ

1.1. Сутність поняття «логічне мислення» та його структура у психолого-педагогічному вимірі.

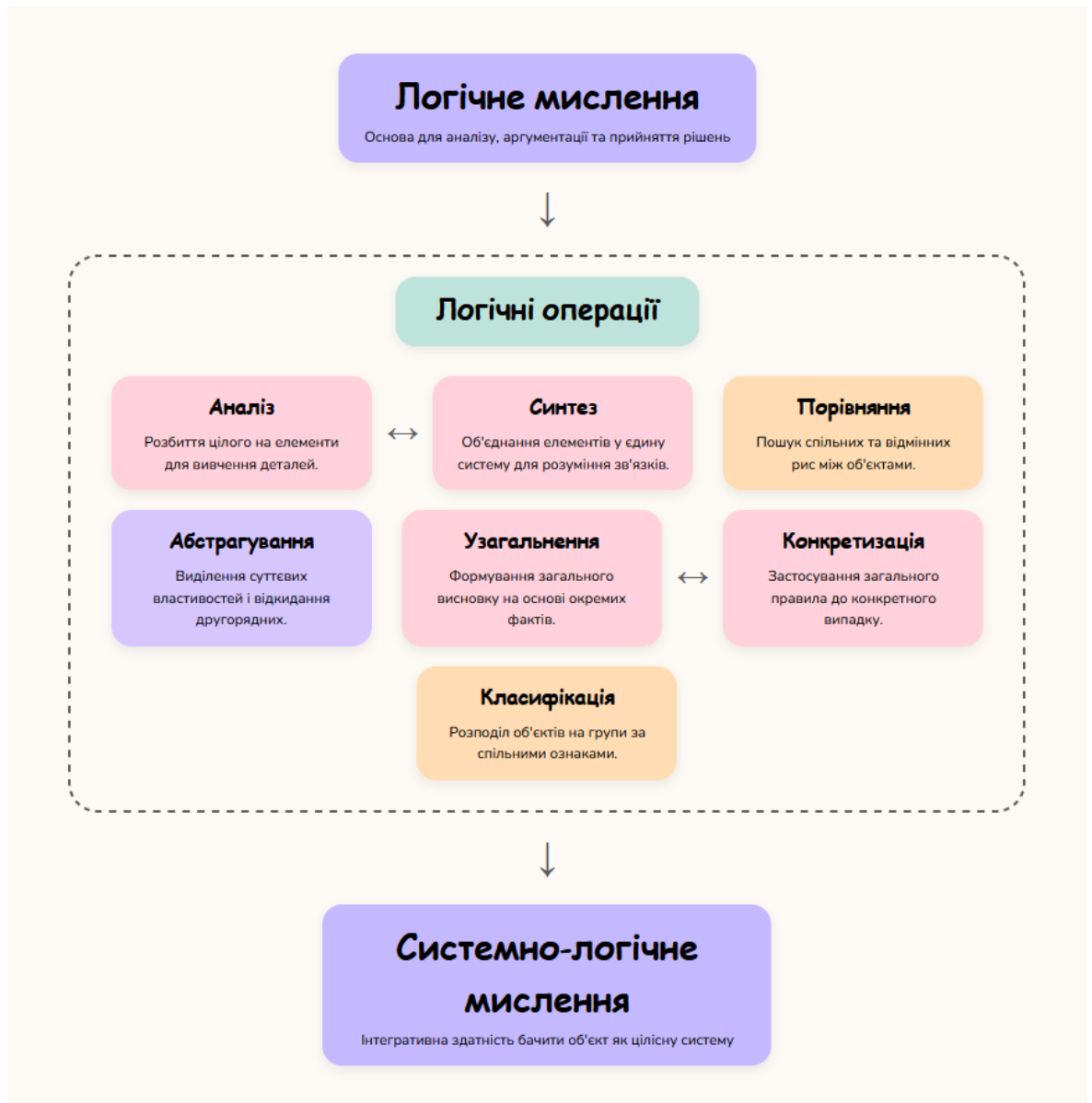
У парадигмі сучасної освіти, орієнтованої на формування компетентної особистості, здатної до свідомого навчання впродовж життя та ефективної діяльності у мінливому світі, проблема розвитку мислення набуває статусу ключової. Мислення, як вищий психічний процес опосередкованого й узагальненого відображення об'єктивної реальності в її істотних зв'язках і відношеннях, є фундаментом усієї пізнавальної діяльності людини. Проте для кожного вчителя чи учня, що стикався зі складною, нетривіальною задачею, очевидно, що мислення — це не лише спокійний процес пізнання. Це часто напружена, сповнена внутрішніх суперечностей боротьба з хаосом неструктурованої інформації, спроба прокласти маршрут крізь інтелектуальний лабіринт. Таку ситуацію видатний психолог С. Л. Рубінштейн вважав початком будь-якого мисленнєвого акту, стверджуючи, що «мислення звичайно починається з проблеми чи питання, з подиву чи нерозуміння, з протиріччя» [17]. Саме в цьому процесі боротьби з невизначеністю гартується найпотужніший інструмент людського інтелекту — логічне мислення.

Логічне мислення визначається як вид розумової діяльності, що спирається на систему понять, суджень та умовиводів, функціонує на основі законів і правил формальної логіки (закону тотожності, несуперечності, виключеного третього, достатньої підстави) та спрямоване на отримання доказового, несуперечливого знання. Його атрибутивними характеристиками є послідовність, чіткість, аргументованість та доказовість міркувань. По суті, це здатність

перетворити інтуїтивне, розмите «мені здається» на строго обґрунтоване «з цього випливає, що». Важливо окреслити, що логічне мислення не є вродженою властивістю інтелекту. Як зазначає І. С. Тодорова, «логічне мислення формується на основі образного і є вищою стадією розвитку дитячого мислення» [1, с. 88]. Цей перехід від конкретно-образного до абстрактно-логічного мислення є центральною темою психології розвитку. Жан Піаже у своїх фундаментальних працях ідентифікував цей процес як перехід від стадії конкретних операцій, де дитина мислить переважно про реальні об'єкти, до стадії формальних операцій, коли підліток стає здатним оперувати гіпотезами, абстракціями та висловлюваннями. Цей стрибок не відбувається автоматично; він вимагає цілеспрямованої педагогічної роботи. Тому Т. С. Блан та Н. І. Ключко цілком обґрунтовано стверджують, що «розвиток логічного мислення як умова успішного навчання учнів школи» [2, с. 15] є одним із пріоритетних завдань освітньої практики.

Багатокомпонентна та складна структура логічного мислення розкривається через систему взаємопов'язаних розумових дій, що отримали назву логічних операцій. Це не просто абстрактні терміни, а ті фундаментальні інструменти, що лежать в основі інтелектуального базису кожного мислителя. Саме володіння цими інструментами, які видатний математик та педагог Д. Пойа називав евристиками, тобто мистецтвом розв'язувати задачі, відрізняє майстра від підмайстра. Перш ніж переходити до складних евристичних стратегій, необхідно закласти фундамент – оволодіти базовими розумовими діями, що лежать в основі будь-якого доказового міркування. Оглянемо сутність та педагогічне значення цих фундаментальних логічних операцій.

Рис.1.1.1. Структурна схема «Компоненти логічного мислення».



В основі будь-якої пізнавальної діяльності лежить єдність двох протилежних, але нерозривно пов'язаних процесів — аналізу та синтезу.

Аналіз (від грец. *analysis* – розкладання) – це мисленнєва операція, що полягає у розчленуванні цілісного об'єкта на складові частини, елементи, властивості або відношення з метою їх детального вивчення. У навчальній діяльності аналіз є першим кроком до свідомого вирішення проблеми, дозволяючи перетворити складне, неструктуроване завдання на послідовність чітких, посильних кроків.

Видатний український психолог Г. С. Костюк, який приділяв аналізу центральну роль у процесі розумового розвитку, розглядав цю

операцію як необхідну умову для глибокого, свідомого розуміння знань. Він зазначав: «Аналіз, розчленовуючи ціле на частини, і синтез, об'єднуючи їх, дають змогу проникнути у внутрішні, істотні зв'язки предметів і явищ, зрозуміти їх будову, походження та розвиток».

Саме тому він наголошував, що без попереднього, активного аналізу з боку учня будь-яке засвоєння неминуче стає механічним і нестійким. «Механічне» засвоєння — це відтворення інформації без розуміння її сенсу, а «нестійке» знання швидко забувається, оскільки не вбудовується в існуючу систему поглядів учня. Таким чином, згідно з його поглядами, розвиток аналітичних здібностей є не самоціллю, а ключовим засобом для забезпечення справжнього, розвивального навчання, яке формує здатність до самостійного мислення.

Синтез (від грец. synthesis – поєднання) – це процес, зворотний до аналізу, що полягає у мисленнєвому об'єднанні виділених аналізом частин в єдине, осмислене ціле, встановлюючи при цьому істотні, часто неочевидні зв'язки між ними. Якщо аналіз розбиває ціле на складові, то синтез є творчим, конструктивним актом, що завершує процес пізнання та створює нове знання. У навчальній діяльності будь-який узагальнюючий висновок, написання твору чи розробка проєкту є яскравими прикладами синтезу. Наприклад, учень, готуючи доповідь на історичну тему, не просто перераховує факти, отримані в результаті аналізу різних джерел, а об'єднує їх у цілісну концепцію, вибудовує логіку викладу, простежує причинно-наслідкові зв'язки та формулює власні висновки. Саме в процесі синтезу розрізнені знання про події, постатей та причини перетворюються на нове, цілісне розуміння історичної епохи.

Як зазначав Л. С. Виготський, розвиток мислення проходить шлях від неусвідомленого синтезу через аналіз до свідомого, зрілого синтезу на новому рівні. Для маленької дитини характерний синкретичний, неусвідомлений синтез, коли вона об'єднує об'єкти на основі

випадкових, зовнішніх вражень, не аналізуючи їхніх істотних властивостей. Лише в процесі навчання, опановуючи аналіз, учень отримує інструменти для розчленування дійсності та виділення її ключових елементів. І тоді синтез стає свідомим, керованим процесом. Учень вже не просто хаотично комбінує елементи, а цілеспрямовано конструює з них нову логічну структуру, що відповідає поставленій меті та веде до обґрунтованого висновку.

Педагогічне завдання синтезу полягає у тому, щоб навчити учнів бачити ці два процеси як нерозривні сторони єдиного мисленнєвого акту. Важливо донести до учнів, що якісний синтез неможливий без глибокого попереднього аналізу, а сам аналіз є безцільним, якщо він не спрямований на подальше об'єднання знань у цілісну систему. Спроба створити узагальнення чи висновок без ретельного аналізу фактів призводить до поверхневих, поспішних та часто хибних суджень. Натомість зрілий, свідомий синтез є вершиною аналітичної роботи, яка не просто підсумовує зроблене, а породжує нове, більш глибоке розуміння предмета [41].

Порівняння – це мисленнєва операція, що встановлює риси схожості та відмінності між об'єктами, явищами чи поняттями на основі певних, свідомо виділених критеріїв. Це не просто початковий, а фундаментальний, наріжний акт будь-якого пізнання, який дозволяє впорядковувати об'єкти, класифікувати їх та виявляти їхню специфіку. Ця операція є однією з перших, що з'являється в онтогенезі мислення, але її розвиток триває впродовж усього періоду навчання. На фундаментальну роль цієї операції вказував С. Л. Рубінштейн, стверджуючи, що «порівняння є основою всякого розуміння і всякого мислення». Ця теза означає, що ми пізнаємо будь-який новий об'єкт, співвідносячи його з тим, що нам уже відомо. Ми шукаємо в ньому знайомі риси (схожість), що дозволяє віднести його до певного класу, і водночас виявляємо унікальні ознаки (відмінності), що дозволяє

відокремити його від інших. Без цієї подвійної дії об'єкт залишається непізнаним.

У педагогічній практиці розвиток операції порівняння полягає у цілеспрямованому переході від поверхневого, ситуативного зіставлення до глибокого, сутнісного аналізу. Молодший школяр, порівнюючи два предмети, зазвичай спирається на зовнішні, наочні ознаки: колір, розмір, форму. Педагогічне завдання полягає в тому, щоб навчити учня здійснювати порівняння на основі внутрішніх, істотних властивостей. Наприклад, порівнюючи дві історичні події, учень повинен вийти за межі простої констатації «це було раніше, а це пізніше» і проаналізувати їх за такими суттєвими критеріями, як причини виникнення, рушійні сили, соціальні наслідки, вплив на подальший розвиток. Саме свідомий вибір основи (критерію) для порівняння і є показником високого рівня розвитку цієї мисленнєвої операції.

Таким чином, порівняння перестає бути простою констатацією фактів і перетворюється на потужний інструмент аналізу. Воно вимагає від учня не лише спостережливості, а й здатності до аналізу (щоб виділити критерії) та узагальнення (щоб зробити висновок на основі порівняння). Оволодіння цією операцією на високому рівні дозволяє учневі робити обґрунтовані вибори, бачити аналогії між явищами з різних галузей знань та будувати впорядковану, структуровану картину світу.

Абстрагування та узагальнення - ці дві мисленнєві операції є нерозривно пов'язаними та лежать в основі формування наукових понять і виявлення законів. Вони забезпечують перехід від чуттєвого, конкретного сприйняття світу до його раціонального, узагальненого осмислення.

Абстрагування (від лат. *abstractio* – відволікання) — це процес мисленнєвого виокремлення суттєвих, з точки зору певної задачі, властивостей об'єкта та одночасного відволікання від несуттєвих,

другорядних. Це потужний інструмент, що дозволяє інтелекту «очистити» об'єкт від нескінченної кількості конкретних деталей і зосередитися на його суті. Всі наукові поняття є продуктами абстрагування. Наприклад, поняття «живий організм» є абстракцією, яка ігнорує величезну різноманітність форм, розмірів, середовищ існування, залишаючи лише суттєві, спільні для всіх ознаки: обмін речовин, ріст, розмноження, подразливість. Без здатності до абстрагування мислення було б прив'язане до конкретних об'єктів і нездатне було б виявити загальні закономірності.

Узагальнення – це мисленнєвий перехід від одиничного до загального, від властивостей окремого об'єкта чи невеликої групи об'єктів до властивостей цілого класу. Ця операція є логічним продовженням абстрагування: після того, як суттєві ознаки виділено, ми поширюємо їх на всі об'єкти, що володіють цими ознаками. Як слушно зауважують О. Макаренко, К. Макаренко та Л. Матяш, узагальнення є «важливим етапом у формуванні понять, виявленні закономірностей» [4, с. 76]. Саме через узагальнення окремих експериментальних даних вчені формують фізичні закони, а лінгвісти на основі аналізу конкретних речень виводять граматичні правила.

Українська педагогиня В. Ф. Паламарчук, розробляючи теорію проблемного навчання, бачила одну з ключових цілей у тому, щоб учень, розв'язавши конкретну проблемну задачу, не зупинявся на цьому, а здійснював акт рефлексивного узагальнення. Вона спонукала учнів ставити собі питання: «А який загальний метод я використав? Для якого класу задач він підійде?». Саме цей перехід від часткового розв'язку до загального методу і є актом свідомого узагальнення, який перетворює знання з набору розрізнених фактів на потужний, універсальний інструмент. Учень, який опанував цю навичку, перестає бути «колекціонером» розв'язаних задач і стає «стратегом», що володіє

арсеналом методів, які можна застосувати до цілих класів нових, ще не бачених проблем.

Конкретизація – це логічна операція, протилежна узагальненню, що полягає в переході від загального положення, поняття чи закону до його часткового прояву в конкретній, одиничній ситуації. Якщо узагальнення та абстрагування є рухом думки до вищих рівнів теоретичного осмислення, то конкретизація – це зворотний, не менш важливий рух спрямований до реальності. Ця операція слугує необхідним мостом між світом абстрактних моделей та світом їх практичного застосування, перевіряючи теоретичні знання на міцність і роблячи їх дієвими.

Психолого-педагогічні дослідження, зокрема роботи В. В. Давидова, присвячені теорії розвивального навчання, переконливо доводять, що однією з головних небезпек у навчанні є «формалізм знань». Це ситуація, коли учень оперує термінами, формулами та означеннями, не розуміючи їхнього глибокого змісту. Такі знання є «пустими» – учень може бездоганно відтворити правило, але виявляється абсолютно безпорадним, коли потрібно застосувати його до реальної, хоч трохи зміненої задачі. Це знання, яке існує лише на рівні пам'яті, а не мислення. Конкретизація виступає головним засобом боротьби з цим явищем. Вона вимагає не просто відтворення, а активного застосування знання. Вивчивши загальний закон фізики, учень повинен вміти конкретизувати його, пояснивши конкретне явище природи. Засвоївши загальний принцип демократії на уроці громадянської освіти, він повинен вміти проаналізувати, як цей принцип реалізується в конкретних державних інституціях.

Однак, найвищою формою конкретизації, яка безпосередньо тренує та формує критичність мислення, є завдання на пошук контрприкладу. Це діяльність, що вимагає не підтвердження, а спростування загального твердження шляхом знаходження одного-

єдиного конкретного випадку, який йому суперечить. Наприклад, на правдоподібне твердження «Всі метали тонуть у воді» учень повинен знайти відповідний контрприклад. Пошук контрприкладу — це складна аналітична робота. Вона вимагає від учня не просто знати правило, а й чітко розуміти межі його застосовності, усвідомлювати всі умови, за яких воно є істинним. Це вчить не приймати узагальнення на віру, а перевіряти їх, шукаючи винятки.

Саме тому відомий педагог-математик Д. Пойа у своїй праці «Як розв'язувати задачу» наполягав на важливості цього процесу як евристичного прийому. Його знаменита порада: «Якщо ви не можете розв'язати запропоновану задачу, спробуйте розв'язати спочатку яку-небудь подібну, простішу задачу. Конкретизуйте!» — є прямим закликом до використання цієї операції як інструменту для подолання інтелектуальних труднощів. Учень, який володіє навичкою конкретизації, отримує потужний засіб для самостійного осмислення та перевірки знань, перетворюючи пасивне засвоєння на активний процес пізнання.

Класифікація та систематизація — це розумові операції, спрямовані на групування та впорядкування об'єктів за певними суттєвими ознаками.

Класифікація, як строга логічна операція, передбачає поділ обсягу родового поняття на видові класи за єдиною, чітко визначеною основою. Дотримання цього принципу забезпечує створення несуперечливих, взаємовиключних груп, що вичерпують весь клас об'єктів. Порухення ж логічних правил класифікації, наприклад, змішування критеріїв, неминуче веде до помилок та створення невпорядкованих, хаотичних структур.

Когнітивна психологія розглядає здатність до класифікації як ключовий механізм оптимізації мислення. Вона дозволяє зменшити когнітивне навантаження, адже замість запам'ятовування нескінченної

кількості індивідуальних властивостей, мислення оперує властивостями їхніх класів. Як писав один із засновників когнітивної психології Дж. Брунер, «класифікувати – означає реагувати на різні речі як на еквівалентні, об'єднувати об'єкти в групи і реагувати на них з точки зору їх належності до класу, а не з точки зору їх унікальності».

Якщо класифікація вносить початковий порядок у множину об'єктів, то систематизація є вищим, інтегративним рівнем організації знань. Вона не просто групує елементи, а встановлює між ними структурні, ієрархічні та причинно-наслідкові зв'язки, об'єднуючи їх у цілісну, функціональну систему. Класичним прикладом переходу від класифікації до систематизації є «Періодична система хімічних елементів» Д.І. Менделєєва. Вона є не просто класифікацією елементів, а системою, де положення елемента в структурі дозволяє не лише описати його властивості, а й прогнозувати їх.

У навчальному процесі учні часто стикаються з готовими класифікаціями. Проте, як зазначав Г. С. Костюк, справжній розвиток мислення відбувається тоді, коли учень не просто запам'ятовує готову схему, а й сам бере активну участь у її побудові. Завдання вчителя — створювати умови, за яких учень вчиться самостійно виділяти основи для класифікації та усвідомлювати принципи, що лежать в основі системи, перетворюючи пасивне сприйняття на активну розумову діяльність.

Описані логічні операції є «цеглинками», з яких будується процес мислення. Проте для повного розуміння його структури необхідно розглянути більш складні форми та інтегральні якості. Якщо логічні операції (аналіз, синтез, порівняння тощо) є інструментами, динамічними процесами обробки інформації, то форми мислення є стійкими структурами, в яких фіксуються та організовуються результати цієї діяльності. Це, по суті, статичні «продукти» мислення. Класична система форм мислення була вперше розроблена та систематизована

давньогрецьким філософом Арістотелем у його збірці праць «Органон», яка заклала фундамент формальної логіки на тисячоліття вперед.

Поряд із формами, які структурують думку, виділяють інтегральні якості мислення, що характеризують загальну культуру та стиль розумової діяльності особистості. Для наочності представимо ці компоненти у вигляді таблиці.

Табл. 1.1. Структурні компоненти та якості логічного мислення.

Компонент	Сутність
Основні форми логічного мислення	
<i>Поняття</i>	Форма мислення, що узагальнює клас об'єктів за їхніми істотними ознаками.
<i>Судження</i>	Форма мислення, що стверджує або заперечує зв'язок між поняттями; може бути істинним або хибним.
<i>Умовивід</i>	Форма мислення, за допомогою якої з наявних суджень (засновків) виводиться нове судження (висновок).
- <i>Дедукція</i>	Умовивід від загального до часткового, що дає достовірний висновок.
- <i>Індукція</i>	Умовивід від часткового до загального, що дає ймовірнісний висновок.
- <i>Аналогія</i>	Умовивід на основі схожості об'єктів в одних ознаках про їх схожість в інших.
Інтегральні якості логічного мислення	
<i>Послідовність</i>	Здатність вибудовувати міркування у строгому логічному порядку, без суперечностей та «стрибків».
<i>Обґрунтованість</i>	Вимога підкріплювати кожне твердження достатніми підставами та доказами.
<i>Критичність</i>	Здатність до об'єктивної оцінки власних та чужих думок, виявлення помилок та упереджень.
<i>Гнучкість</i>	Здатність долати стереотипи, знаходити альтернативні шляхи та розглядати проблему з різних боків.

Як зазначено в таблиці, поняття є фундаментальною формою мислення, що узагальнює клас об'єктів за їхніми істотними ознаками. Педагогічний наслідок оволодіння понятійним мисленням є

колосальним: воно знаменує перехід учня від мислення конкретними образами до мислення узагальненими категоріями. Невміння оперувати поняттями залишає учня на рівні простого переліку фактів, тоді як поняття дозволяє структурувати ці факти, бачити їхню спільну природу та будувати ієрархічні системи знань.

Видатний український психолог Г. С. Костюк у своїх працях, присвячених психології навчання, наголошував, що засвоєння поняття — це не одномоментний акт запам'ятовування означення, а тривалий процес активної розумової діяльності учня. Він підкреслював, що поняття розвиваються, збагачуються і поглиблюються в процесі їх застосування. Наслідком недостатнього розвитку цієї форми мислення є те, що Л. С. Виготський називав розривом між життєвими та науковими поняттями. Учень може інтуїтивно розуміти, що таке «швидкість», але не володіти науковим поняттям «миттєва швидкість». Це призводить до явища, яке В. В. Давидов визначив як «формалізм знань»: учень може відтворити означення, але не здатен застосувати його в новій ситуації, оскільки за словесною оболонкою відсутній глибокий смисловий конструкт. Отже, цілеспрямоване формування понятійного апарату є не просто заучуванням термінології, а керованим процесом побудови в свідомості учня системи координат, яка дозволяє орієнтуватися у будь-якій науковій галузі.

Наступною за складністю формою є судження, яке встановлює зв'язок між поняттями, щось стверджуючи або заперечуючи. Ключова властивість судження — його здатність бути або істинним, або хибним — перетворює його на базову одиницю знання, яку можна доводити, спростовувати та перевіряти. Наслідком оволодіння цією формою мислення є розвиток здатності до аналітичного висловлювання та розуміння логічної структури знання. Учень, який мислить судженнями, перестає сприймати науковий текст як суцільний потік інформації, а

починає бачити в ньому систему тверджень, кожне з яких має свої підстави та наслідки.

Українська педагогиня В. Ф. Паламарчук, яка активно розробляла теорію проблемного навчання, розглядала створення проблемних ситуацій саме через зіткнення суперечливих суджень. Коли учень стикається з двома несумісними, на перший погляд, твердженнями, це стимулює його до глибокого аналізу та пошуку істини, тобто до формування власного обґрунтованого судження. Несформованість цієї навички призводить до нездатності учня відрізнити гіпотезу від доведеного факту, умову теореми від її висновку. Розвиток здатності до коректної побудови та аналізу суджень є необхідною передумовою для переходу до найскладнішої форми мислення — умовиводу.

Умовивід є логічним механізмом отримання нового, вивідного знання з уже наявного. Розуміння різних типів умовиводів має глибокі педагогічні наслідки, оскільки вони відповідають за різні аспекти навчальної та творчої діяльності.

Дедукція, основи якої заклав Арістотель, є інструментом строгості та доказовості. Наслідком оволодіння дедуктивним мисленням є формування в учня здатності слідувати логічним ланцюгам та розуміти структуру доведення. Г. С. Костюк зазначав, що оволодіння дедукцією є однією з центральних ліній розумового розвитку в підлітковому віці. Недорозвиненість дедукції робить будь-яку науку для учня набором непов'язаних правил, які потрібно просто завчити.

Індукція, методологічно обґрунтована Френсісом Беконом, є інструментом відкриття та формування гіпотез. Педагогічний наслідок її розвитку — це перетворення учня з пасивного споживача знань на активного дослідника. Здатність помічати закономірності в окремих прикладах та узагальнювати їх у вигляді припущення лежить в основі будь-якої творчої діяльності. Українські педагоги-методисти часто говорять про «індуктивний шлях» вивчення нової теми, коли вчитель не

дає готове правило, а через серію спеціально підібраних завдань підводить учнів до самостійного «відкриття» загального принципу.

Аналогія є інструментом творчого перенесення знань. Наслідком розвитку мислення за аналогією є здатність учня розв'язувати принципово нові задачі, знаходячи в них структурну схожість із уже відомими. Це потужний евристичний механізм. Українські педагоги, зокрема послідовники системи розвивального навчання Л. В. Занкова, велику увагу приділяли встановленню «міжпредметних зв'язків», що, по суті, є розвитком мислення за аналогією, коли учень вчиться бачити прояв одних і тих самих законів у різних наукових сферах.

Характеристика інтегральних якостей мислення

Розвинене логічне мислення характеризується не лише арсеналом форм та операцій, а й наявністю певних інтегральних якостей, які описують загальну культуру розумової діяльності.

Однією з фундаментальних якостей, що характеризує культуру мислення, є послідовність. Ця якість передбачає здатність вибудовувати міркування у строгому логічному порядку, де кожна наступна думка впливає з попередньої. Послідовне мислення вільне від хаотичності та логічних «стрибків». Ця якість базується на дотриманні закону тотожності та закону несуперечності, сформульованих Арістотелем. Українські педагоги часто говорять про важливість формування «алгоритмічної культури» учнів, що є практичним втіленням послідовності мислення.

Невід'ємною складовою логічного мислення є його обґрунтованість та доказовість. Ця якість, що базується на законі достатньої підстави Готфріда Лейбніца, є проявом інтелектуальної відповідальності. Наслідком її формування є відмова учня від голослівних тверджень та прийняття наукової норми. Видатний український педагог Василь Олександрович Сухомлинський, у своїй «Школі радості» приділяв величезну увагу розвитку допитливості,

прагнення дитини дійти до «першопричини» явища. Він писав: «Умійте змусити учня дивуватися». Це здивування і є поштовхом до пошуку обґрунтування, що лежить в основі доказового мислення.

Вищим рівнем інтелектуальної зрілості є критичність. Ця якість, що сягає своїм корінням методу Сократа і є центральною в педагогіці Джона Дьюї, є здатністю до рефлексивного аналізу мисленнєвого процесу. Наслідком розвитку критичності є формування інтелектуальної автономії. Учень перестає бути сліпим виконавцем алгоритмів і стає оцінювачем. Сучасна українська освітня реформа «Нова українська школа» (НУШ) визначає критичне мислення як одну з ключових компетентностей випускника, як необхідний інструмент для орієнтації в інформаційному просторі та протидії маніпуляціям.

На противагу когнітивній ригідності та шаблонності виступає така якість, як гнучкість мислення. Ця якість, що досліджувалася в контексті дивергентного мислення Дж. Гілфордом та латерального мислення Едвардом де Боно, протистоїть інертності та стереотипам. Наслідком її розвитку є здатність учня долати стереотипи та знаходити нестандартні шляхи розв'язання. Українські педагоги-практики, такі як Л. М. Цибух, наголошують на важливості використання завдань з багатоваріантним розв'язанням. Коли учень знаходить кілька способів розв'язання однієї задачі та аналізує їх ефективність, це безпосередньо тренує гнучкість його мислення.

Отже, проведений аналіз дозволяє зробити висновок, що логічне мислення постає не просто як окрема навичка, а як складна, багаторівнева та динамічна система. Вона включає операційний компонент, що реалізується через фундаментальні розумові дії (аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення, конкретизацію, класифікацію); структурний компонент, що фіксує результати мислення у вигляді стійких форм (поняття, судження, умовиводи); та інтегральний

компонент, що проявляється в найважливіших якостях мислення (послідовності, обґрунтованості, критичності та гнучкості).

Як було показано на основі праць класиків світової та провідних діячів вітчизняної психолого-педагогічної науки, зокрема Г. С. Костюка, В. Ф. Паламарчук та В. О. Сухомлинського, ці елементи перебувають у нерозривній єдності, а їх розвиток є центральним завданням інтелектуального становлення особистості. Важливо є те, що ця складна система не є вродженою даністю, а є продуктом тривалого та цілеспрямованого формування, яке відбувається безпосередньо у процесі навчання та виховання.

1.2. Психолого-педагогічні особливості розвитку мислення старшокласників

Старший шкільний вік, що у віковій психології відповідає періоду ранньої юності, є етапом не просто кількісного накопичення знань, а фундаментальної якісної перебудови всієї архітектури інтелекту. Цей період можна схарактеризувати як справжню когнітивну революцію, коли на зміну одним способам мислення приходять якісно нові, більш потужні та гнучкі інструменти пізнання [40]. Щоб зрозуміти глибину цих змін, необхідно послідовно порівнювати мислення учня 10-11 класів з мисленням підлітка 5-9 класів, для якого характерні інші психологічні та фізіологічні особливості.

Мислення учня середньої школи, згідно з класичною теорією Жана Піаже, функціонує переважно на рівні конкретних операцій. Це означає, що його логіка міцно прив'язана до реальних, фізичних або чітко уявлюваних об'єктів та ситуацій. Підліток цього віку може успішно класифікувати предмети, вибудовувати їх у ряд за певною ознакою, розуміти принцип збереження кількості. Його мислення є надзвичайно ефективним у роботі з тим, що «є» тут і зараз. Проте воно зазнає значних труднощів, коли потрібно вийти за межі наочної реальності у світ абстрактних ідей, гіпотез та можливостей. Для нього

поняття «справедливість» часто зводиться до конкретного принципу «порівну», а поняття «свобода» — до конкретних дозволів чи заборон.

У старшому шкільному віці відбувається якісний стрибок — перехід до стадії формальних операцій. Суть цього стрибка полягає не стільки у вдосконаленні вже існуючих навичок, скільки у формуванні нової метакогнітивної здатності — вміння мислити про сам процес мислення. Старшокласник переходить від оперування об'єктами до оперування висловлюваннями про них. Саме це дозволяє йому аналізувати логічну структуру тверджень, не прив'язуючись до їхнього змісту. Він починає вільно міркувати про такі абстрактні поняття, як «ідеалізм», «демократія», «соціальний інститут» чи «нескінченність», не шукаючи для них відповідники у фізичному світі.

Цей когнітивний стрибок має глибокі вікові фізіологічні основи. Саме в період юності відбувається інтенсивне дозрівання префронтальної кори головного мозку. Ця ділянка відповідає за вищі когнітивні функції, до яких належать планування, цілепокладання, прийняття рішень, контроль над імпульсивними реакціями і, що є ключовим – абстрактне мислення. Відбувається активний процес мієлінізації нервових волокон, що значно прискорює передачу сигналів між різними ділянками мозку, дозволяючи створювати більш складні та швидкі нейронні мережі. Таким чином, здатність до формально-логічного мислення є не лише психологічним новоутворенням, а й прямим наслідком біологічної зрілості мозкових структур. Цей новий «когнітивний апарат» створює необхідні передумови для свідомого засвоєння складних абстрактних систем знань, які до цього моменту могли засвоюватися лише на рівні механічного відтворення алгоритмів [40].

Для систематизації та візуального представлення цих фундаментальних відмінностей, розглянемо порівняльну таблицю ключових когнітивних аспектів.

Табл. 1.2.1. Характеристика мислення учнів середніх та старших класів

Когнітивний аспект	Середня школа (5-9 класи)	Старша школа (10-11 класи)
Основний спосіб оперування	Конкретно-операційний: Мислення спирається на реальні об'єкти та конкретні ситуації.	Формально-логічний: Мислення оперує абстрактними поняттями, символами та гіпотезами.
Спрямованість міркувань	Переважно індуктивна: Рух думки від окремих фактів до їх узагальнення.	Гіпотетико-дедуктивна: Здатність виводити наслідки із загальних припущень.
Ставлення до знання	Переважно репродуктивне: Сприйняття знання як істини, що потребує засвоєння.	Критичне: Прагнення до аналізу, перевірки та самостійного обґрунтування знання.
Рівень самоусвідомлення	Неусвідомлене: Розумові процеси відбуваються автоматично, без аналізу власної стратегії.	Рефлексивне (метакогнітивне): Здатність аналізувати та керувати власним мисленням.
Індивідуальні відмінності	Ситуативні та гнучкі: Когнітивні стилі проявляються, але ще не є стійкими.	Кристалізовані: Формуються стійкі індивідуальні когнітивні стилі.

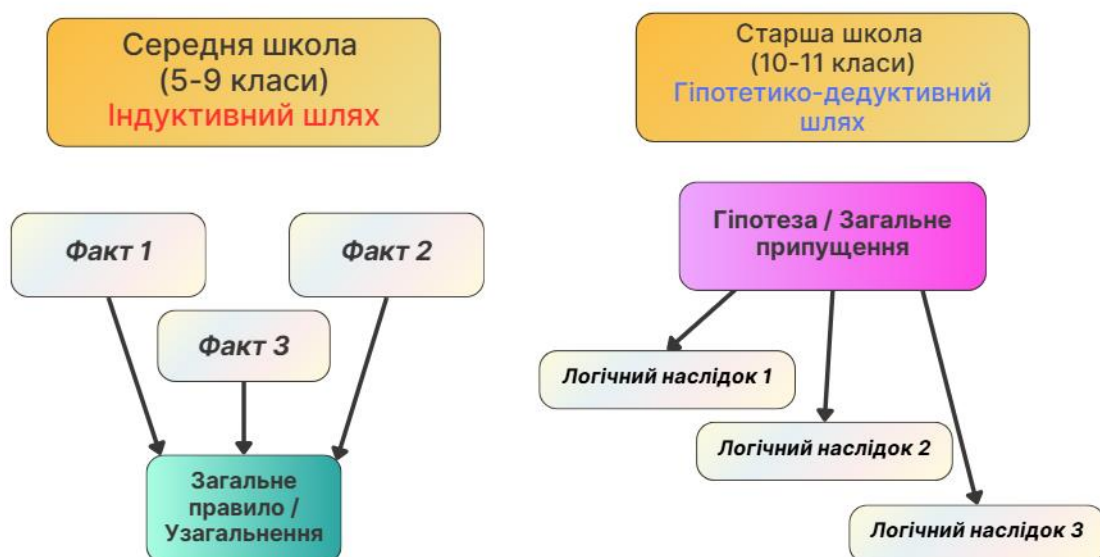
Далі розглянемо кожен із цих трансформаційних аспектів детальніше.

Однією з перших і найважливіших змін є кардинальна перебудова у спрямованості міркувань. Якщо для учня 5-9 класів інтелектуальний світ будується знизу вгору, цеглинка за цеглинкою, від конкретних спостережень до обережних узагальнень, то для старшокласника відкривається принципово новий шлях – шлях зверху вниз, від чистої ідеї до її можливих проявів у реальності.

Для підлітка середньої школи домінуючим є переважно індуктивний шлях пізнання. Його мислення подібне до роботи натураліста-емпірика: він збирає факти, порівнює їх, знаходить спільні риси і лише на основі цього накопиченого матеріалу наважується зробити висновок. Вивчаючи мову, він спочатку бачить десятки прикладів і лише потім виводить граматичне правило. Вивчаючи історію, він знайомиться з конкретними подіями і лише згодом приходить до розуміння загальних тенденцій епохи. Цей спосіб мислення є надійним, міцно прив'язаним до реальності, але він має свої межі. Він є ефективним для пояснення того, що вже сталося, але виявляється недостатньо потужним, щоб системно міркувати про те, чого ще немає або не може бути.

В старших класах відбувається справжня когнітивна революція, що полягає у становленні гіпотетико-дедуктивного мислення. Це не просто додавання нового інструменту, а зміна самої точки відліку. Відправним пунктом для міркувань стає не факт, а гіпотеза.

Рис.1.2.1. Схема зміни домінуючого вектору мислення



На практиці це означає кардинальну зміну: тепер реальність перестає бути єдиною відправною точкою для міркувань. Нею стає будь-яке можливе припущення, будь-яка ідея, навіть відверто фантастична.

Чи не тут криється корінь юнацького ідеалізму, прагнення переробити світ, побудувати моделі ідеального суспільства, не надто зважаючи на «об'єктивні обставини»? Його розум перетворюється на ментальну лабораторію, де можна проводити уявні експерименти. Т. А. Вакалюк, досліджуючи когнітивний розвиток, акцентує, що для старшокласників характерна «здатність міркувати гіпотетико-дедуктивним шляхом, тобто на основі загальних посилок робити висновки про часткові випадки, навіть якщо ці посилки є суто гіпотетичними».

Цей новий спосіб мислення тісно пов'язаний із загальним психосоціальним розвитком особистості в юнацькому віці. Це період активного професійного та особистісного самовизначення. Старшокласник стоїть перед необхідністю планувати своє майбутнє, обирати професію, будувати «проект» власного життя. Така діяльність за своєю суттю є глибоко гіпотетичною. Він змушений міркувати в категоріях «а що, якщо...»: «Що, якщо я стану лікарем? Які кроки мені потрібно зробити? Які знання здобути? Які можливі труднощі та переваги?». Він створює гіпотезу про своє майбутнє і намагається логічно «прорахувати» наслідки. Без розвиненого гіпотетико-дедуктивного мислення таке довгострокове планування було б неможливим і зводилося б до імпульсивних, ситуативних рішень, характерних для підлітка 5-9 класів.

Ця здатність також дозволяє старшокласнику по-новому осмислювати історію, літературу та суспільні явища. Він стає здатним до альтернативного мислення, тобто може аналізувати історичні події не як єдино можливий, фатальний ланцюг, а як результат вибору, що мав альтернативи. Він може ставити собі питання: «А що було б, якби в певній битві перемогла інша сторона? Як би це вплинуло на подальший хід історії?». Такі уявні експерименти є потужним інструментом для глибокого розуміння причинно-наслідкових зв'язків. Учень середніх класів здебільшого фіксує те, що «було», старшокласник же починає

аналізувати те, що «могло б бути», і через це глибше розуміє, чому сталося саме так.

Наступним логічним кроком, що впливає зі здатності оперувати гіпотезами, є потужний розвиток критичності. Адже якщо будь-яке твердження можна розглядати як гіпотезу, то жодне з них не може прийматися на віру без ретельної перевірки. Це глибока зміна у ставленні до знання як такого. Для учня 5-9 класів світ знань здебільшого є ієрархічним та авторитарним. Існує чіткий поділ на правильні відповіді, що містяться в підручнику чи звучать з вуст вчителя, і неправильні. Навчання на цьому етапі часто полягає у репродуктивному засвоєнні – правильному відтворенні наданої інформації.

Ключовою зміною для старшокласника стає формування критичного погляду на знання. Він більше не сприймає його як статичний набір непорушних істин, а починає розглядати його як живий, суперечливий процес пошуку. Він починає усвідомлювати, що знання – це не статичний набір непорушних істин, а динамічний, часто суперечливий процес пошуку. Це спонукає його до інтелектуальної самостійності — прагнення самому перевіряти інформацію, шукати докази та формувати власну, неупереджену думку. Таке прагнення до інтелектуальної автономії тісно пов'язане із загальною психологією юнацького віку, а саме — з процесом емансипації від дорослих. Бажання бути самостійним та незалежним, яке так яскраво помітне у поведінці та спілкуванні підлітків, логічно поширюється і на інтелектуальну сферу. Авторитет дорослого, зокрема вчителя, перестає бути апіорним, заснованим на статусі, і тепер вимагає постійного підтвердження через компетентність, логічність та відкритість до діалогу. Вислів «так прийнято» або «так написано в книзі» вже не є достатнім аргументом. Старшокласник вимагає відповіді на питання «Чому саме так? Які є докази? Чи існують інші погляди на цю проблему?».

Розвиток критичності проявляється у кількох ключових аспектах, які якісно відрізняють мислення учня 10-11 класу від мислення учня 5-9 класу:

1. ***Аналіз джерел інформації.*** Учень середньої школи, отримуючи завдання підготувати реферат, часто обмежується копіюванням інформації з першого-ліпшого джерела, сприймаючи будь-який надрукований текст як істину. Старшокласник же стає здатним до більш складного аналізу: він оцінює надійність джерела, намагається розрізнити об'єктивний факт та особисту думку автора, виявляє упередженість, маніпуляції та приховані мотиви. Він починає розуміти, що одна й та сама подія може бути висвітлена з абсолютно різних, іноді протилежних, позицій, і для формування об'єктивної картини необхідно порівняти кілька джерел, зіставити їх та зробити власний висновок.
2. ***Здатність виявляти логічні помилки.*** Якщо учень 5-9 класу в дискусії зазвичай обмежується простими оцінками («добре»/»погано»), то старшокласник переходить на новий рівень аналізу. Він вчиться помічати не лише фактичні неточності, а й слабкі місця в самій логіці аргументації — як у власній, так і в чужій. Наприклад, він вже може розпізнати хибне узагальнення, підміну тези чи апеляцію до авторитету замість доказів. Саме ця навичка стає фундаментом для ведення конструктивних дискусій та формування культури аргументації.
3. ***Переоцінка власних цінностей.*** Критичне мислення в цьому віці спрямовується не лише на зовнішній світ, а й на самого себе. Старший шкільний вік стає періодом активної переоцінки цінностей та поглядів. Юнак чи дівчина вперше починають ставити собі екзистенційні питання: «Чому я вірю саме в це? Чиї це думки — мої власні чи нав'язані? На яких підставах ґрунтуються мої погляди на життя, дружбу, суспільство?». Цей складний і часто болісний процес

є необхідним етапом на шляху до формування зрілої, усвідомленої особистості з власною системою цінностей.

Педагогічно важливо розуміти, що критичність старшокласника — це не прояв неповаги чи бажання сперечатися заради суперечки. Це природний і необхідний етап інтелектуального дорослішання. Завдання вчителя — не пригнічувати ці прояви, розцінюючи їх як виклик власному авторитету, а спрямовувати їх у конструктивне русло [40]. Це вимагає від педагога переходу від авторитарної моделі навчання, де він є єдиним носієм істини, до моделі партнерства, де він виступає як досвідчений модератор дискусії, що допомагає учням вчитися мислити самостійно, аргументовано та відповідально.

Наступною важливою особливістю, що характеризує когнітивний розвиток у старшому шкільному віці, є поступова кристалізація та усвідомлення індивідуальних когнітивних стилів. На відміну від учня 5-9 класів, який здебільшого покладається на універсальні методи вчителя, старшокласник починає демонструвати стійкі індивідуальні переваги. Його підходи до вирішення завдань перестають бути гнучкими та ситуативними. Натомість у нього виробляється власний, стабільний стиль сприйняття, обробки, запам'ятовування та використання інформації. Цей процес зумовлений не лише дозріванням нервової системи, а й накопиченням індивідуального досвіду успішної або неуспішної інтелектуальної діяльності, а також початком професійного самовизначення, яке спонукає юнака чи дівчину шукати ті види діяльності, що найбільше відповідають їхнім природним схильностям. Дослідження в галузі когнітивної психології, зокрема роботи О. В. Сазонової та Д. Б. Бабія, які вивчали «особливості стилів мислення старшокласників із різною професійною спрямованістю», дозволяють екстраполювати ці ідеї на загальну навчальну діяльність. Можна виділити кілька умовних полюсів, між якими розташовуються індивідуальні стилі учнів:

- **Аналітичний та синтетичний (холістичний) стилі.** Учень з домінуючим аналітичним стилем схильний до послідовного, покрокового підходу. Він ретельно розбирає проблему на складові, детально аналізує кожну частину і лише після цього переходить до висновків. Його сильна сторона — точність, уважність до деталей, здатність до довгої, скрупульозної роботи. Для нього комфортними є чіткі алгоритми та структуровані завдання. Учень із синтетичним стилем, навпаки, прагне спочатку побачити проблему в цілому, «схопити» її суть, вловити ключову ідею. Він мислить більш інтуїтивно, шукає неочевидні зв'язки та аналогії. Його сильна сторона — здатність до несподіваних узагальнень, генерування оригінальних гіпотез та «інсайтів».
- **Імпульсивний та рефлексивний стилі.** Учень з імпульсивним стилем схильний швидко висувати гіпотези та давати відповіді, часто не до кінця проаналізувавши всі умови. Він не боїться помилитися і працює методом проб і помилок. Це може бути ефективним у творчих завданнях, де важлива швидкість генерування ідей. Учень з рефлексивним стилем, навпаки, буде довго і ретельно обмірковувати всі варіанти, перш ніж дати відповідь. Він прагне уникнути помилок, тому його темп роботи може бути повільнішим, але відповіді, як правило, більш виважені та обґрунтовані.

Для педагога важливо розуміти, що немає «хороших» чи «поганих» стилів. Кожен з них є ефективним у певних ситуаціях. Ігнорування індивідуальних когнітивних стилів та спроба «підігнати» всіх під один шаблон є шкідливим. Це вбиває мотивацію та породжує в учнів відчуття власної інтелектуальної неспроможності, якщо їхній природний стиль мислення відрізняється від нав'язаного. Тому ефективна педагогічна стратегія має базуватися на диференціації завдань та методів навчання. Такий підхід дозволить кожному учню

спиратися на свої сильні сторони і водночас дасть можливість розвивати інші, менш виражені аспекти мислення.

Нарешті, найвищим рівнем когнітивного розвитку, що починає активно формуватися у цей період, є формування метакогнітивної регуляції, або рефлексії. Це здатність особистості спрямовувати мислення на саме себе, іншими словами, мислити про власне мислення. Учень 5-9 класів, розв'язуючи задачу, здебільшого зосереджений на самому об'єкті та процесі. Його розумові процеси для нього самого є «прозорими», неусвідомленими. Він діє, але рідко аналізує, як конкретно він це робить. Старшокласник же стає здатним зробити власне мислення об'єктом аналізу. Він може одночасно бути і виконавцем інтелектуальної дії, і спостерігачем, що оцінює ефективність цієї дії.

Метакогнітивна регуляція включає три основні компоненти:

1. **Планування.** Перед початком розв'язання складної задачі старшокласник здатний до свідомого аналізу ситуації та вибору стратегії. Він ставить собі питання: «Що саме від мене вимагається? Які знання та навички мені для цього знадобляться? Який метод буде найбільш ефективним у даному випадку? Скільки часу це може зайняти?».
2. **Моніторинг.** У процесі діяльності учень здатен відстежувати власний прогрес та вчасно виявляти труднощі. Він запитує себе: «Чи все я роблю правильно? Чи не відхилився я від початкового плану? Чи розумію я те, що роблю, чи дію механічно? Де саме виникла проблема?».
3. **Оцінювання.** Після завершення роботи учень здатен проаналізувати як результат (правильно/неправильно), так і сам процес його досягнення. Він може зробити висновки: «Чи був мій план ефективним? Чи можна було розв'язати цю задачу простіше або швидше? Яку нову стратегію я засвоїв? Яких помилок слід уникати в майбутньому?».

Розвиток рефлексії має фундаментальне значення, оскільки він перетворює учня з пасивного об'єкта навчання на активного суб'єкта власної навчальної діяльності. Він вчиться керувати власним пізнанням, ставити собі навчальні цілі та знаходити шляхи їх досягнення. Як слушно зазначає О. О. Жуйлова, саме профільне навчання створює ідеальні умови для становлення рефлексивних навичок, оскільки занурює учнів у складний матеріал [7]. На відміну від нього, стандартні, рутинні завдання, які розв'язуються за шаблоном, такої складної метакогнітивної роботи просто не вимагають. Отже, підсумовуючи, можемо стверджувати, що в старшому шкільному віці психологічний апарат учня зазнає якісних трансформацій. Здатність до гіпотетико-дедуктивних міркувань, становлення критичності та інтелектуальної автономії, кристалізація когнітивних стилів, а також розвиток метакогнітивної регуляції — усі ці новоутворення разом формують потужний когнітивний потенціал. Саме він відкриває для особистості нові горизонти пізнання та саморозвитку.

Було б наївно вважати, що цей когнітивний потенціал розкриється сам по собі, просто з віком. Насправді його реалізація — це складний шлях, сповнений викликів та суперечностей, здатних загальмувати чи навіть спотворити розвиток логіки. Вчителю вкрай важливо усвідомлювати ці виклики, щоб ефективно на них реагувати.

Проте ця нова здатність оперувати абстракціями має і зворотний бік — існує ризик, що теоретичні знання можуть відірватися від реального життєвого контексту. Здобувач освіти може навчитися бездоганно виконувати складні символічні перетворення, не розуміючи при цьому, яке реальне явище чи ідею описує та чи інша абстрактна модель. Наслідком цього є не лише «крихкість» таких знань, які швидко забуваються, але й глибоке падіння навчальної мотивації, коли втрачається відповідь на питання «Навіщо мені це потрібно?».

Часто юнацький максималізм та потреба в інтелектуальній

автономії вступають у протиріччя з об'єктивним браком знань. Це протиріччя знаходить свій вияв у надмірній самовпевненості та категоричності суджень: учень може заперечувати авторитет вчителя не на підставі логічного аналізу, а виходячи з духу суперечності. Перед педагогом постає складне завдання — знайти цей тонкий баланс. Йому слід заохочувати прагнення до самостійності, проте водночас м'яко вказувати на можливу обмеженість погляду, стимулюючи до подальшого, глибшого осмислення проблеми.

Перехід до стадії формальних операцій є гетерохронним - відбувається не одночасно і не однаково у всіх здобувачів освіти. В одному і тому ж класі можуть навчатися ті, хто вже вільно оперує гіпотезами, і ті, чиє мислення все ще прив'язане до конкретних прикладів. Це створює значні дидактичні труднощі, оскільки фронтальна подача складного матеріалу може бути незрозумілою для одних і гальмувати розвиток інших, що вимагає володіння технологіями диференційованого навчання.

Насичені програми старших класів та високий тиск, пов'язаний з підготовкою до випускних іспитів, часто зводять освітній процес до «натаскування» на типові задачі. В таких умовах не залишається часу на глибоку рефлексію, обговорення альтернативних шляхів розв'язання та дослідницьку діяльність – тобто на все те, що, власне, і розвиває мислення. Інтелектуальний розвиток підміняється накопиченням інформації, що може призвести до парадоксальної ситуації: здобувач освіти успішно складає іспит, але його здатність до самостійного мислення залишається на низькому рівні.

1.3. Потенціал курсу алгебри і початків аналізу для формування логічного мислення учнів.

Якщо попередній аналіз окреслив психологічну готовність та когнітивну зрілість старшокласників для освоєння складних форм мислення, то тепер необхідно здійснити глибокий розгляд дидактичного інструментарію, здатного реалізувати цей потенціал. Таким унікальним інструментарієм є навчальна дисципліна «Алгебра і початки аналізу».

Детальний аналіз її змісту, структури та методології дозволяє стверджувати, що цей курс є не просто сукупністю математичних фактів, формул та алгоритмів, а системно організованим дидактичним середовищем, внутрішня логіка якого іманентно, тобто за своєю суттю, спрямована на виховання та вдосконалення культури мислення.

Ця теза знаходить своє підтвердження і на нормативному рівні. В умовах реалізації Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти, як зазначає Р. С. Бачинська, однією з ключових цілей освітньої галузі «Математика» є забезпечення розвитку «логіки, культури мислення та інтуїції» [8, с. 1-3]. Аналогічні пріоритети закладені і в сучасних модельних навчальних програмах. Наприклад, у модельній програмі для поглибленого рівня під авторством О. Крижановського прямо зазначено, що завдання й теми курсу «сприяють розвитку логічного та критичного мислення» [20, с. 3]. Таким чином, орієнтація на розвиток мислення є не просто бажаним педагогічним ефектом, а прямою вимогою освітніх стандартів.

Специфічний розвивальний потенціал дисципліни обумовлений кількома її фундаментальними, органічно пов'язаними характеристиками, які можна представити у вигляді таблиці.

Табл. 1.3.1 Характеристики курсу «Алгебра і початки аналізу» та їх вплив на розвиток мислення

Характеристика курсу	Вплив на розвиток логічного мислення
----------------------	--------------------------------------

Високий рівень абстрактності понять та формалізм мови	Стимулює розвиток абстрактного мислення, вміння оперувати символами та формальними конструкціями. Виховує точність, лаконічність та строгість висловлювань.
Строга дедуктивна побудова теоретичного каркасу	Формує навички дедуктивного міркування, послідовності, доказовості. Розвиває уявлення про аксіоматичний метод побудови наукової теорії.
Центральна роль математичної задачі	Є основним «тренажером» для всіх логічних операцій. Сприяє формуванню вміння аналізувати проблемні ситуації, планувати діяльність та знаходити шляхи розв'язання.
Наявність завдань нерепродуктивного характеру	Розвиває критичність, гнучкість, креативність мислення. Стимулює дослідницькі навички, вміння висувати та перевіряти гіпотези.

Розглянемо ці характеристики та їхній розвивальний потенціал детальніше.

Першою і, мабуть, найбільш очевидною особливістю є винятково високий рівень абстрактності понять та строгий формалізм мови. Алгебра і початки аналізу оперують такими складними концепціями, як «змінна», «функція», «границя», «похідна», «невизначений інтеграл», які не мають безпосередніх, фізично відчутних аналогів у навколишньому світі. Вони є продуктами багаторівневого абстрагування, що вимагає від здобувача освіти роботи на вищих рівнях когнітивної діяльності. Саме в старшому шкільному віці, як було показано в попередньому підрозділі, відбувається перехід до стадії формальних операцій за Піаже, що створює необхідні психологічні передумови для роботи з таким матеріалом. Засвоєння поняття «функція», наприклад, вимагає від учня абстрагуватися від безлічі конкретних прикладів (залежності шляху від часу, вартості від кількості) і досягнути самої ідеї відповідності між елементами двох множин. Сама мова алгебри, що використовує символи, змінні та відношення, привчає мислення до максимальної точності, лаконічності та логічності

строгості висловлювань. Вона виключає двозначність, емоційність та розмитість, притаманну буденній мові, змушуючи здобувача освіти чітко формулювати думку. У цьому контексті надзвичайної ваги набуває культура мовлення самого педагога. Як справедливо зауважує Р. С. Мілян, саме «мова вчителя є засобом формування логічного мислення учнів» [9, с. 75], оскільки вона слугує щоденним взірцем правильної побудови означень, несуперечливої аргументації та коректного використання кванторів («для будь-якого», «існує такий, що»).

Другою фундаментальною характеристикою, яка визначає унікальний потенціал математики для розвитку мислення, є її строга дедуктивна побудова теоретичного каркасу. Математична теорія, на відміну від більшості природничих наук, що рухаються переважно індуктивним шляхом від спостереження до теорії, розгортається як струнка, ієрархічно організована аксіоматико-дедуктивна система. Кожне нове поняття вводиться на основі попередніх, кожна теорема логічно виводиться з аксіом та раніше доведених тверджень, утворюючи міцний логічний ланцюг. Завдяки такій структурі мислення учня неминуче стає більш послідовним, доказовим та системним. Розглянемо, як це працює на прикладі теореми Лагранжа. Засвоюючи її доведення, учень не просто зазубрює текст. Він крок за кроком відтворює логіку математика: спершу аналізує умови, потім конструює допоміжну функцію, і нарешті, застосовує до неї вже відому теорему Ролля. Здобувач тренує здатність будувати довгі ланцюги умовиводів та перевіряти їх коректність на кожному кроці. Це формує фундаментальне наукове уявлення про те, що в математиці істинним є не те, що здається очевидним чи правдоподібним, а виключно те, що строго доведено. С. А. Раков у своїй монографії трактує логічну компетентність саме як «...володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень...» [10, с. 23]. Саме курс алгебри та початків аналізу є головним освітнім простором для формування цієї ключової навички.

Третьою, і мабуть, центральною характеристикою є провідна роль математичної задачі, яка виступає не лише засобом контролю знань, а й головним полігоном для тренування та розвитку мислення. Р. Ю.

Шпонька у своїй кваліфікаційній роботі всебічно обґрунтовує ефективність «задачного підходу до формування логічного мислення старшокласників», розглядаючи задачу як модель проблемної ситуації. Процес її розв'язання, як зазначає Р. С. Бачинська, складається з наступних етапів:

- 1) аналіз формулювання задачі...;
- 2) пошук плану розв'язування;
- 3) здійснення плану...;
- 4) обговорення (аналіз) знайденого способу розв'язування. [12, с. 30]

Кожен із цих етапів є комплексним логічним актом.

Як слушно підкреслює Р. С. Бачинська, саме «задача як засіб формування логічної складової математичної компетентності учнів» [12, с. 29] дозволяє організувати таку навчальну діяльність, у якій здобувачі освіти багаторазово і на різному матеріалі тренують усі ключові логічні операції. Більше того, як видно з аналізу сучасних модельних навчальних програм, наприклад, програми для профільного рівня, розробленої І.Клочком та А.Забазною, вся структура навчання побудована навколо формування в учнів умінь розв'язувати задачі. Очікувані результати навчання в програмі часто формулюються через діяльнісні компетентності: «досліджує специфічну проблемну ситуацію», «оцінює достовірність і доцільність використання даних», «обирає математичну модель розв'язання» [7, с. 6]. Це свідчить про зміщення акцентів у сучасній освіті від простого володіння знаннями до вміння їх застосовувати у процесі розв'язання задач.

При цьому особливий розвивальний потенціал мають не стільки стандартні, репродуктивні завдання, скільки специфічні типи завдань,

які виводять здобувача освіти за межі звичних алгоритмів та стимулюють вищі рівні розумової діяльності. Якщо проаналізувати задачний матеріал курсу, спираючись на класифікацію, запропоновану Р. С. Бачинською, яка виділяє задачі на обчислення, доведення, побудову і дослідження, стає очевидним, що вони активізують різні аспекти мислення. Задачі на обчислення є необхідними для формування базових навичок, однак справжнім полігоном для тренування мислення є задачі на доведення та дослідження, які за своєю суттю є моделями наукового міркування.

Задачі на доведення займають унікальне місце в системі математичної освіти, оскільки їхньою основною метою є не знаходження невідомої величини, а встановлення істинності певного твердження шляхом побудови логічно бездоганного ланцюга умовиводів. Саме такі задачі безпосередньо тренують дедуктивне мислення. Як справедливо зазначає Н. В. Кугай, у процесі доведення здобувачі освіти «свідомо засвоюють систему математичних знань, ... набувають навичок самостійної роботи, умінь раціонально і творчо застосовувати математичні знання» [13, с. 77]. Свідоме засвоєння тут є ключовим. Здобувач освіти не просто пасивно сприймає теорему як факт, а активно реконструює логічний шлях її обґрунтування. Це перетворює знання з декларативного «я знаю, що...» на процедурне «я знаю, як довести, що...», роблячи його значно глибшим та стійкішим до забування.

Якщо задачі на доведення є моделлю строгого дедуктивного міркування, то задачі на дослідження можна вважати квінтесенцією творчої математичної діяльності. Р. Бобовський та Л. Шевчук у своєму дослідженні доводять, що «вплив використання проблемних ситуацій на розвиток логічного мислення» [14, с. 66] є надзвичайно високим, а дослідницька задача за своєю природою і є такою проблемною ситуацією. Вона створює інтелектуальний виклик, який неможливо

подолати за допомогою стандартного алгоритму, що змушує висувати гіпотези, перевіряти їх, аналізувати часткові випадки та узагальнювати отримані результати.

Особливо ефективними в цьому контексті є задачі з параметрами. Як показує Т. А. Вакалюк, вони вимагають від здобувача освіти переходу від рівня простого обчислення до рівня повноцінного дослідження [15, с. 60]. Аналіз результатів ЗНО, проведений Р. С. Бачинською, свідчить, що саме «завдання з параметром, розв'язання якого потребує не лише знаходження коренів наведеного рівняння, але й аналізу та синтезу отриманих результатів» викликає в абітурієнтів особливі труднощі [8, с. 15]. Ця тенденція повністю зберігається і в умовах сучасного Національного мультипредметного тесту (НМТ). Згідно зі звітами Українського центру оцінювання якості освіти, завдання, що вимагають аналізу параметричних рівнянь чи нерівностей, стабільно мають один із найнижчих відсотків виконання, що підтверджує їхню роль як потужного діагностичного інструменту рівня розвитку саме логічного, а не алгоритмічного мислення.

Важливим фактором, що виводить навчальну діяльність за межі репродукції, є цілеспрямований пошук кількох способів розв'язання однієї і тієї ж задачі. Л. М. Цибух та Д. Ф. Цибух наголошують, що така діяльність є потужним «фактором розвитку творчого та логічного мислення» [16, с. 222]. Проте розвивальний потенціал цього підходу розкривається повною мірою не лише на етапі пошуку, а й на етапі порівняльного аналізу знайдених способів. Після того, як знайдено кілька шляхів, перед здобувачем освіти постає нове завдання — оцінити їх. Така рефлексивна діяльність стимулює гнучкість, критичність та здатність до оцінки ефективності різних стратегій.

Отже, курс алгебри і початків аналізу володіє системним, багатогранним та глибоким потенціалом для розвитку всіх аспектів логічного мислення старшокласників. Його абстрактність тренує

здатність до формалізації, дедуктивна структура виховує культуру доказовості, а центральна роль задачі, особливо дослідницького та нерепродуктивного характеру, формує гнучкість, критичність та стратегічне мислення. Цей внутрішній потенціал дисципліни сьогодні набуває особливої актуальності, оскільки він прямо відповідає цілям, закладеним у сучасних освітніх стандартах та форматах контролю знань.

Сучасні формати випускних іспитів все більше зміщують акцент з перевірки суто репродуктивних знань на оцінювання предметних компетентностей. Ця тенденція, виявлена Р. С. Бачинською при аналізі результатів ЗНО, сьогодні набуває ще більшої гостроти в умовах Національного мультипредметного тесту (НМТ). Високе когнітивне навантаження та жорсткі часові обмеження НМТ висувають нові вимоги до випускників: успіх залежить не стільки від обсягу завчених формул, скільки від здатності швидко аналізувати нестандартні умови, обирати найраціональніший шлях розв'язання та уникати логічних пасток. Однак ключова проблема залишається незмінною: українські школярі, як правило, добре виконують завдання репродуктивного характеру, що вимагають застосування завченого алгоритму, але їхні показники є суттєво гіршими у випадку завдань «на застосування знань у практичних, життєвих ситуаціях, зміст яких подано в незвичній, нестандартній формі» [8, с. 13]. Це свідчить про розрив між формальним володінням знаннями та вмінням їх свідомо застосовувати, тобто про недостатній рівень розвитку саме логічної складової математичної компетентності.

Водночас нові модельні навчальні програми для старшої профільної школи прямо ставлять розвиток мислення у центр освітнього процесу. Так, у модельній програмі з алгебри під авторством І. Ключка та А. Забазнової однією з ключових цілей є «сформувати в учнівства критичне та системне мислення, орієнтації в прикладних можливостях застосування математики» [12, с. 3]. Аналогічно, модельна програма з

геометрії О. Крижановського серед основних завдань виділяє «формувані в учнівства критичне та системне мислення» та «розвивати творчість з урахуванням академічної доброчесності» [20, с. 3-5]. Ці програмні документи підтверджують, що сучасна українська педагогічна думка розглядає математику не як самоціль, а як потужний інструмент для розвитку інтелекту.

Таким чином, виникає ключова суперечність: з одного боку, курс алгебри і початків аналізу має величезний внутрішній потенціал для розвитку логічного мислення; з іншого боку, вимоги суспільства, зафіксовані у форматах іспитів та нових програмах, вимагають саме цих розвинених навичок. Проте, як підсумовує Р. С. Бачинська у своєму аналізі, реальна практика свідчить про «неврахування в освітньому процесі запропонованих науковцями інновацій та низький рівень сформованості математичної компетентності» [8, с. 15]. Це доводить, що потужний потенціал дисципліни не реалізується автоматично. Він може залишитися нерозкритим, якщо викладання зводиться до механічного відтворення зразків. Його повна актуалізація вимагає від учителя свідомого, цілеспрямованого та методично грамотного використання відповідних прийомів, форм і технологій навчання, що й обумовлює гостру необхідність розробки та експериментальної перевірки такої системи.

1.4. Проблеми та виклики цифровізації освіти у контексті розвитку логічного мислення старшокласників.

Цифрова епоха фундаментально перебудовує весь освітній простір. Це створює як безпрецедентні можливості, так і нові, складні виклики, особливо для розвитку логічного мислення старшокласників. З одного боку, цифрові інструменти, такі як системи динамічної математики, обчислювальні середовища та інтерактивні навчальні платформи, відкривають колосальний дидактичний потенціал. Завдяки цим інструментам учні можуть візуалізувати абстракції, моделювати

процеси, миттєво тестувати гіпотези та проводити повноцінну дослідницьку роботу, що було недосяжним для традиційного формату уроку.

Здавалося б, такий інструментарій має стати потужним каталізатором для формування всіх компонентів мислення, детально розглянутих вище. Однак за цією оптимістичною картиною ховається кілька серйозних проблем та суперечностей. Головна з них — парадокс доступності інформації.

Величезна спокуса полягає в миттєвому доступі до готових відповідей. Онлайн-калькулятори та покрокові інструкції можуть підмінити собою власну розумову діяльність учня. Замість того, щоб самостійно проходити всі етапи розв'язання — аналіз, пошук плану, висновки, — учень просто шукає готовий результат. Такий підхід формує небезпечну когнітивну звичку: логічний пошук замінюється пошуком інформації, що поступово веде до атрофії аналітичних навичок.

Ситуацію ускладнює так званий ефект «чорної скриньки». Використання потужних програмних засобів, що видають кінцевий результат без демонстрації проміжних логічних кроків, перетворює процес розв'язання на незрозумілий ритуал. Здобувач освіти не бачить внутрішньої логіки алгоритму, що позбавляє його можливості засвоїти дедуктивну структуру методу, а це прямо суперечить меті вивчення математики як взірця послідовного та доказового міркування [43].

Інший, не менш небезпечний ризик, — це ілюзія розуміння через візуалізацію. Інтерактивні моделі є потужним засобом, але їх пасивне споглядання може створювати хибне відчуття глибокого розуміння. Учень може бачити, як змінюється графік, але не здійснювати при цьому внутрішньої мисленнєвої роботи з осмислення абстрактних понять, що лежать в основі цих змін. Технологія виконує за нього ту частину роботи, яка, власне, і є розвивальною, що призводить до нової форми «цифрового формалізму».

Нарешті, сам характер цифрового середовища, гіперстимулюючого та фрагментованого, створює умови для формування «кліпового мислення», яке характеризується поверхневістю та нездатністю до тривалої концентрації. Водночас розвиток логічного мислення, особливо в процесі розв'язання складних задач, вимагає глибокого, послідовного та тривалого занурення в проблему, що вступає у пряме протиріччя з домінуючими патернами цифрової поведінки.

Для наочності подамо ці виклики у вигляді таблиці, де зіставимо дидактичний потенціал цифрових інструментів з ризиками для мислення та визначає необхідні напрями педагогічної компенсації.

Табл. 1.4.1. Дидактичний потенціал та ризики цифрових технологій для розвитку логічного мислення

Цифровий інструмент	Потенційний ризик для логічного мислення	Необхідна реалізація
Доступ до онлайн-ресурсів, баз знань, готових розв'язків	Атрофія навичок аналізу; заміна процесу мислення процесом пошуку інформації.	Формування інформаційної гігієни; розробка завдань, що вимагають не знаходження відповіді, а порівняння та критичного аналізу різних методів.
Системи динамічної математики	Ілюзія розуміння через пасивне споглядання; «цифровий формалізм».	Побудова завдань, де учень не споживає готовий контент, а самостійно конструює моделі, висуває та експериментально перевіряє гіпотези.
Обчислювальні середовища та онлайн-калькулятори	Ефект «чорної скриньки»; нерозуміння внутрішньої логіки та структури алгоритму.	Використання інструментів для перевірки власних ручних обчислень, а не для їх заміни; завдання на відтворення логіки роботи алгоритму.
Інтерактивні платформи та	Формування «кліпового мислення»; зниження	Розвиток навичок метакогнітивної регуляції

багатозадачне середовище	концентрації та глибини занурення.	(самоконтролю, планування); цілеспрямоване тренування здатності до тривалої, сфокусованої роботи.
-------------------------------------	---------------------------------------	--

Цифровізація освіти ставить перед педагогічною наукою та практикою гостре завдання: подолати суперечність між величезним дидактичним потенціалом нових технологій та реальними ризиками, які вони несуть для розвитку фундаментальних когнітивних навичок. Проблема полягає не в самих технологіях, а у відсутності науково обґрунтованої методичної системи їх застосування, яка б перетворювала їх з інструменту для пошуку готових відповідей на інструмент для стимулювання власної розумової діяльності, дослідження та конструювання знань. Це і визначає необхідність розробки таких методичних прийомів, які б дозволили гармонійно інтегрувати можливості цифрового середовища у процес цілеспрямованого формування логічного мислення старшокласників в тому числі й під час вивчення відповідних розділів вищої математики в школі [43].

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ФОРМУВАННЯ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ОСВІТИ

2.1. Принципи побудови та структура запропонованої методичної системи

Теоретичний аналіз, проведений у першому розділі, дозволяє стверджувати, що старший шкільний вік є періодом, особливо сприятливим для інтенсивного становлення вищих форм мислення, а змістовні та структурні особливості курсу алгебри і початків аналізу володіють унікальним дидактичним потенціалом для цього процесу. Проте, як показує аналіз педагогічної практики, цей потенціал не реалізується автоматично. Його актуалізація вимагає цілеспрямованої, системної та методично вивіреної роботи з боку вчителя. Стихійне, епізодичне використання окремих «цікавих завдань» не може забезпечити стабільного та якісного зростання логічної культури учнів. Необхідна саме методична система – цілісна, науково обґрунтована сукупність взаємопов'язаних принципів, цілей, змісту, форм та методів навчання, що органічно вплітається в тканину кожного уроку та спрямована на послідовний розвиток усіх компонентів логічного мислення.

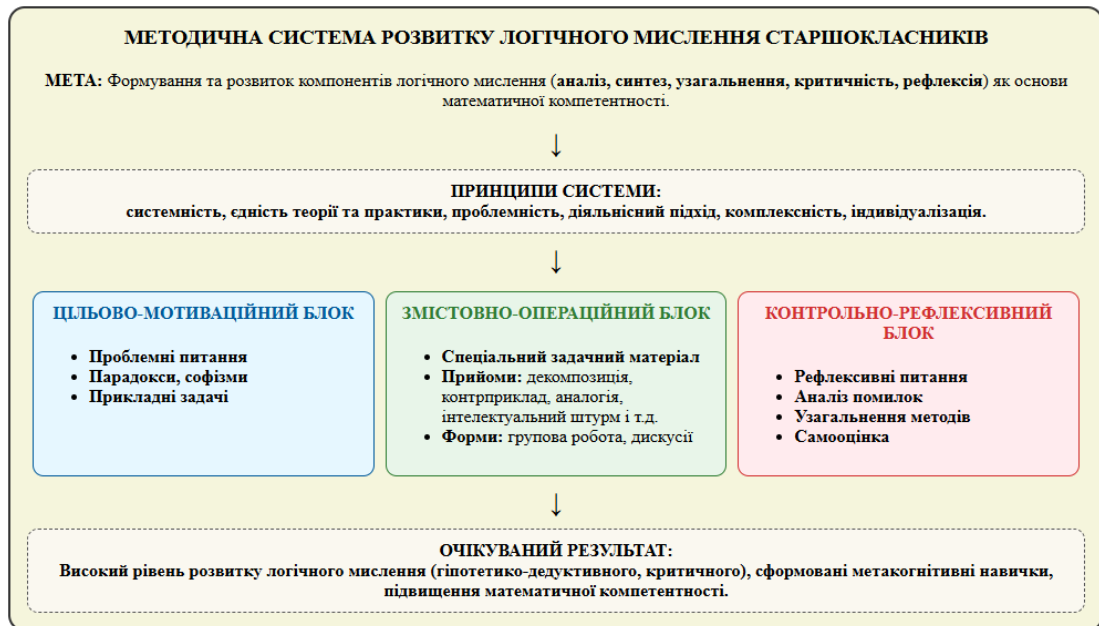
- **Принцип системності та послідовності.** Розвиток логічного мислення розглядається не як епізодична діяльність, а як наскрізна лінія, що пронизує вивчення всього курсу. Кожен наступний елемент системи спирається на попередній, забезпечуючи поступове ускладнення завдань та поглиблення розумової діяльності.
- **Принцип проблемності навчання.** Ядром системи є регулярне створення на уроках навчальних проблем – пізнавальних завдань, що свідомо не мають готового алгоритму розв'язання. Це стимулює учнів

до самостійного аналізу, висування гіпотез та конструювання нових способів діяльності.

- **Принцип діяльнісного підходу.** Навчальний процес організовується таким чином, що учень перестає бути пасивним приймачем готової інформації і стає активним суб'єктом її здобуття через власну діяльність: дослідження, порівняння, класифікацію та доведення.
- **Принцип єдності теорії та практики.** Теоретичний матеріал трактується не як самоцінність, а радше як практичний інструментарій для розв'язання практичних завдань. Водночас сам процес розв'язання задач стає основним засобом для глибокого, свідомого осмислення теоретичних положень.
- **Принцип комплексності.** Система є цілісною і спрямована на гармонійний розвиток усіх компонентів мислення: від фундаментальних логічних операцій (аналіз, синтез, узагальнення) до інтегральних якостей (критичність, системність, гнучкість).
- **Принцип урахування індивідуальних та вікових особливостей.** Система розроблена з урахуванням психологічних характеристик старшокласників, зокрема їхньої схильності до теоретизування та критичності. Вона також передбачає диференціацію завдань, що дозволяє враховувати індивідуальні когнітивні стилі учнів [42].

На основі цих принципів розроблено структуру методичної системи, що включає три взаємопов'язані функціональні блоки (Рис. 2.1.1).

Рис. 2.1.1. Структура методичної системи розвитку логічного мислення.



- **Мотиваційно-цільовий блок.** Створює внутрішню потребу учнів у використанні логічного мислення через постановку проблемних питань, демонстрацію парадоксів або аналіз практичних задач.
- **Змістовно-операційний блок.** Ядро системи, що містить спеціально розроблений задачний матеріал та сукупність методичних прийомів, класифікованих за їхньою розвивальною функцією.
- **Контрольно-рефлексивний блок.** Забезпечує зворотний зв'язок та розвиває метакогнітивні навички через прийоми, що спонукають учнів до самоаналізу та самооцінки власної розумової діяльності.

Така структура дозволяє забезпечити цілісність педагогічного впливу, де кожен елемент системи працює на досягнення спільної мети – формування високорозвиненого логічного мислення старшокласників як основи їхньої математичної компетентності та інтелектуальної культури в цілому.

2.2. Характеристика методичних прийомів, спрямованих на розвиток логічного мислення

Змістовно-операційний блок розробленої методичної системи є її серцевиною та практичним втіленням, оскільки саме він містить конкретний дидактичний інструментарій, що дозволяє реалізувати задекларовані у попередньому пункті принципи. Цей блок являє собою впорядковану та взаємопов'язану сукупність методичних прийомів та спеціально підбраного задачного матеріалу. Вони спрямовані на цілеспрямоване, послідовне та всебічне тренування компонентів логічного мислення в реальному процесі вивчення алгебри і початків аналізу. Хоча кожен прийом має свою домінуючу розвивальну функцію, більшість із них є комплексними за своїм впливом, сприяючи одночасному розвитку одразу кількох логічних операцій та якостей мислення.

В основі розв'язання будь-якої нетривіальної математичної задачі лежить діалектична єдність аналізу та синтезу. Саме тому центральне місце в нашій системі ми відводимо прийомам, що стимулюють розвиток аналітико-синтетичної діяльності. Ключовим серед них є прийом «Декомпозиція задачі», який ми використовуємо активно та систематично.

Учням ставиться вимога не просто розв'язати задачу, а спочатку виконати її структурний аналіз, розбивши на логічно завершені підзадачі та склавши детальний план-алгоритм розв'язання.

Наприклад, приступаючи до розв'язання логарифмічної нерівності з перемінною основою, такої як $\log_{x+1}(x^2 - 3x + 2) > 1$, учень вчиться не кидатися одразу до перетворень, а проводити декомпозицію:

- 1) проаналізувати всі обмеження і скласти систему для знаходження ОДЗ;

- 2) розбити подальше розв'язання на два принципово різні випадки (коли основа логарифма більша за одиницю, і коли вона належить інтервалу від нуля до одиниці);
- 3) для кожного випадку розв'язати відповідну раціональну нерівність;
- 4) для кожного випадку синтезувати отриманий розв'язок з відповідним обмеженням на основу;
- 5) у фінальному акті синтезу об'єднати розв'язки обох випадків.

Такий підхід привчає учня мислити структурно [41].

Надзвичайно потужним інструментом розвитку аналізу і синтезу є завдання на дослідження, які є квінтесенцією цього виду діяльності.

Завдання, сформульоване у вигляді «Дослідити...», є по суті мікронауковим дослідженням.

Так, завдання «Дослідити функцію та побудувати її графік» вимагає послідовного, скрупульозного аналізу функції за цілою низкою параметрів: знаходження області визначення, аналізу на парність/непарність та періодичність, знаходження точок перетину з осями, знаходження похідної та дослідження на монотонність і екстремуми, знаходження другої похідної для визначення напрямку опуклості та точок перегину, знаходження вертикальних, горизонтальних та похилих асимптот. Завершальним етапом є потужний акт синтезу, коли всі отримані розрізнені, часто не пов'язані між собою факти, об'єднуються в єдиний цілісний, гармонійний результат — графік функції. Для поглибленого розуміння логічної архітектури математичної теорії ефективним є прийом *«Логічний лабіринт»*, або *«Інтелектуальна реставрація»*. Учням пропонується готове доведення важливої теореми, в якому свідомо пропущено кілька ключових логічних кроків, або порушено їхню послідовність. Завдання учнів — заповнити пропуски та відновити повний, логічно бездоганний ланцюг міркувань, вербально пояснюючи роль та необхідність кожного кроку. Це змушує не

механічно завчити, а глибоко проаналізувати кожен перехід та усвідомити його місце в загальній структурі доведення [41].

Фундаментом теоретичного мислення є здатність до діалектичного переходу від часткового до загального і навпаки, тому значна увага приділяється прийомам, що розвивають *узагальнення та конкретизацію*. Замість того, щоб надавати нову формулу чи правило в готовому, директивному вигляді, вчитель використовує прийом індуктивного підведення до поняття. Наприклад, перед вивченням загальної формули суми нескінченно спадної геометричної прогресії, учням пропонується знайти суми $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ та $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$. Аналізуючи отримані результати (1 та $\frac{1}{2}$), учні під керівництвом учителя висувають гіпотезу про загальну формулу $S = \frac{b^1}{1-q}$. Такий підхід робить процес здобуття знань активним, захопливим та осмисленим. Надзвичайно ефективним для розвитку критичності мислення та вміння конкретизувати є прийом «*Наведи контрприклад*», який можна назвати логічним стрес-тестом для будь-якого твердження. Учням пропонується правдоподібне, але хибне твердження, і їхнє завдання — спростувати його, навівши один-єдиний конкретний приклад, що йому суперечить.

Прикладами таких тверджень можуть бути: «Будь-яка диференційовна на відрізку функція досягає на ньому свого найбільшого та найменшого значення» (хибність у тому, що відрізок має бути замкненим $[a;b]$, контрприклад: $f(x) = x$ на $(0; 1)$). Пошук контрприкладу є складною розумовою діяльністю, що вимагає глибокого розуміння меж застосовності теорем та точності формулювань. Для формування здатності до рефлексії власної діяльності використовується прийом *узагальнення методу*: після розв'язання задачі певним способом учням ставиться питання «А який клас задач можна розв'язати за допомогою цього ж методу? Сформулюйте узагальнений алгоритм». Наприклад, після розв'язання нерівності методом раціоналізації, учні узагальнюють

цей підхід до широкого класу логарифмічних та показникових нерівностей.

Для структурування знань, встановлення міжпредметних та внутрішньопредметних зв'язків, а також для розвитку системності мислення використовуються прийоми, що базуються на *порівнянні, аналогії та класифікації*. Для візуалізації та глибокого усвідомлення спільних та відмінних властивостей математичних об'єктів ефективним є прийом *«Порівняльна таблиця»* або *«Діаграма Венна»*. Учням пропонується заповнити таку таблицю для порівняння, наприклад, властивостей похідної та первісної, аналізуючи їх за такими критеріями, як геометричний зміст, фізичний зміст, правила знаходження, результат операції. Це змушує не просто перераховувати властивості, а й проводити їх глибокий компаративний аналіз. В таких випадках широко застосовується прийом *«Пошук за аналогією»*, який дозволяє зменшити когнітивне навантаження при введенні нових понять, спираючись на вже існуючі в учнів знання. Введення нового, складного поняття чи методу здійснюється за аналогією до вже добре відомого. Прикладами є методи розв'язання показникових та логарифмічних рівнянь (винесення спільного множника, заміна змінної, зведення до однієї основи) вводяться за прямою аналогією до методів розв'язання алгебраїчних рівнянь. Вивчення властивостей невизначеного інтеграла проводиться за повною аналогією до властивостей похідної. Для розвитку здатності бачити суттєві ознаки та впорядковувати інформацію застосовуються завдання на класифікацію, які можна назвати вправами з інтелектуальної таксономії. Учням пропонується невпорядкований набір математичних об'єктів (напр., 10-12 різних функцій) і завдання самостійно виділити критерії для їх класифікації (за типом, за парністю, за обмеженістю, за періодичністю і т.д.) та розбити їх на групи, обґрунтовуючи свій вибір.

Системне, варіативне та методично виважене застосування цих прийомів дозволяє трансформувати процес вивчення алгебри і початків

аналізу з рутинного тренування навичок на захоплюючу інтелектуальну діяльність. У такій діяльності головним результатом стає не лише сума засвоєних знань, а й якісне зростання логічної культури, що є однією з найважливіших та найцінніших цілей сучасної освіти [41].

2.3. Реалізація методичної системи з формування логічного мислення на уроках алгебри і початків аналізу

Для демонстрації практичної реалізації розробленої методичної системи в освітньому процесі, розглянемо низку методичних етюдів. Вони є деталізованими прикладами застосування розвивального підходу при вивченні ключових тем курсу алгебри і початків аналізу. Акцент у цих ілюстраціях свідомо зміщено з питання «що вивчити?» на питання «як організувати навчальну діяльність учнів таким чином, щоб у її процесі відбувався якісний розвиток їхнього мислення?».

Методичний етюд 1. Тема «Функції, їх властивості та графіки»

Ця тема є фундаментом, несучою конструкцією всього курсу алгебри і початків аналізу, і саме від глибини її засвоєння залежить успіх у подальшому вивченні похідної, інтеграла та рівнянь. Традиційний підхід часто зводиться до механічного заучування властивостей десятків різних функцій. Натомість пропонується підхід, що розвиває аналітичне, порівняльне та системне мислення, перетворюючи здобувачів освіти на дослідників. Урок узагальнення знань з цієї теми може бути побудований у форматі *»Аналітичної лабораторії«*.

Для створення проблемної ситуації вчитель пропонує здобувачам освіти порівняти дві функції, які на перший погляд мають дещо спільне:

$$y = \frac{2x}{(x^2 + 1)} \quad \text{та} \quad y = \sqrt{x}.$$

Вчитель зазначає: «Подивіться на ці дві формули. Обидві функції проходять через початок координат, адже $f(0)=0$ і $g(0)=0$. Більше того, вони обидві проходять і через точку $(1; 1)$. Чи означає це, що їхня поведінка схожа? Якби ми влаштували «перегони» між цими функціями,

яка з них зростатиме швидше? Чи завжди одна з них буде «перемагати»? Щоб відповісти на ці питання обґрунтовано, а не інтуїтивно, нам потрібно провести їх повне дослідження». Таким чином, ставиться навчальна проблема, яка вимагає глибокого порівняльного аналізу, а не простого вгадування.

Клас ділиться на групи, кожна з яких стає міні-дослідницьким центром. Завдання – провести порівняльний аналіз двох функцій, заповнюючи результати в узагальнюючу таблицю. Для структурування роботи використовується прийом *»Компаративний аналіз через таблицю»*, де здобувачі освіти аналізують обидві функції за єдиним планом-алгоритмом.

Властивість	$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$	$g(x) = \sqrt{x}$
1. Область визначення $D(f)$	$D(f) = \mathbb{R}$ (множина всіх дійсних чисел)	$D(g) = [0; +\infty)$ (множина невід'ємних дійсних чисел)
2. Парність/непарність	Непарна, оскільки $f(-x) = -f(x)$. Графік симетричний відносно початку координат.	Ні парна, ні непарна (область визначення несиметрична).
3. Нулі функції	$x = 0$	$x = 0$
4. Проміжки знакосталості	$f(x) > 0$ при $x \in (0; +\infty)$ $f(x) < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$	$g(x) \geq 0$ на всій області визначення.
5. Монотонність та екстремуми	Зростає на $[-1; 1]$ Спадає на $(-\infty; -1]$ та $[1; +\infty)$ $x_{\max} = 1, y_{\max} = 1, x_{\min} = -1, y_{\min} = -1$	Монотонно зростає на $[0; +\infty)$ Точок екстремуму немає
6. Поведінка на нескінченності	$y = 0$ - горизонтальна асимптота.	$g(x) = +\infty$ Асимптот немає.

На етапі синтезу кожна група, спираючись на дані з таблиці, буде ескізувати графіків. Тепер здобувачі освіти наочно бачать, наскільки оманливим було перше враження, засноване лише на двох спільних точках. Функція $g(x)$ (корінь) монотонно зростає до нескінченності. Функція $f(x)$ (раціональна) зростає лише до своєї «вершини» в точці (1; 1), а потім спадає, асимптотично наближаючись до осі абсцис.

Робота завершується дискусією, спрямованою на рефлексію та узагальнення. Вчитель ставить питання:

- «Яка властивість виявилася для вас найбільш несподіваною при дослідженні функції $f(x)$.
- «Що в структурі формули $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ змушує її поведінку так кардинально відрізнятися від $g(x) = \sqrt{x}$ при великих x ?».
- «Чи можете ви навести приклад реального процесу, який можна було б описати функцією, що спочатку зростає, досягає піку, а потім спадає?».
- «Чи можете ви навести приклад процесу, що описується монотонно зростаючою функцією з уповільненням зростання, як $g(x)$?».

Такий підхід перетворює формальне повторення на осмислене дослідження, формуючи глибоке, системне розуміння поняття функції та розвиваючи всі ключові компоненти логічного мислення.

Методичний етюд 2. Тема «Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності»

Ця тема є справжнім випробуванням на логічну дисципліну та інтелектуальну відповідальність. Часто саме тут здобувачі освіти, які звикли до суто алгоритмічних дій, зазнають невдач. Причина криється в тому, що робота з логарифмами вимагає постійного самоконтролю та глибокого розуміння поняття області допустимих значень (ОДЗ) як фундаментального логічного обмеження.

Для активізації мислення здобувачів освіти та демонстрації небезпеки формального, некритичного підходу урок можна розпочати з прийому *»Інтелектуальна пастка«*. Вчитель пропонує для розв'язання рівняння, подібне завдання з підручника, наприклад:

$$\log_2(x - 1) + \log_2(x + 1) = 3.$$

Очікувано, що більшість здобувачів освіти, впевнено застосовуючи властивість суми логарифмів, перетворять ліву частину до $\log_2((x - 1)(x + 1))$, після чого отримують рівняння $x^2 - 1 = 8$. Це приведе їх до $x^2 = 9$ і, відповідно, до двох коренів: $x=3$ та $x=-3$.

Наступний крок вчителя — прохання перевірити обидва корені, підставивши їх в початкове рівняння. Здобувачі легко переконуються, що $x=3$ є правильним коренем. Проте при підстановці $x=-3$ вони стикаються з проблемою: виникає вираз $\log_2(-4)$, який не має змісту. Таким чином, створюється проблемна ситуація та когнітивний конфлікт: здавалося б, абсолютно правильні та логічні перетворення привели до появи стороннього кореня. Вчитель ініціює дискусію питаннями: «Де саме в наших міркуваннях могла виникнути помилка? Який крок був логічно небезпечним?».

У процесі обговорення здобувачі освіти підводяться до формулювання »пріоритету області визначення»: будь-які тотожні перетворення виразів мають сенс лише в межах їхньої спільної області допустимих значень. Це спонукає повернутися до вихідного рівняння і провести його ретельний аналіз. Учні виділяють дві умови існування логарифмів: вираз $\log_2(x-1)$ вимагає, щоб $x > 1$; вираз $\log_2(x+1)$ вимагає, щоб $x > -1$. Синтезуючи ці дві умови, вони отримують остаточну, більш жорстку вимогу для всього рівняння: ОДЗ: $x > 1$. Тепер, повернувшись до отриманих раніше коренів $x=3$ та $x=-3$, вони можуть свідомо перевірити їх не просто шляхом підстановки, а й на відповідність області допустимих значень, відкинувши сторонній корінь $x=-3$ як такий, що не задовольняє умову $x > 1$.

Завершальний, рефлексивний етап присвячений узагальненню. Учні доходять висновку, що перетворення $\log_a(b) + \log_a(c) = \log_a(bc)$ не завжди є рівносильним через можливе розширення ОДЗ. Вони формулюють два логічно безпечних підходи: або попереднє знаходження ОДЗ з подальшою перевіркою, або використання методу рівносильних переходів. Таким чином, учні не просто засвоюють алгоритм, а й глибоко усвідомлюють логічні підстави його коректного застосування.

Методичний етюд 3. Тема «Тригонометричні рівняння»

Ця тема ідеально підходить для розвитку інтелектуальної гнучкості, варіативності та вміння порівнювати різні стратегії. Замість механічного розв'язування десятка однотипних прикладів, здобувачам освіти пропонується прийом »Інтелектуальний штурм«.

На початку уроку вчитель ставить перед класом єдине, але змістовне завдання: розв'язати рівняння $\cos(2x) + 3\sin(x) = 2$ максимальною кількістю різних способів. Це одразу створює дослідницьку, творчу атмосферу, відмінну від рутинного виконання вправ за зразком.

Далі робота організовується у форматі мозкового штурму, де здобувачі освіти в групах шукають та реалізують різні підходи:

- 1) Через формулу подвійного кута для косинуса, $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$, що зводить рівняння до квадратного відносно $\sin(x)$. Це стандартний, алгоритмічний метод.
- 2) Графічний, що полягає у побудові графіків функцій $y = \cos(2x)$ та $y = 2 - 3\sin(x)$. Цей спосіб розвиває графічну культуру та наочно-образне мислення.
- 3) Через універсальну тригонометричну підстановку, виразивши $\sin(x)$ та $\cos(2x)$ через тангенс половинного кута.

Після того, як групи презентували свої розв'язки, настає найважливіший з точки зору розвитку мислення етап — рефлексивний аналіз. За допомогою таблиці переваг та недоліків, здобувачі освіти в групах порівнюють кожен метод за критеріями: раціональність та елегантність, трудомісткість обчислень, ризик допущення помилок, точність (для графічного методу) та універсальність застосування. Такий аналіз є потужним фактором розвитку творчого та логічного мислення, оскільки він вчить не просто розв'язувати, а обирати найбільш адекватну, ефективну та безпечну стратегію, перетворюючи здобувача освіти з виконавця на стратега [42].

Методичний етюд 4. Тема «Первісна та інтеграл»

Це одна з найбільш концептуально складних та красивих тем курсу. Ключовим завданням є формування системного бачення та розуміння глибокого, неочевидного зв'язку між, на перший погляд, абсолютно різними поняттями — похідною (задачею про миттєву швидкість) та інтегралом (задачею про площу).

Урок, присвячений формулі Ньютона-Лейбніца, можна побудувати у форматі демонстрації сили теорії. На початку вчитель створює проблемну ситуацію, пропонуючи здобувачам освіти розв'язати задачу знаходження площі криволінійної трапеції, обмеженої параболою $y=x^2$, віссю Ox та прямими $x=1$, $x=2$, за означенням, тобто через границю інтегральних сум. Це дуже громіздкий та складний процес, що включає розбиття відрізка, вибір точок, складання суми ряду та знаходження її границі. Здобувачі освіти, докладаючи значних зусиль, отримують результат $\frac{7}{3}$, але водночас у них формується чітке відчуття складності, громіздкості та неефективності цього методу.

Саме в цей момент, коли учні відчують всю складність прямого методу, вчитель створює контраст. Він звертається до учнів: «Ви щойно пройшли той шлях, яким математики йшли століттями — шлях кропітких обчислень. Ви самі побачили, наскільки він громіздкий. А тепер уявіть, що існує інший, набагато елегантніший інструмент, який математичний аналіз створив спеціально для таких задач. Він дозволяє отримати результат, уникнувши всіх цих складних підрахунків. Цікаво, що він спирається на ідею, яка, здавалося б, ніяк не пов'язана з площею. Цей інструмент об'єднує дві ключові теми — похідну та інтеграл. Зараз ви побачите, як знання про миттєву швидкість несподівано допоможе нам знайти площу».

Після цього вчитель вводить поняття первісної як операції, оберненої до диференціювання, знаходить первісну для $y=x^2$, якою є $F(x) = \frac{x^3}{3}$, і за формулою Ньютона-Лейбніца миттєво, в один рядок, обчислює $F(2) - F(1) = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$.

Ефект від такого контрасту є потужним, оскільки демонструє силу та елегантність теорії. Завершальний рефлексивний блок, присвячений обговоренню глибокого зв'язку між задачею про миттєву швидкість (похідна) та задачею про площу (інтеграл), сприяє формуванню цілісного погляду. Учні приходять до розуміння, що математичний аналіз — це єдина, гармонійна система, а не просто сукупність розрізнених тем. Такий підхід, що поєднує проблемні ситуації, дослідницькі елементи та рефлексію, кардинально змінює сам процес навчання, перетворюючи його на інтелектуальну подорож. Головним результатом стає не кількість засвоєних фактів, а вміння мислити по-математичному: логічно, системно, критично і творчо.

Однак представлені вище методичні етюди показують лише застосування окремих прийомів у межах різних тем. Щоб повноцінно зрозуміти їхню інтеграцію та синергію, важливо побачити, як система працює в межах одного, цілісного уроку. Саме для цього ми розробили детальний план-конспект уроку узагальнення знань, який є практичною моделлю нашого розвивального підходу. Він демонструє, як на різних етапах уроку – від мотивації та актуалізації до основної частини та рефлексії – послідовно застосовуються прийоми «Інтелектуальна пастка», «Декомпозиція задачі», «Дослідницька лабораторія» та інші, створюючи єдине розвивальне освітнє середовище.

Повний текст розробленого плану-конспекту уроку з теми «Застосування похідної до дослідження функцій та побудови графіків» наведено в Додатку А.

РОЗДІЛ 3. ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ОСВІТИ.

3.1. Методологія та вихідна діагностика дослідження

Емпірична частина дослідження є ключовою для практичної валідації теоретичних положень роботи та спрямована на експериментальну перевірку гіпотези про те, що цілеспрямоване впровадження розробленої методичної системи призведе до статистично значущого зростання рівня логічного мислення старшокласників.

Дослідження проводилося на базі Івано-Франківського ліцею протягом другого семестру 2024-2025 н.р. До експерименту було залучено 34 учні двох десятих класів з профільним рівнем вивчення математики, що забезпечило достатню однорідність вибірки за рівнем попередньої підготовки та мотивації. На основі вхідної діагностики було сформовано дві групи: контрольну (КГ) та експериментальну (ЕГ) по 17 осіб у кожній. В анкетуванні, що передувало експерименту, також взяли участь 4 вчителі математики даного закладу.

Було застосовано комплекс методів: теоретичні (аналіз, узагальнення), емпіричні (педагогічний експеримент, анкетування, тестування) та статистичні (кількісний та якісний аналіз даних).

Експеримент мав триетапну структуру:

- 1. Констатувальний етап (перша половина лютого 2025 р.):** діагностика вихідного стану проблеми.
- 2. Пошуковий етап (друга половина лютого 2025 р.):** апробація та калібрування методики.
- 3. Формувальний етап (березень – травень 2025 р.):** впровадження системи та порівняльний аналіз результатів.

На пошуковому етапі було проведено апробацію та калібрування ключових елементів розробленої методичної системи в експериментальній групі. Цей етап був спрямований на практичну

перевірку та доопрацювання дидактичного інструментарію перед його системним впровадженням. Зокрема, було здійснено:

- Відбір та пілотне розв'язання завдань-провокацій («Інтелектуальна пастка») та завдань з багатоваріантним розв'язком («Інтелектуальний штурм») для оцінки їхньої оптимальної складності та мотиваційного ефекту.
- Хронометраж роботи в малих групах за прийомами «Дослідницька лабораторія» та «Декомпозиція задачі» для визначення раціонального розподілу часу на різних етапах уроку.
- Уточнення інструкцій та критеріїв оцінювання для завдань, що вимагають порівняльного аналізу та рефлексії, з метою підвищення їх зрозумілості для учнів.
- Тестування конкретних дослідницьких сценаріїв у середовищі GeoGebra для виявлення потреби у додаткових технічних роз'ясненнях та підготовчих вправах.

За результатами цього етапу ми внесли точкові корективи в задачний матеріал та методичні рекомендації. Наприклад, ми спростили формулювання деяких дослідницьких завдань, які викликали в учнів труднощі з розумінням умови. Це було зроблено для того, щоб усунути неоднозначність і дозволити учням зосередити зусилля безпосередньо на пошуку математичного розв'язку. Для поглиблення аналітичної роботи в групах та стимулювання дискусії картки із завданнями були доповнені системою навідних запитань, що спонукали учнів порівнювати ефективність різних підходів та обґрунтовувати вибір найраціональнішого шляху розв'язання. Ці зміни дозволили фіналізувати методичну систему та забезпечити її готовність до повноцінного впровадження на формувальному етапі експерименту.

Рівень сформованості логічного мислення оцінювався за трирівневою шкалою:

- **низький (репродуктивний)** – здатність діяти лише за відомим алгоритмом;
- **середній (репродуктивно-конструктивний)** – вміння застосовувати знання у змінених, але типових ситуаціях;
- **високий (творчий)** – здатність до самостійного аналізу нестандартних задач та пошуку оригінальних шляхів розв'язання.

Аналіз анкетування (Додаток Г) виявив суперечність між усвідомленням важливості проблеми та домінуванням репродуктивних методів у практиці. Особливо показовим є те, що більшість учнів (67%) при зіткненні зі складною задачею в першу чергу шукають готовий розв'язок, що свідчить про несформованість навичок самостійного аналізу.

Результати вхідної контрольної роботи (Додаток Д), підтвердили, що переважна більшість учнів (94,1%) в обох групах перебуває на низькому та середньому рівнях розвитку логічного мислення. (Табл. 3.1.1)

Таблиця 3.1.1. Результати вхідної діагностичної контрольної роботи

Рівень сформованості мислення	Контрольна група		Експериментальна група	
	Кількість	Відсоток	Кількість	Відсоток
Високий	1	5,9%	1	5,9%
Середній	8	47,1%	7	41,2%
Низький	8	47,0%	9	52,9%

Статистичний аналіз підтвердив повну еквівалентність груп на початку експерименту, що забезпечило методологічну коректність подальшого порівняння.

3.2. Впровадження авторської методичної системи

Формувальний етап експерименту (березень – травень 2025 р.) полягав у цілеспрямованому впровадженні розробленої методичної

системи в навчальний процес експериментальної групи, тоді як у контрольній групі навчання здійснювалося за традиційною методикою. Було створено два контрастні освітні середовища (Табл. 3.2.1).

Таблиця 3.2.1. Характеристика освітніх парадигм у КГ та ЕГ

Аспект порівняння	Контрольна група	Експериментальна група
Домінуюча парадигма	Знаннєво-орієнтована (трансляція знань)	Діяльнісна (конструювання знань)
Логіка уроку	Пояснення → зразок → тренування	Проблема → дослідження → рефлексія
Роль учня	Пасивний реципієнт, виконавець алгоритмів	Активний дослідник, конструктор знання
Тип завдань	Переважно репродуктивні (70-80%)	Переважно продуктивні, дослідницькі (60-70%)
Функція цифрових інструментів	Ілюстративна (демонстрація вчителем)	Дослідницька (самостійний експеримент учнів)
Рефлексія	Епізодична, зосереджена на результаті	Систематична, зосереджена на процесі мислення

Навчальний процес в ЕГ будувався на основі системи розвивальних прийомів. Наприклад, при вивченні тригонометричних рівнянь, на відміну від відпрацювання єдиного алгоритму в КГ, учням ЕГ пропонувалося розв'язати одну задачу кількома способами («Інтелектуальний штурм») з подальшим рефлексивним аналізом їх ефективності. Цифрові інструменти (GeoGebra, Desmos) в ЕГ використовувалися як дослідницька лабораторія, де учні самостійно висували та перевіряли гіпотези.

3.3. Аналіз та інтерпретація результатів експериментального дослідження

На завершальному етапі було проведено підсумкову контрольну роботу та порівняльний аналіз динаміки показників.

Кількісний аналіз засвідчив суттєві відмінності у динаміці розвитку логічного мислення. Як видно з Табл. 3.3.1, в експериментальній групі відбулися значно більш виражені позитивні зміни.

Таблиця 3.3.1. Динаміка рівнів сформованості логічного мислення

Рівень	Контрольна група, n=17		Експериментальна група, n=17	
	Вхідний	Підсумковий	Вхідний	Підсумковий
Високий	1 (5,9%)	2 (11,8%)	1 (5,9%)	5 (29,4%)
Середній	8 (47,1%)	8 (47,1%)	7 (41,2%)	9 (52,9%)
Низький	8 (47,0%)	7 (41,1%)	9 (52,9%)	3 (17,7%)

Коефіцієнт ефективності навчання (частка учнів, що підвищили свій рівень) в експериментальній групі склав 29,4% (5 учнів), що майже в 2,5 рази вище, ніж у контрольній групі, де цей показник склав 11,8% (2 учні). Найбільш показовим є приріст на високому (творчому) рівні, який в ЕГ виявився значно суттєвішим (+23,5% проти +5,9% у КГ).

Якісний аналіз підсумкових робіт виявив глибокі структурні зміни у мисленні учнів ЕГ:

- **Вищий рівень інтелектуальної дисципліни:** 82% учнів ЕГ (14 з 17) розпочали розв'язання логарифмічних завдань з аналізу ОДЗ, тоді як у КГ таку дію виконали лише 29% (5 з 17).
- **Системність мислення:** 76% учнів ЕГ (13 з 17) змогли синтезувати результати дослідження функції в коректний графік, тоді як у КГ з цим завданням впоралися 35% (6 з 17).

- **Здатність до декомпозиції нестандартних задач:** 29,4% учнів ЕГ (5 з 17) повністю розв'язали задачу з параметром, коректно побудувавши систему логічних умов, проти 11,8% (2 з 17) у КГ.

Окрім цього, педагогічне спостереження зафіксувало в учнів ЕГ розвиток метакогнітивної регуляції – здатності аналізувати власний процес мислення, що виражалося у переході від пасивних питань («Це правильна відповідь?») до рефлексивних тверджень («Я перевірів відповідь двома способами»).

Отримані дані переконливо підтверджують робочу гіпотезу. Ефективність запропонованої методичної системи пояснюється тим, що вона реалізує принципи конструктивістського та діяльнісного підходів. Систематичне створення проблемних ситуацій та організація дослідницької діяльності перетворюють учня з пасивного об'єкта навчання на активного суб'єкта, який конструює власні знання.

При всій переконливості результатів, слід враховувати певні обмеження дослідження, зокрема невелику вибірку та можливий вплив «ефекту новизни». Проте виявлені тенденції є стійкими та теоретично обґрунтованими.

ВИСНОВКИ

У даній кваліфікаційній роботі було проведено комплексне теоретико-методичне дослідження проблеми формування логічного мислення старшокласників у процесі вивчення курсу алгебри і початків аналізу в умовах цифровізації освітнього процесу. Метою дослідження була розробка та теоретичне обґрунтування системи методичних прийомів, орієнтованих на ефективне формування логічної культури мислення здобувачів освіти. Реалізація поставлених завдань у процесі роботи дозволила дійти таких висновків:

1. На виконання першого завдання було проведено глибокий теоретичний аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури. Встановлено, що логічне мислення є складною, багаторівневою системою, яка включає операційний компонент (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, конкретизація тощо), структурний компонент (поняття, судження, умовиводи) та інтегральні якості (критичність, послідовність, гнучкість). У ході дослідження ми з'ясували, що саме старший шкільний вік є найбільш сприятливим періодом для становлення вищих форм мислення. Зокрема, йдеться про формально-логічне та гіпотетико-дедуктивне мислення, для розвитку яких у цьому віці створюються найкращі психологічні передумови. Аналіз дидактичного потенціалу курсу алгебри і початків аналізу довів, що його абстрактний характер, строга дедуктивна побудова та центральна роль задачі створюють унікальне середовище для розвитку логічної культури. Разом з тим, наше дослідження виявило ключове протиріччя: сама дисципліна має величезний потенціал для розвитку мислення, але традиційні методи викладання не дозволяють його реалізувати. Стало очевидним, що для вирішення цієї проблеми потрібна нова, цілісна методична система.

2. Відповідно до другого завдання було розроблено методичну систему, спрямовану на розвиток різних компонентів логічного мислення старшокласників. Ця система базується на ключових дидактичних принципах: системності, проблемності, діяльнісного підходу, єдності розвитку всіх компонентів мислення та урахування вікових та індивідуальних особливостей. Розроблена структура системи є трикомпонентною і включає мотиваційно-цільовий, змістовно-операційний та контрольно-рефлексивний блоки, що забезпечує цілісність педагогічного впливу. Ядром системи є змістовно-операційний блок, який містить упорядковану сукупність конкретних методичних прийомів, що адаптовані до змістовного наповнення курсу алгебри і початків аналізу. Серед них: прийоми для розвитку аналітико-синтетичної діяльності («Декомпозиція задачі», «Логічний лабіринт»); прийоми для розвитку узагальнення та конкретизації («Індуктивне підведення до поняття», «Наведи контрприклад»); прийоми для розвитку порівняння, аналогії та класифікації («Порівняльна таблиця», «Пошук за аналогією»).
3. В рамках виконання третього завдання було розроблено практичні методичні рекомендації для викладачів математики щодо впровадження запропонованої системи. Ці рекомендації представлені у вигляді деталізованих методичних етюдів, що ілюструють застосування розвивальних прийомів («Інтелектуальна пастка», «Інтелектуальний штурм», «Демонстрація сили теорії») при вивченні ключових тем курсу: «Функції, їх властивості та графіки», «Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності», «Тригонометричні рівняння» та «Первісна та інтеграл». Крім того, було розроблено повноцінний план-конспект уроку узагальнення та систематизації знань з теми «Застосування похідної до дослідження функцій та побудови графіків». Цей план-конспект є цілісною практичною моделлю, що демонструє поетапну реалізацію системи в межах одного уроку: від створення проблемної ситуації на

етапі мотивації до групової дослідницької роботи та фінальної рефлексії. Разом ці матеріали становлять готовий до впровадження методичний комплекс для ефективного розвитку логічного мислення старшокласників.

Таким чином, мета дослідження була досягнута. Проведена робота підтвердила, що ефективний розвиток логічного мислення старшокласників можливий за умови впровадження спеціально розробленої методичної системи, яка зміщує акценти з репродуктивного відтворення знань на організацію проблемної, дослідницької та творчої діяльності учнів. Новизна роботи полягає у систематизації та адаптації сучасних розвивальних прийомів до змісту шкільного курсу алгебри і початків аналізу та їх об'єднанні в єдину, структурно завершену систему.

Проведене дослідження відкриває перспективи для подальших наукових розвідок у даному напрямку. Доцільним є проведення довготривалого педагогічного експерименту для кількісної оцінки впливу запропонованої системи на рівень розвитку логічного мислення та математичної компетентності учнів. Перспективним також є дослідження можливостей поглибленої інтеграції даної методичної системи з сучасними цифровими інструментами, зокрема розробка інтерактивних завдань у середовищах GeoGebra або Desmos, що дозволить візуалізувати дослідницьку діяльність. Окремим напрямком може стати адаптація та розробка аналогічних систем для інших розділів шкільного курсу математики, насамперед для геометрії, де логічні міркування спираються не лише на алгебраїчні перетворення, а й на просторову уяву, що вимагатиме модифікації запропонованого інструментарію.

Список використаних джерел

1. Тодорова І. С., Павленко В. І. Психологія і педагогіка : навчальний посібник. Київ : Центр учбової літератури, 2011. 228 с.
2. Блан Т. С., Ключко Н. І. Розвиток логічного мислення як умова успішного навчання учнів школи. Проблеми сучасної педагогічної освіти. Педагогіка і психологія. 2013. № 39(3). С. 15-19.
3. Костюк Г. С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості / за ред. Л. М. Проколієнко. Київ : Радянська школа, 1989. 608 с.
4. Макаренко О., Макаренко К., Матяш Л. Деякі аспекти розвитку логічного мислення учнів загальноосвітньої школи. Наукові записки Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. 2016. № 10(3). С. 74-78.
5. Вакалюк Т. А. Особливості мислення старшокласників. Актуальні проблеми педагогіки та психології. Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (м. Львів, Україна, 7-8 жовтня 2011 р.). Львів : Львівська педагогічна спільнота, 2011. Ч. 1. С. 10-12.
6. Сазонова О. В., Бабій Д. Б. Особливості стилів мислення старшокласників із різною професійною спрямованістю. Науковий вісник Херсонського державного університету. Серія Психологічні науки. 2020. № 88. С. 81-108.
7. Жуйлова О. О. Розвиток логічного мислення старшокласників в умовах профільного навчання. Актуальні аспекти фундаменталізації математичної підготовки в сучасних вищих навчальних закладах : погляд студентів і молодих вчених : матер. Всеукр. наук.-практ. конф. Харків : ХНАДУ, 2018. С. 131–134.
8. Бачинська Р. С. Аналіз вітчизняної теорії та практики формування математичної компетентності учнів. Актуальні проблеми навчання, виховання та розвитку учнів загальноосвітньої школи. 2017.

9. Мілян Р. С. Мова вчителя як засіб формування логічного мислення учнів. Матеріали ІХ Міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2021), м. Черкаси, 9-10 квітня 2021 р. С. 75-76.
10. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ : монографія. Харків : Факт, 2005. 360 с.
11. Шпонька Р. Ю. Задачний підхід до формування логічного мислення старшокласників у навчанні математики : кваліфікаційна робота ... магістра / наук. керівник - І. В. Лов'янова. Кривий Ріг, 2019. 116 с.
12. Бачинська Р. С. Задача як засіб формування логічної складової математичної компетентності учнів базової школи. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. 2018. Вип. 51. С. 29-33.
13. Кугай Н. В. Функції задач на доведення у шкільному курсі математики. Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. 2010. Вип. 34. С. 77–81.
14. Бобовський Р., Шевчук Л. Вплив використання проблемних ситуацій на розвиток логічного мислення учнів під час вивчення алгебри і початків аналізу. Перспективи та інновації науки. 2023. № 10(28). С. 66-76.
15. Вакалюк Т. А. Активізація логічного мислення старшокласників при розв'язуванні задач на цикл з параметром. Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету ім. Володимира Гнатюка. Сер. Педагогіка. 2011. № 3. С. 58-64.
16. Цибух Л. М., Цибух Д. Ф. Багатоваріантність розв'язання математичних завдань як фактор розвитку творчого та логічного мислення. Наука і освіта. 2012. № 9. С. 222-226.
17. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. Санкт-Петербург : Питер, 2002. 720 с.

18. Пиаже Ж. Психология интеллекта. Санкт-Петербург : Питер, 2004. 192 с.
19. Пойа Д. Как решать задачу / пер. с англ. В. Г. Звонаревой, Д. Н. Лозинского. Львов : Квантор, 1991. 216 с.
20. Крижановський, О. (2025). Модельна навчальна програма навчального предмета «Геометрія. 10–12 класи. Поглиблений рівень» для закладів загальної середньої освіти. Міністерство освіти і науки України.
21. Выготский Л. С. Мышление и речь. 5-е изд., испр. Москва : Лабиринт, 1999. 352 с.
22. Кравченко З. І. Розвиток творчої особистості учня в процесі формування математичних понять. Фізико-математична освіта. 2017. № 4(14). С. 68-72.
23. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения. Москва : ИНТОР, 1996. 544 с.
24. Музиченко С. В. Контрприклад у навчанні математики. Наукові записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. 2016. Вип. 9. Ч. 2. С. 84-88.
25. Сухомлинський В. О. Серце віддаю дітям. Київ : Радянська школа, 1974. 288 с.
26. Концепція «Нова українська школа». URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf> (дата звернення: 12.04.2025).
27. Ізюмченко Л. В. Різні способи розв'язування задач як інструмент формування гнучкості мислення (на прикладі геометричної задачі). Освітній вимір. 2020. № 55(3). С. 138-149.
28. Кутішенко В. П. Вікова та педагогічна психологія: навчальний посібник. Умань : ВПЦ «Візаві», 2015. 164 с.
29. Трофімов Ю. Л. Психологія: підручник. Київ : Либідь, 2008. 560 с.

30. Кокойло А. Ю. Реалізація наскрізних ліній ключових компетентностей в курсі алгебри і початків аналізу у процесі вивчення виразів і їх перетворень. Фізико-математична освіта. 2016. Вип. 1. С. 236-240.
31. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : підручник для студ. мат. спец. пед. навч. закладів. Київ : Вища школа, 2000. 512 с.
32. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти: Постанова Кабінету Міністрів України від 23 листопада 2011 р. № 1392.
33. Ящик О. Б. Формування системно-логічного мислення старшокласників як міждисциплінарна проблема. Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка. Сер. Педагогіка. 2011. № 5. С. 137-145.
34. Осіпа Л. В. Формування алгоритмічної культури старшокласників у процесі розв'язування обчислювальних задач з використанням інструментальних програмних засобів: результати дослідження. Інформаційні технології і засоби навчання. 2013. Т. 35, вип. 3. С. 113-119.
35. Токарева Н.М. Основи педагогічної психології: навчально-методичний посібник. Кривий Ріг, 2013. 223 с.
36. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів : наказ МОН від 23.10.2017 № 1407.
37. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу : проф. рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків : Гімназія, 2018. 400 с.
38. Нелін Є. П. Геометрія : проф. рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків : Ранок, 2018. 240 с.

39. Істер О. С. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Київ : Генеза, 2018. 416 с.
40. Смик В. М. Психолого-педагогічні основи розвитку логічного мислення старшокласників на уроках математики // Формування професійної компетентності майбутніх учителів природничо-математичних дисциплін в умовах цифровізації вищої освіти : зб. наук. праць за матеріалами всеукраїнської науково-практичної конференції (м. Івано-Франківськ, 17-18 жовтня 2024 року). Херсон ; Івано-Франківськ, 2024. С. 61-63. URL: <https://ekhsuir.kspu.edu/handle/123456789/20947>
41. Смик В. М., Смик Д. М. Методичні прийоми розвитку аналітико-синтетичної діяльності старшокласників на уроках алгебри і початків аналізу в умовах цифровізації освіти // Future of science: innovations and perspectives. Proceedings of the 12th International scientific and practical conference. SSPG Publish. Stockholm, Sweden. 2025. Pp. 186-192. URL: <https://sci-conf.com.ua/xii-mizhnarodna-naukovo-praktichna-konferentsiya-future-of-science-innovations-and-perspectives-6-8-10-2025-stokgolm-shvetsiya-arhiv/>.
42. Смик В. М., Смик Д. М. Вплив когнітивних стилів старшокласників на ефективність застосування прийомів розвитку логічного мислення на уроках математики в умовах цифровізації. Proceedings of the VII International Scientific and Practical Conference. Berlin, Germany. 2025. Pp. 124-129. URL: <https://isg-konf.com/development-of-modern-scientific-technologies-in-the-era-of-globalization/>
43. Смик В. М. Проблеми та виклики цифровізації освіти у контексті розвитку логічного мислення старшокласників на уроках математики. Магістерські студії. Альманах. Херсон – Івано-Франківськ : ХДУ, 2025. Вип. 25. С. 61–65.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

План-конспект уроку узагальнення та систематизації знань

Тема: Застосування похідної до дослідження функцій та побудови графіків.

Мета:

- **Навчальна:** Систематизувати та узагальнити знання учнів про загальну схему дослідження функції; удосконалити вміння застосовувати похідну для аналізу властивостей функції; сформувати цілісне уявлення про процес побудови графіка як фінальний акт **синтезу** результатів аналітичного дослідження.
- **Розвивальна:** Продовжити цілеспрямований розвиток логічного мислення учнів, зокрема таких його компонентів, як аналіз, синтез, узагальнення, конкретизація, критичне мислення та системне мислення.
- **Виховна:** Виховувати інтелектуальну відповідальність, увагу до деталей та акуратність; сприяти формуванню культури наукової дискусії, навичок співпраці в групі та прагнення до самостійного пошуку знань.

Тип уроку: Урок узагальнення та систематизації знань, урок-дослідження.

Обладнання: Мультимедійний проектор, екран, комп'ютер, роздатковий матеріал (картки із завданнями для дослідницьких груп), програмне забезпечення для побудови графіків (GeoGebra, Desmos).

Хід уроку

I. Організаційний етап (1-2 хвилини)

(Вчитель вітає учнів, створює позитивну робочу атмосферу.)

Вчитель: Доброго дня, шановні одинадцятикласники! Радий вас бачити. Сьогодні ми з вами перетворимося на команду аналітиків-дослідників. На нас чекає цікава та важлива робота.

II. Мотивація навчальної діяльності та постановка мети (5-7 хвилин)

(Створення проблемної ситуації для активізації мислення. Вчитель вмикає демонстрацію. На екрані з'являється зображення складного інженерного креслення, наприклад, профілю крила літака або сучасної архітектурної споруди, та формула.)

Вчитель: Погляньте, будь ласка, на екран. Перед вами — результат роботи інженерів-конструкторів. В основі цього складного проекту лежить математична модель, функція, формула якої може виглядати приблизно так.

(На екрані з'являється формула: $f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}$.)

Вчитель: Уявіть, що ви – команда конструкторського бюро. Перед вами стоїть певне технічне завдання: проаналізувати траєкторію руху нового швидкісного атракціону. Від вашого аналізу залежить безпека людей. Вам потрібно надати повний звіт про поведінку цієї траєкторії, відповівши на ключові питання:

- Чи існують «заборонені зони», куди атракціон не може потрапити? (область визначення).
- Чи є ризик неконтрольованого злету вгору або падіння? (асимптоти).
- Де знаходяться найвищі та найнижчі точки траєкторії? (екстремуми).
- На яких ділянках відбувається набір висоти, а на яких – зниження? (монотонність).
- В яких точках змінюється кривизна траєкторії, що впливає на відчуття пасажирів? (точки перегину).

Вчитель: Отже, як нам, маючи лише цю абстрактну формулу, перетворити її на вичерпний звіт та наочний графік? Сьогодні наша мета – не просто повторити правила. Наша мета – поєднати всі наші знання в єдину, потужну та логічну систему, використати їх як універсальний інструмент дослідника, і навчитися ним вільно володіти.

III. Актуалізація опорних знань (7-8 хвилин)

(Проведення «інтелектуальної пастки» та використання прийому «наведи контрприклад» для розвитку критичного мислення).

Вчитель: Перш ніж братися за складний проект, будь-який фахівець перевіряє свої інструменти на надійність. Проведемо такий аудит наших знань. Я зачитую правдоподібні твердження. Ваше завдання – не просто сказати «так» чи «ні», а спробувати спростувати твердження якщо воно хибне, навівши конкретний контрприклад. Не бійтесь своїх думок.

1. **Твердження:** «Якщо похідна функції в точці дорівнює нулю, то ця точка є точкою екстремуму».

(Очікувана відповідь: «Невірно. Контрприклад: для функції $f(x) = x^3$, її похідна $f'(x) = 3x^2$ в точці $x=0$ дорівнює нулю, але це не екстремум, а точка перегину, оскільки функція зростає і до, і після неї»).

2. **Твердження:** «Функція може мати екстремум лише в точках, де її похідна існує і дорівнює нулю».

(Очікувана відповідь: «Невірно. Контрприклад: функція $f(x) = |x|$ має мінімум в точці $x=0$, але її похідна в цій точці не існує»).

3. **Твердження:** «Якщо функція зростає на проміжку, то її похідна на цьому проміжку строго додатна».

(Очікувана відповідь: «Не зовсім точно. Похідна має бути невід'ємною ($f'(x) \geq 0$). Вона може дорівнювати нулю в окремих точках, як у випадку $f(x) = x^3$ »).

Вчитель: Чудово. Наше критичне мислення відточене. Ми готові перейти до наступного етапу.

IV. Узагальнення та систематизація знань (8-10 хвилин)

(Застосування прийому «декомпозиція задачі» для спільного створення алгоритму).

Вчитель: Отже, повернімося до нашої глобальної задачі – створення «паспорта» функції. Складну проблему не вирішують одним махом. Справжній аналітик спочатку проводить її декомпозицію – розбиває на

логічно послідовні, менші етапи. Давайте разом складемо такий покроковий план нашого дослідження. З чого ми завжди починаємо будь-який аналіз?

(Вчитель організовує евристичну бесіду, під час якої учні самі пропонують етапи дослідження. Вчитель фіксує їх на дошці у вигляді логічної схеми, підкреслюючи зв'язок між етапами).

Універсальний протокол дослідження функції:

1. **Фундамент (межі аналізу):** Область визначення $D(y)$.
2. **Загальні властивості (симетрія):** Дослідження на парність/непарність.
3. **Ключові точки (орієнтири):** Точки перетину з осями координат.
4. **Аналіз динаміки (за $f'(x)$):**
 - а. Знаходження критичних точок.
 - б. Визначення проміжків монотонності та точок екстремуму.
5. **Аналіз форми (за $f''(x)$):** Дослідження на опуклість та вгнутість, знаходження точок перегину.
6. **Гранична поведінка:** Знаходження асимптот.
7. Побудова графіка на основі всіх отриманих даних.

Вчитель: Ось він, наш універсальний алгоритм! Це не просто інструкція, це логічний шлях від аналізу окремих властивостей до синтезу в цілісну картину.

V. Застосування знань, умінь та навичок (15-17 хвилин)

(Організація групової роботи у форматі «Дослідницької лабораторії»).

Вчитель: А тепер — переходимо до практики. Пропоную вам стати співробітниками нашої імпровізованої «Дослідницької лабораторії». Об'єднаймося в групи. Кожна група отримує картку із завданням – провести повне дослідження однієї функції за нашим протоколом та представити її «паспорт» і графічний портрет.

(Вчитель роздає картки з різними функціями)

Група 1: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

Група 2: $f(x) = \frac{(x^2+1)}{(x^2-1)}$

Група 3: $f(x) = x \cdot e^{-x}$

Група 4: $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$

Вчитель: Час на дослідження — 10 - 12 хвилин. Розподіліть завдання в групі: хтось проводить аналіз за першою похідною, хтось — за другою. Але пам'ятайте: фінальний результат — це синтез всього отриманого в єдину композицію. Обговорюйте, перевіряйте результати один одного. А я буду вашим консультантом.

(Учні працюють у групах. Вчитель ходить між групами, ставить навідні питання, допомагає, але не дає готових відповідей. Після завершення роботи представники груп презентують результати біля дошки. Вчитель може використовувати GeoGebra для візуальної перевірки побудов учнів).

VI. Підсумки уроку та рефлексія (3-5 хвилин)

Вчитель: Дякую всім групам за чудову роботу! А тепер давайте проаналізуємо не лише функції, а й наш власний процес мислення.

- Який логічний крок у нашому протоколі виявився для вас найскладнішим і чому?
- Яку типову помилку можна було допустити під час вашого дослідження? Як вам вдалося її уникнути?
- Наведіть приклад, як дані, отримані на одному етапі (наприклад, знак першої похідної), допомогли вам на фінальному етапі — при побудові графіка.
- Чи відчули ви сьогодні, як окремі математичні правила складаються в єдину картину?

Вчитель: Чудово! Ви продемонстрували не просто знання, а й якості мислення, якого ми прагнули досягти.

VII. Домашнє завдання (1-2 хвилини)

Вчитель: Дякую за плідну працю! Ваше домашнє завдання дозволить кожному обрати завдання відповідно до своїх сил.

1. Дослідити та побудувати графік функції $f(x) = x^4 - 4x^3$.
2. Дослідити та побудувати графік функції $f(x) = x + 2 \cdot \operatorname{arccctg}(x)$.

Творче. Складіть (придумайте) формулу функції, графік якої мав би такі властивості: 1) функція є непарною; 2) має дві вертикальні асимптоти $x=2$ та $x=-2$; 3) має один локальний максимум і один локальний мінімум. Підтвердіть це повним аналітичним дослідженням вашої функції.

ДОДАТОК Б

Анкета для вчителів математики

Назва: Дослідження методів розвитку логічного мислення старшокласників на уроках алгебри і початків аналізу в умовах цифровізації освіти

Інструкція: Шановний колего! Запрошуємо Вас взяти участь у опитуванні, спрямованому на вивчення практик розвитку логічного мислення старшокласників на уроках алгебри та початків аналізу в умовах цифровізації освіти. Ваш професійний досвід та думка є надзвичайно цінними для отримання об'єктивних результатів дослідження. Анкета є анонімною, результати будуть використовуватися виключно в узагальненому вигляді для наукових цілей. Дякуємо за Ваш час та співпрацю!

ЧАСТИНА 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

1. Ваш педагогічний стаж: _____ років

2. Ваша кваліфікаційна категорія (або звання):

- ☐ Спеціаліст
- ☐ Спеціаліст другої категорії
- ☐ Спеціаліст першої категорії
- ☐ Спеціаліст вищої категорії
- ☐ Інше: _____

3. Класи, в яких Ви викладаєте алгебру та початки аналізу: _____

ЧАСТИНА 2. РОБОТА З РОЗВИТКОМ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ

4. Наскільки важливою, на Вашу думку, є роль розвитку логічного мислення для успішного засвоєння курсу «Алгебра і початки аналізу»?

- ☐ Найважливіша (це ключове завдання курсу)

- ☐ Дуже важлива (одне з пріоритетних завдань)
- ☐ Досить важлива (важлива, але не пріоритетна)
- ☐ Не дуже важлива (другорядне завдання)

5. Які методи та прийоми Ви використовуєте на уроках спеціально для розвитку логічного мислення учнів? (оберіть усі, що підходять)

- ☐ Проблемне навчання (створення проблемних ситуацій)
- ☐ Евристичні бесіди
- ☐ Робота з доведенням теорем
- ☐ Аналіз помилкових міркувань та софізмів
- ☐ Розв'язування нестандартних та олімпіадних задач
- ☐ Дослідницькі та проектні роботи
- ☐ Завдання на пошук кількох способів розв'язання
- ☐ Завдання на класифікацію та систематизацію
- ☐ Робота з контрприкладми
- ☐ Інше: _____

6. Як часто Ви цілеспрямовано включаєте завдання, спрямовані на розвиток логічного мислення, у структуру уроку?

- ☐ На кожному уроці (це наскрізна лінія)
- ☐ Декілька разів на тиждень
- ☐ Декілька разів на місяць
- ☐ Епізодично, залежно від теми

☐ Майже ніколи

7. Які теми курсу алгебри і початків аналізу, на Вашу думку, мають найбільший потенціал для розвитку логічного мислення? (оберіть не більше 3-х)

☐ Функції, їх властивості та графіки

☐ Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності

☐ Тригонометричні рівняння та нерівності

☐ Похідна та її застосування

☐ Первісна та інтеграл

☐ Методи розв'язування рівнянь і нерівностей

☐ Задачі з параметрами

☐ Інше: _____

8. З якими основними труднощами у розвитку логічного мислення учнів Ви стикаєтесь? (оберіть усі, що підходять)

☐ Недостатня базова підготовка учнів з попередніх класів

☐ Низька мотивація учнів до інтелектуальних зусиль

☐ Обмеженість часу на уроці

☐ Велика наповнюваність класу (неможливість індивідуального підходу)

☐ Орієнтація учнів виключно на ЗНО та типові завдання

☐ Недостатність методичних матеріалів

☐ Відсутність необхідних цифрових ресурсів

☐ Інше: _____

ЧАСТИНА 3. ЦИФРОВІЗАЦІЯ ОСВІТИ

9. Як часто Ви використовуєте цифрові інструменти на уроках алгебри і початків аналізу?

- ☐ На кожному уроці
- ☐ Декілька разів на тиждень
- ☐ Декілька разів на місяць
- ☐ Рідко (лише епізодично)
- ☐ Майже ніколи / ніколи

10. Які цифрові інструменти або платформи Ви використовуєте у своїй практиці? (оберіть усі, що підходять)

- ☐ Системи динамічної математики (GeoGebra, Desmos)
- ☐ Онлайн-платформи для тестування (Google Forms, Kahoot, Quizizz)
- ☐ Відеоматеріали (власні або з YouTube)
- ☐ Презентації (PowerPoint, Prezi)
- ☐ Онлайн-дошки (Miro, Jamboard)
- ☐ Обчислювальні системи (WolframAlpha, Mathway)
- ☐ Освітні платформи (Classroom, Moodle)
- ☐ Не використовую цифрові інструменти
- ☐ Інше: _____

11. Для яких цілей Ви найчастіше використовуєте цифрові інструменти? (оберіть усі, що підходять)

- ☐ Візуалізація складних понять (графіки, похідна, інтеграл)
- ☐ Інтерактивна фронтальна робота з класом
- ☐ Організація тестування та самоперевірки
- ☐ Диференційована робота з учнями
- ☐ Організація проектної та дослідницької діяльності
- ☐ Демонстрація експериментів та математичного моделювання
- ☐ Надання учням можливості самостійно експериментувати
- ☐ Інше: _____

12. Як, на Вашу думку, цифровізація освіти впливає на розвиток логічного мислення учнів?

- ☐ Значно сприяє (завдяки візуалізації, експерименту, інтерактивності)
- ☐ Скоріше сприяє, ніж заважає
- ☐ Впливає нейтрально (не змінює ситуацію)
- ☐ Скоріше заважає, ніж сприяє
- ☐ Значно заважає (сприяє поверхневості, «кліповості» мислення)
- ☐ Важко відповісти

13. Чи стикалися Ви з ризиками або проблемами при використанні цифрових технологій у контексті розвитку логічного мислення?

(наприклад: надмірна залежність від калькуляторів, пошук готових розв'язань онлайн, поверхнєве сприйняття)

ЧАСТИНА 4. ПІДТРИМКА ТА ПЕРСПЕКТИВИ

14. Якої підтримки або ресурсів Вам не вистачає для більш ефективної роботи з розвитку логічного мислення учнів в умовах цифровізації? (оберіть усі, що підходять)

- ☐ Готових методичних розробок уроків та системи завдань
- ☐ Курсів підвищення кваліфікації з даної тематики
- ☐ Технічного оснащення (комп'ютери, інтернет, інтерактивні дошки)
- ☐ Доступу до якісних цифрових освітніх платформ
- ☐ Часу для планування та підготовки інноваційних уроків
- ☐ Методичної підтримки та обміну досвідом з колегами
- ☐ Інше: _____

15. Ваші побажання, пропозиції або успішний досвід щодо вдосконалення методики розвитку логічного мислення старшокласників на уроках алгебри і початків аналізу:

Дякуємо за участь в опитуванні!

ДОДАТОК В

Анкета для старшокласників

Назва: Дослідження якості навчання математики та розвитку логічного мислення

Інструкція: Шановний учню! Ця анкета є частиною опитування, спрямованого на вдосконалення навчального процесу. Твої чесні відповіді допоможуть зробити уроки алгебри та математичного аналізу цікавішими та ефективнішими. Анкета є анонімною, результати будуть використовуватися лише в узагальненому вигляді. Дякуємо за твою допомогу!

ЧАСТИНА 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

1. Твій клас: _____

2. Твоя успішність з математики (середній бал за останній семестр):

3. Чи цікавий тобі предмет «Алгебра і початки аналізу»?

- ☐ Так, дуже цікавий
- ☐ Так, інколи цікавий
- ☐ Не дуже цікавий
- ☐ Зовсім не цікавий

ЧАСТИНА 2. ЛОГІЧНЕ МИСЛЕННЯ ТА НАВЧАЛЬНИЙ ПРОЦЕС

4. Як часто на уроках алгебри/аналізу ти виконуєш завдання, що вимагають логічних міркувань? *(наприклад: доведення теорем, аналіз складних задач, пошук нестандартних рішень, порівняння різних методів)*

- ☐ На кожному уроці
- ☐ Декілька разів на тиждень
- ☐ Декілька разів на місяць

☐ Рідко

☐ Майже ніколи

5. Оцени за шкалою від 1 (зовсім не про мене) до 5 (повністю про мене) наступні твердження:

Твердження	1	2	3	4	5
Мені подобається розв'язувати задачі, де потрібно знаходити різні способи розв'язку	☐	☐	☐	☐	☐
Я відчуваю задоволення, коли сам знаходжу доказ складного твердження	☐	☐	☐	☐	☐
Я часто бачу зв'язок між різними темами в математиці	☐	☐	☐	☐	☐
Мені легко аналізувати умову задачі та вибудовувати ланцюжок міркувань	☐	☐	☐	☐	☐
Я вмію критично оцінювати правильність розв'язку (свого чи чужого)	☐	☐	☐	☐	☐

6. Які типи завдань здаються тобі найбільш складними? (обери не більше 3-х)

☐ Доведення теорем

☐ Задачі з параметрами

☐ Дослідження функцій

☐ Нестандартні задачі без чіткого алгоритму

☐ Задачі, де потрібно знайти кілька способів розв'язання

☐ Завдання на пошук помилок у міркуваннях

☐ Всі завдання приблизно однакові за складністю

☐ Інше: _____

7. Як ти зазвичай розв'язуєш складну математичну задачу? (обери один найбільш характерний для тебе варіант)

- ☐ Намагаюся спочатку розібратися сам, аналізую умову та буду план
- ☐ Шукаю схожий приклад у підручнику чи зошиті
- ☐ Одразу шукаю розв'язок в інтернеті або питаю у когось
- ☐ Застосовую перший метод, що спадає на думку, без детального аналізу
- ☐ Часто не знаю, з чого почати

8. Які теми з алгебри та початків аналізу, на твою думку, найбільше розвивають логічне мислення? (обери не більше 2-х)

- ☐ Функції та їх властивості
- ☐ Рівняння та нерівності (показникові, логарифмічні, тригонометричні)
- ☐ Похідна та її застосування
- ☐ Первісна та інтеграл
- ☐ Задачі з параметрами
- ☐ Важко відповісти
- ☐ Інше: _____

ЧАСТИНА 3. ЦИФРОВІ ІНСТРУМЕНТИ

9. Які цифрові інструменти або платформи ти використовуєш для вивчення математики? (обери всі, що підходять)

- ☐ Онлайн-підручники та навчальні сайти

- ☐ Відеоуроки на YouTube
- ☐ Математичне програмне забезпечення (GeoGebra, Desmos, WolframAlpha)
- ☐ Онлайн-калькулятори та сервіси для розв'язування задач
- ☐ Освітні платформи (Coursera, Khan Academy, Prometheus)
- ☐ Тестові платформи (Kahoot, Quizizz, Google Forms)
- ☐ Месенджери та соціальні мережі для обговорення завдань
- ☐ Не використовую цифрові інструменти
- ☐ Інше: _____

10. Як часто ти використовуєш онлайн-сервіси для пошуку готових розв'язків задач?

- ☐ Постійно (для більшості складних задач)
- ☐ Часто (коли не можу розв'язати сам)
- ☐ Іноколи (лише для перевірки свого розв'язку)
- ☐ Рідко
- ☐ Ніколи

11. Чи допомагають тобі цифрові інструменти (GeoGebra, Desmos тощо) краще зрозуміти складні математичні поняття?

- ☐ Так, значно допомагають (візуалізація робить все зрозумілішим)
- ☐ Скоріше допомагають
- ☐ Не впливають на розуміння

- ☐ Скоріше заважають (відволікають, створюють ілюзію розуміння)
- ☐ Не використовую такі інструменти

12. Який формат цифрових завдань ти вважаєш найефективнішим для розвитку логіки та глибокого розуміння?

- ☐ Інтерактивні задачі з миттєвим зворотним зв'язком
- ☐ Відео-розбір складних тем з поясненням логіки
- ☐ Онлайн-ігри та квести з математичним сюжетом
- ☐ Самостійне моделювання та експериментування в програмах (GeoGebra, Desmos)
- ☐ Онлайн-тести для перевірки знань
- ☐ Інше: _____

ЧАСТИНА 4. САМООЦІНКА ТА ПРОПОЗИЦІЇ

13. Як ти оцінюєш свою здатність до логічного мислення?

- ☐ Висока (легко аналізую, будує логічні ланцюжки, знаходжу нестандартні рішення)
- ☐ Вище середнього
- ☐ Середня
- ☐ Нижче середнього
- ☐ Низька (мені важко міркувати логічно, будувати доведення)

14. Чи хотів/хотіла би ти, щоб на уроках математики було більше завдань, що розвивають логічне мислення?

- ☐ Так, це було б цікаво та корисно

☐ Скоріше так, ніж ні

☐ Мені байдуже

☐ Скоріше ні, це занадто складно

☐ Ні, я віддаю перевагу звичайним завданням за зразком

15. Що б ти хотів/хотіла змінити на уроках алгебри/аналізу, щоб вони були цікавішими та більше сприяли розвитку логічного мислення?

Дякуємо за участь в опитуванні!

ДОДАТОК Г

Результати діагностичного дослідження на констатувальному етапі

В.1. Аналіз результатів анкетування вчителів математики (n=4)

Анкетування педагогів, які викладають у профільних класах (усі з досвідом роботи понад 5 років), було спрямоване на діагностику реального педагогічного контексту: усвідомлення ними ролі логічного мислення, арсеналу використовуваних методичних прийомів та системних перешкод у практичній діяльності.

Абсолютно всі опитані педагоги (**100%**) визначили розвиток логічного мислення як ключове або дуже важливе завдання курсу алгебри і початків аналізу. Це свідчить про глибоке теоретичне розуміння проблеми та відповідність їхніх поглядів сучасним освітнім стандартам. Проте, аналіз відповідей на інші питання виявив суттєвий розрив між цим усвідомленням та щоденною практикою.

Вчителі виділили низку системних проблем, які змушують їх віддавати перевагу репродуктивним методам навчання:

- **Дефіцит навчального часу:** Усі 4 вчителі вказали на перенасиченість програми як головну перешкоду. Розвивальні завдання (дослідницькі, з множинними розв'язками) вимагають значно більше часу, ніж відпрацювання стандартних алгоритмів.
- **Тиск зовнішніх іспитів (ЗНО/НМТ):** Усі педагоги відзначили, що пріоритетом для батьків та учнів є підготовка до типових завдань тестування. Це змушує зосереджуватися на «натаскуванні» та відпрацюванні конкретних шаблонів, залишаючи мало простору для глибокого, неспішного міркування.
- **Низька мотивація учнів:** 3 з 4 вчителів вказали на небажання учнів докладати значних інтелектуальних зусиль для розв'язання неалгоритмічних задач. Це є прямим наслідком попередніх пунктів: звикнувши до роботи за зразком, учні відчувають фрустрацію та невпевненість при зіткненні з творчими завданнями.

3 з 4 вчителів (75%) регулярно використовують цифрові технології. Однак аналіз показав поверхневий рівень їх інтеграції. Домінують інструменти для ілюстрації та контролю: презентації (використовують 100% опитаних), онлайн-тести (75%). Потужні системи динамічної математики (GeoGebra, Desmos), які є ідеальним середовищем для учнівських досліджень, експериментів та перевірки гіпотез, систематично використовує лише **1 вчитель**. Це свідчить, що потенціал цифровізації для розвитку саме дослідницьких навичок та логічного мислення залишається переважно нереалізованим.

В.2. Аналіз результатів анкетування учнів 10-х класів

Анкетування учнів було спрямоване на вивчення їхньої суб'єктивної оцінки навчального процесу, домінуючих когнітивних стратегій при розв'язанні задач та рівня впевненості у власних силах.

Більшість учнів (**65%**) оцінили предмет «Алгебра і початки аналізу» як «не дуже цікавий» або «зовсім не цікавий». Це є тривожним симптомом освітнього процесу, в якому переважає механічне відтворення, а не творчий пошук та інтелектуальні виклики.

Ключовим результатом анкетування стало виявлення домінуючої моделі поведінки учнів при зіткненні з нетривіальною задачею. Замість активізації власного мислення, більшість вдається до пошуку зовнішньої допомоги.

- **Пасивна пошукова стратегія (67% учнів):**
 - «Одразу шукаю розв'язок в інтернеті» – **38%**.
 - «Шукаю схожий приклад у підручнику для копіювання алгоритму» – **29%**.
- **Активна аналітична стратегія:**
 - «Намагаюся спочатку розібратися сам, аналізую умову та буду план» – лише **24%**.

Такі дані свідчать про несформованість навичок самостійного аналізу та наявність стійкої звички до «інтелектуальної залежності», що є прямою перешкодою для розвитку логічного мислення.

82% учнів регулярно використовують онлайн-калькулятори та сервіси готових домашніх завдань. Аналіз мети їх використання підтверджує попередню тезу:

- **57%** учнів використовують ці сервіси «коли не можуть розв'язати самі», тобто як засіб отримання готової відповіді.
- Лише **25%** використовують їх «для перевірки свого розв'язку», що є конструктивним підходом.

Це підтверджує ризик **підміни власної розумової діяльності** процесом пошуку інформації, що є одним з головних викликів цифровізації освіти.

Результати анкетування виявили системну проблему. Існує глибокий розрив між освітніми цілями (розвиток мислення) та реальною практикою, що характеризується домінуванням репродуктивних методів. Це, в свою чергу, формує в учнів пасивні стратегії навчання та інтелектуальну залежність, що робить проблему розробки та впровадження спеціальної розвивальної методики надзвичайно актуальною.

ДОДАТОК Д

Діагностична контрольна робота з алгебри для учнів 10 класу (вхідний та підсумковий контроль)

Мета: визначення рівня сформованості логічного мислення та предметних компетентностей учнів через розв'язання завдань трьох рівнів складності.

Час виконання: 45 хвилин.

Рівень 1. Репродуктивний.

1. Розв'яжіть нерівність: $x^2 - 3x - 10 \leq 0$
2. Спростіть вираз: $\frac{(a^2 - b^2)}{a - b} - \frac{(a^3 - b^3)}{a^2 - b^2}$
3. Знайдіть одинадцятий член арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = -4$ і $d = 0,5$.
4. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ xy = 10 \end{cases}$$

Рівень 2. Репродуктивно-конструктивний

5. Розв'яжіть рівняння: $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$
6. Знайдіть координати вершини параболи $y = 2x^2 - 8x + 5$ та вкажіть область значень цієї функції.
7. Два комбайни, працюючи разом, можуть зібрати врожай за 4 години. Якщо перший комбайн працюватиме сам, він виконає цю роботу на 6 годин швидше, ніж другий. За скільки годин може зібрати врожай кожен комбайн, працюючи окремо?
8. Знайдіть суму перших п'яти членів геометричної прогресії (b_n), якщо $b_2 = 6$ і $b_4 = 54$.

Рівень 3. Творчий

9. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $(a - 2)x^2 - 2ax + a + 3 = 0$ має єдиний корінь.
10. Побудуйте графік функції $y = \frac{(x^3 - 4x)}{|x|}$ та визначте, при яких значеннях k пряма $y = k$ не має з цим графіком спільних точок.