

ПАРАДОКСИ — ШЛЯХ ДО ВИВЧЕННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

В цій статті розповідається про парадокси теорії ймовірностей. В легкій манері для здобувачів освіти написано пояснення цих парадоксів. Розглянуто «Парадокс дня народження» та парадокс Монті Гола з розв'язанням їх. Теорія ймовірності не легка тема, але показавши це на прикладах парадоксів для здобувачів освіти, їм стає набагато зрозуміліше і цікавіше. Тому викладений матеріал буде доречний для здобувачів освіти старших класів, для кращого розуміння математичних понять і набуття математичних навичок.

Ключові слова: Теорія ймовірностей, парадокс Монті Гола.

This article talks about the paradoxes of probability theory. An explanation of these paradoxes is written in an easy manner for those seeking education. The «Birthday Paradox» and the Monty Hall Paradox are considered with their solution. Probability theory is not an easy topic, but by showing it with examples of paradoxes for students, it becomes much more understandable and interesting for them. Therefore, the presented material will be appropriate for high school students, for a better understanding of mathematical concepts and acquisition of mathematical skills.

Key words: Probability theory, Monty Hall's paradox.

Життя непередбачуване і щоб зрозуміти його люди часто вдаються до логіки. Але не завжди на перший погляд логічна відповідь є правильною. Такі випадки пізніше почали називати парадоксами. Парадокс - дивне, іноді безглузде на перший погляд судження, яке нібито є протиріччям здоровому глузду, що у висновку на перший погляд здається не логічним. Певною мірою сучасний розвиток людства є наслідком пошуку рішення парадоксів. В минулому люди оперуючи лише логікою не могли собі навіть уявити, що Земля кругла, людина зможе літати не маючи крил, людина зможе глибоко плавати під водою не маючи зябра та інші. Такі усталені думки були парадоксальними на той момент розвитку людства. Але це все сьогодні є реальним і використовується у повсякденному житті.

Щоб краще розуміти життя і бути готовим до неочікуваного, треба знати про основні закономірності непередбачуваних подій та явищ, які зазвичай спростовують звичні уявлення людей. Найцікавішим способом зробити це для здобувачів освіти стане вивчення парадоксів теорії ймовірностей. Вони якнайшвидше дають зрозуміти, що інтуїція в цих питаннях не допоможе і лише холодний розум, уважність та наполегливість дає пояснення різним парадоксальним твердженням.

Метою роботи є розгляд та пояснення парадоксів теорії ймовірностей для здобувачів освіти.

Парадокс - це логічне протиріччя. Прикладом є те як вправно майстер робить свою справу. Здається, що це лише завдяки таланту. Але талант без зусиль нічого не вартий і лише кропітка праця дає результат, який люди сприймають як належне. Це один із життєвих прикладів того, як не завжди шосте чуття дає правильне рішення.

Вивчення математики має бути корисним і цікавим. Тому тема «Парадокси теорії ймовірностей» підходить для розгляду та вивчення здобувачами освіти під час додаткових уроків або ж позакласних занять. Ця тема дасть учням розвинути увагу, зосередженість, фантазію, математичні навички та допоможе у вивченні теорії ймовірностей. Спочатку можна розглянути «Парадокс днів народження».

Парадокс днів народження дає оцінку ймовірності того, що у випадково взятій групі людей (учнів якогось класу або членів шкільного гуртка) в якоїсь пари людей збігатимуться дні народження. Якщо розглядати групи не менше 23 випадкових осіб, то ймовірність співпадіння днів народження в якоїсь пари становить більше 0,5. Такий висновок суперечить інтуїтивному оцінюванню більшості людей. Але це можна довести математично.

Формулюючи цей парадокс, мова йде про збіг днів народження у будь-яких двох людей якоїсь групи. Умова задачі полягає в знаходженні ймовірності того, що в довільно взятій групі осіб щонайменше у двох буде один і той самий день народження. Під час розв'язування не зважатимемо на нерівномірність розподілу народжуваності протягом року і не враховуємо високосний рік.

Якщо $P(A)$ – ймовірність співпадіння щонайменше двох днів народження, то $P(A')$ – ймовірність відсутності двох осіб з однаковим днем народження (A' - подія протилежна події A). Сума цих подій дорівнює 1. Тоді за допомогою стандартних міркувань здійснюється наступне

$$P(A') = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \times \dots \times \frac{344}{365} \cdot \frac{343}{365}.$$

Що обчисливши, отримуємо $P(A') = 0.4927 \dots$, а отже $P(A) = 0.5073 \dots$

У житті розподіл днів народження неоднаковий, тому ймовірність може бути дещо інша. Але все одно ймовірність справджується і аналогічні спостереження можна знайти кожен у звичайному житті.

Також цікавим є парадокс Монті Гола, який формулюється так: «Уявіть себе на телевізійній грі, де вам потрібно вибрати одні з трьох дверей. Лише за одними з них стоїть автомобіль, а за іншими по кози. Припустимо, що ви вказали на якісь двері. Ведучий в свою чергу відчиняє одні із двох інших дверей і за ними стоїть коза. Далі ведучий запитує: «Ви наполягаєте на відкритті вже обраної двері чи бажаєте змінити свій вибір на інші двері?». Потрібно з'ясувати якої краще дотримуватись стратегії: наполягати на відкритті раніше обраної двері чи змінити свій вибір?

Розв'язуючи цю задачу здобувачі освіти зазвичай роблять помилку. А саме вони вважають, що наполягаючи на відкритті раніше обраної двері, вони мають такі самі шанси виграти автомобіль як і при змінні свого вибору. Однак такий хід роздумів є неправильним. Бо якщо ведучий завжди має інформацію де знаходяться приз, то завжди відчиняє ті двері за якими має знаходитись коза, і завжди пропонує гравцю змінити вибір. На початку ймовірність того, що автомобіль знаходитиметься за першими обраними дверима дорівнює $\frac{1}{3}$. Можна розглянути три випадки, коли авто може стояти за дверима номер один, потім за номером два, потім за номером три. Якщо ж ми від початку не змінюємо вибору і обираємо одні й ті самі двері, то ймовірність виграшу за трьох різних комбінацій дорівнює $\frac{1}{3}$. А якщо змінювати вибір обраних дверей, то ймовірність вже буде $\frac{2}{3}$. Спираючись на це, зміна початкового вибору збільшує шанси гравця. Зроблений висновок суперечитиме інтуїтивному сприйняттю більшості здобувачів освіти, але точно дасть розуміння, що не все є таким, яким здається на перший погляд.

Парадокси теорії ймовірності добре демонструють здобувачам освіти, що не завжди інтуїція допомагає у вирішенні завдання. Треба проявляти під час виконання завдань, також винахідливості набуті на уроках математичні здібності. Ця тема дає змогу учням закріпити вивчений матеріал з теми «Елементи теорії ймовірностей». І демонструє що життя непередбачуване, моментами не піддається простому розумінню, але тим воно прекрасніше, у своєму постійному пошуку себе і своєї мети.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Барковський В. В., Барковська Н. В., Лопатін О. К. Теорія ймовірностей та математична статистика. 5-те видання. – К.: Центр учбової літ., 2010. – 424 с.
2. Гнеденко Б. В. Курс теорії ймовірностей – К.: ВПЦ Київський університет, 2010. – 464с.
3. Закусило О. К. Парадокси теорії ймовірності, Математичної статистики і теорії прийняття рішень. метод. реком. – К.: КНУ, 2022. – 109 с.
4. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика: підручник. – К.: Знання, 2007. – 556 с.

Науковий керівник доктор фізико-математичних наук, професор Савченко О.Г.