

Міністерство освіти і науки України
Херсонський державний університет
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК, ФІЗИКИ ТА МАТЕМАТИКИ
КАФЕДРА АЛГЕБРИ, ГЕОМЕТРІЇ ТА МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

ВИКОРИСТАННЯ ЗАСОБІВ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ У ВИКЛАДАННІ
МАТЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ

Кваліфікаційна робота (проєкт)
на здобуття ступеня вищої освіти “магістр”

Виконав: студент 2 курсу, 12-221М групи
Спеціальності: 014 Середня освіта,
Спеціалізація: 014.04 Математика
Освітньо-професійної програми
«Середня освіта (математика)» другого
(магістерського) рівня вищої освіти
Савченко Сергій Олександрович
Керівник: кандидат педагогічних наук,
доцент Таточенко Володимир Іванович
Рецензент: директорка Херсонської
гімназії №13 Херсонської міської ради,
вчитель математики вищої категорії,
вчитель-методист
Перегняк Ганна Євгенівна

СПИСОК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

AI – Artificial Intelligence (штучний інтелект)

DL – Deep Learning (глибоке навчання)

GAN – Generative Adversarial Network (генеративно-змагальна мережа)

GPT – Generative Pre-trained Transformer (генеративний попередньо навчений трансформер)

LLM – Large Language Model (велика мовна модель)

ML – Machine Learning (машинне навчання)

NLP – Natural Language Processing (обробка природної мови)

RL – Reinforcement Learning (навчання з підкріпленням)

Ключові слова: штучний інтелект, машинне навчання; великі мовні моделі; освіта; викладання математики; середня школа; цифровізація освіти.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1. ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ СИСТЕМ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ	
1.1. Виникнення та розвиток поняття штучного інтелекту	8
1.2. Основні поняття і класифікація методів машинного навчання	10
1.3. Сучасні методи ШІ: трансформери та генеративні моделі	12
1.4. Етичні аспекти застосування ШІ в освіті	14
РОЗДІЛ 2. ВИКОРИСТАННЯ ІНСТРУМЕНТІВ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ В ОСВІТНЬОМУ ПРОЦЕСІ	
2.1. Системи загального призначення (LLM чат-боти)	17
2.2. Сервіси автоматизації досліджень та пошуку інформації з ШІ	19
2.3. Освітні платформи з інтегрованими ШІ-агентами	21
2.4. Спеціалізовані інструменти для вивчення математики	23
РОЗДІЛ 3. ГЕНЕРАЦІЯ ЗАДАЧ З МАТЕМАТИКИ ТА ЇХ РОЗВ’ЯЗКІВ ЗА ДОПОМОГОЮ LLM	
3.1. Методологія дослідження	28
3.2 Експеримент з генерації задач з шкільного курсу математики	29
3.3 Аналіз здатності LLM моделей до розв’язання математичних задач ...	41
ВИСНОВКИ	50
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	52
ДОДАТКИ	
Додаток А	55
Додаток Б	56

ВСТУП

Актуальність дослідження

Математична освіта в Україні стикається з низкою викликів, які можуть бути загострені останніми подіями, а саме пандемією коронавірусу і війною, що призводить до втрат у навчанні та труднощів у викладанні й засвоєнні матеріалу [1]. Згідно з дослідженнями, українські учні зазнали значних освітніх втрат через війну, що еквівалентно двом рокам пропущеного навчання [1]. Це підкреслює нагальну потребу в застосуванні інноваційних рішень для підтримки математичної освіти.

За останні 5-10 років у сфері штучного інтелекту відбулися значні досягнення, які перейшли від теоретичних розробок до практичного впровадження в різних секторах, включаючи освіту [2]. Кількість вакансій, що вимагають навичок у сфері ШІ, зросла на 257% у період з 2015 по 2023 рік [3]. У сфері освіти також спостерігається зміна ставлення до ШІ, з зростаючим рівнем прийняття серед учнів, вчителів та батьків [4].

Однією з особливостей сучасних тенденцій ШІ є розвиток генеративних нейронних мереж та великих мовних моделей (Large Language Models, LLM), які мають значний потенціал для застосування в освіті. Вплив LLM на освіту є значним, охоплюючи такі аспекти, як персоналізована підтримка навчання, індивідуалізоване оцінювання та зворотний зв'язок, широкий спектр знань з різних предметів, міждисциплінарне навчання та підтримка у розв'язанні проблем і репетиторство в режимі реального часу [5].

Генеративний ШІ та сучасні сервіси, засновані на LLM моделях, пропонують потужні можливості, які можуть бути використані для

персоналізації навчального процесу та автоматизації деяких задач для вчителів, в тому числі у математичній освіті.

Об'єкт і предмет дослідження

Об'єктом дослідження виступає процес навчання математики у закладах загальної середньої освіти з використанням технологій штучного інтелекту.

Предметом дослідження є методи і інструменти на основі ШІ (зокрема великі мовні моделі) для генерування навчального контенту з математики (наприклад, задач) та допомоги у їх розв'язанні, а також вплив цих інструментів на діяльність вчителя математики.

В центрі уваги дослідження знаходяться конкретні програмні засоби і моделі ШІ, що можуть бути використані вчителем математики закладу загальної середньої освіти, з акцентом на їх можливостях генерувати задачі шкільного рівня і надавати коректні розв'язки.

Мета та завдання дослідження

Мета дослідження полягає у вивченні потенціалу використання сучасних інструментів із вбудованим штучним інтелектом вчителями математики закладів загальної середньої освіти, зокрема для генерування тестів з шкільного курсу алгебри та геометрії, та для автоматизації перевірки розв'язків математичних задач. Для досягнення цієї мети визначено наступні *завдання дослідження*:

1. Здійснити короткий огляд історії розвитку машинного навчання та штучного інтелекту; визначити ключові етапи, поняття та останні досягнення у цій галузі.
2. Проаналізувати сучасні інструменти ШІ: великі мовні моделі (чат-боти), пошукові системи та інші інструменти для досліджень із вбудованим ШІ, спеціалізовані освітні платформи та сервіси для вивчення математики.

3. Розробити методологію експериментального дослідження з генерування математичних задач за допомогою великих мовних моделей та перевірки їх здатності розв'язувати задачі з шкільного курсу математики.
4. Провести експеримент, у рамках якого за допомогою різних LLM-моделей згенерувати приклади задач з шкільного курсу алгебри та геометрії, оцінити якість і коректність цих задач, а також перевірити здатність моделей формувати правильні розв'язки задач.
5. Проаналізувати результати експерименту та визначити, в якій мірі такі моделі можуть бути корисними для практичної роботи вчителя математики, які їх обмеження та потенційні напрями вдосконалення.

Методи дослідження

У роботі поєднано теоретичні та експериментальні методи дослідження. Теоретична частина включає аналіз літературних джерел та огляд наукових публікацій з історії та сучасного стану розвитку ШІ, методів машинного навчання та існуючих застосувань ШІ у сфері освіти. Для огляду інструментів використано порівняльний аналіз функціональних можливостей різних систем. Експериментальна частина роботи базується на методі комп'ютерного експерименту: застосовано кілька великих мовних моделей для генерування та розв'язання математичних задач, а результати їх роботи проаналізовано за допомогою емпіричних критеріїв (відповідність задач навчальним темам, наявність правильного розв'язку, відсоток правильно вирішених задач).

Наукова новизна отриманих результатів

Результати проведеного дослідження мають практичне значення для працівників сфери освіти які прагнуть інтегрувати ШІ в освітній процес. Огляд вже існуючих інструментів, що представлений в другому розділі роботи, допоможе вчителям краще орієнтуватися в сучасних цифрових освітніх

технологіях та обрати конкретні засоби для підготовки уроків, генерування чи перевірки завдань. Практична частина роботи, описана у третьому розділі роботи, представляє результати проведених експериментів з використання різних LLM-моделей для задач генерування тестових завдань з математики та розв'язування задач з алгебри та геометрії.

Отримані результати демонструють реальні можливості та поточні обмеження цих моделей, а виявлені тенденції (які моделі ШІ краще справились з різними типами завдань) можуть лягти в основу рекомендацій щодо ефективного використання ШІ у навчальному процесі. Таким чином, робота сприяє підвищенню ефективності роботи вчителя математики, економії часу на створення навчальних матеріалів та індивідуалізації навчання, а також закладає основу для подальших досліджень у галузі освітніх технологій на основі ШІ.

РОЗДІЛ 1. ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ СИСТЕМ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

1.1. Виникнення та розвиток поняття штучного інтелекту

Поняття штучного інтелекту сформувалося в 1956 році на Дартмутському семінарі – науковій конференції, що відбулася влітку 1956 року в Дартмутському коледжі (США). Вона вважається початком формування штучного інтелекту як окремої галузі комп’ютерних наук. Ініціаторами семінару були Джон Маккарті, Марвін Мінський, Клод Шеннон і Натан Рочестер, які висунули ідею, що інтелектуальні аспекти людського мислення можуть бути змодельовані за допомогою машин [6]. Під час обговорень було запропоновано сам термін "штучний інтелект", учасники семінару сформулювали дослідницьку програму, спрямовану на створення систем, здатних до навчання, логічного міркування, доведення теорем і розв’язування задач. Саме Дартмутський семінар започаткував першу хвилю оптимізму щодо інтелектуальних можливостей машин і став відправною точкою розвитку всіх подальших напрямів у сфері ШІ.

Попри свій вагомий історичний статус, Дартмутський семінар року не досяг поставленої мети у практичному сенсі, тобто створення програм, здатних імітувати людський інтелект, не відбулося. Однак його результати були надзвичайно важливими для формування наукової спільноти та визначення напрямку подальших досліджень [7]. Саме після цього семінару виникли перші лабораторії з дослідження штучного інтелекту в Массачусетському технологічному інституті, Стенфорді та Гарварді, а також з’явилися ключові концепції: машинне навчання, евристичне програмування, логічні мережі тощо. Учасники семінару не створили "мислячої" машини, але заклали фундамент нової міждисциплінарної галузі, визначивши її термінологію, методологію та дослідницькі пріоритети на десятиліття вперед [7].

У 50–60-х роках XX ст. оптимізм щодо можливостей ШІ був дуже високим: з'явилися перші програми для гри в шахи, системи автоматичного доведення теорем. Також у цей час було розроблено мову програмування ЛІСП для обробки символічної інформації. Проте зіткнення з обмеженнями обчислювальних ресурсів і відсутністю достатніх обсягів даних для навчання призвело до так званої "зими ШІ" в 1970-х роках – періоду спаду інтересу наукової спільноти та зменшення фінансування відповідних досліджень.

Новий етап розвитку штучного інтелекту розпочався у 1980-х роках з появою перших експертних систем. Експертні системи – це програмні комплекси для розв'язання вузькопрофільних задач, що базуються на спеціалізованих базах знань та механізмах логічного виведення. Такі системи успішно застосовувалися у сферах медицини, автоматизованої діагностики, управління виробництвом, консультування. У 1990-х роках, завдяки стрімкому зростанню обчислювальних можливостей та накопиченню великих обсягів даних, відбулося відродження інтересу до машинного навчання. У цей час все більшого значення набували статистичні методи та штучні нейронні мережі. Найбільш визначними подіями цього періоду стали перемога комп'ютера IBM Deep Blue над чемпіоном світу з шахів Гаррі Каспаровим у 1997 році [8] та прориви в галузях обробки природної мови та розпізнавання зображень, які заклали підґрунтя для розвитку сучасних систем глибокого навчання [9].

Починаючи з 2000-х і особливо у 2010-х роках, штучний інтелект вступив у нову еру завдяки вибуховому розвитку глибокого навчання. Нові архітектури глибоких нейронних мереж (Deep Learning, DL) дозволили досягти проривних результатів в задачах розпізнавання образів, машинного перекладу та обробки природної мови [9]. У 2012 році нейронна мережа AlexNet продемонструвала значно вищу точність розпізнавання об'єктів на зображеннях, ніж попередні алгоритми, що символізувало початок домінування глибокого навчання [9].

Подальші успіхи включають системи, що перевершили людину в складних іграх, наприклад, нейронна мережа AlphaGo здобула перемогу над чемпіоном з гри в го, Лі Седолем, у 2016 році [10]. На початку 2020-х розпочалась нова хвиля інновацій у сфері штучного інтелекту. Поява великих мовних моделей (LLM) і генеративних моделей виводить ШІ на рівень, коли він здатний генерувати новий контент – зв’язний текст, зображення, музику та інше. Таким чином, історія розвитку штучного інтелекту – це еволюція від базових символічних програм до потужних систем, здатних до самонавчання.

1.2. Основні поняття і класифікація методів машинного навчання

Розглянемо ключові поняття сфери штучного інтелекту, зокрема машинного навчання (МН), а також основні класи методів навчання машин. Важливо відзначити різницю між поняттями "штучний інтелект" та "машинне навчання". Штучний інтелект є більш широким поняттям, яке охоплює всі підходи до створення систем, здатних виконувати інтелектуальні функції – від експертних систем на основі правил виводу до роботизованих комплексів. Машинне навчання є підмножиною ШІ, яка фокусується на тому, щоб комп’ютерні програми навчалися покращувати свої результати на основі даних та досвіду, без явного програмування всіх правил [11]. Інакше кажучи, замість того щоб розробник прописував кожен крок вирішення задачі, алгоритм машинного навчання самостійно виводить закономірності з навчальних прикладів і використовує їх для прогнозування або прийняття рішень в майбутньому. Сучасні методи машинного навчання поділяються на кілька основних категорій [11]:

– Контрольоване навчання (Supervised Learning) передбачає навчання моделі на розмічених даних, де для кожного прикладу відомі правильні відповіді

(мітки). Модель має навчитися прогнозувати вихідні значення для нових даних. Прикладами контрольованого навчання є задачі класифікації (визначення, до якого класу належить об'єкт) та регресії (прогнозування числового значення). Популярними алгоритмами контрольованого навчання є лінійна регресія, метод опорних векторів, дерева рішень, нейронні мережі тощо.

- Неконтрольоване навчання (Unsupervised Learning) працює з нерозміченими даними. Алгоритм самостійно шукає структури, шаблони та патерни групування у вхідних даних. Типовими задачами неконтрольованого навчання є кластеризація (групування об'єктів за схожістю) та пошук асоціацій. Приклади методів такого типу машинного навчання є алгоритм k-середніх (для кластеризації) та метод головних компонент (для зниження розмірності даних).

- Напівконтрольоване навчання (Semi-Supervised Learning) – поєднує невелику кількість розмічених даних з великою кількістю нерозмічених з метою підвищення якості моделі.

- Навчання з підкріпленням (Reinforcement Learning) – це підхід, за якого агент (алгоритм) взаємодіє зі середовищем, отримуючи винагороду або штрафи, і поступово вчиться діяти так, щоб максимізувати сумарну винагороду. Цей підхід ефективний для задач, де потрібно приймати послідовні рішення (ігри, управління устаткуванням, робототехніка, тощо).

Не менш важливим поняттям є глибоке навчання (Deep Learning) – підклас машинного навчання, що базується на глибоких нейронних мережах з багатьма шарами. Здатність нейронних мереж глибокого навчання виявляти складні закономірності та приховані ознаки у даних дала змогу досягти істотного прогресу в обробці зображень та природної мови. Наразі глибокі нейронні мережі лежать в основі більшості передових систем ШІ і часто розглядаються як окремий клас нейронних мереж [9].

Розуміння базових категорій методів машинного навчання, відмінностей сценаріїв їх навчання та типів даних, з якими вони працюють, є необхідним для аналізу сучасних досягнень у сфері штучного інтелекту. У наступному підрозділі розглядаються передові методи та моделі ШІ, які багато в чому базуються саме на концепціях глибокого навчання.

1.3. Сучасні методи ШІ: трансформери та генеративні моделі

Найбільш значущим досягненням у сфері штучного інтелекту за останнє десятиріччя є поява нових архітектур нейронних мереж і методів їх навчання, що вивели штучний інтелект на якісно інший рівень. Одним із найважливіших проривів стала поява архітектури Transformer (трансформер), запропонованої командою дослідників з компанії Google у 2017 році [12]. Трансформери принципово змінили підхід до обробки послідовностей даних (таких як текст) завдяки механізму самоуваги (self-attention), який дозволяє моделі ефективно враховувати довгострокові залежності. Саме архітектура трансформерів стала основою так званих великих мовних моделей (LLM) – алгоритмів, навчених на масивних корпусах тексту для прогнозування наступних слів у реченні. Найбільш відомими прикладами LLM є моделі сімейства GPT (Generative Pre-trained Transformer), Claude, Gemini, Llama. Ці моделі продемонстрували здатність генерувати зв'язний, змістовний текст та відповідати на запитання майже як людина, що стало революційним етапом у сфері обробки природної мови.

Паралельно з цим відбувається швидкий розвиток інших генеративних моделей ШІ, які здатні створювати нові дані, що статистично подібні до даних на яких вони навчалися. До генеративних моделей належать генеративно-змагальні мережі (GAN), варіаційні автокодери (VAE) та дифузійні моделі. Генеративно-змагальні мережі [13] складаються з двох частин – генератора і дискримінатора –

які оцінюють результати одне іншого під час навчання. Така архітектура дозволила отримати моделі, здатні створювати фотореалістичні зображення, синтетичні голоси тощо. Останнім часом на перший план вийшли дифузійні моделі – новий підхід до генерації даних. Дифузійні моделі зарекомендували себе як дуже ефективні для генерації зображень високої якості (наприклад, алгоритми DALL-E, Stable Diffusion), а також знайшли застосування в генерації текстів та інших сферах [14]. Вони працюють шляхом поступового додавання шуму до даних і паралельного навчання моделі, яка вміє цей процес "розвертати", відновлюючи дані із шуму. Завдяки цьому підходу дифузійні методи перевершили попередні генеративні моделі (такі як GAN) у гнучкості та стабільності навчання [14].

Великі мовні моделі і сучасні генеративні алгоритми часто відносять до класу фундаментальних моделей, оскільки вони навчаються на дуже великих масивах даних і можуть виконувати широкий спектр специфічних завдань (відповідати на питання, перекладати тексти, генерувати код, зображення і т. д.) після мінімального донавчання [14]. Наразі триває активний розвиток мульти-модальних моделей, що вміють працювати з різними типами даних: текст, зображення, звук. Наприклад, існують системи що здатні аналізувати зображення та генерувати їх текстовий опис, або ж навпаки – генерувати зображення за заданим текстовим описом.

Мультимодальні моделі штучного інтелекту – це системи, які здатні одночасно обробляти й поєднувати інформацію різних типів даних, таких як текст, зображення, аудіо, відео. На відміну від традиційних мовних моделей, що працюють лише з текстом, мультимодальні системи інтегрують різні джерела інформації, формуючи узагальнене уявлення про контент. Це дозволяє їм, наприклад, описувати зображення природною мовою, генерувати ілюстрації за текстовими підказками або аналізувати відео у поєднанні з субтитрами.

Мультимодальність є одним із ключових напрямів розвитку сучасних LLM, оскільки наближає їх до людського способу сприйняття інформації [15]. Вона відкриває нові можливості для освіти, такі як автоматичний аналіз зображень, генерація візуальних навчальних матеріалів, розпізнавання рукописних формул, тощо.

Мультимодальність розглядається як важливий крок до загального штучного інтелекту, адже уможлиблює більш комплексне сприйняття і генерування інформації, подібно до людини. Підсумовуючи, сучасні методи ШІ характеризуються переходом від вузькоспеціалізованих алгоритмів до універсальних моделей з великими обсягами знань, здатних до генерації нового контенту. Це відкриває великі перспективи для практичного використання, зокрема у сфері освіти, про що детальніше йтиметься у наступних розділах.

1.4. Етичні аспекти застосування ШІ в освіті

Незважаючи на значні потенційні переваги, впровадження штучного інтелекту в сферу освіти породжує комплекс етичних питань. Перш за все, виникають проблеми приватності та захисту даних: використання ШІ в освіті може вимагати збору та аналізу великих обсягів даних про учнів (результати, поведінка в навчальних програмах тощо). Необхідно забезпечити конфіденційність персональних даних учнів і дотримання нормативів щодо їхнього зберігання та обробки [16]. Наприклад, якщо платформа з ШІ відстежує успішність учня для адаптації навчання, вона має збирати чутливу інформацію, яку слід захищати від несанкціонованого доступу.

Другим важливим аспектом є справедливість та відсутність упередженості алгоритмів. Моделі ШІ навчаються на даних, які можуть містити соціальні або гендерні упередження, і ці упередження можуть відтворюватися у рекомендаціях

системи. В освітньому контексті це неприпустимо, адже всі учні повинні мати рівні можливості: ШІ-системи не повинні дискримінувати або посилювати існуючу нерівність [17]. Міжнародні організації, такі як ЮНЕСКО, підкреслюють принципи прозорості, справедливості та інклюзивності при впровадженні ШІ, особливо наголошуючи на збереженні контролю людини над процесом прийняття важливих рішень [17].

Окрему увагу слід приділити питанню академічної доброчесності та ролі вчителя у добу генеративного ШІ. Поява потужних мовних моделей, здатних генерувати тексти та розв'язувати задачі, породжує побоювання щодо недобросовісного використання цих інструментів учнями – зокрема, для списування або використання для виконання домашніх завдань. Вчителі стикаються з викликом: як оцінювати знання, якщо учень може отримати розв'язок задачі від ШІ за лічені секунди. Поширеність та доступність чат-ботів з вбудованим ШІ ставить під сумнів ефективність традиційних методів контролю знань та вимагає розробки нових підходів та етичних норм використання ШІ. Дослідження показують, що все більше експертів у сфері освіти пропонують замість повної заборони використання таких інструментів інтегрувати їх у процес навчання з чітким роз'ясненням меж доброчесного використання. Необхідно навчати учнів використовувати ШІ як помічника для навчання, а не інструмент для шахрайства [18]. Деякі школи та університети вже впроваджують правила щодо використання ChatGPT та подібних систем, що наголошують на відповідальності, прозорості та необхідності вказувати, де саме було застосовано ШІ при виконанні роботи.

Ще одним етичним аспектом є відповідальність та прозорість алгоритмів ШІ. Наприклад, якщо освітня платформа з інтегрованим ШІ рекомендує індивідуальний навчальний план чи оцінює знання учня, виникає питання: хто несе відповідальність за можливі помилки? Важливо, щоб вчитель мав

можливість розуміти логіку рекомендацій системи (інтерпретувати рекомендації ШІ) і міг виправити або переглянути згенеровані рішення. Людський нагляд залишається ключовим принципом: ШІ має допомагати, але не замінювати вчителя в прийнятті остаточних рішень щодо навчання конкретної дитини [16][17]. Врешті, доступність технологій теж стає етичною проблемою, адже не всі школи та учні мають рівний доступ до сучасних ШІ-інструментів через фінансові або технічні обмеження. Це може призвести до виникнення нового, вже цифрового, розриву між різними навчальними закладами. Тому політики у сфері освіти мають прагнути забезпечити рівний доступ до корисних технологій і водночас надавати методичну підтримку викладачам щодо їхнього ефективного та безпечного використання. Загалом, впровадження ШІ в освіту повинно відбуватися в рамках чітких етичних принципів, що гарантують пріоритет інтересів учнів, захист їхніх прав та підвищення якості навчального процесу, а не фокусуватись виключно на слідуванні технологічним трендам.

РОЗДІЛ 2. ВИКОРИСТАННЯ ІНСТРУМЕНТІВ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ В ОСВІТНЬОМУ ПРОЦЕСІ

2.1. Системи загального призначення (LLM чат-боти)

У цьому підрозділі проводиться огляд універсальних AI-систем на основі великих мовних моделей, які можуть слугувати інтелектуальними асистентами вчителя. Найбільш відомим прикладом є чат-бот ChatGPT від компанії OpenAI – система, побудована на основі LLM нейронних мереж. Також до систем загального призначення належать Google Gemini, Anthropic Claude, Meta Llama та інші. Усі ці моделі здатні вести діалог з користувачем, розуміти питання природною мовою та генерувати розгорнуті відповіді. Для викладачів такі інструменти відкривають нові можливості автоматизації для зменшення рутинної роботи. Наприклад, вчитель може звернутися до чат-бота по допомогу у створенні плану уроку або окремих його елементів: сформулювати мету та задачі уроку з певної теми, запропонувати ідеї для наочних прикладів чи інтерактивних вправ. Дослідження показують, що педагоги вже застосовують подібні моделі для генерування тестових питань, підготовки матеріалів і навіть розробки сценаріїв уроків [19]. Це дозволяє економити час і зусилля, спрямовуючи їх на інші аспекти навчального процесу. Крім того, великі мовні моделі здатні пояснювати складні концепції простими словами. Вчитель може запитати чат-бот, як зрозумілою мовою пояснити учням певне математичне поняття, або попросити навести аналогію, щоб полегшити розуміння нового матеріалу.

Ще одним напрямом використання універсальних чат-ботів є допомога у перевірці знань та розв'язанні задач. З одного боку, вчитель може швидко перевірити розв'язок складної задачі, попросивши модель знайти помилку в рішенні або запропонувати свій розв'язок. З іншого боку, самі учні можуть користуватися чат-ботами як онлайн репетиторами: ставити запитання,

отримувати підказки до домашніх завдань. Так, ChatGPT уже демонструє можливості персоналізованого навчання, моделюючи поведінку людського наставника, який надає підказки і пояснення [18]. Учні відзначають, що такий формат спілкування дає їм змогу ставити питання без страху, що це "неправильне" чи "дурне" питання, отримуючи негайний зворотний зв'язок [18]. Однак вчителям слід уважно ставитися до якості відповідей, які надають ці системи. Мовні моделі інколи схильні генерувати правдоподібну, але фактично некоректну інформацію (так звана проблема галюцинації мережі). Зокрема, у математиці прості моделі можуть допускати помилки в розрахунках або спрощеннях математичних виразів. Моделі, що були представлені в 2025 році, такі як GPT 5, Sonnet 4.5, Gemini 2.5 Pro, досягли значного прогресу в розв'язуванні математичних задач, проте й вони не гарантовано не припускаються помилок. Отже, найкращим підходом може бути використання чат-ботів як асистентів. Вони можуть виконувати роботу з генерування ідей, давати пояснення, але остаточну перевірку та корекцію має здійснює вчитель.

Варто також згадати про обмеження етичного та адміністративного характеру. Деякі освітні установи забороняють учням користуватися ChatGPT та подібними сервісами під час навчання або здачі робіт, побоюючись масового списування. Тому викладач, який вирішить впровадити чат-бот у своїй практиці (наприклад, для проведення консультацій чи додаткових занять), має пояснити учням рамки дозволеного використання. З точки зору методики, інтеграція LLM в навчання математики повинна супроводжуватися розвитком у школярів критичного мислення: вміння перевіряти отримані відповіді, порівнювати різні підходи, не довіряти сліпо першому ж розв'язанню. При правильному підході великі мовні моделі можуть стати незамінними універсальними помічниками викладача, забезпечуючи інтелектуальну підтримку в підготовці та проведенні занять, індивідуальній роботі з учнями і саморозвитку педагога.

2.2. Сервіси автоматизації досліджень та пошуку інформації з ІІІ

OpenAI Deep Research та Gemini Deep Research – це дві передові функції, що спрямовані на автоматизацію складних дослідницьких завдань за допомогою штучного інтелекту [20], розроблені компаніями OpenAI та Google відповідно. Обидві системи здатні проводити багатокрокові дослідження, аналізувати велику кількість інформації з Інтернету та створювати детальні звіти з посиланнями на джерела.

OpenAI Deep Research є інтегрованим у ChatGPT інструментом. Цей інструмент наразі використовує "думаючу" модель GPT 5 для виконання глибоких досліджень. Він може самостійно планувати та виконувати покрокові завдання з дослідження на задану тему: аналізувати текст, зображення та PDF-файли; виконувати пошук необхідної інформації в мережі. Результатом його роботи є комплексний, добре структурований, багатосторінковий звіт, складання якого вручну потребувало б багато годин людської праці. Кожен звіт містить чіткі посилання на джерела та загальні висновки, що робить його корисним для працівників не тільки у сфері освіти, а й у галузях економіки, науки, політики, журналістики тощо.

Gemini Deep Research є частиною екосистеми Gemini і призначений для спрощення складних дослідницьких завдань. Цей інструмент розбиває складні запити на підзадачі, шукає інформацію в Інтернеті та синтезує отримані дані у зрозумілий формат. Унікальною особливістю Gemini Deep Research є можливість створення оглядів досліджень в аудіо форматі, що дозволяє користувачам отримувати інформацію у зручному форматі [20]. Цей сервіс орієнтований на дослідників, викладачів та студентів, які прагнуть ефективно організувати процес збору та аналізу інформації. Обидва інструменти мають на меті підвищити ефективність дослідницької діяльності, зменшуючи час, необхідний для збору та аналізу інформації [21].

Perplexity AI – це пошуковий інструмент, який поєднує можливості штучного інтелекту з реальними результатами веб-пошуку для надання точних та обґрунтованих відповідей на запити користувачів. Основні функції включають генерацію коротких відповідей з посиланнями на джерела, що робить його корисним для швидкого отримання достовірної інформації. Унікальність цього сервісу полягає в інтерактивному інтерфейсі, що дозволяє вести діалог з системою для уточнення незрозумілої інформації. Цей сервіс в першу чергу призначений для студентів, викладачів та дослідників, які потребують швидкого доступу до достовірної інформації. Викладачі можуть використовувати Perplexity AI для підготовки до уроків, пошуку достовірної інформації для навчальних матеріалів, або ж запропонувати цей інструмент учням для самостійного дослідження нових тем.

Kagi Search – це ще одна пошукова система, яка позиціонується як альтернатива традиційним пошуковим сервісам. Вона працює як метапошукова система, тобто поєднує результати видачі інших пошукових систем із власними індексами веб-сайтів. Ключовими особливостями цієї платформи є відсутність реклами та відстеження користувачів, а також розширені можливості персоналізації через систему ранжування доменів та спеціалізованих фільтрів ("лінз"). Також система має інтегровані інструменти штучного інтелекту для аналізу та узагальнення інформації.

Для освітньої сфери Kagi Search представляє значний інтерес завдяки кільком спеціалізованим функціям. Вбудована "академічна" лінза обмежує результати пошуку тільки академічними журналами та доменами .edu. Це суттєво полегшує доступ до виключно наукових джерел. Дослідження показують, що технічні пошуки повертають якісніші результати, зосереджені на документації та обдуманих публікаціях, замість контенту комерційних платформ. Окремо варто також згадати про інструмент "Universal Summarizer", який забезпечує

автоматичне узагальнення довгих текстів із збереженням посилань на джерела. Однак, впровадження сервісу Kagi Search в освітній процес потребує врахування фінансових аспектів (адже сервіс не є повністю безкоштовним) та необхідності адаптації користувачів до нового інтерфейсу, особливо на мобільних пристроях.

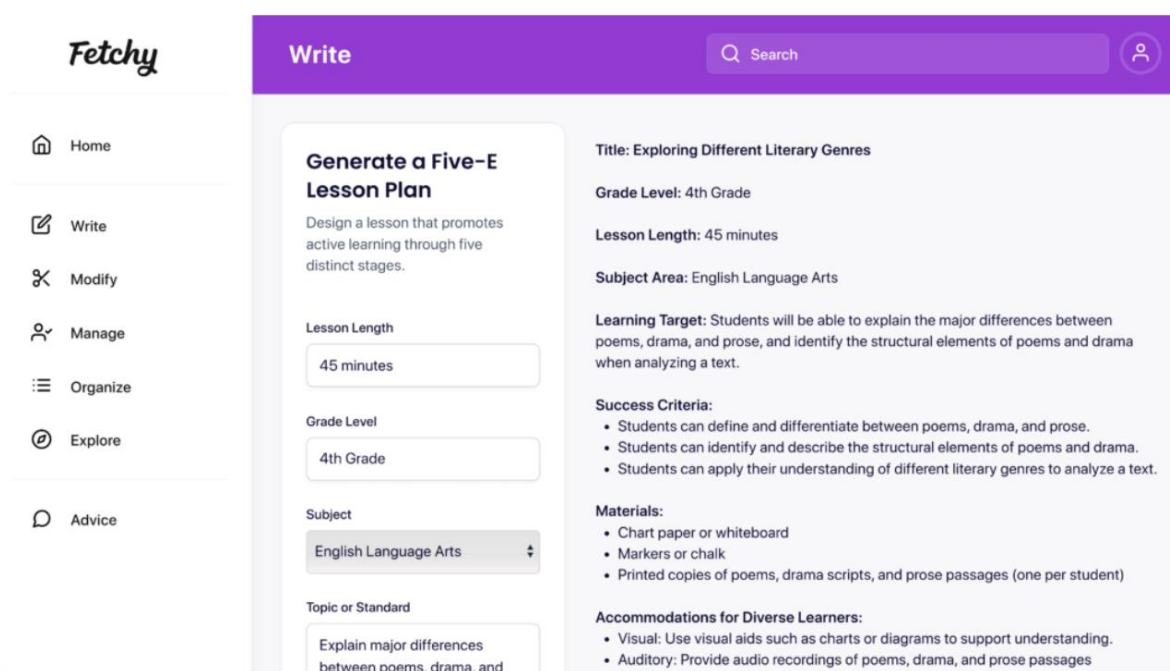
2.3. Освітні платформи з інтегрованими ШІ-агентами

Reading Coach – це безкоштовний інструмент, який сприяє розвитку у учнів навичок читання. Цей інструмент розроблено компанією Microsoft. Його основні функції включають персоналізовані завдання на розвиток читання, виявлення складних слів та надання рекомендацій щодо покращення вимови. Унікальність цього сервісу полягає у можливості генерації персоналізованих текстів, що робить процес навчання більш захоплюючим. Reading Coach орієнтований на учнів початкової та середньої школи. Вчителі ж можуть використовувати цей інструмент для персоналізації навчального процесу, відстежування прогресу учнів та створення адаптивних завдань з читання.

Українська онлайн-платформа "На Урок" нещодавно впровадила набір ШІ-інструментів, розроблених спеціально для освітян. Цей персональний помічник вчителя дозволяє автоматично створювати різноманітні навчальні матеріали, такі як унікальні задачі, тести, презентації, таблиці, флеш-картки тощо. Наприклад, ШІ може згенерувати текст слайдів для презентації за заданою темою або ж підібрати ідеї цікавих завдань для уроку, та навіть поспілкуватися у чаті з симуляцією видатних діячів. Сервіс має на меті оптимізувати рутинну роботу педагога, щоб він зміг приділити більше часу безпосередньо учням. Сервіс є безкоштовним для зареєстрованих користувачів.

Fetchy – це англomовна платформа на основі генеративного ШІ, створена спеціально для вчителів (рис. 2.1). Вона допомагає автоматизувати низку завдань:

генерацію планів уроків, оформлення інформаційних бюлетенів для батьків, написання професійних електронних листів тощо. Важливою особливістю Fetchy є вміння адаптувати стиль і зміст згенерованого матеріалу під потреби вчителя – сервіс дозволяє налаштовувати тон повідомлень, рівень складності пояснень та інші параметри. Для вчителів математики ця платформа може згенерувати, приміром, опис лабораторної роботи або цікавий реальний кейс для уроку алгебри. Fetchy має безкоштовний базовий функціонал та платні розширені можливості.



The screenshot displays the 'Write' section of the Fetchy platform. On the left is a navigation menu with icons and labels for Home, Write, Modify, Manage, Organize, Explore, and Advice. The main content area is titled 'Write' and features a search bar and a user profile icon. The primary function shown is 'Generate a Five-E Lesson Plan', which includes a description: 'Design a lesson that promotes active learning through five distinct stages.' Below this are input fields for 'Lesson Length' (set to 45 minutes), 'Grade Level' (set to 4th Grade), and 'Subject' (set to English Language Arts). A 'Topic or Standard' field contains the text 'Explain major differences between poems, drama, and'. To the right of these fields, the generated lesson plan details are displayed, including the title 'Exploring Different Literary Genres', grade level, lesson length, subject area, learning target, success criteria, materials, and accommodations for diverse learners.

Field	Value
Title	Exploring Different Literary Genres
Grade Level	4th Grade
Lesson Length	45 minutes
Subject Area	English Language Arts
Learning Target	Students will be able to explain the major differences between poems, drama, and prose, and identify the structural elements of poems and drama when analyzing a text.
Success Criteria	- Students can define and differentiate between poems, drama, and prose. - Students can identify and describe the structural elements of poems and drama. - Students can apply their understanding of different literary genres to analyze a text.
Materials	- Chart paper or whiteboard - Markers or chalk - Printed copies of poems, drama scripts, and prose passages (one per student)
Accommodations for Diverse Learners	- Visual: Use visual aids such as charts or diagrams to support understanding. - Auditory: Provide audio recordings of poems, drama, and prose passages

Рисунок 2.1. Інтерфейс сервісу Fetchy.

MagicSchool – це ще один приклад спеціалізованого помічника для викладачів, орієнтованого саме на шкільну програму. Він уміє автоматично створювати плани уроків, активності та оцінювання, причому враховує навчальні стандарти і теми курсу. Для математиків MagicSchool пропонує унікальні функції: генератор оглядових вправ (Math Spiral Review Generator) для повторення матеріалу, інструмент складання текстових задач (Math Story Problem) за заданими параметрами, генератор таблиць даних з питаннями для аналізу учнями, тощо. Такі можливості спрощують підготовку диференційованих

завдан. Вчитель може швидко отримати варіант задачі, змінити числові параметри чи умову і дати її різним групам учнів.

2.4. Спеціалізовані інструменти для вивчення математики

Mathos AI – це сучасний онлайн-репетитор з математики на базі штучного інтелекту, який був запусканий у 2023 році. Цей сервіс дозволяє завантажувати математичні задачі у вигляді тексту або фотографії та отримувати миттєве рішення з поясненнями (рис. 2.2). Сервіс, який раніше мав назву MathGPTPro, швидко набув популярності у світі, і наразі доступний користувачам більш ніж зі 100 країн. Загалом, ця платформа орієнтована на інтерактивність та персоналізацію навчання. Користувач може задавати уточнюючі питання, якщо запропоноване пояснення виявилось незрозумілим, а система надасть додаткові роз'яснення або запропонує альтернативний метод розв'язку. Mathos AI позиціонується як інклюзивний освітній інструмент, призначений зменшити бар'єри у вивченні математики завдяки відкритому доступу до технологій. Наразі сервіс є безкоштовним і демонструє приклад того, як великі мовні моделі, спеціально навчені для розв'язування математичних задач, можуть забезпечувати вищу точність і дидактичну цінність, порівняно з універсальними чат-ботами.

Khan Academy – це всесвітньо відома безкоштовна платформа для вивчення різних предметів, у тому числі математики. У 2023 році платформа розпочала тестування власного ШІ-тьютора Khanmigo, створеного на основі моделі GPT-4. Khanmigo інтегрований у середовище платформи і може виступати як віртуальний співрозмовник для учня чи помічник для вчителя (рис. 2.3). У режимі репетитора Khanmigo не просто видає відповідь на задачу, а веде з учнем повноцінний діалог: ставить навідні запитання, пропонує проаналізувати кроки, надає підказки, якщо учень зайшов у глухий кут. Фактично, ШІ імітує підхід

досвідченого вчителя, який прагне розвинути в дитини продуктивний підхід до вирішення задачі, а не підказати готове рішення. Наприклад, якщо учень працює над розв'язанням рівняння, Khanmigo може спитати: “А що станеться, якщо обидві частини рівняння поділити на 2?” замість того щоб одразу вивести правильну відповідь.



Рисунок 2.2. Інтерфейс сервісу Mathos AI.

Важливо підкреслити, що Khanmigo поки що доступний лише в обмеженому пілотному режимі. Платформа обережно впроваджує ШІ, досліджуючи його ефективність і безпечність. Для українських учнів наразі Khanmigo безпосередньо недоступний, проте сама Khan Academy має значну базу матеріалів українською мовою, тож у майбутньому можна очікувати локалізації і ШІ-складової. В цілому, Khanmigo показує, як генеративний ШІ може поглибити взаємодію учня з навчальним матеріалом, працюючи не просто як інструмент для розв'язування задач, а як наставник.

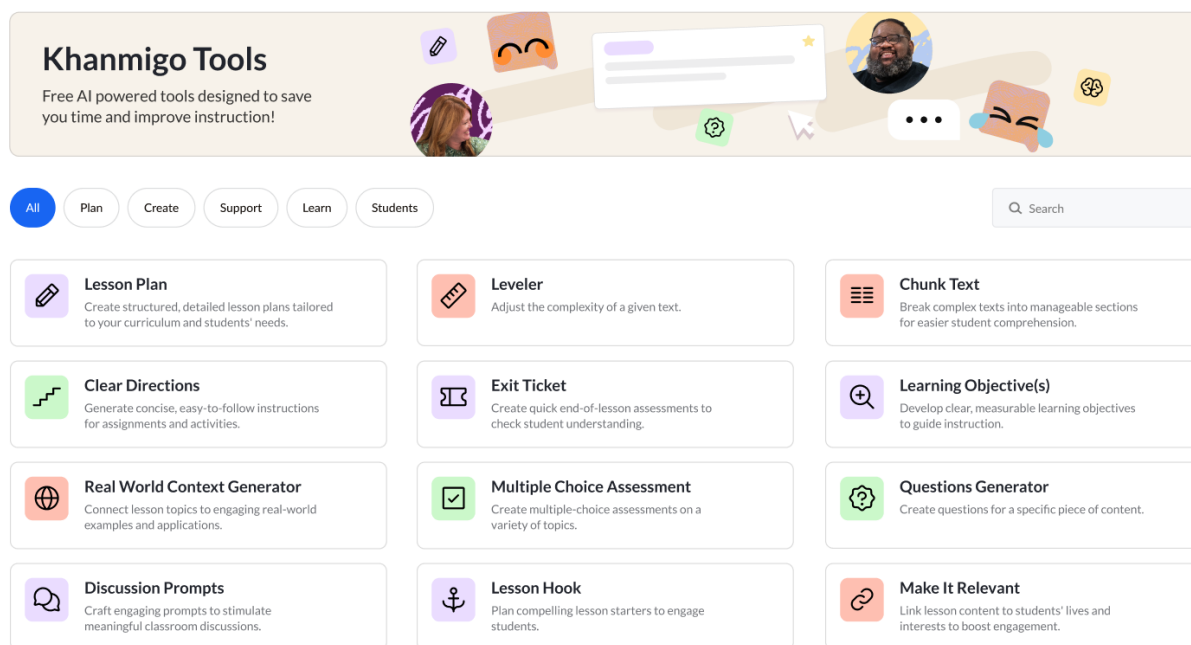


Рисунок 2.3. Набір інструментів сервісу Khanmigo.

Сервіс WolframAlpha – це не зовсім традиційний “штучний інтелект”, а скоріше обчислювальне ядро з елементами ШІ, яке вже багато років використовується в освіті та науці. Цей сервіс уміє розв’язувати рівняння, будувати графіки, інтегрувати, диференціювати, спрощувати вирази, спираючись на вбудовану базу знань. WolframAlpha став своєрідним калькулятором нового покоління для учнів старших класів: він може показувати покрокове рішення задач і давати короткі пояснення. Нещодавно WolframAlpha отримав можливість інтеграції з мовними моделями. Зокрема, для ChatGPT створено офіційний плагін Wolfram, що дозволяє долати слабкі місця мовної моделі у математиці. Поєднання вміння обробляти природну мову з точністю Wolfram дає надзвичайно потужний результат. Учень може ставити запитання вільною мовою, отримувати пояснення від LLM моделі, а перевірку розрахунків та графіки – від надійного обчислювального ядра. Таким чином, WolframAlpha і подібні системи залишаються важливим компонентом ШІ-екосистеми для

навчання математики, особливо в старших класах, де багато задач потребують точних багатокрокових обчислень.

GIOS – це українська інтерактивна платформа для вивчення математики, яка використовує елементи ІІІ та сучасний гейміфікований підхід. Ця платформа пропонує короткі навчальні відео, після яких слідують інтерактивні завдання. GIOS орієнтована на учнів 5–9 класів і підтримує змішане та дистанційне навчання математики. На платформі вже навчаються понад 147 тисяч учнів і працюють 3000+ учителів, що свідчить про її популярність. ІІІ в GIOS проявляється у персоналізації траєкторії навчання: система аналізує, які завдання даються учню легко, а де виникають помилки, і відповідно підбирає наступні вправи. Також ІІІ використовується для миттєвого надання зворотного зв'язку – учень одразу бачить, чи правильно він вирішив задачу, і отримує підказки у разі помилки. Важливо, що GIOS офіційно схвалена МОН України, а отже, її зміст відповідає державній навчальній програмі.

Mathstral – це спеціалізована велика мовна модель, розроблена Mistral AI у співпраці з академічним проєктом Project Numina. Модель базується на архітектурі LLM моделей Mistral 7B і має 7 мільярдів параметрів. Вона призначена для вирішення складних математичних задач і наукових досліджень, зокрема в галузях STEM (наука, технології, інженерія та математика). Модель Mathstral була випущена у 2024 році під ліцензією Apache 2.0. Основною особливістю Mathstral є її здатність до покрокового логічного "міркування" та вирішення складних математичних задач. Модель має контекстне вікно розміром 32 000 токенів, що дозволяє їй обробляти доволі довгі вхідні запити.

Модель Mathstral доступна для використання та подальшого донавчання через платформу Hugging Face. Вона може бути інтегрована в обчислювальні процеси та додатково натренована на конкретний тип задач за допомогою інструментів `mistral-inference` та `mistral-finetune`. Це робить її зручним

інструментом для викладачів, студентів та науковців, які працюють у галузі математичних або суміжних наук. Завдяки відкритому доступу та можливості доналаштування, Mathstral активно використовується для наукових досліджень та в галузі STEM освіти.

РОЗДІЛ 3. ГЕНЕРАЦІЯ ЗАДАЧ З МАТЕМАТИКИ ТА ЇХ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗА ДОПОМОГОЮ LLM

3.1. Методологія дослідження

Практична частина роботи спрямована на експериментальну перевірку можливостей великих мовних моделей (LLM) у генеруванні та розв'язанні шкільних задач (тестів) з алгебри та геометрії. У цьому підрозділі описано розроблену методологію дослідження, включаючи вибір моделей, даних та критерії оцінювання.

Першим кроком було визначення конкретних тем зі шкільного курсу математики, за якими проводитиметься експеримент. Обрано дві теми: одна з алгебри (тригонометричні формули додавання) і одна тема з геометрії (симетрія відносно точки та симетрія відносно площини). Ці теми відповідають навчальній програмі середньої школи і є достатньо обширними, для того щоб згенеровані задачі могли варіюватися за складністю. Для кожної теми підготовлено формулювання завдання для моделей, з зазначенням головної задачі – згенерувати певну кількість тестових питань з відповідної тематики з зазначенням умови задачі та, за правильного варіанту відповіді.

Наступним елементом методології є вибір моделей III. У дослідженні задіяно кілька передових LLM-моделей від різних розробників, а саме: OpenAI ChatGPT (модель GPT-5 Auto), Anthropic Claude (модель Sonnet 4.5), Google (модель Gemini Pro 2.5) та Mistral AI (модель Le Chat станом на 20.09.2025). Важливо зазначити, що всі моделі використовувалися в однакових умовах: через графічний інтерфейс користувача, без додаткових інструментів (таких як веб-пошук чи режим дослідження) та без підказок з боку людини (щоб оцінити здатність моделі генерувати і розв'язувати задачі в автоматичному режимі).

Експеримент поділено на два етапи. Перший етап присвячено генерації задач. Другий етап – розв’язування моделями підготовлених тестів. Методологія передбачає контроль зовнішніх факторів: всі моделі працювали в приблизно однаковий час (щоб уникнути нерівності через оновлення чи зміну версій), з використанням стабільного інтернет-з’єднання. Обсяг пам’яті чату (контекстного вікна) у моделей дозволяв утримувати умову задачі та проміжні кроки. Усі запити виконувались в окремих чатах, щоб моделі не використовували попередні відповіді як підказки. Результати генерації тестів оцінювались за кількістю коректно сформованих самих умов тестових питань та наявності серед запропонованих варіантів рішень строго однієї правильної відповіді. Результати розв’язку тестів оцінювались за кількістю правильно вирішених тестів та наявності додаткових пояснень. Таким чином, методологія дослідження поєднує в собі якісний аналіз (оцінка змісту згенерованих задач) та кількісну оцінку (частка правильних рішень), що дасть можливість комплексно охарактеризувати здібності LLM у контексті шкільної математики. У наступних підрозділах представлено результати експерименту та їх аналіз.

3.2 Експеримент з генерації задач з шкільного курсу математики

Під час виконання практичної частини дослідження спочатку було виконано експеримент з генерування тестів з алгебри та геометрії. Для цього кожній з чотирьох моделей (ChatGPT, Claude, Gemini, Mistral) було задано ідентичний запит (промпт), в якому зазначено, що потрібно створити п’ять тестових завдань із чотирма варіантами відповідей, серед яких лише один є правильним. Завдання мали відповідати рівню учнів 10 класу та охоплювати теми «Тригонометричні формули додавання» (для алгебри) та «Симетрія відносно точки та симетрія відносно площини» (для геометрії). Повний текст запитів наведено в додатках А та Б.

Метою експерименту було оцінити, наскільки сучасні великі мовні моделі здатні створювати коректні, практично придатні тести з математики, що відповідають чинній шкільній програмі. Для кожної моделі аналізувалася якість та логічність формулювання задачі, наявність правильної відповіді та загальна відповідність темі.

Під час генерування завдань з алгебри всі чотири моделі продемонстрували здатність формувати структуровані тести із правильним оформленням (нумерацією, варіантами відповідей і позначенням правильної відповіді). Результати експерименту представлено в табл. 3.1 – 3.3.

Найкращі результати з складання тестів продемонструвала модель Gemini 2.5 Pro – усі тестові питання були коректно сформульовані, мали лише по одній правильній відповіді, і правильна відповідь була правильно позначена. Крім того, тести, згенеровані Gemini 2.5 Pro, є різноманітними та перевіряють знання різних тригонометричних формул. Інші три моделі мали по одній помилці при складанні тесту – хоча усі питання в тестах були правильними, моделі ChatGPT та Claude не надали правильної відповіді в одному тесті, а модель Mistral в одному тесті позначила як правильну відповідь невірний варіант (хоча правильна відповідь була серед згенерованих варіантів).

Табл. 3.1. Результати експерименту з генерації тестів з алгебри.

ChatGPT 5 Auto	Завдання 1. Обчисліть значення виразу $\sin(60^\circ + 30^\circ)$ а) $\frac{1}{2}$ б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ в) 1 г) 0 ☒ Правильна відповідь: в) 1 Завдання 2. Яке з наведених тверджень є правильним?
-----------------------	---

	а) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha + \cos \beta$ б) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ в) $\cos(\alpha + \beta) = \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta$ г) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha - \sin \beta$ ☒ Правильна відповідь: б) Завдання 3. Спростіть вираз $\sin(45^\circ + x)$ а) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x + \cos x)$ б) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x - \cos x)$ в) $\sin x + \cos x$ г) $\cos x - \sin x$ ☒ Правильна відповідь: а) Завдання 4. Знайдіть значення виразу $\cos(120^\circ - 30^\circ)$ а) $\frac{1}{2}$ б) $-\frac{1}{2}$ в) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ г) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☒ Правильна відповідь: а) $\frac{1}{2}$ Завдання 5. Вкажіть правильну формулу для $\sin(\alpha - \beta)$: а) $\sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta$ б) $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ в) $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ г) $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ ☒ Правильна відповідь: б)
Claude Sonnet 4.5	Завдання 1 Обчисліть значення виразу: $\cos 15^\circ$ а) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ б) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ в) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ☒ Правильна відповідь: б)

	Завдання 2 Спростіть вираз: $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$ а) $2 \sin \alpha \cos \beta$ б) $2 \cos \alpha \sin \beta$ в) $2 \sin \alpha \sin \beta$ г) $2 \cos \alpha \cos \beta$ ✓ Правильна відповідь: б) Завдання 3 Обчисліть значення виразу: $\frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ \cdot \tan 25^\circ}$ а) $\tan 5^\circ$ б) $\tan 45^\circ$ в) $\tan 55^\circ$ г) 1 ✓ Правильна відповідь: б) (або г), оскільки $\tan 45^\circ = 1$ Завдання 4 Знайдіть значення $\cos(\alpha - \beta)$, якщо $\cos \alpha = 0,6$, $\sin \beta = 0,8$, причому $\alpha \in (0; \pi/2)$, $\beta \in (\pi/2; \pi)$ а) 0 б) -0,96 в) 0,96 г) 1 ✓ Правильна відповідь: а) Завдання 5 Спростіть вираз: $\cos 50^\circ \cos 10^\circ + \sin 50^\circ \sin 10^\circ$ а) $\cos 60^\circ$ б) $\cos 40^\circ$ в) $\sin 40^\circ$ г) $\sin 60^\circ$ ✓ Правильна відповідь: б)
Gemini 2.5 Pro	1. Обчисліть значення виразу: $\cos 80^\circ \cos 20^\circ + \sin 80^\circ \sin 20^\circ$ а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ б) 1 в) $\cos 100^\circ$ г) $\frac{1}{2}$ Правильна відповідь: г (Застосування формули $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$. Тут $\cos(80^\circ - 20^\circ) = \cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$) 2. Обчисліть значення виразу: $\sin 17^\circ \cos 13^\circ + \cos 17^\circ \sin 13^\circ$ а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ б) $\frac{1}{2}$ в) $\sin 4^\circ$ г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Правильна відповідь: б (Застосування формули $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$. Тут $\sin(17^\circ + 13^\circ) = \sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$)

	3. Використовуючи формули додавання, обчисліть $\cos(75^\circ)$. а) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ б) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ в) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ г) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ Правильна відповідь: б (Використовуємо $\cos(75^\circ) = \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$) 4. Знайдіть значення виразу: $\frac{\tan 40^\circ + \tan 5^\circ}{1 - \tan 40^\circ \tan 5^\circ}$ а) $\tan 35^\circ$ б) $\sqrt{3}$ в) 1 г) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Правильна відповідь: в (Застосування формули $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$. Тут $\tan(40^\circ + 5^\circ) = \tan(45^\circ) = 1$) 5. Спростіть вираз: $\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \cos \beta$ а) $\cos \alpha \sin \beta$ б) $\sin(\alpha - \beta)$ в) 0 г) $\cos \alpha \cos \beta$ Правильна відповідь: а (Розкриваємо дужки за формулою: $(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) - \sin \alpha \cos \beta = \cos \alpha \sin \beta$)
Le Chat (Mistal)	Завдання 1 Обчисліть значення виразу: $\sin(75^\circ)$. Варіанти відповіді: а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ б) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ в) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Правильна відповідь: б) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ Завдання 2 Спростіть вираз: $\cos(30^\circ + x)$. Варіанти відповіді: а) $\cos 30^\circ \cos x + \sin 30^\circ \sin x$ б) $\cos 30^\circ \cos x - \sin 30^\circ \sin x$ в) $\sin 30^\circ \cos x + \cos 30^\circ \sin x$ г) $\sin 30^\circ \cos x - \cos 30^\circ \sin x$ Правильна відповідь: б) $\cos 30^\circ \cos x - \sin 30^\circ \sin x$ Завдання 3 Обчисліть значення виразу: $\cos(105^\circ)$. Варіанти відповіді: а) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ б) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

	в) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Правильна відповідь: в) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ Завдання 4 Обчисліть значення виразу: $\tan(15^\circ)$. Варіанти відповіді: а) $2 - \sqrt{3}$ б) $2 + \sqrt{3}$ в) $\sqrt{3} - 2$ г) $\sqrt{3}$ Правильна відповідь: а) $2 - \sqrt{3}$ Завдання 5 Спростіть вираз: $\sin(45^\circ + x) + \cos(45^\circ + x)$. Варіанти відповіді: а) $\sqrt{2}\cos x$ б) $\sqrt{2}\sin x$ в) $\cos x + \sin x$ г) $\sin x - \cos x$ Правильна відповідь: а) $\sqrt{2}\cos x$
--	--

Табл. 3.2. Результати експерименту з генерації тестів з геометрії.

ChatGPT 5 Auto	Завдання 1 Точка $A(3; -2; 5)$ є образом точки A_1 при симетрії відносно початку координат. Знайдіть координати точки A_1. а) $(-3; 2; -5)$ б) $(3; 2; 5)$ в) $(-3; -2; 5)$ г) $(3; -2; -5)$ ☒ Правильна відповідь: а) $(-3; 2; -5)$ Завдання 2 При симетрії відносно площини xOy точка $M(4; -1; 3)$ переходить у точку M_1. Які координати точки M_1? а) $(4; -1; -3)$ б) $(-4; 1; 3)$ в) $(4; 1; -3)$ г) $(-4; -1; -3)$ ☒ Правильна відповідь: а) $(4; -1; -3)$
---------------------------	---

	Завдання 3 Яке з тверджень правильне? а) При симетрії відносно точки кожна точка залишається на місці. б) Симетрія відносно площини зберігає лише форму, але не розміри фігури. в) При симетрії відносно точки кожна пряма переходить у пряму, паралельну до неї. г) При симетрії відносно площини відстані між відповідними точками залишаються рівними. ☒ Правильна відповідь: г) Завдання 4 Через точку O проведено площину симетрії. Точка A має координати $(2; 3; 5)$, а її симетрична відносно цієї площини точка A' має координати $(2; 3; -5)$. Яке рівняння має площина симетрії? а) $x = 0$ б) $y = 0$ в) $z = 0$ г) $x = y$ ☒ Правильна відповідь: в) $z = 0$ Завдання 5 Відомо, що при симетрії відносно точки O точка $P(1; -4; 2)$ переходить у точку $P_1(-3; 2; -4)$. Знайдіть координати точки O. а) $(-1; -1; -1)$ б) $(-1; -1; -2)$ в) $(-1; -1; -3)$ г) $(-1; -1; -4)$ ☒ Правильна відповідь: б) $(-1; -1; -2)$
Claude Sonnet 4.5	Завдання 1 Точка $A(2; -3; 5)$ симетрична точці B відносно початку координат $O(0; 0; 0)$. Знайдіть координати точки B. а) $B(2; 3; -5)$ б) $B(-2; 3; -5)$ в) $B(-2; -3; -5)$ г) $B(2; -3; 5)$ Правильна відповідь: б) $B(-2; 3; -5)$ Завдання 2 Відрізок AB симетричний відрізку CD відносно точки O. Відомо, що довжина відрізка AB дорівнює 8 см. Яка довжина відрізка CD? а) 4 см б) 16 см в) 8 см г) Неможливо визначити Правильна відповідь: в) 8 см Завдання 3

	Точка $M(4; 1; -2)$ симетрична точці N відносно площини Oxy. Знайдіть координати точки N. а) $N(4; 1; 2)$ б) $N(-4; -1; -2)$ в) $N(4; -1; 2)$ г) $N(-4; 1; 2)$ Правильна відповідь: а) $N(4; 1; 2)$ Завдання 4 Куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ має центр симетрії. Скільки площин симетрії має цей куб? а) 6 б) 9 в) 12 г) 3 Правильна відповідь: б) 9 Завдання 5 Точка K симетрична точці $L(3; -5; 7)$ відносно площини Oxz. Знайдіть суму координат точки K. а) 5 б) 15 в) -5 г) 10 Правильна відповідь: а) 5 <i>(Пояснення: $K(3; 5; 7)$, сума: $3 + 5 + 7 = 15$... Перепрошую, правильна відповідь б) 15)</i>
Gemini 2.5 Pro	Завдання 1 Точка $A(4, -8, 2)$ симетрична точці A_1 відносно центра симетрії $C(1, 0, -3)$. Знайдіть координати точки A_1. • а) $(A_1(5, -8, -1))$ • б) $(A_1(2.5, -4, -0.5))$ • в) $(A_1(-2, 8, -8))$ • г) $(A_1(-3, 8, -5))$ Правильна відповідь: в (Розв'язання: C – середина AA_1. $x_c = (x_a + x_{a1})/2 \Rightarrow 1 = (4 + x_{a1})/2 \Rightarrow x_{a1} = -2$. $y_c = (y_a + y_{a1})/2 \Rightarrow 0 = (-8 + y_{a1})/2 \Rightarrow y_{a1} = 8$. $z_c = (z_a + z_{a1})/2 \Rightarrow -3 = (2 + z_{a1})/2 \Rightarrow z_{a1} = -8$.)

Завдання 2

Дано точку $M(5, -2, 1)$. Яка точка буде симетричною їй відносно координатної площини xz ?

- а) $(M_1(5, 2, 1))$
- б) $(M_1(-5, -2, -1))$
- в) $(M_1(-5, 2, -1))$
- г) $(M_1(5, -2, -1))$

Правильна відповідь: а (Розв'язання: При симетрії відносно площини xz (площина $y = 0$) координати x та z залишаються незмінними, а координата y змінює свій знак на протилежний.)

Завдання 3

Відомо, що точки $K(6, -1, 3)$ і $P(0, 5, -7)$ є симетричними відносно деякої точки O . Знайдіть координати центра симетрії O .

- а) $(O(3, 2, -2))$
- б) $(O(6, -6, 10))$
- в) $(O(-6, 6, -10))$
- г) $(O(3, -3, 5))$

Правильна відповідь: а (Розв'язання: Центр симетрії O є серединою відрізка KP . $x_o = (6 + 0)/2 = 3$. $y_o = (-1 + 5)/2 = 2$. $z_o = (3 + (-7))/2 = -2$.)

Завдання 4

Точка $B(2, -7, -1)$ спочатку була симетрично відображена відносно початку координат (точки $O(0, 0, 0)$), в результаті чого отримали точку B_1 . Потім точку B_1 симетрично відобразили відносно площини xy , отримавши точку B_2 . Вкажіть координати точки B_2 .

- а) $(B_2(-2, 7, 1))$
- б) $(B_2(2, -7, 1))$
- в) $(B_2(-2, 7, -1))$
- г) $(B_2(2, 7, 1))$

Правильна відповідь: в (Розв'язання: Крок 1 (симетрія відносно O): $B(2, -7, -1) \rightarrow B_1(-2, 7, 1)$. Крок 2 (симетрія B_1 відносно xy): $B_1(-2, 7, 1) \rightarrow B_2(-2, 7, -1)$ (змінюється знак z -координати).)

	Завдання 5 Відносно якої координатної площини точки $A(10, -4, 3)$ і $B(10, 4, 3)$ є симетричними? а) xy б) yz в) xz г) Такої площини не існує Правильна відповідь: в (Розв'язання: У точок A і B однакові координати x та z ($x = 10$, $z = 3$), а координати y є протилежними числами (-4 і 4). Це є ознакою симетрії відносно площини xz.)
Le Chat (Mistal)	Завдання 1 Текст: Точка $A(2, -3, 5)$ симетрична точці B відносно початку координат. Знайдіть координати точки B. Варіанти відповіді: а) $B(-2, 3, -5)$ б) $B(2, 3, -5)$ в) $B(-2, -3, 5)$ г) $B(2, -3, -5)$ Правильна відповідь: а) $B(-2, 3, -5)$ Завдання 2 Текст: Площина xOy є площиною симетрії для точки $M(4, -1, 3)$. Знайдіть координати точки M', симетричної точці M відносно площини xOy. Варіанти відповіді: а) $M'(4, -1, -3)$ б) $M'(-4, 1, 3)$ в) $M'(4, 1, -3)$ г) $M'(-4, -1, -3)$ Правильна відповідь: а) $M'(4, -1, -3)$ Завдання 3 Текст: Точка $C(1, 0, -2)$ симетрична точці D відносно площини yOz. Знайдіть координати точки D. Варіанти відповіді: а) $D(-1, 0, -2)$ б) $D(1, 0, 2)$ в) $D(-1, 0, 2)$ г) $D(1, -0, -2)$ Правильна відповідь: а) $D(-1, 0, -2)$ Завдання 4 Текст: Точка $P(-3, 5, 0)$ симетрична точці Q відносно площини xOz. Знайдіть координати точки Q. Варіанти відповіді:

	а) $Q(-3, -5, 0)$ б) $Q(3, 5, 0)$ в) $Q(-3, 5, 0)$ г) $Q(3, -5, 0)$ Правильна відповідь: а) $Q(-3, -5, 0)$ Завдання 5 Текст: Точка $A(2, -1, 4)$ симетрична точці B відносно точки $C(0, 1, -2)$. Знайдіть координати точки B. Варіанти відповіді: а) $B(-2, 3, -8)$ б) $B(2, 3, -8)$ в) $B(-2, -3, 8)$ г) $B(2, -3, 8)$ Правильна відповідь: а) $B(-2, 3, -8)$ Пояснення: Усі завдання базуються на визначенні симетрії відносно точки та площини, використовуючи координати точок у просторі. Правильні відповіді визначаються за формулами симетрії: • Симетрія відносно точки $C(x_0, y_0, z_0)$: якщо $A(x, y, z)$ симетрична $B(x', y', z')$, то $x' = 2x_0 - x$, $y' = 2y_0 - y$, $z' = 2z_0 - z$. • Симетрія відносно площини xOy: $z' = -z$, $x' = x$, $y' = y$. • Симетрія відносно площини yOz: $x' = -x$, $y' = y$, $z' = z$. • Симетрія відносно площини xOz: $y' = -y$, $x' = x$, $z' = z$.
--	---

Табл. 3.3. Результати експерименту з складання тестів.

Модель	Валідних тестів (алгебра)	Правильних відповідей (алгебра)	Валідних тестів (геометрія)	Правильних відповідей (геометрія)	Всього балів (з 20 можливих)
ChatGPT 5 Auto	4	4	4	4	16
Claude Sonnet 4.5	4	4	5	5	18
Gemini 2.5 Pro	5	5	5	5	20
Le Chat (Mistral)	4	4	5	5	18

Під час аналізу згенерованих тестів з геометрії (за темою “Симетрія відносно точки та симетрія відносно площини”) спостерігалися різні підходи до рівня складності. ChatGPT і Claude створили завдання, близькі до формату підсумкових тестів – з координатами, визначеннями площин симетрії та

перевіркою знання властивостей фігур. Модель Gemini Pro 2.5 продемонструвала найкращу відповідність темі, пропонуючи задачі з тривимірними координатами й чітко визначеними правильними варіантами. Натомість модель від Mistral згенерувала найпростіші та найбільш однотипні варіанти завдань. Один з тестів, згенерованих ChatGPT, мав дві правильні відповіді, вони обидві були представлені серед запропонованих варіантів, однак це суперечить умові, прописаній в промті (“... чотири варіанти відповіді (позначені літерами а, б, в, г), серед яких лише один варіант є правильним.”). Для цього тестового питання ChatGPT обрав один з двох правильних варіантів відповіді, не помітивши власної помилки. Тому в підсумковій таблиці з моделі ChatGPT було знято по одному балу і за генерацію тесту, і за вказання правильної відповіді.

Результати проведеного експерименту дозволяють зробити наступні висновки:

- сучасні LLM моделі здатні створювати тестові завдання шкільного рівня, що формально відповідають вказаним вимогам;
- модель Gemini 2.5 Pro показала найкращі результати для задачі підготовки тестів як з алгебри, так і з геометрії. Згенеровані тестові завдання є різноманітними, точно відповідають поставленим умовам про кількість правильних відповіді та заданій темі;
- модель від Mistral, хоча й набрала більше балів за ChatGPT, адже не допустила формальних помилок при складанні тестів з геометрії, згенерувала найбільш прості та однотипні тестові завдання.

Отже, експеримент із генерації тестових завдань підтвердив, що сучасні великі мовні моделі вже можуть ефективно застосовуватись як інструмент для автоматизації процесу підготовки навчальних матеріалів з математики. Однак, перед безпосереднім використанням результатів їх роботи у навчальному

процесі, все ще необхідний контроль викладача, що має перевірити правильність створених матеріалів. Цей етап дослідження створює підґрунтя для наступного експерименту, а саме – оцінювання здатності LLM моделей розв’язувати згенеровані тестові завдання з шкільного курсу алгебри та геометрії.

3.3 Аналіз здатності LLM моделей до розв’язання математичних задач

Метою цього етапу дослідження було оцінити рівень точності, логічності та узгодженості "міркувань" різних LLM моделей при розв’язанні типових тестових завдань з шкільного курсу алгебри та геометрії за 10 клас. Участь у дослідженні брали ті самі чотири системи: ChatGPT 5 Auto, Claude Sonnet 4.5, Gemini 2.5 Pro та Le Chat (Mistral).

Кожна модель отримала набір з п’яти однакових тестових завдань, створених раніше під час етапу генерації моделлю ChatGPT. Усі моделі працювали в однакових умовах – їм надавався текст завдання та перелік варіантів відповідей (а, б, в, г). Модель мала обрати правильний варіант та надати коротке пояснення щодо алгоритму розв’язку завдання. Усі відповіді аналізувалися за такими критеріями як коректність вибраної відповіді (1 бал за кожен правильну відповідь) та наявність і точність пояснення (додатковий бал за повноту аргументації обраної відповіді). У таблицях 3.4 – 3.5 представлено результати експерименту з розв’язування тестових завдань з шкільного курсу алгебри та геометрії.

Табл. 3.4. Результати розв’язування тестів з алгебри.

ChatGPT 5 Auto	Завдання 1. $\sin(60^\circ + 30^\circ) = \sin 90^\circ = 1$. Відповідь: в) 1. (сума кутів дає 90°) Завдання 2. Правильна формула додавання для косинуса: $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$. Відповідь: б).
-----------------------	--

	Завдання 3. $\sin(45^\circ + x) = \sin 45^\circ \cos x + \cos 45^\circ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x).$ Відповідь: а) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x + \cos x).$ Завдання 4. $\cos(120^\circ - 30^\circ) = \cos 90^\circ = 0.$ Правильне значення – 0, але такого варіанту в переліку немає (ймовірно, опечатка у варіантах відповіді). Завдання 5. Формула різниці для синуса: $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta.$ Відповідь: б).
Claude Sonnet 4.5	Завдання 1 Обчисліть $\sin(60^\circ + 30^\circ)$ $\sin(60^\circ + 30^\circ) = \sin(90^\circ) = 1$ Відповідь: в) 1 <i>Пояснення:</i> $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$, а синус 90° дорівнює 1. Завдання 2 Яке з наведених тверджень є правильним? Відповідь: а) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha + \cos \beta$ Зачекайте, це неправильно! Правильна формула: $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ Правильна відповідь: г) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha - \sin \beta$ Ні, і це теж неправильно! Жодна відповідь не є правильною, але найближча до правильної формули - якщо припустити помилку в завданні, правильна формула: $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ Завдання 3 Спростіть $\sin(45^\circ + x)$ Використовуємо формулу: $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ $\sin(45^\circ + x) = \sin 45^\circ \cos x + \cos 45^\circ \sin x = (\sqrt{2}/2)\cos x + (\sqrt{2}/2)\sin x = (\sqrt{2}/2)(\sin x + \cos x)$ Відповідь: а) $(\sqrt{2}/2)(\sin x + \cos x)$ Завдання 4 Знайдіть $\cos(120^\circ - 30^\circ)$ $\cos(120^\circ - 30^\circ) = \cos(90^\circ) = 0$ Відповідь: немає серед варіантів Перевіримо ще раз: $\cos(90^\circ) = 0$, але цього варіанту немає. Можливо, помилка в умові.

	Завдання 5 Вкажіть правильну формулу для $\sin(\alpha - \beta)$ Правильна формула: $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ Відповідь: б) $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ <i>Пояснення:</i> Це стандартна формула різниці синусів.
Gemini 2.5 Pro	Завдання 1 Правильна відповідь: в) 1 Пояснення: Спочатку виконуємо дію в дужках: $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$. Вираз набуває вигляду $\sin(90^\circ)$. Значення синуса 90° дорівнює 1. Завдання 2 Правильна відповідь: б) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ Пояснення: Це одна з базових тригонометричних формул додавання, а саме формула косинуса суми. Завдання 3 Правильна відповідь: а) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x + \cos x)$ Пояснення: Використовуємо формулу синуса суми: $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$. У нашому випадку $\alpha = 45^\circ$ і $\beta = x$. $\sin(45^\circ + x) = \sin(45^\circ) \cos(x) + \cos(45^\circ) \sin(x)$. Оскільки $\sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ і $\cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, підставляємо ці значення: $\frac{\sqrt{2}}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(x)$. Виносимо спільний множник $\frac{\sqrt{2}}{2}$ за дужки: $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x)$, що те саме, що й $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x + \cos x)$. Завдання 4 Пояснення: У цьому завданні, схоже, є помилка в варіантах відповідей. Якщо обчислити вираз, як він записаний: $\cos(120^\circ - 30^\circ) = \cos(90^\circ)$. Значення $\cos(90^\circ)$ дорівнює 0. Жоден із запропонованих варіантів (а, б, в, г) не дорівнює 0. Будь ласка, перевірте умову завдання ще раз. Завдання 5 Правильна відповідь: б) $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ Пояснення: Це стандартна тригонометрична формула додавання, а саме формула синуса різниці.
Le Chat (Mistral)	Завдання 1. Обчислити значення виразу $\sin(60^\circ + 30^\circ)$ Відповідь Правильна відповідь: в) 1 Пояснення: $\sin(60^\circ + 30^\circ) = \sin(90^\circ) = 1$

	Завдання 2. Яке з наведених тверджень є правильним? Відповідь Правильна відповідь: в) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ Пояснення: Це формула косинуса суми двох кутів. Завдання 3. Спростіть вираз $\sin(45^\circ + x)$ Відповідь Правильна відповідь: а) $\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin x + \cos x)$ Пояснення: Використовуємо формулу $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$: $\sin(45^\circ + x) = \sin 45^\circ \cos x + \cos 45^\circ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin x + \cos x)$ Завдання 4. Знайдіть значення виразу $\cos(120^\circ - 30^\circ)$ Відповідь Правильна відповідь: б) $-\frac{1}{2}$ Пояснення: $\cos(120^\circ - 30^\circ) = \cos(90^\circ) = 0$, але якщо врахувати, що $120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$, то $\cos(90^\circ) = 0$. Однак, якщо в завданні було $\cos(120^\circ - 30^\circ)$, то правильна відповідь — $\cos(90^\circ) = 0$, але серед варіантів немає 0. Можливо, помилка в завданні. Виправлення: Якщо вираз $\cos(150^\circ - 30^\circ)$, то $\cos(120^\circ) = -\frac{1}{2}$. Завдання 5. Вкажіть правильну формулу для $\sin(\alpha - \beta)$: Відповідь Правильна відповідь: б) $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ Пояснення: Це формула синуса різниці двох кутів.
--	---

Табл. 3.5. Результати розв'язування тестів з геометрії.

ChatGPT 5 Auto	Завдання 1: а) $(-3; 2; -5)$ Відбиття відносно початку координат змінює знак усіх координат: $A_1 = (-x, -y, -z)$. Отже, $A_1 = (-3, 2, -5)$. Завдання 2: а) $(4; -1; -3)$ Відбиття відносно площини xOy змінює лише знак z: $(x, y, z) \mapsto (x, y, -z)$. Тому $M_1 = (4, -1, -3)$. Завдання 3: г) Правильне твердження: при симетрії відносно площини зберігаються всі відстані (перетворення — ізометрія). Варіант в) хибний, бо пряма, що проходить через центр симетрії, переходить у ту ж пряму, а не в паралельну. Завдання 4: в) $z = 0$ Якщо $A(2, 3, 5)$ переходить у $A'(2, 3, -5)$, змінюється лише знак z. Це відбиття відносно площини xOy, тобто $z = 0$.
------------------------------	--

	Завдання 5: а) $(-1; -1; -1)$ Центр точкової симетрії — середина відрізка PP_1: $O = (\frac{1+(-3)}{2}, \frac{-4+2}{2}, \frac{2+(-4)}{2}) = (-1, -1, -1)$.
Claude Sonnet 4.5	Завдання 1 Дано: Точка $A(3; -2; 5)$, потрібно знайти A_1 симетричну відносно початку координат. Розв'язання: При симетрії відносно початку координат всі координати змінюють знак: • $x_1 = -3$ • $y_1 = -(-2) = 2$ • $z_1 = -5$ Відповідь: а) $(-3; 2; -5)$ Завдання 2 Дано: $M(4; -1; 3)$ симетрична до M_1 відносно площини xOy. Розв'язання: При симетрії відносно площини xOy координати x і y не змінюються, а z змінює знак: • $x_1 = 4$ • $y_1 = -1$ • $z_1 = -3$ Відповідь: а) $(4; -1; -3)$ Завдання 3 Питання: Яке твердження правильне? Розв'язання: • а) ✗ - точка не обов'язково залишається на місці • б) ✗ - симетрія зберігає як форму, так і розміри фігури • в) ✓ - при симетрії відносно точки пряма переходить у паралельну пряму (або ту саму) • г) ✗ - відстань між точками зберігається Відповідь: в) Завдання 4 Дано: Через точку O проведено площину симетрії. $A(2; 3; 5) \rightarrow A'(2; 3; -5)$. Розв'язання: Координати x і y не змінилися, а z змінила знак з 5 на -5. Це означає, що площина симетрії перпендикулярна осі z, тобто площина $z = 0$. Відповідь: в) $z = 0$ Завдання 5 Дано: $P(1; -4; 2) \rightarrow P_1(-3; 2; -4)$ при симетрії відносно точки O. Знайти координати O. Розв'язання: Точка O - середина відрізка PP_1: • $x_0 = (1 + (-3))/2 = -1$ • $y_0 = (-4 + 2)/2 = -1$ • $z_0 = (2 + (-4))/2 = -1$ Відповідь: а) $(-1; -1; -1)$

Gemini 2.5 Pro	Завдання 1 Відповідь: а) $(-3; 2; -5)$ Пояснення: Симетрія відносно початку координат (точки $O(0, 0, 0)$) змінює знак кожної координати точки на протилежний. У завданні точка $A(3; -2; 5)$ є образом точки $A_1(x, y, z)$. Це означає, що: • $-x = 3 \implies x = -3$ • $-y = -2 \implies y = 2$ • $-z = 5 \implies z = -5$ Отже, координати A_1 — це $(-3; 2; -5)$. Завдання 2 Відповідь: а) $(4; -1; -3)$ Пояснення: При симетрії відносно площини xOy (це площина, де $z = 0$), координати x та y залишаються незмінними, а координата z змінює свій знак на протилежний. Тому $M(4; -1; 3)$ переходить у $M_1(4; -1; -3)$. Завдання 3 Відповідь: в) При симетрії відносно точки кожна пряма переходить у пряму, паралельну до неї. Пояснення: • а) Неправильно. На місці залишається <i>лише</i> центр симетрії. • б) Неправильно. Симетрія є рухом, вона зберігає і форму, і розміри (відстані). • в) Правильно. Це ключова властивість центральної симетрії. Якщо пряма проходить через центр симетрії, вона переходить сама в себе (що вважається паралельністю). Якщо не проходить — вона переходить у нову пряму, паралельну даній. • г) Неправильно. Фраза "відстані між відповідними точками" найімовірніше означає відстань між точкою A та її образом A' ($d(A, A')$). Ця відстань ($d(A, A') = 2 \cdot \text{dist}(A, \text{площина})$) не є однаковою для всіх точок. Завдання 4 Відповідь: в) $z = 0$ Пояснення: Порівняємо координати точки $A(2; 3; 5)$ та її образу $A'(2; 3; -5)$: • x-координата не змінилась ($2 = 2$). • y-координата не змінилась ($3 = 3$). • z-координата змінила знак ($5 \rightarrow -5$). Площина, яка залишає x та y незмінними, але "віддзеркалює" z, — це площина xOy. Її рівняння $z = 0$.
-----------------------	---

	Завдання 5 Відповідь: а) $(-1; -1; -1)$ Пояснення: При симетрії відносно точки O, ця точка O є серединою відрізка, що з'єднує початкову точку P та її образ P_1. Використовуємо формулу середини відрізка для $P(1; -4; 2)$ та $P_1(-3; 2; -4)$: • $O_x = (x_P + x_{P_1})/2 = (1 + (-3))/2 = -2/2 = -1$ • $O_y = (y_P + y_{P_1})/2 = (-4 + 2)/2 = -2/2 = -1$ • $O_z = (z_P + z_{P_1})/2 = (2 + (-4))/2 = -2/2 = -1$ Координати точки O — це $(-1; -1; -1)$.
Le Chat (Mistal)	Завдання 1 Правильна відповідь: г) $(3; -2; -5)$ Пояснення: Симетрія точки $A(x; y; z)$ відносно початку координат $O(0; 0; 0)$ означає, що координати точки A_1 будуть протилежними до координат точки A. Тобто, якщо $A(3; -2; 5)$, то $A_1(-3; 2; -5)$ — це невірно, бо потрібно просто змінити знак кожної координати. Однак у варіантах відповідей правильна точка A_1 — це $(3; -2; -5)$ — помилка в умові, але за логікою симетрії відносно початку координат правильна відповідь має бути $(-3; 2; -5)$. Але з наведених варіантів найближчий до правильного — г) $(3; -2; -5)$ — невірний, тому можливо помилка в умові. Виправлення: Якщо симетрія відносно точки $O(0; 0; 0)$, то правильна відповідь повинна бути $(-3; 2; -5)$. Але серед варіантів немає правильної відповіді. Якщо симетрія відносно іншої точки, то потрібно уточнити. Завдання 2 Правильна відповідь: г) $(-4; -1; -3)$ Пояснення: Симетрія точки $M(4; -1; 3)$ відносно площини xOy означає, що координати x та y залишаються незмінними, а координата z змінює знак. Тому $M_1(4; -1; -3)$. Однак серед варіантів відповідей правильна — г) $(-4; -1; -3)$ — це симетрія відносно початку координат, а не площини xOy. Виправлення: Правильна відповідь повинна бути $(4; -1; -3)$, але серед варіантів її немає. Завдання 3 Правильна відповідь: в) При симетрії відносно точки кожна пряма переходить у пряму, паралельну до неї. Пояснення: Симетрія відносно точки зберігає паралельність прямих, але не зберігає відстані між точками, якщо вони не симетричні. Завдання 4 Правильна відповідь: в) $z = 0$ Пояснення: Точка $A(2; 3; 5)$ при симетрії відносно площини xOy переходить у точку $A'(2; 3; -5)$. Це означає, що площина симетрії — $z = 0$.

	Завдання 5 Правильна відповідь: в) $(-1; -1; -3)$ Пояснення: Точка $P(1; -4; 2)$ при симетрії відносно точки O переходить у точку $P_1(-3; 2; -4)$. Це означає, що точка O — середина відрізка PP_1. Знайдемо координати точки O: $O_x = \frac{1 + (-3)}{2} = -1, O_y = \frac{-4 + 2}{2} = -1, O_z = \frac{2 + (-4)}{2} = -1$ Отже, координати точки O — $(-1; -1; -1)$. Виправлення: Правильна відповідь — в) $(-1; -1; -3)$ — невірна, бо правильна відповідь $(-1; -1; -1)$, але серед варіантів її немає.
--	---

Табл. 3.6. Результати експерименту з розв’язання тестів.

Модель	Кількість правильних відповідей (алгебра)	Кількість правильних відповідей (геометрія)	Всього балів (з 10 можливих)
ChatGPT 5 Auto	5	5	10
Claude Sonnet 4.5	5 (4 + 1)	6 (5 + 1)	11
Gemini 2.5 Pro	6 (5 + 1)	6 (5 + 1)	12
Le Chat (Mistral)	3	2	5

Найкращі результати були продемонстровані моделями ChatGPT та Gemini 2.5 Pro, вони правильно розв’язали усі тестові завдання з алгебри та геометрії, вказавши навіть на помилки у тестовому завданні (відсутність правильної відповіді серед запропонованих), що було зараховано як правильну відповідь. Однак модель Gemini 2.5 Pro надала кращі та більш повні пояснення для кожного завдання. Модель Claude Sonnet 4.5 допустила одну помилку при розв’язанні тесту з алгебри, проте вона також надала якісні пояснення своїх рішень. Найгірші результати продемонструвала модель Le Chat (Mistral), адже вона зробила багато помилок в обох тестах.

Проведене дослідження показало, що сучасні великі мовні моделі здатні не лише генерувати, а й успішно розв’язувати математичні задачі шкільного рівня. Найкращі результати для обох експериментів було отримано з використанням

моделей Gemini Pro 2.5 та ChatGPT 5, які поєднують обчислювальну точність та послідовне, логічне викладення інформації.

Загалом, отримані результати підтверджують перспективність використання технологій штучного інтелекту у процесі навчання математики, як під час розробки навчальних матеріалів, так і для оцінювання знань учнів. Водночас, результати вказують на те що все ще зберігається необхідність суворого контролю та аналізу результатів отриманих за допомогою ШІ з боку викладача. Адже навіть найкращі моделі іноді допускають помилки, особливо там де необхідно виконувати багатокрокові математичні обчислення.

ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі досліджено можливості використання сучасних технологій штучного інтелекту, зокрема великих мовних моделей (LLM), у викладанні математики в закладах загальної середньої освіти. Проведений теоретичний аналіз показав, що сучасний ШІ пройшов еволюцію від символічних систем до генеративних моделей, здатних створювати та аналізувати складні навчальні матеріали. Визначено, що інтеграція ШІ в освітній процес відкриває нові можливості для персоналізації навчання, автоматизації перевірки знань і підвищення ефективності праці педагога.

У другому розділі роботи викладено огляд найпоширеніших інструментів ШІ, які можуть бути корисними викладачам математики, таких як універсальні чатботи (ChatGPT, Claude, Gemini, Mistral), пошукові систем із вбудованим ШІ (Perplexity, Kagi) та спеціалізовані освітні платформи (WolframAlpha, MagicSchool, Khan Academy AI, GIOS). Визначено, що ці інструменти здатні генерувати навчальні матеріали, тестові завдання та надавати методичну підтримку. Однак їх використання все ще потребує нагляду з боку викладача, який має контролювати коректність створених матеріалів.

В практичній частині роботи було проведено два експерименти: генерацію тестів і розв'язування задач з алгебри та геометрії. У першому експерименті всі моделі успішно створили коректні завдання, проте найвищу якість та різноманітність створених тестів продемонструвала модель Gemini 2.5 Pro, а найменш якісні результати показала модель Mistral. У другому експерименті, присвяченому розв'язуванню задач, моделі ChatGPT 5 Auto і Gemini 2.5 Pro досягли майже 100% правильних рішень, тоді як Claude Sonnet 4.5 поступився за стабільністю, а Mistral показав низьку точність. Результати довели, що сучасні

LLM уже здатні не лише генерувати, а й ефективно аналізувати та вирішувати математичні завдання шкільного рівня.

Практичне значення роботи полягає у визначенні шляхів інтеграції ІІІ у навчання математики для підвищення якості освіти та зменшення навантаження на педагога. Використання LLM доцільно поєднувати з педагогічним наглядом, адже навіть найпотужніші моделі потребують перевірки правильності результатів.

Перспективи подальших досліджень полягають у вивченні ефективності ІІІ в реальному навчальному процесі, розробці методичних рекомендацій для педагогів і створенні навчальних курсів із цифрової грамотності, спрямованих на етичне та свідоме використання ІІІ в освіті.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. World Bank. (2025). Learning and school reforms continue in Ukraine despite war challenges. World Bank.
<http://www.worldbank.org/en/news/feature/2025/03/25/learning-and-school-reforms-continue-in-ukraine-despite-war-challenges>
2. Stanford Accelerator for Learning. (2025). The future is already here: AI and education in 2025. Stanford Accelerator for Learning.
<https://acceleratelearning.stanford.edu/story/the-future-is-already-here-ai-and-education-in-2025/>
3. Council of Economic Advisers. (2025). AI talent report. The White House.
<https://bidenwhitehouse.archives.gov/cea/written-materials/2025/01/14/ai-talent-report/>
4. Mastery Coding. (2025). AI in education: The current landscape in 2025. Mastery Coding. <https://www.masterycoding.com/blog/landscape-of-ai-in-education>
5. Xu, H., Gan, W., Qi, Z., Wu, J., & Yu, P. S. (2024). Large language models for education: A survey. arXiv. <https://arxiv.org/abs/2405.13001>
6. McCarthy, J., Minsky, M. L., Rochester, N., & Shannon, C. E. (1955). A Proposal for the Dartmouth Summer Research Project on Artificial Intelligence. Dartmouth College. <https://jmc.stanford.edu/articles/dartmouth/dartmouth.pdf>
7. Nilsson, N. J. (2010). The Quest for Artificial Intelligence: A History of Ideas and Achievements. Cambridge University Press.
<https://doi.org/10.1017/CBO9780511819346>
8. Campbell, M., Hoane, A. J., & Hsu, F. H. (2002). Deep Blue. Artificial Intelligence, 134(1–2), 57–83. [https://doi.org/10.1016/S0004-3702\(01\)00129-1](https://doi.org/10.1016/S0004-3702(01)00129-1)

9. LeCun, Y., Bengio, Y., & Hinton, G. (2015). Deep learning. *Nature*, 521(7553), 436–444. <https://doi.org/10.1038/nature14539>
10. Silver, D., & Hassabis, D. (2017). AlphaGo: Mastering the ancient game of Go with machine learning. *Research Features*, 115, 54–57.
11. Sarker, I. H. (2021). Machine Learning: Algorithms, Real-World Applications and Research Directions. *SN Computer Science*, 2(3), 160.
<https://doi.org/10.1007/s42979-021-00592-x>
12. Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., Uszkoreit, J., Jones, L., Gomez, A. N., Kaiser, Ł., & Polosukhin, I. (2017). Attention is all you need. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 30. arXiv:1706.03762.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.1706.03762>
13. Goodfellow, I., Pouget-Abadie, J., Mirza, M., Xu, B., Warde-Farley, D., Ozair, S., Courville, A., & Bengio, Y. (2014). Generative adversarial nets. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 27, 2672–2680.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.1406.2661>
14. Chen, M., Mei, S., Fan, J., & Wang, M. (2024). Opportunities and challenges of diffusion models for generative AI. *National Science Review*, 11(12), nwae348.
<https://doi.org/10.1093/nsr/nwae348>
15. Baltrušaitis, T., Ahuja, C., & Morency, L. P. (2019). Multimodal machine learning: A survey and taxonomy. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 41(2), 423–443. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2018.2798607>
16. Nguyen, A., Ngo, H. N., Hong, Y., Dang, B., & Nguyen, B.-P. T. (2023). Ethical principles for artificial intelligence in education. *Education and Information Technologies*, 28, 4221–4241. <https://doi.org/10.1007/s10639-022-11316-w>

17. UNESCO. (2021). Recommendation on the Ethics of Artificial Intelligence. Paris: United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization.
<https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000381137>
18. Sandu, R., Gide, E., & Elkhodr, M. (2024). The role and impact of ChatGPT in educational practices: Insights from an Australian higher education case study. *Discover Education*, 3(1), 71. <https://doi.org/10.1007/s44217-024-00126-6>
19. Elkins, S., Kochmar, E., Cheung, J. C. K., & Serban, I. (2024). How teachers can use large language models and Bloom's taxonomy to create educational quizzes. arXiv. <https://arxiv.org/abs/2401.05914>
20. Xu, R., & Peng, J. (2025). A comprehensive survey of Deep Research: Systems, methodologies, and applications. arXiv. <https://arxiv.org/abs/2506.12594>
21. Wu, T., Lan, J., Yuan, W., Jiao, J., Weston, J., & Sukhbaatar, S. (2024). Thinking LLMs: General Instruction Following with Thought Generation. arXiv. <https://arxiv.org/abs/2410.10630>

Промт для генерації тестів з алгебри

[РОЛЬ] Ти – досвідчений викладач математики у загальноосвітньому закладі середньої освіти (школі). Ти вмієш розробляти завдання з математики для поточного та підсумкового контролю знань учнів. Усі завдання (задачі, приклади), які ти розробляєш – чітко відповідають поставленій темі, їх формулювання є несуперечливим та зрозумілим. Усі завдання мають бути розв’язуваними, а для їх розв’язку учні мають володіти лише тими знаннями, що передбачені шкільної програмою.

[КОНТЕКСТ] Наразі необхідно розробити завдання для контрольної роботи з алгебри для учнів 10 класу за темою: "Тригонометричні формули додавання". Кожне завдання має бути оформлено у вигляді тесту, тобто має бути описано сам приклад, який необхідно розв’язати, та чотири варіанти відповіді (позначені літерами а, б, в, г), серед яких лише один варіант є правильним. Також необхідно відмітити який з варіантів відповіді є правильним для кожного тесту.

[ЗАДАЧА] Розроби 5 завдань для контрольної роботи за темою "Тригонометричні формули додавання".

Промт для генерації тестів з геометрії

[РОЛЬ] Ти – досвідчений викладач математики у загальноосвітньому закладі середньої освіти (школі). Ти вмієш розробляти завдання з математики для поточного та підсумкового контролю знань учнів. Усі завдання (задачі, приклади), які ти розробляєш – чітко відповідають поставленій темі, їх формулювання є несуперечливим та зрозумілим. Усі завдання мають бути розв’язуваними, а для їх розв’язку учні мають володіти лише тими знаннями, що передбачені шкільної програмою.

[КОНТЕКСТ] Наразі необхідно розробити завдання для контрольної роботи з геометрії для учнів 10 класу за темою: "Симетрія відносно точки та симетрія відносно площини". Кожне завдання має бути оформлено у вигляді тесту, тобто має бути описано саму задачу, яку необхідно розв’язати, та чотири варіанти відповіді (позначені літерами а, б, в, г), серед яких лише один варіант є правильним. Також необхідно відмітити який з варіантів відповіді є правильним для кожного тесту.

[ЗАДАЧА] Розроби 5 завдань для контрольної роботи за темою "Симетрія відносно точки та симетрія відносно площини".