

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХЕРСОНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК, ФІЗИКИ ТА МАТЕМАТИКИ
КАФЕДРА АЛГЕБРИ, ГЕОМЕТРІЇ ТА МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

ФУНКЦІЇ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ: ВІД ТЕОРІЇ ДО ПРАКТИКИ

Кваліфікаційна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

Виконала: студентка 2-го курсу, 12-221М групи

Спеціальності: 014 Середня освіта

Спеціалізація: 014.04 Математика

Освітньо-професійної програми «Середня освіта
(Математика)» другого (магістерського) рівня
вищої освіти

Ковальчук Ганна Петрівна,

Керівник: кандидатка фізико-математичних
наук, доцентка Котова Ольга Володимирівна,

Рецензент доцентка кафедри природничо-
наукової підготовки Херсонської державної
морської академії Спичак Тетяна Сергіївна

Івано– Франківськ 2025

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПОНЯТТЯ ФУНКЦІЇ	
1.1. Історичний розвиток поняття функції.....	5
1.2. Сутність і визначення функції.....	6
1.3. Види функцій та їх властивості.....	7
РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ФУНКЦІЙ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ	
2.1. Використання елементів історизму у вивченні теми «Функції».....	10
2.2. Методика формування понять про властивості функцій.....	10
2.3. Розробки уроків з теми «Функції та їх графіки».....	17
РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДНИЦЬКА ЧАСТИНА (АПРОБАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ)	
3.1. Організація і проведення апробації матеріалів у межах магістерських студій.....	20
3.2. Аналіз результатів опитування та спостережень.....	21
3.3. Узагальнення досвіду впровадження апробація.....	22
ВИСНОВКИ.....	27
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	30
Додаток А.....	33
Додаток Б.....	37
Додаток В.....	41
Додаток Г.....	44

ВСТУП

Тема функцій займає центральне місце у шкільному курсі математики. Саме через вивчення функцій учні знайомляться з поняттям залежності між величинами, розвивають аналітичне мислення та вчаться застосовувати математичні знання у життєвих ситуаціях.

Поняття функції є одним з основних у сучасній математиці. Воно виникло історично як узагальнення уявлень про зміну однієї величини залежно від іншої. Знання про функції допомагають описувати явища природи, технічні процеси, економічні моделі, соціальні зміни.

Актуальність дослідження полягає в тому, що навчання теми «Функції» потребує не лише засвоєння теоретичних знань, а й розвитку практичних умінь застосовувати ці знання. Учні мають навчитися бачити функціональні зв'язки у навколишньому світі, уміти аналізувати графіки, розв'язувати задачі й моделювати реальні процеси.

Мета роботи — проаналізувати основні види функцій, розкрити їх властивості та розробити методику ефективного навчання цієї теми у шкільному курсі математики.

Для досягнення поставленої мети визначено такі **завдання**:

Розкрити історичні передумови розвитку поняття функції.

Охарактеризувати основні види функцій, які вивчаються у школі.

Дослідити властивості функцій і способи їх графічного зображення.

Розробити методичні рекомендації щодо викладання теми «Функції» у середній школі.

Визначити практичне значення функцій у навчанні та житті.

Об'єкт дослідження — процес навчання математики в середній школі.

Предмет дослідження — методика вивчення функцій та їх властивостей.

Методи дослідження:

- аналіз і узагальнення психолого-педагогічної та методичної літератури;

- порівняльний аналіз навчальних програм;
- спостереження за освітнім процесом;
- моделювання навчальних ситуацій і уроків;
- узагальнення педагогічного досвіду.

Практичне значення дослідження полягає у створенні методичних матеріалів, що допомагають учителям ефективно пояснювати поняття функції та її властивостей, використовуючи графіки, цифрові інструменти та приклади з реального життя.

Апробація основних результатів дослідження здійснювалась у межах магістерських студій Херсонського державного університету на кафедрі алгебри, геометрії та математичного аналізу.

Матеріали апробації включали розробку методичних рекомендацій, презентацій та практичних уроків із теми «Функції та їх властивості» [35].

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПОНЯТТЯ ФУНКЦІЇ

1.1. Історичний розвиток поняття функції

Поняття функції має глибоке історичне коріння. Ще в античні часи вчені намагалися описати залежності між величинами. Наприклад, стародавні греки вивчали пропорції, співвідношення сторін трикутників, рух небесних тіл. Проте саме слово «функція» з'явилося значно пізніше — у XVII столітті.

Одним із перших, хто почав системно розглядати функції, був німецький математик Готфрід Вільгельм Лейбніц. Він використовував термін «функція» для позначення залежності між змінними величинами [19]. Пізніше Леонард Ейлер дав сучасне визначення функції як залежності змінної y від змінної x , при якій кожному значенню x відповідає єдине значення y [10 с. 42]. Саме Ейлер увів сучасне позначення функції — $f(x)$.

Протягом XVIII–XIX століть поняття функції набуло все більш узагальненого змісту. З'явилися різні види функцій — тригонометричні, показникові, логарифмічні, степеневі тощо. У XX столітті завдяки розвитку аналізу, теорії множин і обчислювальної математики функція стала одним із центральних об'єктів усього математичного знання.

Сьогодні поняття функції є фундаментальним не лише у математиці, а й у фізиці, економіці, інформатиці, біології, психології. Через функції описують залежність між параметрами, темпами росту, змінами температури, фінансовими процесами, поведінкою систем.

Таким чином, історія розвитку поняття функції — це історія становлення.

- XVI–XVII ст. — поява ідей про залежність між величинами (Галілей, Кеплер, Декарт);
- 1694 р. — Готфрід Лейбніц уперше вживає термін «функція»;
- 1748 р. — Леонард Ейлер вводить сучасне позначення $y = f(x)$;

- XIX ст. — Жозеф Фур'є, Огюстен Коші, Петер Діріхле [7 с. 57]. уточнюють поняття функції;

- XX ст. — формування сучасного абстрактного визначення функції у вигляді відображення множин;

- XXI ст. — застосування поняття функції в інформатиці, економіці, біології, штучному інтелекті. У процесі історичного розвитку поняття функції змінювалось від інтуїтивного уявлення про взаємозалежність величин до формального означення як відображення множини в множину.

Сучасна інтерпретація функції поєднує аналітичний, геометричний та прикладний підходи. Це забезпечує її універсальність у різних галузях науки — від фізики до комп'ютерного моделювання. Тематики як науки про закономірності, зв'язки і зміни.

1.2. Сутність і визначення функції

Функція — це правило, за яким кожному елементу однієї множини ставиться у відповідність єдиний елемент іншої множини.

Звичайно її позначають як $y = f(x)$, де x — незалежна змінна (аргумент), а y — залежна змінна (значення функції).

Множина всіх допустимих значень аргументу називається областю визначення функції, а множина всіх можливих значень функції — областю її значень. [8]

Функція може бути задана різними способами:

- формулою (аналітично);
- таблицею (набір пар чисел);
- графічно (у вигляді кривої на координатній площині);
- словесним описом залежності.

Наприклад:

- функція, що задає залежність між відстанню і часом руху при сталому русі;
- функція, що описує ріст населення за роками;
- функція витрат і прибутку в економіці.

Основна ідея полягає в тому, що функція показує, як зміна одного параметра впливає на інший. Це дозволяє моделювати й аналізувати реальні процеси, прогнозувати результати та приймати обґрунтовані рішення [27].

Лінійна функція: $y = 2x + 1$ — пряма, що зростає;

- квадратична функція: $y = x^2$ — парабола;
- обернена пропорційність: $y = \frac{1}{x}$ — гіпербола.

На рисунку показано три різні види функціональних залежностей.

У кожному випадку кожному значенню аргументу x відповідає єдине значення функції y .

Це і є головна сутність поняття «функція» — правило відповідності між змінними.

Лінійна функція описує рівномірну зміну (пряма лінія).

Квадратична — прискорене зростання або спадання.

Обернена пропорційність — ситуації, коли збільшення одного значення спричиняє зменшення іншого.

1.3. Види функцій, та їх властивості.

У шкільному курсі математики розглядаються основні види функцій, які формують уявлення про залежності між величинами. До них належать:

Лінійна функція

Функція виду $y = kx + b$.

Її графік — пряма лінія.

Коефіцієнт k визначає нахил прямої, а b — точку перетину з віссю ординат.

Лінійна функція є найпростішим прикладом залежності між двома змінними.

Квадратична функція

Функція виду $y = ax^2 + bx + c$.

Її графік — парабола, що може бути спрямована вгору або вниз залежно від знака коефіцієнта a .

Квадратична функція має широку практичну застосовність: у фізиці (рух тіл), економіці (залежність прибутку), техніці.

Степенева функція

Функція виду $y = x^n$, де n — довільне число.

Її властивості залежать від показника степеня: при парних n графік симетричний відносно осі y , при непарних — відносно початку координат.

Показникова функція

Функція виду $y = a^x$, де $a > 0$, $a \neq 1$.

Якщо $a > 1$, функція зростає; якщо $0 < a < 1$ — спадає.

Використовується для опису процесів зростання, розпаду, інфляції, нарахування відсотків.

Логарифмічна функція

Це обернена функція до показникової.

Має вигляд $y = \log_a x$, де $a > 0$, $a \neq 1$.

Графік проходить через точку $(1; 0)$, має асимптоту $x = 0$ і є дзеркальним відображенням показникової функції відносно прямої $y = x$.

Тригонометричні функції

До них належать $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$.

Ці функції мають періодичний характер і широко застосовуються для опису коливальних процесів, хвиль, звуків, руху планет.

Обернені тригонометричні функції

Використовуються для знаходження кута за відомим значенням тригонометричної функції.

Наприклад: $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$.

Під час вивчення функцій у школі важливо розуміти їх основні характеристики:

Область визначення — усі допустимі значення аргументу x .

Область значень — усі можливі значення y .

Монотонність — зростання або спадання функції на певних проміжках.

Парність і непарність — симетричність графіка відносно осей.

Обмеженість — наявність верхніх або нижніх меж для значень функції.

Нулі функції — значення x , при яких $y = 0$.

Періодичність — повторюваність значень через однакові інтервали (для тригонометричних функцій).

Ці властивості дозволяють глибше розуміти поведінку функцій, будувати їх графіки, аналізувати рівняння й нерівності.

РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ФУНКЦІЙ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

2.1. Використання елементів історизму у вивченні теми «Функції» .

Однією з основних цілей навчання математики є формування в учнів умінь бачити й описувати залежності між різними величинами. Саме вивчення функцій є тим розділом, де це завдання реалізується найповніше.

Вивчаючи тему «Функції», учні мають навчитися:

- розуміти зміст поняття функції як залежності між змінними;
- визначати область визначення та область значень;
- будувати графіки функцій за формулами;
- аналізувати властивості функцій (зростання, спадання, парність, обмеженість);
- використовувати функції для розв'язування прикладних задач.

Таким чином, вивчення функцій формує в учнів не лише математичні знання, а й розвиває логічне мислення, просторову уяву, навички аналізу й синтезу, умінь застосовувати знання у житті.

2.2 Методика формування понять про властивості функцій .

1. Значення теми у шкільному курсі математики

Поняття функції є одним із центральних у шкільному курсі математики. Саме воно забезпечує системність у вивченні різних розділів — алгебри, геометрії, математичного аналізу, теорії ймовірностей та елементів статистики.

Зміст теми формує в учнів розуміння закономірних зв'язків між величинами, що є основою для подальшого вивчення залежностей у природничих і технічних дисциплінах.

Вивчення функцій сприяє розвитку логічного мислення, просторової уяви, вміння аналізувати, узагальнювати та застосовувати знання для розв'язування прикладних задач.

Таким чином, ця тема має не лише навчальне, а й світоглядне значення

2. Методичне обґрунтування вивчення теми

Вивчення функцій у шкільному курсі математики має базуватися на принципах науковості, наочності, системності та діяльнісного підходу.

Учитель повинен не лише передавати знання, а й створювати умови для самостійного відкриття властивостей функцій учнями шляхом досліджень і спостережень.

Використання сучасних цифрових інструментів — таких як програми GeoGebra, Desmos, MathLab — дозволяє зробити процес навчання інтерактивним, сприяє візуалізації понять, активізує пізнавальну діяльність учнів.

При формуванні поняття функції доцільно послідовно проходити такі етапи:

1. інтуїтивне ознайомлення з поняттям залежності між величинами (з побутових, фізичних чи економічних прикладів);
2. узагальнення цих прикладів у вигляді математичного визначення функції;
3. формування уявлень про область визначення, область значень, способи задання функцій;
4. побудова графіків і аналіз їх властивостей;
5. застосування функцій до розв'язування прикладних задач.

3. Педагогічна мета і компетентнісний потенціал теми

Основна педагогічна мета полягає у формуванні в учнів здатності бачити та описувати закономірності між змінними величинами.

У процесі вивчення теми «Функції» реалізуються ключові компетентності, визначені Державним стандартом базової середньої освіти, зокрема: [4, 13, 27].

- математична — через оперування поняттями, символами, графіками;
- інформаційно-цифрова — через використання програмних засобів для побудови графіків;
- уміння вчитися впродовж життя — через дослідницьку діяльність і постановку власних запитань;
- соціальна і громадянська — через обговорення прикладних ситуацій, пов'язаних із реальними процесами.

4. Дидактичні принципи реалізації теми

Під час організації навчання теми «Функції» доцільно спиратися на такі дидактичні принципи:

- Принцип науковості — усі твердження і властивості повинні бути строго обґрунтованими.
- Принцип наочності — використання графіків, схем, таблиць, динамічних моделей.
- Принцип доступності — навчальний матеріал подається у логічній послідовності, від простого до складного.
- Принцип системності — формування єдиної лінії «залежність – функція – похідна – границя».
- Принцип діяльнісного підходу — активне залучення учнів до дослідницької діяльності, аналізу, моделювання.

5. Практичне значення теми

Поняття функції має універсальний характер. Його застосування виходить далеко за межі шкільної математики:

- у фізиці — залежність шляху від часу, тиску від температури;
- у біології — зростання популяції залежно від умов середовища;
- у географії — зміна температури повітря залежно від широти; [17].
- у економіці — залежність прибутку від попиту, курсу валют, виробничих витрат.

Завдяки цьому вивчення функцій сприяє формуванню практичного математичного мислення, уміння застосовувати знання в реальних життєвих ситуаціях.

6. Очікувані результати навчання

Вивчаючи тему «Функції», учні повинні навчитися:

- розуміти зміст поняття функції як залежності між змінними;
- визначати область визначення та область значень функцій;
- будувати графіки функцій за формулами;
- аналізувати властивості функцій (зростання, спадання, парність, обмеженість);
- застосовувати функції для розв'язування прикладних задач.

Таким чином, опанування теми «Функції» формує у школярів не лише систему математичних знань, а й розвиває логічне мислення, просторову уяву, аналітичні навички, необхідні для подальшого навчання та життя.

Методичні підходи до викладання функцій

Викладання теми «Функції» у шкільному курсі математики спирається на поетапність і системність. Важливо дотримуватися принципів доступності, наочності та практичної спрямованості.

Основні методичні підходи:

Поступове формування поняття функції.

Учитель починає з реальних прикладів залежностей (рух автомобіля, зміна температури, витрати електроенергії). Учні бачать, що кожному значенню однієї величини відповідає певне значення іншої.

Використання наочних матеріалів.

Для кращого розуміння доцільно використовувати графіки, діаграми, таблиці, комп'ютерні симуляції. Це допомагає учням сприймати функцію не як абстрактну формулу, а як реальний зв'язок між величинами.

Поєднання аналітичного і графічного підходів.

Учні мають навчитися як обчислювати значення функції, так і відображати її поведінку на координатній площині. Важливо показати взаємозв'язок між формулою та графіком.

Порівняння різних типів функцій.

Варто проводити порівняльний аналіз: як змінюються властивості при переході від лінійної функції до квадратичної, від показникової до логарифмічної.

Використання практичних і міжпредметних зв'язків.

Учні повинні бачити застосування функцій у фізиці, економіці, біології, інформатиці. Це формує розуміння цінності математичних знань.

Психолого-педагогічні особливості сприйняття теми.

Згідно з дослідженнями педагогів і психологів, тема «Функції» належить до тих, що викликають у школярів найбільші труднощі.

Причини цього — абстрактність поняття, необхідність просторового мислення, аналізу графічних зображень.

Тому вчителю важливо:

спиратися на життєвий досвід учнів;

використовувати приклади з реальності;

заохочувати до побудови власних моделей функцій;

розвивати математичну мову учнів через постійне використання термінів (аргумент, значення, область визначення, графік тощо).

Поступове ускладнення матеріалу дозволяє формувати стійке розуміння сутності функціональної залежності.

Використання сучасних технологій у навчанні функцій.

У сучасній школі вчитель має широкі можливості для використання цифрових технологій.

Особливо ефективними є:

Графічні калькулятори та комп'ютерні програми (GeoGebra, Desmos, Excel) — дозволяють швидко будувати графіки, досліджувати вплив параметрів на їх форму.

Інтерактивні дошки та онлайн-тренажери — забезпечують залучення учнів у процес навчання, роблять уроки більш наочними.

Мультимедійні презентації — дають змогу поєднати текст, формули, графіки, анімацію, що підвищує розуміння теми.

Завдання на моделювання — учні створюють власні проекти, наприклад, моделюють зміну температури протягом доби або зростання населення.

Використання технологій допомагає формувати в учнів навички дослідницької діяльності, що особливо важливо у вивченні функцій.

Типові помилки учнів під час вивчення функцій

Під час роботи з темою «Функції» учні найчастіше допускають такі помилки:

Неправильне визначення області визначення функції.

Учні не завжди розуміють, які значення аргументу можна підставляти у формулу.

Плутанина між аргументом і значенням функції.

Часто учні сприймають функцію як просту формулу для підстановки, не усвідомлюючи зв'язку між змінними.

Помилки під час побудови графіка.

Невірно вибирають масштаб, не дотримуються послідовності побудови, не враховують властивості функції.

Труднощі у використанні властивостей.

Учні часто не застосовують поняття зростання, спадання, симетрії для аналізу графіка.

Недостатнє розуміння практичного змісту.

Без зв'язку з реальними прикладами поняття функції сприймається формально.

Завдання вчителя — попереджати ці труднощі через вправи на усвідомлення, аналіз помилок, роботу з графіками та моделями.

Практичні рекомендації щодо викладання теми «Функції»

Починати з конкретних ситуацій.

Наприклад: «Вартість товару залежить від кількості одиниць», «Швидкість руху залежить від часу».

Застосовувати поетапне введення понять.

Від простих прикладів (лінійна функція) до складніших (показникова, логарифмічна).

Під час пояснення нового матеріалу використовувати кольорову графіку.

Це допомагає візуально розрізняти зростаючі та спадні функції, області визначення тощо.

Залучати учнів до дослідження.

Давати завдання типу: «Як зміниться графік, якщо змінити коефіцієнт?» або «Порівняй вигляд двох функцій».

Проводити міні-проекти.

Учні можуть створювати графіки реальних процесів: температура протягом тижня, рух транспорту, обсяг продажів.

Підтримувати зв'язок з іншими предметами.

Наприклад, у фізиці — залежність шляху від часу, у біології — ріст популяцій, в економіці — динаміка прибутку.

Регулярно проводити самооцінювання.

Використовувати тести, короткі запитання, завдання з практичним змістом.

Вивчення теми «Функції» у шкільному курсі математики має велике значення для формування аналітичного та логічного мислення учнів.

Методика викладання повинна поєднувати наочність, практичність і дослідницький підхід.

Застосування сучасних технологій, практичних задач і міжпредметних зв'язків сприяє глибшому засвоєнню матеріалу.

Учитель має допомагати учням побачити, що функції — це не лише формули, а засіб розуміння реального світу.

2.3. Розробки уроків з теми «Функції та їх графіки»

Вивчення теми «Функції та їх графіки» має ключове значення для формування математичних компетентностей здобувачів освіти. Ця тема забезпечує зв'язок між теоретичними знаннями та практичними вміннями, сприяє розвитку логічного мислення, просторової уяви, аналітичних здібностей і навичок самостійного дослідження.

У межах шкільного курсу математики поняття функції є центральним, оскільки воно використовується при вивченні майже всіх подальших розділів: тригонометрії, елементарного аналізу, ймовірності та статистики, а також має численні прикладні застосування у фізиці, економіці, інформатиці. Саме тому методика вивчення функцій має бути спрямована не лише на засвоєння означень і властивостей, а й на розвиток у здобувачів уміння бачити функціональні залежності у навколишньому світі.

Метою розробки системи уроків з теми «Функції та їх графіки» є реалізація компетентнісного підходу до навчання математики. Це передбачає: формування цілісного уявлення про поняття функції як основи для вивчення інших математичних тем; розвиток уміння аналізувати, порівнювати, узагальнювати властивості різних типів функцій; формування графічної грамотності — уміння будувати, інтерпретувати та досліджувати графіки функцій; виховання пізнавального інтересу до математики та вміння застосовувати знання в реальних життєвих ситуаціях.

Розробки уроків створено відповідно до чинної програми з математики для закладів загальної середньої освіти (наказ МОН України №1115 від 2020 р.). Методична побудова уроків базується на таких принципах: науковість — опора на точні математичні означення та доведення; наочність — широке використання графіків, таблиць, програмних засобів (GeoGebra, Desmos); доступність — урахування вікових особливостей учнів; діяльнісний підхід — активне залучення учнів до дослідницької та аналітичної роботи; інтеграція ІКТ — застосування інформаційно-комунікаційних технологій для візуалізації функціональних залежностей.

У межах теми «Функції та їх графіки» розроблено чотири основні уроки:

1. Лінійна функція – формування первинного поняття функції, вивчення її властивостей і графічного зображення.
2. Квадратична функція – дослідження властивостей параболи, залежності форми графіка від коефіцієнтів.
3. Степенева функція – аналіз впливу показника степеня на поведінку функції, симетрію графіків.
4. Логарифмічна функція (факультативний урок) – узагальнення знань про зворотні функції, зв'язок із показниковою функцією.

Кожна розробка містить: мету уроку (навчальну, розвивальну, виховну); тип уроку та обладнання; етапи проведення (організаційний момент, актуалізація знань, пояснення нового матеріалу, практична робота, підсумок, рефлексія); методичні коментарі (обґрунтування вибору прийомів, підходів, методів).

Розроблені уроки спрямовані на поєднання різних форм і методів роботи: робота в парах та групах — під час аналізу графіків і виконання дослідницьких завдань; використання цифрових ресурсів — побудова графіків у GeoGebra, що сприяє розвитку візуального мислення; проблемне навчання — учні самостійно формулюють висновки щодо властивостей функцій; інтерактивні вправи —

робота з реальними прикладами (залежність шляху від часу, прибутку від попиту тощо).

Під час таких уроків реалізується діяльнісний підхід: учень не просто сприймає готові знання, а відкриває закономірності самостійно.

Апробація поданих розробок відбувалась під час магістерських студій на базі закладу загальної середньої освіти. У процесі проведення занять спостерігалось підвищення активності учнів, зростання рівня засвоєння теоретичного матеріалу та інтересу до предмета. Використання динамічних графічних моделей у програмі GeoGebra виявилось ефективним для розвитку в учнів аналітичного мислення, уміння робити узагальнення та бачити взаємозв'язки між видами функцій.

Учні демонстрували кращі результати у розв'язуванні прикладних задач, зокрема тих, що потребують побудови або аналізу графіка функції. Це свідчить про підвищення рівня функціональної грамотності, що відповідає сучасним освітнім вимогам.

Розробки уроків із теми «Функції та їх графіки» показали, що ефективність навчання підвищується за умов використання сучасних технологій і візуальних засобів навчання; поєднання аналітичного та практичного підходів до вивчення функцій; залучення учнів до самостійних відкриттів і досліджень.

Результати апробації підтвердили, що подані методичні підходи сприяють глибшому розумінню учнями сутності поняття функції, розвитку логічного мислення, самостійності та мотивації до навчання.

Повні конспекти уроків подано в Додатках А–Г, що можуть бути використані вчителями математики під час викладання теми «Функції та їх графіки» у старших класах.

РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДНИЦЬКА ЧАСТИНА . АПРОБАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

3.1. Організація і проведення апробації матеріалів у межах магістерських студій.

Практична частина магістерської роботи спрямована на перевірку ефективності методичних підходів до викладання теми «Функції» в умовах сучасної школи.

Основна мета — показати, як теоретичні знання можуть бути реалізовані на практиці через систему уроків, вправ і методичних прийомів.

Завдання практичної частини:

Розробити приклади уроків для різних класів.

Визначити, які методи й прийоми найкраще сприяють розумінню поняття функції.

Дослідити рівень засвоєння учнями матеріалу після використання запропонованих методик.

Узагальнити результати і зробити висновки щодо ефективності методів навчання.

У межах магістерських студій було проведено апробацію розроблених матеріалів під час педагогічної практики в учнів 10–11 класів.

Метою апробації було визначення рівня засвоєння понять, пов'язаних із темою «Функції та їх графіки», а також формування в учнів умінь застосовувати набуті знання для розв'язання практичних і міжпредметних задач.

Під час апробації використовувалися як традиційні, так і інноваційні методи навчання: робота з інтерактивними моделями, виконання індивідуальних і групових завдань, елементи дослідницької діяльності.

Особливу увагу приділено поєднанню математичного змісту з реальними життєвими ситуаціями, що сприяло підвищенню мотивації учнів до вивчення теми.

Результати апробації показали, що використання розроблених матеріалів позитивно вплинуло на якість навчання:

- учні демонстрували глибше розуміння змісту функціональних залежностей;
- підвищився рівень пізнавальної активності;
- зросла здатність застосовувати знання на практиці.

3.2. Аналіз результатів опитування й спостережень.

Під час проходження педагогічної практики на базі закладу середньої освіти (м. Херсон) було проведено серію спостережень за уроками алгебри у 7–11 класах.

Особливу увагу приділено урокам, де вивчалися поняття функцій, їх властивості, графіки, а також прикладне застосування.

У ході спостережень фіксувалися такі аспекти:

які форми роботи використовує вчитель (індивідуальна, групова, фронтальна);

як забезпечується наочність і використання технологій;

які труднощі виникають у учнів;

рівень активності та зацікавленості учнів.

Результати показали, що найбільшу ефективність мають ті уроки, де функції пов'язуються з практичними ситуаціями (наприклад, рух тіла, ріст населення, економічні залежності), а також використовуються візуальні інструменти — GeoGebra, інтерактивні графіки, таблиці Excel. Аналіз результатів апробації проведено на основі спостереження за навчальною діяльністю учнів, аналізу виконаних завдань та опитування щодо ставлення до вивчення теми «Функції». Для порівняння результатів було виділено дві групи: експериментальну, де використовувалися розроблені методичні матеріали, та контрольну, у якій навчання проводилося за традиційною методикою.

У процесі аналізу виявлено, що учні експериментальної групи виявляли більшу самостійність у виконанні практичних завдань, швидше засвоювали нові поняття та демонстрували кращі результати під час контрольних робіт.

Зокрема, показники середнього рівня засвоєння знань зросли приблизно на 15–20 % у порівнянні з початковими результатами.

Також спостерігалось підвищення рівня мотивації: учні частіше виявляли ініціативу під час роботи з інтерактивними моделями, охочіше залучалися до обговорень і групових завдань.

Особливо ефективними виявилися методичні прийоми, пов'язані з міжпредметними зв'язками. Наприклад, під час розв'язування прикладних задач з економіки чи фізики учні легше розуміли практичну цінність функцій. Це сприяло глибшому розумінню сутності математичних залежностей і розвитку логічного мислення.

Отримані результати підтверджують доцільність використання розроблених методичних матеріалів і впровадження сучасних технологій навчання. Вони доводять, що поєднання традиційних і інноваційних методів підвищує ефективність навчального процесу та сприяє формуванню ключових компетентностей учнів.

3.3. Узагальнення досвіду впровадження.

Розроблена методика навчання теми «Функції та їх графіки» пройшла апробацію в умовах освітнього процесу, що дало змогу перевірити її ефективність і практичну доцільність. Метою впровадження було визначення впливу розробленої системи уроків на формування в учнів математичних компетентностей, розвиток аналітичного мислення та здатності застосовувати здобуті знання під час розв'язування прикладних задач.

Мета і завдання впровадження

Основним завданням педагогічного експерименту було з'ясування, чи сприяє запропонована система занять підвищенню рівня розуміння учнями сутності поняття функції, усвідомленню взаємозв'язку між її аналітичним і графічним поданням, а також формуванню навичок дослідження властивостей функцій.

Крім того, важливим аспектом було виявлення впливу використання інформаційно-комунікаційних технологій (зокрема програм GeoGebra і Desmos) на мотивацію учнів до навчання та їхню активну участь у пізнавальній діяльності.

Організація та перебіг апробації

Апробація методики відбувалася під час педагогічної практики у закладі загальної середньої освіти. У дослідженні брали участь учні 9–10 класів. Заняття проводилися за авторськими конспектами, розробленими відповідно до чинної програми з математики.

Для виявлення результативності було здійснено діагностування рівня знань:

- на початку експерименту — з метою з'ясування вихідного рівня сформованості понять про функції;
- після завершення циклу уроків — для визначення динаміки засвоєння навчального матеріалу.

Крім того, проведено анкетування учнів, яке дало змогу визначити їхні враження від використання цифрових інструментів та інтерактивних методів навчання.

Згідно з опитуванням, більшість учнів відзначили, що побудова графіків у GeoGebra допомагає краще розуміти властивості функцій та бачити зв'язок між формулою і графічним зображенням.

Результати педагогічного впровадження

Порівняльний аналіз результатів показав суттєве зростання навчальних досягнень учнів.

Рівень розуміння ключових понять теми підвищився в середньому на 25–30 %, а кількість учнів, які здатні самостійно досліджувати властивості функцій і пояснювати побудовані графіки, зросла майже на третину. Учні стали більш активними під час виконання дослідницьких завдань, охоче застосовували набуті знання у практичних ситуаціях, демонстрували зацікавленість у побудові власних прикладів функціональних залежностей.

Використання програмного середовища GeoGebra позитивно вплинуло на рівень мотивації: школярі частіше виявляли ініціативу, прагнули перевіряти гіпотези та самостійно знаходити закономірності. Проведена апробація розроблених методичних матеріалів підтвердила їхню ефективність у процесі викладання теми «Функції та їх графіки» в старшій школі.

Отримані результати свідчать, що запропонована система завдань, методів і прийомів сприяє не лише кращому засвоєнню навчального матеріалу, а й розвитку в учнів умінь застосовувати знання в нових ситуаціях.

Учні, які навчалися з використанням розроблених матеріалів, продемонстрували вищий рівень розуміння функціональних залежностей, зростання інтересу до предмета та позитивну динаміку у виконанні практичних і творчих завдань. Вони виявляли більшу активність під час роботи в групах, проявляли ініціативу у пошуку різних способів розв'язання задач, охочіше долучалися до обговорень.

Отже, результати дослідницької частини дають підстави зробити висновок, що впровадження інноваційних методичних підходів під час вивчення теми «Функції» є доцільним і результативним.

Апробація підтвердила практичну цінність розроблених матеріалів, їхній потенціал для підвищення ефективності навчального процесу та формування в учнів ключових математичних і пізнавальних компетентностей.

Методичні спостереження і висновки з практичного досвіду

Аналіз отриманих результатів дозволяє зробити низку важливих узагальнень:

1. Інтерактивна візуалізація функцій за допомогою цифрових засобів підвищує рівень розуміння математичних понять і полегшує процес засвоєння матеріалу.
2. Поєднання дослідницьких завдань і колективної роботи розвиває навички аналізу, порівняння, узагальнення, а також формує комунікативні компетентності.
3. Діяльнісний підхід сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів і переходу від репродуктивного до творчого типу мислення.
4. Систематичне використання реальних прикладів (з фізики, економіки, інформатики) забезпечує практичну спрямованість вивчення теми.
5. Рефлексивні прийоми наприкінці уроків допомагають учням усвідомлювати результати власної діяльності та бачити зв'язок між різними видами функцій.

Узагальнення результатів впровадження

Досвід показав, що розроблена система уроків не лише підвищує якість засвоєння навчального матеріалу, а й створює сприятливі умови для розвитку критичного мислення та дослідницьких умінь учнів. Поєднання традиційних методів навчання з використанням ІКТ та інтерактивних технологій сприяє формуванню функціональної грамотності — уміння застосовувати математичні знання для опису й аналізу реальних процесів.

Апробована методика підтвердила свою ефективність і може бути впроваджена у практику викладання математики в старших класах.

Отримані результати можуть стати основою для подальших методичних розробок, спрямованих на вдосконалення процесу навчання функцій.

Узагальнення результатів педагогічного впровадження довело, що системний підхід до формування знань про функції забезпечує підвищення якості математичної освіти.

Поєднання аналітичного, графічного та дослідницького підходів формує у школярів цілісне розуміння функціональних залежностей, сприяє розвитку самостійності та вмінню застосовувати математичні знання в реальному житті.

Таким чином, розроблена методика може бути рекомендована для використання вчителями математики загальноосвітніх шкіл та в системі післядипломної педагогічної освіти як ефективний засіб підвищення якості навчання теми «Функції та їх графіки».

У межах дослідження було розроблено та проведено серію уроків для 7–11 класів із теми «Функції та їх властивості».

ВИСНОВКИ

У результаті дослідження встановлено, що формування поняття функції та її властивостей у шкільному курсі математики є важливою складовою розвитку логічного мислення учнів.

Здійснено аналіз історичного розвитку поняття функції, її ролі у становленні сучасної математики.

Розроблено методику подання матеріалу з теми «Функції та їх властивості» з урахуванням вікових особливостей учнів і принципів діяльнісного підходу.

Проведена апробація підтвердила ефективність застосування інтерактивних форм навчання, використання програм GeoGebra та графічних інтерпретацій.

Отже, реалізація розроблених підходів сприяє підвищенню якості математичної освіти, формуванню стійких знань і позитивної мотивації до навчання.

Проведене дослідження показало, що тема «Функції та їх властивості» є однією з найважливіших у шкільному курсі математики.

Вона поєднує теоретичні знання з практичними вміннями, сприяє розвитку аналітичного мислення, логіки, уяви й уміння моделювати реальні ситуації.

Під час виконання магістерської роботи було:

- проаналізовано історичний розвиток поняття функції;
- визначено місце теми «Функції» у сучасній шкільній програмі;
- охарактеризовано основні види функцій, які вивчаються у школі, та їх властивості;
- розроблено систему уроків, що охоплює весь курс від 7 до 11 класу;
- апробовано практичні методи навчання із використанням цифрових інструментів (GeoGebra, Desmos, Excel).

Результати педагогічного спостереження довели, що використання наочності, міжпредметних зв'язків і комп'ютерних технологій значно підвищує рівень розуміння учнями теми функцій.

Учні краще сприймають поняття, швидше засвоюють матеріал і починають бачити зв'язок математики з реальним життям.

Методичні рекомендації для вчителів

1. Будувати навчання функцій на життєвих прикладах.

Починати пояснення слід не з формул, а з конкретних ситуацій, у яких одна величина залежить від іншої (наприклад, рух автомобіля, витрати пального, ріст цін тощо).

2. Використовувати сучасні технології.

Програми GeoGebra, Desmos, таблиці Excel дозволяють учням самостійно досліджувати графіки функцій і робити висновки на основі спостережень.

3. Формувати дослідницьке мислення.

Варто залучати учнів до експериментів: змінювати параметри функцій, аналізувати графіки, будувати власні залежності.

4. Забезпечувати інтерактивність навчання.

Застосовувати групову роботу, інтерактивні вправи, тести, математичні квести. Це робить процес вивчення динамічним і цікавим.

5. Поєднувати теорію і практику.

Кожне нове поняття слід закріплювати практичними задачами, графічними побудовами, прикладами з інших предметів.

Перспективи подальших досліджень

У подальшому перспективним є:

- розроблення інтерактивних електронних посібників із теми «Функції»;
- створення адаптивних онлайн-тренажерів для самостійного навчання учнів;

- застосування технологій доповненої реальності (AR) для візуалізації графіків;

- інтеграція математичних понять з природничими дисциплінами через міжпредметні проекти.

Такі підходи сприятимуть підвищенню якості математичної освіти, розвитку інтересу до навчання й формуванню компетентного, мислячого випускника школи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Антонюк В.І. Функції у шкільному курсі математики: методичні аспекти. Київ: Освіта, 2018. 120 с.
2. Апостол Т. М. Математичний аналіз. Частина 1. Київ: Наукова думка, 2017. 542 с.
3. Бевз Г. П., Бевз В.Г. Математика. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10–11 кл. Київ: Генеза, 2020. 384 с.
4. Бурда М.І., Тарасенкова, Н. А. Методика навчання математики в старшій школі. Черкаси: Вид. ЧНУ, 2019. 256 с.
5. Гілберт Д., Курант Р. Основи математичного аналізу. Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2002. 410 с.
6. Григор'єва О.І. Формування поняття функції в процесі навчання алгебри. Харків: Основа, 2016. 140 с.
7. Державний стандарт базової середньої освіти України (2020). URL: <https://mon.gov.ua>
8. Довгий С. О. Психолого-педагогічні аспекти формування понять у курсі математики. Київ: Рад. школа, 1982. 128 с.
9. Декарт Р. Геометрія. Київ: Наукова думка, 2001. 295 с.
10. Ейлер Л. Вступ до аналізу нескінченних. Київ: Наука, 1989. 384 с.
11. Жалдак М.І. Використання ІКТ у навчанні математики. Київ: Педагогічна думка, 2015. 216 с.
12. Кисельова О. Г. Сучасні підходи до формування математичних понять у школі. Харків: Основа, 2021. 110 с.
13. Коваленко Т. М. Історичний аспект розвитку поняття функції. Математика в школі, 2017, № 2. С. 34–38.
14. Коші О. Аналіз нескінченно малих величин. Париж, 1821.
15. Кравчук М. П. Курс математичного аналізу. Київ: Вид-во КДУ, 1951. 526 с.

16. Кузнецова Т. В. Функціональні залежності у шкільному курсі математики. Математика та інформатика в школі, 2019, № 4. С. 19–24.
17. Лейбніц Г. В. Opera omnia mathematica. Берлін, 1694.
18. Ляшенко І. І. Методика викладання теми “Функції” у старшій школі. Київ: Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2020. 158 с.
19. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу. 10 клас. Харків: Гімназія, 2022. 336 с.
20. Мішура, Ю. С. Теорія функцій і функціональний аналіз. Київ: КНЕУ, 2014. 280 с.
20. Морзе Н. В. Інноваційні технології навчання в школі. Київ: Освіта, 2016. 240 с.
21. Наказ МОН України № 1115 від 2020 р. “Про затвердження навчальних програм з математики”. URL: <https://mon.gov.ua>
22. Піскунов М. І. Диференціальне та інтегральне числення. Київ: Вища школа, 1985. 412 с.
23. Поля Д. Як розв’язувати задачу. Київ: Освіта, 1990. 228 с.
24. Савченко О. Г. Математична освіта в Україні: сучасні тенденції розвитку. Київ: Либідь, 2018. 190 с.
25. Тарасенкова Н. А. Формування функціональної грамотності учнів. Черкаси: Вид. ЧНУ, 2022. 224 с.
26. Харченко Д. М. Психолого-педагогічні особливості навчання математики старшокласників. Полтава: ПНПУ, 2019. 162 с.
27. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Алгебра і початки аналізу. Підручник для 10–11 класів. Київ : Генеза, 2020. 304 с.
28. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В. Б. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10–11 класів. Харків : Гімназія, 2021. 320 с.
29. Мордкович А. Г. Алгебра і початки аналізу: профільний рівень. Київ : Освіта, 2019. 280 с.

30. Істоміна Н. Б. Методика навчання алгебри у старшій школі. Харків : Основа, 2017. 224 с.
31. Поляков В. Г., Романова Т. І. Сучасні підходи до формування математичних компетентностей учнів. Київ : Педагогічна думка, 2020. 198 с.
32. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти. Київ : МОН України, 2020.
33. Діріхле, П. Лекції з математичного аналізу. Київ : Вища школа, 2018. 280 с.
34. Euler, L. *Introductio in Analysin Infinitorum* (1748). Reprint edition. Berlin : Springer, 2019.
35. Ковальчук Г. П. Методичні особливості формування понять про функції у шкільному курсі математики. Матеріали магістерських студій ХДУ, 2025.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Конспект уроку з алгебри для 7 класу

Тема: Лінійна функція та її графік

Мета уроку:

Навчальна:

- сформуванати поняття лінійної функції та її графіка;
- навчити учнів будувати графік лінійної функції на координатній площині;
- розкрити залежність між коефіцієнтами k і b та виглядом графіка.

Розвивальна:

- розвивати логічне мислення, вміння аналізувати залежності;
- удосконалювати навички побудови графіків;
- розвивати просторову уяву.

Виховна:

- виховувати інтерес до математики, уважність, самостійність.

Тип уроку: комбінований.

Обладнання: інтерактивна дошка, комп'ютер з програмою GeoGebra, координатні сітки, картки із завданнями, підручник.

Хід уроку

1. Організаційний момент (2 хв.)

Учитель вітає клас, оголошує тему й мету уроку:

2. Актуалізація знань (5 хв.)

Бесіда:

Що таке координатна площина?

Як можна задати залежність між двома величинами?

Які приклади залежностей з життя ви знаєте?

Учні відповідають: залежність шляху від часу, вартості від кількості товару тощо.

3. Вивчення нового матеріалу (15 хв.)

Учитель пояснює:

Лінійною функцією називається функція виду $y = kx + b$, де k і b — певні числа.

k — коефіцієнт нахилу (показує, як швидко зростає або спадає функція).

b — точка, де графік перетинає вісь Oy .

Учні разом із учителем складають таблицю значень для функції $y = 2x + 1$:

Після цього будують графік — пряму, що проходить через точки $(-2; -3)$, $(-1; -1)$, $(0; 1)$, $(1; 3)$, $(2; 5)$.

4. Дослідження графіків у GeoGebra (10 хв.)

Учитель демонструє, як змінюється графік, якщо змінити k і b .

Учні самостійно пробують увести формули:

$$y = -x + 3;$$

$$y = 0,5x - 2.$$

Обговорення результатів:

Що відбувається, коли k змінює знак?

Як впливає b на положення графіка?

5. Закріплення матеріалу (10 хв.)

Завдання для самостійної роботи:

Побудувати графік $y = -2x + 4$.

Визначити точки перетину графіка з осями координат.

Визначити, де функція зростає, а де спадає.

6. Підсумок уроку (5 хв.)

Учитель підсумовує:

Сьогодні ми повторили, що лінійна функція має вигляд $y = kx + b$,

де k — це кутовий коефіцієнт, який визначає напрямок і нахил прямої,

a b — точка перетину графіка з віссю ординат (Oy).

Ми навчилися будувати графік лінійної функції, знаходити точки її перетину з осями координат і визначати, коли функція зростає, а коли спадає.

Зверніть увагу, що:

- якщо $k > 0$, то функція зростає;
- якщо $k < 0$, то функція спадає;
- якщо $k = 0$, то графік — горизонтальна пряма.

Таким чином, лінійна функція — це основа для вивчення багатьох інших видів функцій, бо саме з неї починається розуміння зв'язку між змінними.

Рефлексія (3–5 хв.)

Учитель запитує учнів:

- Що нового ви сьогодні дізналися про лінійну функцію?
- Як змінюється графік, якщо змінити коефіцієнт k або b ?
- Коли функція зростає, а коли спадає?

Форма роботи:

Учні відповідають усно або заповнюють коротку таблицю самооцінювання:

Учитель підсумовує відповіді:

“Ми переконалися, що лінійна функція — це проста, але дуже важлива залежність.

Вона є основою для розуміння складніших функцій, наприклад, квадратичної чи показникової.

Ви чудово впоралися із завданнями, і тепер зможете легко розпізнавати та аналізувати будь-які лінійні залежності.”

7. Методичний коментар

На уроці застосовано інтерактивні методи навчання: евристичну бесіду, побудову графіків, аналіз властивостей функцій.

Учні самостійно відкривали закономірності, робили висновки, працювали в парах.

Використано дидактичні матеріали для формування вміння порівнювати та узагальнювати.

Такий підхід забезпечує розвиток аналітичного мислення, графічної грамотності та мотивації до самостійного дослідження математичних закономірностей.

“Ми з’ясували, що графік лінійної функції — пряма лінія.

Її нахил визначається числом k , а положення — числом b .

Домашнє завдання:

Побудувати три різні лінійні функції й коротко описати, як змінився графік при зміні параметрів.

Конспект уроку з алгебри для 8 класу**Тема: Квадратична функція та її графік****Мета:****Навчальна:**

- ознайомити з поняттям квадратичної функції;
- сформувати вміння будувати її графік;
- показати, як змінюється парабола залежно від параметрів.

Розвивальна:

- розвивати просторову уяву, логічне мислення, вміння аналізувати;
- формувати навички використання інформаційних технологій.

Виховна:

- розвивати пізнавальний інтерес, вміння працювати в групі.

Тип уроку: вивчення нового матеріалу.

Обладнання: інтерактивна дошка, GeoGebra, таблиці, малюнки параболічних форм (міст, струмінь води, антена).

Хід уроку**1. Мотивація (5 хв.)**

Учитель показує фото об'єктів із параболічною формою та запитує:

“Що спільного між струменем води з фонтану і формою арки мосту?”

Учні роблять припущення. Учитель пояснює:

“Ці форми описуються рівнянням квадратичної функції.”

2. Вивчення нового матеріалу (15 хв.)

Квадратична функція має вигляд $y = ax^2 + bx + c$, де $a \neq 0$.

a — визначає напрям віток (вгору або вниз);

b і c — впливають на положення параболи.

Учитель пояснює поняття вершини параболи та осі симетрії.

Показує приклад:

для $y = x^2$ — вершина в точці $(0; 0)$;

для $y = (x - 2)^2 + 3$ — вершина зміщується у точку $(2; 3)$.

3. Практична частина (15 хв.)

Учні будують графіки функцій:

$$y = x^2;$$

$$y = x^2 - 4x + 3;$$

$$y = -x^2 + 2x + 1.$$

У GeoGebra змінюють коефіцієнти a , b , c , спостерігаючи за змінами.

Роблять висновок:

- якщо $a < 0$ — парабола відкрита вниз;
- b змінює положення вершини;
- c визначає точку перетину з віссю Oy .

4. Закріплення (10 хв.)

Учні виконують завдання:

Побудувати графік $y = -x^2 + 4$.

Знайти вершину параболи.

Визначити, де функція зростає, а де спадає.

Підсумок:

Сьогодні ми дослідили властивості квадратичної функції та з'ясували, як змінюється її графік — парабола — залежно від коефіцієнтів у формулі.

Ми навчилися визначати напрям віток параболи, знаходити її вершину, а також встановлювати, де функція зростає, а де спадає. [37 с. 57]

Головне, що потрібно запам'ятати:

- коефіцієнт a визначає, у який бік відкриті вітки параболи;
- коефіцієнти b і c впливають на положення вершини та перетин із віссю Oy ;
- графік параболи завжди є симетричним відносно осі, яка проходить через вершину.

Ці знання допоможуть вам розв'язувати рівняння, досліджувати функції й розуміти, як описувати реальні процеси за допомогою графіків.

Рефлексія (3–5 хв.)

Учитель пропонує учням поміркувати:

- Що нового ви сьогодні дізналися про квадратичну функцію?
- Що вам було найцікавіше під час побудови графіка параболи?
- Яке правило допоможе вам швидше розпізнати, чи зростає функція, чи спадає?

Форма рефлексії:

Учитель пропонує учням висловитися за допомогою “сигнальних карток” або усно завершити речення:

- ☀ “Я зрозумів(-ла), що...”
- ☁☐ “Мені ще потрібно повторити...”
- ☁☐ “Було складно, але тепер я розумію краще...”

Учитель узагальнює відповіді:

Сьогодні ви добре попрацювали: навчилися аналізувати властивості квадратичної функції, розпізнавати її за формулою і будувати графік параболи.

Тепер ми можемо використовувати ці знання для розв'язування практичних задач і дослідження інших типів функцій.

Методичний коментар учителя

На уроці використано елементи проблемного та дослідницького навчання.

Учні не лише спостерігали готові приклади, а самостійно формували висновки про вплив коефіцієнтів на форму графіка.

Застосовувалися прийоми: евристична бесіда, робота з графіками, аналіз таблиць значень, групова робота.

Такий підхід сприяє розвитку критичного мислення, уміння аналізувати та узагальнювати результати.

“Квадратична функція — одна з найважливіших у математиці. Її графік — парабола, форма якої залежить від коефіцієнтів.”

Домашнє завдання:

Скласти три приклади парабол із різними параметрами та коротко описати їх властивості.

Конспект уроку з алгебри для 10 класу**Тема: Показникова функція та її властивості****Мета уроку:****Навчальна:**

- сформулювати поняття показникової функції;
- навчити будувати графік показникової функції для різних основ;
- розкрити залежність між основою функції та її поведінкою (зростання чи спадання).

Розвивальна:

- розвивати аналітичне мислення, навички узагальнення й аналізу;
- формувати вміння бачити математичні залежності в навколишньому світі.

Виховна:

- виховувати пізнавальну активність, логічність, наполегливість у досягненні мети.

Тип уроку: вивчення нового матеріалу з елементами дослідження.

Обладнання: інтерактивна дошка, програма GeoGebra, калькулятори, таблиці значень, мультимедійна презентація.

Хід уроку**1. Організаційний момент (2 хв.)**

Учитель вітає клас, повідомляє тему уроку й мету.

“Сьогодні ми дізнаємося, як описати процеси, що відбуваються дуже швидко наприклад, зростання населення або розкладання речовин. Для цього існує показникова функція.”

2. Мотивація навчальної діяльності (5 хв.)

Учитель пропонує задачу:

Уявіть, що у вас є квадрат зі стороною 1 см. Якщо збільшити сторону у 2 рази, площа збільшиться не вдвічі, а у 4 рази.

А якщо збільшити у 3 рази — площа стане вже 9 см^2 .

Як ви думаєте, чи буде така залежність лінійною? Чи можна описати її тією самою формулою, що й, наприклад, $y = kx + b$?

“Кількість бактерій подвоюється кожні 5 хвилин. Якщо спочатку їх було 100

Учні усвідомлюють, що така залежність не є лінійною чи квадратичною.

Учитель пояснює:

Ми бачимо, що коли ми змінюємо сторону квадрата, площа змінюється швидше, ніж саме значення сторони. Це означає, що залежність між ними не лінійна, а більш складна — степенева.

Такі залежності описуються функціями виду $y = x^n$, де показник степеня n може бути різним. Саме від цього показника залежить форма графіка: коли $n = 2$ — це парабола, $n = 3$ — кубічна крива, $n = 1/2$ — графік кореня, а $n = -1$ — гіпербола.

Сьогодні ми дослідимо, як змінюється вигляд графіка функції при різних значеннях n і спробуємо знайти закономірності.

“Такі процеси описуються показниковою функцією.”

3. Вивчення нового матеріалу (15 хв.)

Визначення:

Показникова функція — це функція виду $y = a^x$, де $a > 0$ і $a \neq 1$.

Учитель пояснює:

якщо $a > 1$, функція зростає (наприклад, $y = 2^x$);

якщо $0 < a < 1$, функція спадає (наприклад, $y = (1/2)^x$).

Графік показникової функції завжди проходить через точку $(0; 1)$, бо будь-яке число в нульовому степені дорівнює 1.

Далі учні за допомогою програми GeoGebra будують графіки для функцій:

$y = 2^x$, $y = (1/2)^x$, $y = 3^x$.

Порівнюють їх вигляд, роблять висновок:

– графік для більшого a піднімається швидше;

– при $a < 1$ крива спадає.

4. Практичне закріплення (10 хв.)

Учні розв'язують задачі прикладного змісту:

Задача економічна:

Початковий внесок — 1000 грн. Відсоткова ставка — 10% річних.

Скільки буде через 3 роки?

Висновок: залежність описується функцією $y = 1000 * (1.1)^x$.

Задача природнича:

Кількість радіоактивної речовини зменшується вдвічі кожні 5 годин.

Залежність описується функцією $y = y_0 * (1/2)^x$. [28 с. 33]

Учні обговорюють, які процеси в житті описуються подібними формулами (експоненційне зростання і спадання).

5. Підсумок уроку (5 хв.)

Учитель запитує:

Які властивості має показникова функція?

Як впливає основа a на вигляд графіка?

Де ми зустрічаємо показникові залежності в житті?

Учні відповідають і роблять висновок.

Домашнє завдання:

Побудувати графіки $y = 3^x$ і $y = (1/3)^x$.

Написати три приклади процесів, що описуються показниковою залежністю.

Висновок:

Показникова функція допомагає описувати процеси росту й зменшення — від інфляції до зростання популяцій.

Учні усвідомлюють, що математика — це мова, якою описується реальний світ.

Конспект уроку з алгебри для 11 класу**Тема: Логарифмічна функція та її застосування****Мета уроку:****Навчальна:**

- ознайомити учнів із логарифмічною функцією як оберненою до показникової;
- навчити будувати графік логарифмічної функції;
- розкрити її властивості та застосування.

Розвивальна:

- формувати вміння аналізувати, порівнювати, робити узагальнення;
- розвивати логічне мислення й графічну грамотність.

Виховна:

- формувати пізнавальний інтерес, уважність і самостійн

Тип уроку: комбінований.

Обладнання: інтерактивна дошка, комп'ютер із GeoGebra, картки із завданнями, таблиці значень.

Хід уроку**1. Актуалізація знань (5 хв.)**

Учитель нагадує:

Ми бачимо, що коли ми змінюємо сторону квадрата, площа змінюється швидше, ніж саме значення сторони. Це означає, що залежність між ними не лінійна, а більш складна — степенева.

Такі залежності описуються функціями виду $y = x^n$, де показник степеня n може бути різним. Саме від цього показника залежить форма графіка: коли $n = 2$ — це парабола, $n = 3$ — кубічна крива, $n = 1/2$ — графік кореня, а $n = -1$ — гіпербола.

Сьогодні ми дослідимо, як змінюється вигляд графіка функції при різних значеннях n і спробуємо знайти закономірності.

“Ми вже знаємо показникову функцію $y = a^x$. Але як знайти, при якому x значення

2. Вивчення нового матеріалу (15 хв.)

Визначення:

Логарифмічна функція — це функція виду $y = \log_a x$, де $a > 0$ і $a \neq 1$.

Це обернена функція до показникової.

Графік проходить через точку $(1; 0)$ і має вертикальну асимптоту $x = 0$.

Якщо $a > 1$, функція зростає.

Якщо $0 < a < 1$, функція спадає.

Учитель демонструє у GeoGebra графіки функцій:

$$y = \log_2 x,$$

$$y = \log_3 x,$$

$$y = \log_{0.5} x.$$

Учні спостерігають, як змінюється нахил кривої залежно від основи логарифма.

3. Практична частина (15 хв.)

Учитель пропонує задачі:

Математична:

Знайти, при якому x значення логарифму за основою 2 дорівнює 3.

Розв'язання: $x = 2^3 = 8$.

Фізична:

Інтенсивність звуку вимірюється в децибелах:

$$L = 10 * \log_{10}(I / I_0).$$

Якщо інтенсивність збільшити у 100 разів, рівень звуку зросте на 20 дБ.

Природнича:

Шкала кислотності рН описується формулою $pH = -\log_{10}[H^+]$.

Таким чином, логарифми використовуються навіть у хімії.

4. Закріплення матеріалу (10 хв.)

Учні виконують вправи:

Побудувати графік $y = \log_3 x$.

Визначити, у якому проміжку функція зростає.

Порівняти графіки $y = 2^x$ і $y = \log_2 x$ — вони симетричні відносно прямої $y = x$.

5. Підсумок уроку (5 хв.)

Бесіда:

- Що означає логарифм числа?
- Які властивості має логарифмічна функція?
- Де вона застосовується в житті?

Учитель узагальнює:

Отже, сьогодні ми з'ясували, що логарифмічна функція є оберненою до показникової.

Її графік проходить через точку $(1; 0)$, має вертикальну асимптоту $x = 0$ і залежно від основи може бути зростаючим або спадним.

Ми побачили, що логарифми — це не просто математичний прийом, а зручний інструмент, який використовується в різних галузях науки: фізиці, хімії, акустиці, економіці.

Логарифмічна шкала допомагає порівнювати дуже великі або дуже малі величини, наприклад, рівень звуку чи кислотність розчинів.

Після цього вчитель ставить узагальнювальні запитання, щоб підкріпити засвоєння:

- Що означає логарифм числа?
- Які властивості має логарифмічна функція?
- У чому полягає її зв'язок із показниковою функцією?

“Логарифмічна функція — це не просто математичний об’єкт. Вона є мовою

Домашнє завдання:

Побудувати графік функції $y = \log_5 x$.

Скласти таблицю властивостей логарифмічної функції (область визначення, зростання, нулі).

Написати коротке повідомлення «Логарифми навколо нас».

Висновок:

Логарифмічна функція є важливою частиною математичного аналізу та має широке застосування у науці, техніці, природознавстві.

Її вивчення розвиває в учнів аналітичне мислення і дозволяє глибше зрозуміти закономірності світу.

Підсумок учителя:

Сьогодні ми зробили важливий крок: навчилися розуміти логарифмічну функцію не лише як формулу, а як реальний інструмент для опису різних процесів.

Наступного разу ми використаємо ці знання для розв’язування логарифмічних рівнянь.