Міністерство освіти і науки України

Херсонський державний університет

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК, ФІЗИКИ ТА МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРИ, ГЕОМЕТРІЇ ТА МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ АНАЛІТИЧНОГО ТА КОНСТРУКТИВНОГО МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ КУРСУ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ У ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ.

Кваліфікаційна робота (проєкт)

на здобуття ступеня вищої освіти "магістр"

Виконав: студент 2-го курсу, 12-221М групи

Спеціальності: 014 Середня освіта

Спеціалізація: 014.04 Математика

Освітньо-професійної програми «Середня освіта (математика)» другого (магістерського) рівня вищої освіти

Дичок Володимир Володимирович

Керівник кандидат фізико-математичних наук, доцент Кузьміч Валерій Іванович

Рецензент Заслужений вчитель України, Вчителька математики Херсонської спеціалізованої школи І-ІІІ ступенів №24, вчитель вищої категорії, вчитель-методист. Абдуллаєва Н.П.

Івано-Франківськ – 2025

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ АНАЛІТИЧНОГО ТА КОНСТРУКТИВНОГО МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ 7

1.1. Поняття та значення розв'язування геометричних задач у математичній освіті 7

1.2. Аналітичний метод: сутність, історія та приклади застосування 9

1.3. Особливості використання конструктивного підходу у розв'язанні геометричних задач 11

1.4. Порівняльна характеристика аналітичного та конструктивного методів та їх значення у навчанні геометрії 13

1.5 Огляд діючих підручників та навчально-методичної літератури з теми дослідження 14

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ АНАЛІТИЧНОГО ТА КОНСТРУКТИВНОГО МЕТОДІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ 18

2.1. Аналіз навчальних програм і вимог до підготовки студентів математичних спеціальностей 18

2.2. Методичні принципи поєднання аналітичного та конструктивного підходів 20

2.3. Розроблення системи навчальних завдань та вправ 22

2.4. Інтеграція аналітичного та конструктивного підходів у навчальному процесі 25

2.5 Використання інформаційних технологій у навчанні розв'язування геометричних задач 27

РОЗДІЛ 3. ПЕДАГОГІЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ З ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ АНАЛІТИЧНОГО ТА КОНСТРУКТИВНОГО МЕТОДІВ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ 30

3.1 Організація та етапи педагогічного експерименту у навчанні геометрії у вищих навчальних закладах 30

3.2 Перебіг педагогічного експерименту у навчанні геометрії у вищих навчальних закладах 32

3.3 Аналіз результатів педагогічного експерименту у навчанні геометрії у вищих навчальних закладах 35

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 40

ВСТУП

Математика це не просто наука, яка собою представляє набір формул та правил, вона розвиває логічне мислення, просторове уявлення та аналітичні навички. Вивчення елементарної математики та геометрії допомагає навчититися порівнювати, моделювати, аналізувати. Геометричні задачі в свою чергу, наприклад як знаходження площ, побудова перерізів або кутів, розташування прямих чи площин у просторі, не лише тренують просторову уяву, а й особистіний підхід для рішення кожної задачі.

Особливу роль відіграє првильний вибір медота, для розв’язування задач. Серед цих методів є особливо корисними аналітичний та конструктивний, які чудово поєднуються між собою. Аналітичний метод дозволяє розібрати задачі, використовуючи формули, задопомогою яких можна зробити точні висновки та пояснити їх. Конструктивний медот у свою чергу полягає у побудовах та малюнках, завдяки чому студенти можуть побачити розв’язки даних завдань. Наприклад, коли студент будує правильний трикутник за даними сторонами та кутами, то він використову два методи – конструктивний та аналітичний. Конструктивний для побудови, а аналітичний для перевірки правильності розв’язку. Така взаємодія методі робить навчання більш ефективним та цікавим.

Історично методи розв’язування задач розвивалися разом з математичною наукою. Відомо, що ще давньогрецькі вчені активно використовували наочні побудови у геометрії, а згодом, із розвитком аналітичної геометрії Декарта, акцент змістився на алгебраїчний і логічний аналіз. Сучасна педагогіка намагається поєднати ці підходи, щоб навчання було одночасно логічним, наочним і практично застосовним. Метою даної роботи є дослідження методики використання аналітичного та конструктивного методів розв’язування геометричних задач у процесі вивчення курсу елементарної математики у закладах вищої освіти та

визначення їх впливу на формування аналітичних та просторових компетентностей студентів.

Актуальність дослідження обумовлюється потребою підвищення якості математичної підготовки студентів і впровадження сучасних методик, які сприяють розвитку комплексних компетентностей, необхідних для подальшого навчання та професійної діяльності.

Протиріччя теми дослідження:

- Між необхідністю формування у студентів навичок системного розв'язування геометричних задач і недостатньою методичною базою для ефективного поєднання аналітичного та конструктивного методів у навчальному процесі.
- Між великим потенціалом геометричних задач для розвитку мислення студентів і недостатнім рівнем їх використання у сучасній методиці викладання елементарної математики.
- Між традиційними підходами до викладання геометрії та необхідністю впровадження інноваційних методичних підходів, які б поєднували аналітичний та конструктивний методи.

Об'єкт дослідження: процес навчання геометрії в курсі елементарної математики у закладах вищої освіти.

Предмет дослідження: методика застосування аналітичного та конструктивного методів розв'язування геометричних задач як засобу розвитку математичного мислення студентів.

Метою даної роботи є дослідження методики використання аналітичного та конструктивного методів розв’язування геометричних задач у процесі вивчення курсу елементарної математики у закладах вищої освіти та визначення їх впливу на формування аналітичних та просторових компетентностей студентів.

Завдання дослідження:

- Проаналізувати теоретичні основи аналітичного та конструктивного методів у контексті розв'язування геометричних задач.
- Розробити методичні рекомендації для поєднання аналітичного та конструктивного методів у навчальному процесі.
- Перевірити ефективність запропонованої методики шляхом педагогічного експерименту.

Структура роботи.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ АНАЛІТИЧНОГО ТА КОНСТРУКТИВНОГО МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

1.1. Поняття та значення розв'язування геометричних задач у математичній освіті

Розв'язування геометричних задач є однією з ключових складових математичної освіти. Розв'язування геометричних задач сприяє розвитку просторового мислення, формує логічну культуру учнів і вміння міркувати послідовно [6]. У процесі розв'язування студенти не лише засвоюють окремі факти та теореми, але й опановують загальні прийоми мислення: аналіз, синтез, абстрагування, узагальнення, класифікацію та аналогію. Геометричні задачі виступають своєрідним «містком» між теоретичними знаннями та практичними навичками, дозволяючи застосовувати аксіоми, теореми й означення у конкретних ситуаціях.

Освітнє значення:

— Закріплення теоретичного матеріалу. Теореми, які сприймаються абстрактно під час лекцій, у процесі розв'язування задач набувають практичного змісту. Наприклад, властивості трикутників або кола стають зрозумілими через конкретні побудови й обчислення.
— Розвиток логічного мислення. Послідовне доведення тверджень та пошук шляхів розв'язання формують у студентів уміння робити обґрунтовані висновки, перевіряти правильність своїх міркувань.
— Формування просторової уяви. Робота з геометричними конфігураціями (площинними чи просторовими) сприяє розвитку вміння уявляти об'єкти, їх взаємне розташування та перетворення. Це

особливо важливо для майбутніх інженерів, математиків, фізиків та програмістів.

— Тренування творчості та гнучкості мислення. Багато геометричних задач мають кілька шляхів розв’язання, що стимулює пошук альтернативних підходів.

Науково-методичне значення:

— Геометричні задачі є ефективним інструментом підготовки студентів до дослідницької роботи. Аналіз і доведення геометричних фактів привчають майбутніх фахівців до точності формулювань і структурованості викладу думок.

— Вони дозволяють інтегрувати знання з різних галузей математики. Наприклад, задачі з аналітичної геометрії поєднують алгебраїчні методи з геометричними уявленнями, а використання тригонометричних функцій розширює інструментарій розв’язування.

— Розв’язування задач сприяє формуванню компетентностей, затребуваних у сучасних умовах: уміння працювати з даними, проводити логічні міркування, обирати ефективні стратегії для досягнення результату.

У багатьох професіях, зокрема в інженерії, архітектурі, комп’ютерній графіці, фізиці та технічних науках, просторове мислення та здатність оперувати геометричними уявленнями є необхідною умовою професійної діяльності. Систематичне розв’язування задач формує вміння:

- моделювати реальні ситуації за допомогою геометричних образів;
- проводити обчислення параметрів та характеристик об’єктів;
- використовувати програмні засоби для візуалізації та перевірки рішень.

Таким чином, розв’язування геометричних задач займає центральне місце у підготовці студентів математичних спеціальностей у закладах вищої освіти. Воно забезпечує не лише формальне засвоєння знань, а й розвиток

широкого спектру інтелектуальних та професійних компетентностей, необхідних для майбутньої діяльності.

1.2. Аналітичний метод: сутність, історія та приклади застосування.

Аналітичний метод розв’язування геометричних задач полягає у перетворенні геометричних відношень у систему алгебраїчних рівнянь, нерівностей або функцій. Такий підхід дозволяє замінити геометричні побудови на більш стандартні обчислення, що значно покращює можливості дослідження.

Сутність методу полягає:

1. Перша сутність полягає у переході до прямокутниї системи координат, що дозволяє задати точки та фігури числовими значеннями. Наприклад такими як, відрізок, пряма, трикутник, коло,
2. Другим це складання рівнянь та нерівностей. Геометричне відношення елементів, таких як паралельність, перпендикулярність, перетворюються на алгебраїчні формули, що дозволяє користуватися ними.
3. Розв’язування. Наприклад, для знаходження координат точки чи величину кутів, використовується алгебраїчні формули, або тригонометричні, задопомогою яких ми можемо дізнатися точні дані.
4. Пояснення та перевірка. Також основим є превірка розв’язку, щоб перевірити правильність. Вона дає змогу усвідомити суть задачі та поєднання геометричних фігур між собою.

Аналітичний метод був пов’заний з роботами Декарта та Ферма, які вирішили поєднати алгебру з геометрією. Це стало революційним кроком у розвитку математики, так як раніше використовувалися лише креснення.

Аналітичний метод має велике значення у геометрії. Передусім він сприяє систематизації знань, тому що розвязування рівннянь у координатній

площині допомагає студентам зрозуміти зв'язок між алгеброю і геометрією. Це формує уявлення про математичну задачу. Крім того, постійне розв'зування рівнянь розвиває у студентах точність, логічність, швидкість та краще обчислюють їх.

Ще одною перевагою є її універсальність. Аналітичний метод можна використовувати, не лише в математиці, а й фізиці, інженерії, комп'ютерних науках та інших галузях, де потрібно виконувати аналіз та розрахунки. Таким чином, аналітичний метод виступає важлимим інструментом у формуванні професійних навичок, для вивчення інших спеціальностей.

Переваги аналітичного методу:

- За допомогою аналітичного метода, можна розв'язувати задачі, які майже не можливо розв'язати за допомогою геометричних побудов.
- Забезпечує чітку послідовність дій, що допомагає правильність розв'язуванні завдань.
- Легко поєднується з програмними засобами та комп'ютерними програмами, що робить його зручним для сучасних досліджень.

Недоліки методу:

- Зменшення наочності: процес розв'язання іноді втрачає геометричний зміст, перетворюючись на алгебраїчні операції.
- Обчислювальна громіздкість у випадках багатьох змінних або складних рівнянь.

Приклад 1. Знаходження відстані від точки до прямої. Дано точку $M(x_0, y_0)$та пряму $Ax + By + C = 0$. Відстань між ними обчислюється за формулою:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Такий результат отримується через перетворення геометричної задачі в алгебраїчну.

Приклад 2. Знаходження точки перетину висот трикутника.

1. Задати координати вершин трикутника.
2. Знайти рівняння висот, використовуючи властивість перпендикулярності (добуток нахилів дорівнює -1 -1).
3. Розв’язати систему рівнянь для двох висот — їх перетин дасть координати ортоцентра.

Приклад 3. Задачі на геометричні місця точок. Наприклад, знайти рівняння множини точок, для яких сума відстаней до двох фіксованих точок дорівнює константі. Перехід до координат дозволяє отримати рівняння еліпса.

1.3. Особливості використання конструктивного підходу у розв’язанні геометричних задач

Конструктивний підхід у навчанні геометрії передбачає активне використання наочних побудов, схем та моделей для розв’язання задач. Він дозволяє студентам не лише отримати правильний результат, а й глибше зрозуміти властивості геометричних фігур, закономірності їх взаємодії та логіку геометричних побудов. Використання конструктивного підходу є важливим засобом формування практичних навичок та просторового мислення у студентів, що особливо актуально при вивченні курсу елементарної математики у закладах вищої освіти.

Наочність є основою конструктивного методу. Коли студент отримує задачу, її умови відразу можна відобразити у вигляді креслення, схеми або моделі. Це дає змогу студентам бачити геометричні об’єкти та їх взаємне розташування, простіше побачити зв’язки між елементами задачі, розвивається просторова уява, яке стане в пригоді при вивченні складних

геометричних задач. Для більш ефективнішого навчання використовують сучасні інтерактивні моделі та програми (GeoGebra).

Конструктивний метод відрізняється чіткою послідовністю дій. Спочатку потрібно аназувати умову задачі, виділити головні елементи, а потім лише виконувати побудову. Це тренує логічне мислення, уважніх до деталей і здатність побачити результат. Послідовність дій дозволить нам побачити закономірність, що виникнуть у процесі побудов і зробить навчання цікавішим.

Конструктивний метод стимулює студентів шукати власні способи для розв'язування задач, а не просто використовувати формули для розв'язання завдань. Це дозволить розвити творче мислення та навчить аналізувати та аргументувати розв'язання. Студент побачить результат своїє роботи, від чого в нього підвищеться мотивація.

Більш ефективнішим він стає у поєднанні з аналітичним методом. Під час розв'язання задач студент, може використовувати конструктивний метод для побудови фігури, а аналітичний для розв'язання цієї задачі. Це дає змогу студенту більш ефективніше та повне розуміння матеріалу. За допомогою цього можна усвідомити взаємозв'язок між побудовами та математичними формулами. Навчитися використовувати перевірку аналітичних міркувань та глибше засвоювати матеріал, адже найкраще запам'ятовувати матеріал на практиці.

Таким чином, конструктивний метод розв'язування геометричних задач є невід'ємною частиною навчання курсу елементарної математики. Він сприяє формуванню логічного та просторового мислення, розвитку практичних навичок, творчого підходу до розв'язання задач та інтеграції теоретичних знань із практичною діяльністю. Використання цього методу відповідає меті дослідження, оскільки забезпечує ефективне поєднання

аналітичного та конструктивного підходів у процесі навчання студентів закладів вищої освіти.

1.4. Порівняльна характеристика аналітичного та конструктивного методів та їх значення у навчанні геометрії

Ефективне навчання геометрії потребує не лише засвоєння теоретичних знань, а й розвитку логічного мислення, просторового уявлення та навичок самостійного пошуку рішень. У цьому контексті важливу роль відіграють різні методи розв’язування задач, серед яких аналітичний та конструктивний методи займають ключове місце. Аналітичний метод передбачає використання алгебраїчних підходів і координатного аналізу, а контруктивний метод – побудов фігур безпосередньо за умовою задачі [22]. Вивчення їхніх особливостей та порівняння дозволяє визначити найбільш ефективні способи організації навчального процесу.

Аналітичний метод передбачає послідовний логічний аналіз задачі, побудову математичних моделей та застосування загальновідомих теорем і властивостей для доведення результату. Основна його перевага полягає у формуванні системного мислення, здатності бачити зв’язки між різними елементами задачі та передбачати наслідки своїх дій. Він допомагає студентам розвивати абстрактне мислення, узагальнювати інформацію та робити висновки. Користуючись таким підходим вони навчаються отримати правильний результат, та зрозуміти чому саме таке рішення є правильним.

Конструктивний метод в свою чергу робить акцент на практичному застосуванні та наочності. Студенти самостійно пробують виконувати побудови геометричних фігур, пробуючи різні способи для розв’язку задачі, аналізують результати та роблять висновки. Цей підхід розвиває просторове мислення, навички візуалізації та креативності у пошуку відповіді. Особливо ефективним ві стає у завданнях, де важливо знайти не лише результат, а побачити взаємозв’язки між елеметнами фігур та зрозуміти їх.

Порівняння цих медотів показує, що ці методи дуже добре доповнюють один одного. Аналітичний підхід дає точність та логічну послідовність, конструктивний – наочність і практичність у використанні. Використання їх разом дозволить студентам розвити навчини логічного мислення, аналітичного підходу до задач, а також працювати творчо і самостійно.

У навчальному процесі це означає, що студенти не просто розв’язують задачи, а й глибше розуміють геометричні принципи, що знаходяться в їх основі. Поєднання аналітичного й конструктичного методів забезпечує всебічний розвиток мислення учнів [9]. Комплексне застосування аналітичного та конструктивного методів сприяє формуванню глибокого розуміння геометрії, підвищенню мотивації до навчання та розвитку самостійності. Це відповідає меті та завданням даного дослідження, оскільки дозволяє визначити ефективні стратегії викладання та оптимальні способи використання методів у навчальному процесі.

1.5 Огляд діючих підручників та навчально-методичної літератури з теми дослідження

У процесі дослідження проблеми використання аналітичного та конструктивного методів у навчанні геометрії у вищій школі було проаналізовано низку навчально-методичних праць, які визначають теоретичну, дидактичну та практичну основу сучасного математичного навчання.

Одним із ключових джерел є збірник «Нові технології навчання» (вип. 61, Інститут інноваційних технологій і змісту освіти МОН України, 2010). У ньому розглянуто сучасні підходи до модернізації освітнього процесу, зокрема впровадження інтерактивних і технологічних засобів навчання. Матеріали цього збірника використано при розробці експериментальної частини дослідження — зокрема для створення моделі уроку з

використанням аналітичного та конструктивного методів, що базується на принципах інноваційного навчання та активізації пізнавальної діяльності студентів.

Навчальний посібник Р.С. Черкасова та А.А. Столяра «Методика викладання математики» (К., 2001) є одним із фундаментальних джерел, на основі якого сформовано методичні підходи до побудови системи геометричних задач у дослідженні. Автори підкреслюють значення задачного підходу для розвитку логічного мислення студентів, а також роль методів аналізу й конструкції в навчанні геометрії. Ідеї цього посібника використано для побудови системи вправ у другому розділі дослідження, а також при розробці етапів педагогічного експерименту.

Важливе місце у роботі посідає праця В.М. Нагаєва «Методика викладання у вищій школі» (К., 2007), у якій розкрито питання дидактичного проєктування, структурування навчального процесу та методів активізації пізнавальної діяльності студентів. Цей посібник було використано для обґрунтування організаційно-методичних засад експерименту (розділ 3), зокрема при визначенні принципів добору навчального матеріалу, критеріїв оцінювання результативності та структурування занять.

Фундаментальні засади методики навчання математики ґрунтовно викладені у підручнику З.І. Слєпкань «Методика навчання математики» (К.: Зодіак ЕКО, 2006, 2010). Автор розкриває психолого-педагогічні основи формування математичних понять, систематизує методи навчання та окремо характеризує аналітичний і конструктивний методи як інструменти розвитку логічного мислення і просторових уявлень. Цей підручник став теоретичною базою для розроблення першого розділу роботи, зокрема для висвітлення сутності аналітичного й конструктивного методів, а також їхньої ролі у професійній підготовці майбутніх учителів математики.

Загальнодидактичні основи побудови навчального процесу, що забезпечують методологічну підтримку дослідження, містяться у підручнику В. Бондаря «Дидактика» (К.: Либідь, 2005). У ньому розкрито принципи навчання, методи організації пізнавальної діяльності та особливості педагогічної взаємодії викладача і студентів. Положення цього підручника використано для визначення загальних педагогічних умов реалізації аналітичного та конструктивного методів у навчальному процесі (розділ 2), зокрема для побудови моделі інтерактивного навчального заняття з геометрії.

Таким чином, проведений огляд засвідчує, що використані підручники та науково-методичні праці не лише забезпечили теоретичну основу дослідження, але й безпосередньо вплинули на розробку його методичного, експериментального та аналітичного аспектів. Зокрема:

1. Слєпкань З.І. — теоретична база методів навчання математики;
2. Черкасов Р.С. і Столяр А.А. — методичні засади побудови системи задач;
3. Нагаєв В.М. — структура і логіка педагогічного експерименту;
4. Бондар В. — дидактичні принципи і педагогічні умови;
5. «Нові технології навчання» — інноваційні підходи до впровадження методів у сучасній вищій школі. Отже, ці джерела стали невід’ємною складовою нашого дослідження, забезпечивши його комплексність, наукову обґрунтованість і практичну спрямованість.

Отже, проведений аналіз навчально-методичної літератури засвідчив, що проблема впровадження аналітичного та конструктивного методів у навчання геометрії у вищій школі має глибоке науково-методичне підґрунтя. Опрацьовані джерела дозволили не лише систематизувати теоретичні підходи до вивчення методів навчання, але й визначити ефективні шляхи їх практичного застосування в освітньому процесі. Наукові положення, викладені у працях З.І. Слєпкань, Р.С. Черкасова, В.М. Нагаєва, В. Бондаря та інших авторів, стали основою для побудови логічної структури нашого

дослідження, формування його експериментальної частини та визначення педагогічних умов ефективного навчання майбутніх учителів математики.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ АНАЛІТИЧНОГО ТА КОНСТРУКТИВНОГО МЕТОДІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ

2.1. Аналіз навчальних програм і вимог до підготовки студентів математичних спеціальностей

Сучасна математична освіта у закладах вищої освіти України та інших країн Європи спрямована на формування у студентів як фундаментальних теоретичних знань, так і практичних умінь застосовувати ці знання для розв’язування прикладних задач. У цьому контексті навчальні програми з геометрії, зокрема розділи, присвячені аналітичному та конструктивному методам розв’язування задач, мають забезпечити комплексний розвиток просторового мислення, логічних навичок і дослідницької компетентності майбутніх фахівців.

Вивчення типових програм з елементарної та аналітичної геометрії для бакалаврських спеціальностей математичного спрямування (зокрема «Математика», «Середня освіта (Математика)», «Прикладна математика») показує, що:

- Базові теми охоплюють властивості геометричних фігур, координатні методи, перетворення площини та простору, а також елементи стереометрії.
- В окремих програмах наголошується на поєднанні аналітичного підходу (координати, рівняння кривих, вектори) та конструктивного підходу (побудови, креслення, моделювання).
- Європейські освітні стандарти (наприклад, документи, узгоджені з рамкою ECTS та рекомендаціями ESU) також підкреслюють важливість використання обох методів для формування

компетентностей, необхідних у професійній діяльності — від наукових досліджень до викладання та прикладної інженерії.

Аналіз державних стандартів вищої освіти України для спеціальностей математичного циклу дозволяє виділити основні вимоги:

1. Фахові компетентності:
   - Здатність будувати математичні моделі та використовувати методи аналізу для їх розв’язання.
   - Вміння працювати з геометричними конфігураціями, виконувати побудови, проводити доведення та обґрунтовувати висновки.
   - Навички використання комп’ютерних програм для візуалізації та перевірки результатів.
2. Загальні компетентності:
   - Логічне та критичне мислення.
   - Творчий підхід до вирішення проблем та здатність генерувати альтернативні рішення.
   - Комунікаційні навички для пояснення результатів та навчання інших.
3. Методичні аспекти:
   - У програмах підготовки вчителів особлива увага приділяється методиці навчання геометрії у школі, зокрема ефективному поєднанню аналітичного й конструктивного методів у викладанні.
   - Для прикладних спеціальностей важливий акцент на застосуванні аналітичних методів у наукових дослідженнях та інженерних проєктах.

Виявлені проблеми та перспективи це:

- Недостатня інтеграція: у деяких навчальних планах аналітичні та конструктивні підходи розглядаються ізольовано, без акценту на їх взаємодоповнюваність.

- Обмежене використання цифрових ресурсів. Сьогодні сучасні програмні засоби, такі як GeoGebra чи Desmos, не завжди повністю інтегровані у навчальний процес, хоча вони мають великий потенціал для наочності та практичного закріплення знань.
- Необхідність оновлення методик, так як розвиток STEM-освіти не стоїть на місці. Потрібно впроваджувати компетентнісного підходу, що вимагають адаптації до теперішніх навчальних програм та створення новітніх завдань пов’язаних з ними. І ці завдання повинні стимулювати студентів розвивати творче мислення та пов’язувати їх з іншими предметами.

Таким чином, аналіз навчальних програм свідчить про необхідність системного поєднання аналітичного та конструктивного методів у навчанні геометрії, що відповідає сучасним освітнім вимогам та сприяє підготовці висококваліфікованих фахівців. У подальших підпунктах цього розділу будуть розглянуті методичні принципи, приклади навчальних завдань і практичні рекомендації, що дозволяють реалізувати ці вимоги на практиці.

2.2. Методичні принципи поєднання аналітичного та конструктивного підходів

Поєднання аналітичного та конструктивного методів розв’язування геометричних задач є ключовим для формування глибоких і стійких знань студентів. Аналітичний метод дозволяє описувати геометричні фігури у вигляді рівнянь та координат (наприклад, рівняння кола). Конструктивний забезпечує в свою чергу наочністю і дозволяє нам побачити даний малюнок, його будову та можливі варіанти його розв’язання. Одночасне їхнє застосування допоможе перевірити співвідношення побудованого малюнка (наприклад накресленого на координатній площинні) та формулу за допомогою якої ми його будували.

Одним ключовим моментом поєднання цих двох методів є теорія та практика. Конструктивний дає змогу побудувати геометричну фігуру за допомогою лінійки чи циркуля, а аналітичний передбачає побудову координатної площини, задопомогою якої можна знайти їхні занчення. Наприклад, сторони $a = 5, b = 6, c = 7$, зручно розташувати одну зі сторін на осі абсцис, а потім за допомогою формули відстані:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

знайти координати третьої вершини, використовуючи умови для сторін трикутника. Таким чином студенти закріплюють свої знання і перевіряють правильність побудови.

Також одним із головних моменті є поетапність. Спочатку потрібно почати з легких завдань на побудову (середня лінія трикутника) і поступово переходити до важчих (кут між прямими). На кожному етапі аналітичні методи поєднуються з кресленнями, завдяки чому студенти поступово навчаються поєднувати обидва підходи у вирішенні геометричних задач.

Наочність відіграє провідну роль: креслення, просторові моделі та інтерактивні програми (наприклад, GeoGebra) дають змогу побачити наслідки аналітичних обчислень. Якщо студент отримав рівняння кола $x^2 + y^2 = 25$, побудова цього кола на координатній площині дозволяє перевірити взаємне розташування точок і відрізків, що входять у задачу.

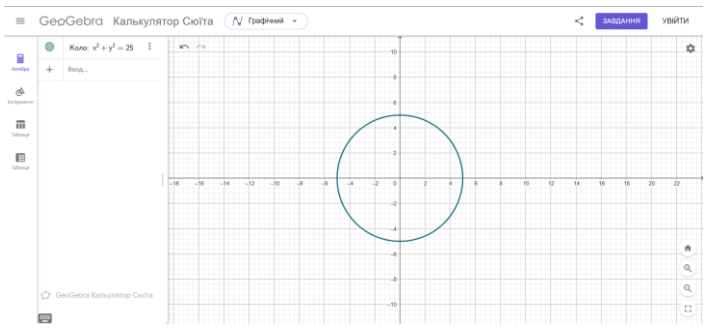


Рис. 2.2 Рівняння кола в GeoGebra

Методичне поєднання також має включати дослідницький елемент. Корисно пропонувати завдання, у яких спочатку робиться побудова, а потім студент має підтвердити правильність рішення аналітично. Наприклад, після побудови медіан трикутника можна довести, що вони перетинаються в одній точці, використовуючи координатний метод і властивості векторів.

Важливу роль відіграють зв’язки між предметами. Наприклад аналітичний метод більше підходить для таких наук, як: фізика, інженерія, архітектура. А конструктивний більш важливий для комп’ютерного моделювання та графіки.

Сучасні технології значно підсилюють ефективність даних підходів. Деякі програми автоматично будують фігури, лише потрібно задати формулу, що значно полегшує студентам роботу. За допомогою них можна перевіряти власні рішення з різних завдань, змінювати умові задачі та дивитися на результат який отримується.

Таким чином, методичні принципи поєднання аналітичного та конструктивного підходів ґрунтуються на інтеграції теорії та практики, поступовому введенні складніших завдань, активній наочності, дослідницькому підході та використанні сучасних технологій. Їхнє систематичне впровадження забезпечує глибше розуміння геометрії та підвищує якість підготовки студентів.

2.3. Розроблення системи навчальних завдань та вправ

Створення ефективної системи вправ є основою для формування навичок застосування як аналітичного, так і конструктивного методів розв’язування геометричних задач. Вправи повинні забезпечувати поступовий перехід від простих побудов до складніших дослідницьких завдань, а також стимулювати мислення та розвиток просторової уяви.

1. Принцип добору завдань. Під час укладання вправ варто дотримуватись таких вимог:

- Від простого до складного: починати з базових побудов і поступово переходити до аналітично насичених задач.
- Поєднання методів: у більшості завдань передбачати етап побудови та подальшого аналітичного підтвердження.
- Практична спрямованість: включати приклади, які мають прикладне значення (архітектура, інженерія, фізика).

Таблиця 2.3 – Рівневі задачі

Рівень	Приклад завдання	Примітка
Початковий	Побудувати кут у $45°$ без транспортира, використовуючи лише циркуль і лінійку. Далі описати побудову аналітично у координатній системі.	Формує навички точності побудови та переводить на мову координат.
Середній	У координатній площині дано точки $A(0,0)$ і $B(6,0)$. Побудувати всі точки $M(x,y)$, для яких $MA = MB = 5$. Знайти аналітичний опис множини таких точок.	Поєднує геометричне місце точок і рівняння кола.
Підвищений	Побудувати трикутник ABC за сторонами $a = 7, b = 8, c = 9$. У системі координат розмістити його вершини та довести аналітично, що медіани трикутника перетинаються в одній точці.	Стимулює застосування і конструктивного, і координатного підходів.

Дослідницький	Для прямокутного трикутника з катетами a та b довести, що точка перетину медіан збігається зі серединою гіпотенузи, використовуючи побудову та рівняння прямих.	Розвиває критичне мислення та вміння робити узагальнення.

3. Схема підбору завдань за етапами навчання:

1. Початковий етап – вправи на побудови (бісектрис, перпендикулярів, середніх ліній).
2. Аналітичне узагальнення – перехід до координатного опису простих побудов (кола, паралелограми, відстані між точками).
3. Комбіновані задачі – одночасне використання обох методів, наприклад: побудувати точку перетину висот трикутника і довести її властивості через систему рівнянь прямих.
4. Творчі та прикладні завдання – дослідження складних об’єктів (геометричні місця точок у фізичних моделях, оптимізаційні задачі у проєктуванні).

Приклад побудови та аналітичного доведення.

Задача: Побудувати відрізок, що ділить кут у точці A на дві рівні частини, і довести аналітично його властивість.

Рішення:

1. Конструктивно: із точки A побудувати дугу, яка перетинає сторони кута у точках B і C . З однаковим радіусом провести дуги з центрів B та C, їх перетин D з’єднати з A. Відрізок AD — бісектриса.
2. Аналітично: якщо сторони кута описати рівняннями прямих $y = m_1 x$ і $y = m_2 x$, то напрямний вектор бісектриси задовольняє умову

$$\frac{|m - m_1|}{\sqrt{1 + m_1^2}} = \frac{|m - m_2|}{\sqrt{1 + m_2^2}}$$

що підтверджує властивість побудованої бісектриси.

Сучасні програми (GeoGebra, Desmos) дозволяють швидко перевіряти побудови та виконувати аналітичні обчислення. Наприклад, після побудови кола через три точки студент може змінювати координати точок і спостерігати, як це впливає на рівняння кола. Це розвиває інтуїцію та допомагає зрозуміти зв’язок між алгебраїчними та геометричними властивостями.

Система вправ, що базується на поступовому ускладненні, поєднанні методів та практичній спрямованості, забезпечує формування у студентів як технічних навичок побудови, так і аналітичного мислення. Вона готує їх до застосування геометричних знань у реальних професійних та наукових завданнях.

2.4. Інтеграція аналітичного та конструктивного підходів у навчальному процесі

Ефективне навчання геометрії вимагає гармонійного поєднання двох підходів: аналітичного, який спирається на алгебраїчні та координатні методи, та конструктивного, що розвиває просторову уяву й навички побудови. Їх інтеграція дозволяє студентам глибше зрозуміти взаємозв’язок між абстрактними формулами та візуальними образами.

Інтеграція двох методів дає змогу поєднати точність розрахунків та побудови. Такий підхід допомагає створити загальне уявлення про геометрію. Студенти в свою чергу виконують не просто обчислення, але й бачать в них отриманні результати, які потім випливають у кресленнях та побудовах. Це допомагає точно побудувати малюнок та отримати правильну відповідь. Давайте на прикладі цього розглянемо декілька завдань:

1. Перше завдання.

Потрібно побудувати коло, яке проходить через точки $A(1,2), B(4,6)$ і $C(5,-1)$.

Після побудови даних точок на координатній площині. Зробити рівняння, та розв'язати таку систему:

$$\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2=r^2\\(x-4)^2+(y-6)^2=r^2.\\(x-5)^2+(y+1)^2=r^2\end{cases}$$

Це завдання змушує студента побудувати малюнок для уявлення кола та зробити систему рівннянь щоб дізнатися точні координати.

2. Друге завдання.

Побудувати трикутник ABC за сторонами. Провести в ньому всі медіани та знайти точку їх нього перетину.

Далі розташувати трикутник на координатній площині та знайти координати перетину медіан, за допомогою середнього значення.

$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3},\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right).$$

Основними методами інтеграції у навчанні є:

- Спочатку потрібно подувати малюнок, а лише потім закріпити його аналітичним доведенням формули.
- Дискусії та порівняння підходів: студентам пропонують розв'язати задачу обома методами, а потім обговорити переваги кожного з них.
- Проекти за допомогою яких студенти можуть досліджувати різні моменти у завданнях, такі як розташування об'єкту на деякій площині.

Інтерактивні програми дуже допомають легко перейти від побудови до формульного запису. Наприклад студент може використовувати вершини

трикутника і рухати їх, для того щоб бачити як зміюються їхні кординати, відчого буде змінюватися відстань між точками. Так можна побачити межу між точнимим обчисленнями та візуалізацією.

Також ці програми допомають розвинути гнучкість мислення, та можна легко перейти на різні способи розв'язання задач. За допомогою цих програм ми бачимо, зв'язки між теорією і практикою. Та крім того, є допомогою у дослідницьких роботах, та для вирішення різних проблем у фізиці, інженерії, архітектурі.

Поєднання цих методів, дозволяє підвищити ефективність на уроках геометрії, так як задачі стають легшими для розв'язування задач. Такий підхід не лише формує професійні компетентності студентів математичних спеціальностей, а й розвиває навички критичного мислення, вміння перевіряти власні результати та усвідомлено обирати оптимальний шлях розв'язання задач.

2.5 Використання інформаційних технологій у розв'язуванні геометричних задач

У сучасній освіті інформаційні технології відіграють ключову роль у процесі навчання математики. Особливо важливе їх використання під час вивчення геометрії, так як студентам важко будувати важкі побудови, так як повинне бути дуже розвинене просторове мислення.

Однією з головних переваг цифрових інструментів є можливість інтерактивної взаємодії з ними. Програми, такі як GeoGebra, Cabri 3D чи Sketchpad, дозволяють створювати динамічні моделі геометричних фігур, змінювати їх параметри та одразу спостерігати, як це впливає на результат побудови, та його властивості. Наприклад, під час вивчення трикутників студент може сам змінювати довжину сторін, або значення кута. Такий підхід

робить навчання більш захопливим і допомагає краще зрозуміти зв’язки між різнимими елементами геометричної фігури.

Не менш важливою складовою сучасного навчання є онлайн-платформи, як-от Khan Academy, МійКлас. Вони допомагають навчатися самостійно та автоматично перевіряти відповідповіді до різних завдань. Завдяки цьому навчання стає індивідуальним, де кожен може працювати у своєму темпа та виконувати завдання для свого рівня підготовки.

Суттєву роль у вивченні геометрії відіграють і комп’ютерні програми з математики, такі як Maple чи Mathematica. Вони допомагають виконувати складні обчислення, аналізувати розв’язок та перевіряти відповідь. Так, під час обчислення площі трикутника за формулою

$$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

де a і b — сторони трикутника, а γ — кут між ними, можна відразу мнювати параметри формули та побачити як це впливає на результат. Це допомагає порівнювати різні способи для розв’язування задач.

Окремої уваги заслуговує використання 3D-моделювання. У стереометрії студенти часто стикаються з труднощами, адже уявити тривимірну фігуру лише за рисунком на площині буває непросто. Інтерактивні моделі допомагають побачити малюнок в живу можна подивитися на нього з різних сторін, зрозуміти його форму, пропорції та взаємне розташування елементів. Це робить процес навчання більш захопленим і дозволяє краще розібратися у тривимірному просторі.

Дайте наведемо приклад з уроку з використанням GeoGebra. Учитель пояснює теоретичний матеріал про висоти трикутника та точку їх перетину (ортцентр). Учні у зошитах виконують аналітичний розв’язок задачі: довести, що висоти трикутника перетинаються в одній точці. За допомогою програми GeoGebra учні будують трикутник довільного вигляду, проводять його

висоти й переконуються в правильності теореми. Далі учням пропонується змінювати форму трикутника (різносторонній, рівнобедрений, тупокутний) і спостерігати, як змінюється положення ортцентра. На завершення учні роблять висновок про універсальність твердження та значення динамічної моделі для глибшого розуміння геометричних властивостей.

Таким чином, у процесі уроку поєднується аналітичний підхід (доведення на папері) з конструктивним і візуальним (робота з динамічною фігурою), яке в свою чергу підвищує ефективність навчання.

Інформаційні технології в навчанні геометрії виступають не просто допоміжним інструментом, а невід’ємним елементом сучасного освітнього середовища. Вони дозволяють розширювати межі навчання, підвищують пізнавальну активність, сприяють розвитку критичного й просторового мислення, а також формують навички роботи з цифровими ресурсами, що є важливим у контексті розвитку цифрової грамотності школярів.

РОЗДІЛ 3. ПЕДАГОГІЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ З ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ АНАЛІТИЧНОГО ТА КОНСТРУКТИВНОГО МЕТОДІВ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

3.1 Організація та етапи педагогічного експерименту у навчанні геометрії у вищих навчальних закладах

Педагогічний експеримент проводився на базі факультету математики та інформатики Житомирського державного університету імені Івана Франка. Для дослідження було залучено студентів першого курсу, які навчаються за спеціальністю «Математика» та «Середня освіта (математика)». Дослідження відбувалося упродовж одного навчального семестру в рамках курсу «Елементарна математика». Саме на цьому етапі формується базове уявлення про методи розв’язування геометричних задач, тому студенти є найбільш придатними для перевірки ефективності інтеграції аналітичного та конструктивного підходів.

У дослідженні взяли участь дві академічні групи студентів:

- Експериментальна група (ЕГ) – вона складалась із 10 студентів 1 курсу спеціальності «Середня освіта (математика)». Навчання проводилося із систематичним поєднанням аналітичного та конструктивного методів;
- Контрольна група (КГ) – складалась із 10 студентів 1 курсу спеціальності «Математика». Навчання здійснювалося за традиційною програмою, де методи застосовувались розрізнено.

Заняття відбувалися у кабінеті геометрії та методики її навчання, обладнаному інтерактивною дошкою, комп’ютерами із програмним забезпеченням для побудови геометричних об’єктів (GeoGebra, Compass and Ruler, Autograph), а також традиційними креслярськими інструментами (лінійки, циркулі, транспортири).

Педагогічний експеримент ми поділили на такі етапи:

1. Констатувальний етап
   - проведено вхідне тестування для визначення рівня знань студентів з курсу елементарної геометрії;
   - досліджено їх уміння застосовувати аналітичний та конструктивний методи окремо;
   - виявлено типові труднощі (недостатня просторово-візуальна уява, алгебраїчна громіздкість розрахунків, слабка інтеграція методів).
2. Формувальний етап
   - упроваджено експериментальну методику, яка передбачала поєднання аналітичних та конструктивних підходів у розв’язуванні задач;
   - заняття будувалися за схемою: аналіз умови → побудова креслення → формалізація в аналітичній формі → розв’язання → перевірка наочними методами;
   - використовувалися групові завдання, індивідуальні міні-проєкти та застосування ПЗ для моделювання задач.
3. Контрольний етап
   - проведено підсумкове тестування (ідентичне за рівнем складності з вхідним), яке включало як аналітичні, так і конструктивні задачі;
   - порівняно результати експериментальної та контрольної груп;
   - здійснено якісний аналіз: наскільки студенти здатні самостійно обирати методи розв’язування, комбінувати їх і пояснювати рішення.

Очікувані результати: це підвищення рівня володіння геометричними методами у студентів експериментальної групи, розвиток просторової уяви та здатності до аналітичного мислення та зростання інтересу до навчання геометрії та формування стійких умінь комбінованого застосування методів.

3.2 Перебіг педагогічного експерименту у навчанні геометрії у вищих навчальних закладах

Після визначення структури та етапів експерименту він був реалізований у двох академічних групах студентів спеціальності «Математика». Контрольна група (КГ) навчалася за традиційною методикою викладання геометрії, тоді як експериментальна група (ЕГ) працювала за новою інтегрованою методикою, що поєднувала аналітичний та конструктивний підходи.

На початку було проведено вхідне тестування, яке включало: завдання на базові знання означень та теорем, задачі на побудову (наприклад: «побудувати трикутник за трьома сторонами») та елементи аналітичних обчислень (знайти рівняння кола, що проходить через три дані точки).

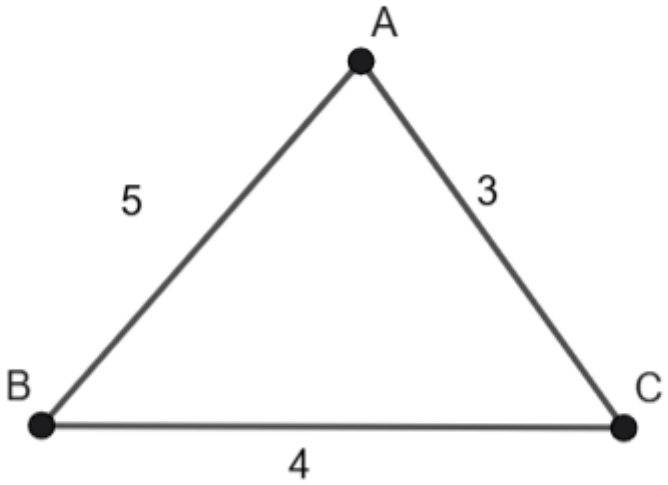


Рис. 3.2.1 Трикутник за тьома сторонами

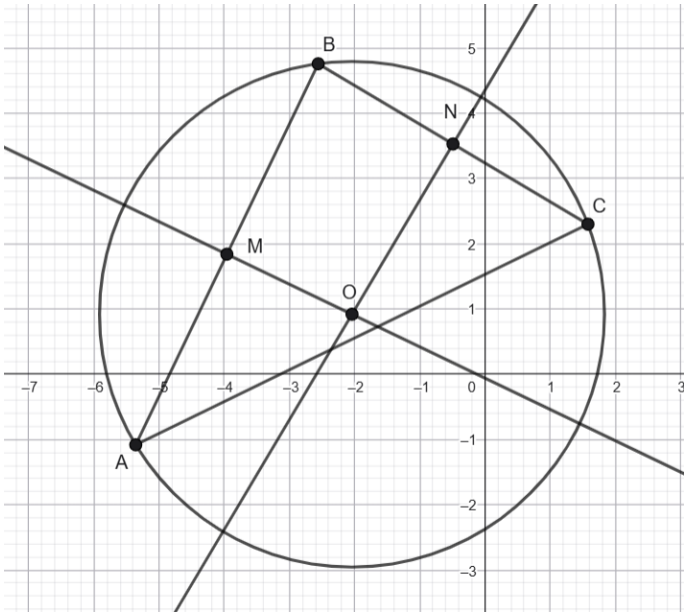


Рис. 3.2.2 Конструктивна побудова кола через три точки

Результати показали приблизно однаковий рівень підготовки студентів обох груп, що підтвердило коректність умов для експерименту.

Протягом навчального семестру студенти ЕГ відвідували заняття, де кожна тема розкривалася через поєднання методів:

- Конструктивний підхід застосовувався під час роботи з кресленнями та геометричними програмами (GeoGebra, Desmos).
- Аналітичний підхід використовувався для перевірки правильності побудов та розв’язування завдань у координатній формі.

Тема заняття: «Правильні многокутники та їхні властивості».

Хід уроку: студенти будують правильний шестикутник у GeoGebra, потім знаходять його координати у декартовій системі, обчислюють довжини сторін та діагоналей і перевіряють рівність.

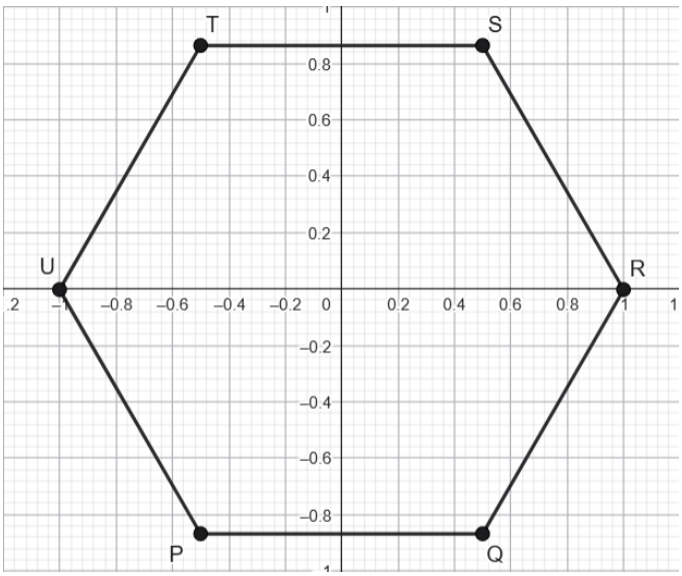


Рис. 3.2.3 Правильний шестикутник

У контрольній групі заняття проводилися у традиційній формі: пояснення, розбір кількох задач, виконання завдань у зошиті.

Наприкінці семестру відбулося повторне тестування. Воно було аналогічне за структурою до вхідного, проте включало й більш складні завдання, де необхідно було комбінувати методи.

Наприклад: «Знайти координати вершин трикутника, якщо відомо, що він рівносторонній і вписаний у коло з центром у початку координат».

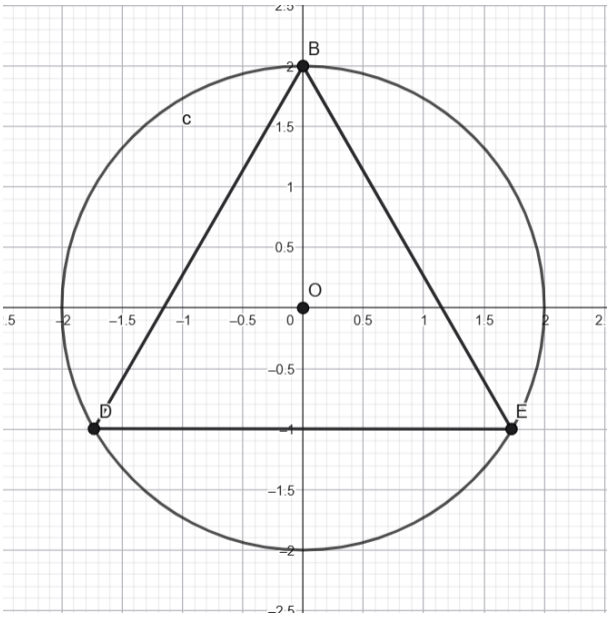


Рис. 3.2.4 Рівносторонній трикутник вписаний у коло

Порівняння результатів дало можливість перейти до аналізу ефективності методики, що буде розглянуто у наступному підпункті.

3.3 Аналіз результатів педагогічного експерименту у навчанні геометрії у вищих навчальних закладах

Метою аналізу результатів було визначити, наскільки застосування аналітичного та конструктивного методів у навчальному процесі вплинуло на якість засвоєння матеріалу студентами.

Результати вхідного тестування показали приблизно однаковий рівень підготовки обох груп: середній бал у контрольній групі (КГ) становив 55 %, в експериментальній (ЕГ) — 57 %. Це підтвердило коректність подальшого порівняння.

Після завершення формувального етапу середній результат зріс: КГ — до 61 %; ЕГ — до 81 %. Особливо помітними були відмінності у завданнях, які вимагали поєднання методів: у КГ правильність розв’язання становила 42 %, тоді як у ЕГ — 75 %.

Таблиця 3.3 – Результати експерименту

Вид завдання	КГ (вхідне)	ЕГ (вхідне)	КГ(вихідне)	ЕГ (вихідне)
Теоретичні питання	60%	62%	70%	85%
Задачі на побудову	55%	58%	63%	80%
Аналітичні задачі	57%	59%	67%	83%
Комбіновані задачі	48%	50%	42%	75%
Середній результат	55%	57%	61%	81%

Під час спостережень за навчальним процесом було виявлено, що: студенти експериментальної групи активніше включалися в обговорення та виявляли більше варіантів розв’язання задач. Використання комп’ютерних

програм для побудови геометричних об’єктів підвищувало зацікавленість та мотивацію. Поєднання алгебраїчного та візуального підходів дало змогу швидше усувати помилки та підтверджувати правильність розв’язків.

Результат нашого експеременту свідчить про те що використання аналітичного та конструктивного методів сприяють значному підвищенню рівня розвязання задач. Допомагають студентам застосовувати різні підходи для розв’язку завдань. А також розвивають логіку та просторове уявлення та мислення.

3.4 Висновки до педагогічного експерименту

За допомогою педагогічного експерименту ми побачили та оцінили на скільки ефективним застосування методів. За допомогою отриманих даних ми побачили, що поєднання їх дуже помітно підвищує якість засвоєного матеріалу та самостійніть при розв’язуванні задач.

По-перше, студенти експерементальної групи (у яких використовувались обидва методи) показали набагато вищій рівень знань ніж з контрольною групою (які навчалися традиційним способом). За допомогою цього ми бачимо, як взаємозв’язок цих методів допомагає краще зрозуміти розв’язок задач.

По-друге, студенти ЕГ показували вищий рівень мотивації до навчання. Вони брали більш активнішу участь у розв’язанні не звичайних задач, та швидше орієнтувалися у розв’язанні їх. Вони показували кращий результат у творчих завданнях. Це доводить, що запропонований підхід, дозволить не лише підвищи рівень знань у студентів, а й сформулює інтерес до геометрії.

По-третє, у ході аналізу результатів виявилося, що найбільш помітнішим прогресом було досягнуто саме у тих студентів, які мали середній рівень знань, на початку. Використання аналітичних і конструктивних методів допомогло їм краще структурувати свої знання,

подолати труднощі у виборі правильного шляху розв’язування задач та поступово піднятися на вищий рівень успішності.

Таким чином, результати експерименту підтверджують доцільність упровадження аналітичного та конструктивного методів у навчальний процес з геометрії у вищих навчальних закладах. Це дозволяє не лише підвищити якість математичної підготовки студентів, а й сформувати у них навички гнучкого мислення, здатність аналізувати, моделювати та самостійно конструювати рішення.

ВИСНОВОК

У роботі проведено комплексне дослідження методики використання аналітичного та конструктивного підходів до розв’язування геометричних задач у курсі елементарної математики в закладах вищої освіти. Аналіз теоретичних джерел та сучасних навчальних програм показав, що поєднання обох методів є надзвичайно важливим для розвитку у студентів не лише логічного та аналітичного мислення, а й просторового уявлення.

Аналітичний метод допомагає розв’язувати геометричні задачі за допомогою рівнянь та формул, що допоможе забезпечити точність та правильність розв’язання. Конструктивний метод, навпаки, орієнтований на наочність і практичність, сприяє розвитку творчого підходу та просторового мислення, а також формує самостійність студентів. Порівняльний аналіз показав, що найбільш ефективне навчання геометрії досягається через інтеграцію цих підходів: аналітичний метод забезпечує логічність і точність, а конструктивний – наочність і практичне закріплення знань.

За допомогою інтерактивних програм можна поєднувати аналітичні розрахунки та побудови. Використання цих засобів (наприклад GeoGebra) допомає виконувати дослідницькі роботи, та полегшує розв’язання складних задач. Такий підхід сприяє активізації пізнавальної діяльності студентів, розвитку їх творчого мислення та підвищенню мотивації до навчання.

Педагогічний експеримент, який був проведений у третьому розділі, підтвердив про ефективність методики. Результати експерименту засвідчили, що студенти, які навчалися з використанням інтегрованого підходу, демонстрували вищий рівень розуміння геометричних понять, точність розв’язання задач, а також краще формовані навички просторового мислення та аналітичного підходу до вирішення проблем порівняно з контрольною групою, де застосовувався традиційний метод навчання.

Отже, використання аналітичного та конструктивного методів у навчанні геометрії у вищій школі є ефективним інструментом формування комплексних математичних компетентностей студентів. Їхнє поєднання забезпечує глибоке розуміння матеріалу, розвиток логіко-математичного та просторового мислення, підготовку студентів до практичного застосування знань у професійній діяльності та наукових дослідженнях.

Як результат, запропонована методика може бути рекомендована до впровадження у навчальні курси елементарної та аналітичної геометрії у закладах вищої освіти. Поєднання аналітичного та конструктивного методів сприяє підвищенню якості засвоєння навчального матеріалу [18].

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Елементарна геометрія : В 2 т. — Т. 1: Планіметрія, перетворення площини. — М.: МЦНМО, 2004. — 312 с.: іл.
2. Елементарна геометрія: 2 т. - Т. 2: Стереометрія, перетворення простору. – М.: МЦНМО, 2006. – 256 с.: Іл.
3. Антоненко М.І. Розв’язування геометричних задач: Книжка для вчителя / М.І. Антоненко . – К.: − Рад.шк., 1991.
4. Боравльов А.П. Аналіз у розв’язуванні задач на побудову: Посібник для студентів математичних спеціальностей / А.П. Боравльов, І.Г.Ленчук. – К.: Вища школа, 2002. – 192 с
5. Полонський В.Б. Вчимося розв’язувати задачі з геометрії / В.Б. Полянський, Ю.М. Рабинович, М.С. Якір. – Тернопіль: Підручники й посібники, 2009.
6. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник для студентів математичних спеціальностей педагогічних навчальних закладів / З.І.Слєпкань. – К.: Зодіак ЕКО, 2006, 2010.
7. Нагаєв В. М. Методика викладання у вищій школі. Навчальний посібник. - К.: ЧП, 2007.
8. Методика викладання математики: Практикум / За ред.. Г.П. Бевза. – К.: ВШ, 1981.
9. Черкасов Р.С., Столяр А.А. Методика викладання математики. – К., 2001.
10. Бондар В. Дидактика: підручник для студентів вищих навчальних закладів.- К.: Либідь, 2005.
11. Нові технології навчання: наук.-метод. зб. - вип. 61 / Інститут інноваційних технологій і змісту освіти МОН України. – К., 2010.
12. Щербань П. М. Прикладна педагогіка.- К.: Вища школа, 2002.

13. Ярощук Л.Г. Основи педагогічних вимірювань та моніторингу якості освіти: Навчальний посібник. – Луцьк, 2010.
14. Курлянд З.Н. Педагогіка вищої школи.- К.: Знання, 2009.
15. Вища математика: Основні означення, приклади і задачі. За ред. Кулініча Г.Л. – К.: Либідь, 1992.
16. Вірченко Н.О. Нариси з методики викладання вищої математики. – К., 2006
17. Бевз, Г. П., Бевз, В. Г. Геометрія. Підручник для вищих навчальних закладів. Київ: Либідь, 2017.
18. Ващенко Григорій, Загальні методи навчання: Підручник для педагогів. – 1-е вид.– К.: Українська Видавнича спілка, 1997.
19. Бондар В. Дидактика: підручник для студентів вищих навчальних закладів.- К.: Либідь, 2005.
20. Мельник, С. Використання конструктивного підходу у навчанні математики. Львів: Світ, 2018.
21. Власенко, С. Технології розвитку математичного мислення. Київ: Освіта, 2018.
22. Поліщук, С. Аналітичне та конструктивне мислення у математичній освіті. Київ: Освіта, 2019.
23. Мороз І. В. Педагогічні умови формування математичної компетентності учнів. — К.: Логос, 2020.
24. Кравчук В. Р., Працьовитий М. В. Методика навчання математики у школі. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2019.
25. Пономарьова Г. Ф. Методика навчання математики: навч. посіб. — К.: Освіта, 2018.
26. Гончаренко С.У. Педагогічні основи навчання математики у школі. — К.: Освіта, 2010.
27. Козак Л.В. Методика навчання геометрії: теорія і практика. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2016.

28. Дяченко І.І. Психологія навчання математики: розвиток просторового мислення школярів. — Харків: Основа, 2014.
29. Тарасенкова Н.А. Методика навчання математики у загальноосвітній школі. — Черкаси: ЧНУ, 2018.
30. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б. Методика розв’язування задач у шкільному курсі геометрії. — К.: Освіта, 2015.
31. Мірошниченко В.М. Інноваційні підходи до формування математичних компетентностей учнів. — Суми: Університетська книга, 2019.
32. Кравець В.П. Педагогічні технології у сучасній школі. — К.: Либідь, 2016.
33. Гільберт Д., Курант Р. Основи геометрії. — М.: Наука, 1981.
34. Хижняк Л.М. Проблеми викладання геометрії у школі: сучасні тенденції. — К.: Педагогічна думка, 2012.
35. Прудніков В.І. Геометричні задачі в контексті компетентнісного навчання. — К.: Освіта, 2017.
36. Козловська Г.І. Розвиток пізнавальної активності учнів у процесі навчання математики. — К.: Либідь, 2009.
37. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Методика навчання геометрії в основній школі. — К.: Освіта, 2020.
38. Якиманська І.С. Особистісно орієнтоване навчання: теорія і практика. — М.: Педагогіка, 1996.
39. Піаже Ж. Психологія інтелекту. — К.: Основи, 2002.
40. Блонський П.П. Психологія мислення та навчання. — К.: Радянська школа, 1980.
41. Лернер І.Я. Дидактичні основи методів навчання. — М.: Педагогіка, 1981.
42. Скиннер Б.Ф. Технологія навчання. — М.: Педагогіка, 1989.
43. Виготський Л.С. Мислення і мова. — К.: Радянська школа, 1982.

44. Поля Г. Як розв’язувати задачу: Практичний посібник з евристики. — К.: Либідь, 1995.
45. Ушинський К.Д. Людина як предмет виховання. — К.: Освіта, 1983.