

ОЗНАЙОМЛЕННЯ УЧНІВ ЗАКЛАДІВ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ З ГІПОТЕЗАМИ ГОЛЬДБАХА

У цій статті ми розглядаємо актуальність вивчення гіпотез Гольдбаха здобувачами освіти та приклади вправ для тренування і розуміння як самих гіпотез, так і простих чисел в цілому.

Ключові слова: гіпотеза Гольдбаха, здобувачі освіти, прості числа.

In this article, we consider the relevance of studying Goldbach's hypothesis by students and examples of exercises for training and understanding both the hypothesis itself and prime numbers in general.

Key words: Goldbach's hypothesis, students of education, prime numbers.

Зазвичай у шкільній програмі не проходять такі складні теми як «гіпотези Гольдбаха». Шкільна програма концентрується на більш простих темах пов'язаних із простими числами й їх властивостях. Проте для старшокласників ця тема може бути актуальною, оскільки вона стосується однієї з найбільш відомих проблем остаточно вирішених у ХХІ столітті.

Ця проблема показує, що в математиці, як і в інших науках, є місце для нових ідей та досліджень. Вона знайомить здобувачів освіти з методами роботи професійних математиків. Знання про стан проблеми й останні досягнення в цій області можуть надихнути старшокласників на вибір математики у якості майбутньої професії. Здобувачі освіти навчаються не здаватись, коли стикаються із труднощами, а шукати нові не стандартні методи та підходи. Отже, дослідження цієї гіпотези буде корисним для здобувачів освіти.

Крістіан Гольдбах у свій час сформував дві гіпотези, які у майбутньому отримали назвали «тернарна і бінарна проблеми Гольдбаха». «Довільне парне число більше двох можна подати у вигляді суми двох простих чисел» [3] — таке формулювання бінарної гіпотези. Приклад: $4 = 2 + 2$, $6 = 3 + 3$, $8 = 3 + 5$. Очевидно, що із справедливості бінарної гіпотези випливає тернарна: «Довільне непарне число не менше семи можна записати у вигляді суми трьох простих чисел» [3], — але не навпаки. Зокрема: $7 = 2 + 2 + 3$, $9 = 3 + 3 + 3$, $11 = 2 + 2 + 7$.

У липні 2008 року бінарну гіпотезу було доведено для чисел, що не перевищують $1,2 \cdot 10^{18}$. Одна з перешкод в доказі гіпотези Гольдбаха криється в тому, що вона поєднує два різні параметри. Прості числа визначаються множенням, а сама передумова обертається навколо додавання. Тому дуже важко пов'язати бажаний результат з якоюсь властивістю простих чисел.

Тернарна гіпотеза була остаточно розв'язана у 2013-му році Гаральдом Гельфготтом, що знизив кордон n до 10^{29} , а інші числа перевірили на супер-комп'ютері [1]. Це один із класичних прикладів доведення чисто математичного твердження з використанням сучасної комп'ютерної техніки.

При вивченні даної теми у школі на початку бажано підготувати підказку у вигляді таблиці простих чисел, щоб здобувачам освіти було легше орієнтуватись. У подальшому її можна буде прибрати або залишити на весь термін вивчення даної теми.

Здобувачам освіти можна запропонувати розглянути для початку прості приклади: $15 = 3 + 5 + 7$, $21 = 3 + 7 + 11$, $35 = 7 + 11 + 17$ тощо — що пов'язані з тернарною гіпотезою. І які пов'язані з бінарною $8 = 3 + 5$, $16 = 3 + 13$, $22 = 3 + 19$ тощо.

Наступне завдання, щоб вони самі обрали число та запропонували розкласти його один одному і знайшли максимальну кількість можливих розкладів. Приклад розклад за тернарною гіпотезою: $35 = 3 + 3 + 29 = 3 + 13 + 19 = 5 + 7 + 23 = 5 + 11 + 19 = 5 + 13 + 17 = 7 + 11 + 17 = 11 + 11 + 13$. Розклад за бінарною: $30 = 7 + 23 = 11 + 19 = 13 + 17$.

Ці вправи допоможуть зрозуміти джерело гіпотези та попрактикуватись у роботі із простими числами.

Також є більш складніші завдання. Наприклад, додати обмеження до умов: представити число 77 у вигляді суми трьох простих чисел, що менші за 50 (одна з можливих відповідей: $13 + 17 + 47$).

Або знайти усі непарні числа менше 100, які можна подати у вигляді суми простого числа та пари простих чисел-близнюків (прості числа, що відрізняються на 2). Наприклад: $11 = 3 + (3 + 5)$, $13 = 5 + (3 + 5)$, $15 = 7 + (3 + 5)$. Або знайти парне число, що є сумою двох простих чисел-близнюків: $8 = 3 + 5$, $24 = 11 + 13$, $84 = 41 + 43$.

Наступне просте завдання: навести приклади непарних чисел, що можна представити у вигляді суми двох простих чисел: $19 = 2 + 17$, $73 = 2 + 71$. Більш складним завданням є доведення наступного твердження: якщо непарне число допускає розклад у суму двох простих чисел, то одне з них дорівнює двом.

Приклади завдань, що ми розібрали у статті демонструють, що гіпотези Гольдбаха є корисними для вивчення здобувачами освіти. Вправи тренують уважність, швидкість підрахунку, розвивають широкий спектр математичних і загально-інтелектуальних навичок. Це робить вивчення даної теми цінним інструментом у математичній освіті, що виходить далеко за межі простого ознайомлення з конкретною математичною проблемою.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Lamb E. Goldbach Variations [Text]/ E.Lamb Scientific American blogs — May 15, 2013.
2. Oliveira e Silva, Tomás. Goldbachconjecture verificationURL: <https://sweet.ua.pt/tos/goldbach.html>
3. Балакова, О. Р. Тернарна та бінарна проблеми Гольдбаха = Goldbach's ternary and binary problems: кваліфікаційна робота (проект) на здобуття ступеня вищої освіти «бакалавр» / О. Р. Балакова ; наук. керівник д-р фіз.-мат. н., проф. О. Г. Савченко; Міністерство освіти і науки України ; Херсонський держ. ун-т, Ф-т комп'ютерних наук, фізики та математики, Кафедра алгебри, геометрії та математичного аналізу. – Херсон : ХДУ, 2021. – 39 с.
4. Бевз В.Г. Практикум з історії математики. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. – 312 с.
5. Глейзер Г.І. Історія математики у школі VII – VIII кл. / Г.І. Глейзер - М.: Просвітництво, 1982. - 240 с.
6. Історія математики у 3 т.; [Текст] / за ред. А.П. Юшкевич - М.: Наука.; - Т.2 - 1970, 301с.
7. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2006. – Ч. 1. – 400 с.
8. Чистяков В.Д. Старовинні завдання з елементарної математики. - Мінськ: Вища шк., 1978. - 270 с.

Науковий керівник доктор фізико-математичних наук, професор Савченко О.Г.