До 75-річчя КВНЗ «Херсонська академія неперервної освіти»

ФОРМАЛЬНА Й НЕФОРМАЛЬНА ОСВІТА КРІЗЬ ПРИЗМУ STEM-ТЕХНОЛОГІЙ

Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю

24 жовтня 2019 року

м. Херсон

Консорціум закладів післядипломної освіти
Український відкритий університет
післядипломної освіти
Державна наукова установа
«Інститут модернізації змісту освіти»
Комунальний вищий навчальний заклад
«Херсонська академія неперервної освіти»
Херсонської обласної ради
Миколаївський національний аграрний університет
Криворізький державний педагогічний університет

ФОРМАЛЬНА Й НЕФОРМАЛЬНА ОСВІТА КРІЗЬ ПРИЗМУ STEM-ТЕХНОЛОГІЙ

Матеріали

Всеукраїнської науково-практичної конференції
з міжнародною участю

24 жовтня 2019 року

м. Херсон

УДК 37.018
Ф79

Ф79 **Формальна** й неформальна освіта крізь призму STEM-технологій : матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю (24 жовтня 2019 року, м. Херсон) / за ред. Юзбашевой Г. С. Херсон : КВНЗ «Херсонська академія неперервної освіти», 2019. 339 с.

Збірник містить матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції з міжнародною участю «Формальна й неформальна освітакрізь призму STEM-технологій». У працях авторів розглянуто теоретичні засади розвитку формальної й неформальної освіти, вітчизняні, зарубіжні надбання та проблеми запровадження STEM-освіти, перспективні напрямки, STEM-методики як інструмент підвищення якості неперервної освіти, неперервна освіта як виклик сьогодення та потреби педагога, індивідуальна освітня траєкторія професійного розвитку науково-педагогічних та педагогічних працівників.

Матеріали конференції можуть бути корисні для магістрантів, аспірантів, докторантів, науковців, вчителів, методистів, студентів у дослідницькій, навчально-методичній та практичній роботі.

УДК 37.018

Зміст

найдемократичніший освітній і виховний процесс особистості. Крім цього, їх важливе значення, ми вбачаємо в тому, що вони задовольняють потреби молодого покоління інтелектуального, креативного та оздоровчого характеру, тобто забезпечують однаковий доступ дітей до різноманітних сфер творчої, вільної реалізації, створюють практичні і диференційовані можливості для їх різностороннього розвитку. диференційовані можливості для їх різносторонього розвитку.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Аніщенко О. Неформальне навчання у полікультурному середовищі. *Освіта.* 2016. № 36/37. С. 6.
2. Биковська О. Позашкільна освіта: сучасні теоретико-методичні основи. *Освіта.* 2016. № 34/35. С. 4-5.
3. Вольянська С. Є. Довідник сучасного педагога. *Б-ка журн. «Управління школою».* 2016. № 5. 144 с.
4. Демчук-Маригіна Д. Як розвивати творчі здібності учнів. *Заступник директора школи.* 2019. № 3. С. 4-11.
5. Казачінер О. С. Реформування школи: нововведення української освіти. *Б-ка журн. «Англійська мова та література».* 2018. № 8. 95 с.
6. Матат Д. Неформальна освіта: усе геніальне – просте. *Освіта України.* 2015. № 11/12. С. 69.
7. Меньшова Т. О. Способи та прийоми розвитку творчості школяра. *Фізика в школах України.* 2014. № 13/14. С. 27-30.
8. Пилипчук О. Розвиток творчих можливостей учнів. *Школа.* 2015. № 3. С. 50-52.
9. Піскун Т. О. Розвиток творчих здібностей учнів на уроках біології та в позаурочний час. *Таврійський вісник освіти.* 2015. № 3. С. 169-174.

Кузьмич В. І.*

ФОРМУВАННЯ ПОНЯТТЯ ПРЯМОЛІНІЙНОГО РОЗМІЩЕННЯ ТОЧОК У ПРОСТОРІ, З ВИКОРИСТАННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ НЕЕВКЛІДОВОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Основні геометричні поняття, такі як точка, пряма лінія, кут,площина розглядаються на описовому рівні на протязі усього періоду вивчення геометрії у школі. На різних етапах вивчення знання про властивості цих об'єктів розширюються та поглиблюються. Такий підхід до вивчення основ геометрії у школі цілком зрозумілий, оскільки строгий аксіоматичний підхід значно ускладнив би її розуміння учнями і привів би до необґрунтованого збільшення фактичного матеріалу, необхідного для вивчення. Тому учнів, як правило, знайомлять лише з окремими аксіомами планіметрії та стереометрії. фактично виключає можливість ознайомлення учнів з елементами неевклідової геометрії, зокрема з геометрією побудованою у 1826 році російським математиком Миколою Івановичем Лобачевським.Згадка про таку геометрію міститься у підручниках лише у історичному аспекті. Бурхливий розвиток неевклідових геометрій та їх практичних застосувань у сучасний період ставить питання про необхідність знайомства учнів з елементами таких геометрій. Ключем до цього, на наш погляд, може служити метрична геометрія.

ФОРМАЛЬНА Й НЕФОРМАЛЬНА ОСВІТА
КРІЗЬ ПРИЗМУ STEM-ТЕХНОЛОГІЙ

Основні поняття метричної геометрії почали формуватися на початку XX століття, у зв'язку з введенням у 1906 році французьким математиком Морісом Рене Фреше у розгляд поняття метричного простору, що базувалось на понятті відстані між двома точками (метрики простору). Основоположниками метричної геометрії вважають англійського математика Артура Келі та австрійсько-американського математика Карла Менгера.Метрична геометрія розвивається як узагальнення геометрії Евкліда, і тому основні факти геометрії Евкліда можна отримати як частинні випадки відповідних фактів метричної геометрії. Це дає можливість застосувати метричний підхід до вивчення основних понять геометрії Евкліда, відійшовши від їх інтуїтивного сприйняття. У свою чергу, такий підхід дає можливість адекватно сприйняти особливості неевклідових геометрій, не вступаючи у логічні протиріччя з геометрією Евкліда та інтуїтивним розумінням її основних понять. Слід відзначити достатньо прості аналітичні перетворення при встановленні елементарних фактів метричної геометрії, оскільки вони базуються на зрозумілих аксіомах відстані між точками метричного простору.

До математиків, які внесли значний вклад у розвиток метричної геометрії слід віднести також Веніаміна Федоровича Кагана, який значну частину своєї наукової діяльності провів на фізико-математичному факультеті Одеського університету. У 1902 році В. Ф. Каган, обґрунтовуючи основи геометрії Евкліда, побудував геометричну систему, у якій незалежно від М. Р. Фреше використовував поняття точки, що не означується, та на основі якого означаються інші геометричні образи, що розглядаються як сукупності точок. Він увів поняття відстані між точками, що не змінюється при русі у просторі. В. Ф. Каган побудував вичерпну теорію прямої лінії [1, розділ XIX]. При побудові теорії В. Ф. Каган використовував поняття «прямолінійної розміщеності» точок [2, с. 527]. Це поняття буде головним при викладенні основного матеріалу даної роботи. У недавніх роботах з метричної геометрії активно досліджувались питання прямолінійного та плоского розміщення точок метричного простору [3-7]. Матеріал програми шкільного курсу математики дає можливість розглядати окремі поняття метричної геометрії, що сприятиме формуванню більш широкого розуміння учнями основних геометричних понять. У даній роботі буде показано, яким чином можна застосувати засоби метричної геометрії до формування поняття відстані між двома точками та поняття прямолінійності, на базі шкільного курсу математики.

Головним поняттям метричної геометрії є поняття метричного простору. Наведемо його дещо спрощене означення, з яким у описовій формі можна ознайомити учнів навіть 7-го класу.

Означення 1. *Непорожню множину X елементів якої завгодно природи будемо називати метричним простором, якщо кожній парі (x; y) різних елементів цієї множини за певним правилом поставлене у відповідність єдине додатне число що називається відстанню між елементами x і y, і яке задовольняє двом умовам:*

1) для будь-яких двох різних елементів x і y відстань між елементами x і y дорівнює відстані між елементами y і x.

2) для будь-яких трьох різних елементів x, y, z відстань між елементами x і y не більша ніж сума відстаней між елементами x і z та між елементами z і y.

Для учнів старших класів, починаючи з 9-го, можна навести більш детальніше означення метричного простору.

Означення 2. *Непорожню множину X елементів якої завгодно природи будемо називати метричним простором, якщо кожній парі (x;y) різних елементів цієї множини за певним правилом ρ поставлене у відповідність єдине додатне число ρ(x;y), що називається відстанню між елементами x і y, і яке задовольняє двом умовам:*

1) для будь-яких двох різних елементів x і y виконується рівність $\rho(x;y)=\rho(y;x)$ (умова симетрії відстані),

2) для будь-яких трьох різних елементів x, y, z виконується нерівність $\rho(x;y)\le\rho(x;z)+\rho(z;y)$ (нерівність трикутника).

При виконанні умов Означення 2 елементи множини будемо називати точками метричного простору, правило ρ – метрикою простору. Метричний простір X з метрикою ρ будемо позначати $(X;\rho)$.

Наведемо декілька простих прикладів метричних просторів, з якими учні знайомляться на уроках математики, однак з інших міркувань.

Приклад 1. Найпростішим прикладом метричного простору є множина усіх точок числової осі. Такий простір називають одновимірним арифметичним евклідовим простором, і позначають R^1. Відстань між двома точками x і y числової осі знаходять як абсолютну величину (модуль) різниці відповідних чисел x і y: $\rho(x;y)=|x-y|$.

Це значення завжди додатне для різних значень x і y, що слідує із означення модуля числа. Умова симетрії слідує з рівностей: $\rho(x;y)=|x-y|=|-(x-y)|=|y-x|=\rho(y;x)$.

Виконання нерівності трикутника перевіряти завжди найважче, оскільки це пов'язано з доведенням нерівностей – достатньо складною задачею. Для цього випадку нерівність трикутника має вигляд:

$\rho(x;y)=|x-y|\le|x-z|+|z-y|=\rho(x;z)+\rho(z;y)$. (1)

При її доведенні використовується нерівність для модуля суми двох чисел:

$|a+b|\le|a|+|b|$. (2)

Якщо у нерівності (2) покласти: $a=x-z$, $b=z-y$, то отримуємо нерівність (1).

Оскільки виконані усі умови Означення 2, то розглянутий простір R^1 є метричним.

Можливості використання елементів метричної геометрії у старших класах значно зростають. Це зумовлено більш детальним та ґрунтовним вивченням властивостей функцій, зокрема на основі диференціального та інтегрального числення. Наприклад, знайомство з властивостями функцій неперервних на відрізку дає можливість розглянути відповідний метричний простір. Слід зазначити, що у старших класах подібний матеріал доцільно розглядати лише при умові вивчення математики на поглибленому рівні.

Приклад 2. Після знайомства з неперервними функціями, їх властивостями та другою теоремою Вейєрштрасса про існування найбільшого та найменшого значень функції неперервної на відрізку, можна розглянути метричний простір $C_{[a;\,b]}$. – множину функцій неперервних на відрізку $[a; b]$., для яких відстань між функціями $f(x)$ і $g(x)$ множини визначається за формулою:

$\rho(f;g)=\max_{x\in[a;\,b]}|f(x)-g(x)|$ (3)

При такому виборі метрики множина функцій стає метричним простором, оскільки виконуються усі аксіоми відстані. По перше, права частина рівності завжди невід'ємна. Якщо функції $f(x)$ і $g(x)$ хоча б у одній точці відрізка $[a; b]$ мають різні значення (тобто, ці функції різні), то права частина рівності (3) додатна. Властивість симетрії виконується внаслідок властивості модуля числа: $|f(x)-g(x)|=|g(x)-f(x)|$. Виконання нерівності трикутника слідує з очевидних нерівностей:

$$|f(x)-g(x)|=|(f(x)-h(x))+(h(x)-g(x))|\le$$
$$\le|f(x)-h(x)|+|h(x)-g(x)|\le$$
$$\le\max_{x\in[a;\,b]}(|f(x)-h(x)|+|h(x)-g(x)|)\le$$
$$\le\max_{x\in[a;\,b]}|f(x)-h(x)|+\max_{x\in[a;\,b]}|h(x)-g(x)|=$$
$$=\rho(f;h)+\rho(h;g).$$

Так як ці нерівності виконуються для довільного значення x з відрізка $[a; b]$, то остаточно отримуємо нерівність:

$$\rho(f;g)=\max_{x\in[a;\,b]}|f(x)-g(x)|\le$$
$$\max_{x\in[a;\,b]}|f(x)-h(x)|+\max_{x\in[a;\,b]}|h(x)-g(x)|=$$
$$=\rho(f;h)+\rho(h;g).$$

Слід зазначити, що усі максимуми, які входять до складу нерівностей, існують внаслідок неперервності на відрізку $[a; b]$ відповідних функцій.

Наведемо ще один приклад достатньо простого метричного простору, з яким учні не знайомились раніше, і у якому можна побачити елементи неевклідової геометрії.

Приклад 3. Візьмемо у якості відстані між точками $M_1(x_1; y_1)$ і $M_2(x_2; y_2)$ координатної площини число: $\rho(M_1;M_2)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$. Це число для двох різних точок є додатнім. Виконання умови симетрії очевидне внаслідок властивостей модуля числа. Нерівність трикутника для трьох точок $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$, $M_3(x_3; y_3)$ має вигляд:

$$\rho(M_1;M_2)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|\le(|x_1-x_3|+|y_1-y_3|)+(|x_3-x_2|+|y_3-y_2|)=\rho(M_1;M_3)+\rho(M_3;M_2).$$

Виконання цієї нерівності очевидне, оскільки кожен з модулів у лівій частині нерівності не перевищує суми модулів своїх доданків.

Так як виконані усіумови Означення 2, то розглянутий простір є метричним. Цей простір позначають R_1^2.

Простір R_1^2 цікавий тим, що його суть легко пояснити навіть учням сьомого класу. За цією метрикою на координатній площині найменшу відстань між точками M_1 і M_2 можна подолати йдучи паралельно координатним осям (по катетах прямокутного трикутника, для якого відрізок M_1M_2 є гіпотенузою). Подібна ситуація виникає у місті з прямокутним розташуванням вулиць. Це один із прикладів, де поняття відстані між точками не співпадає з класичним, як довжини відрізка, що з'єднує ці точки.

Розглянемо поняття прямолінійного розміщення точок метричного простору. Воно є частинним випадком Означення 2 у випадку, коли нерівність трикутника перетворюється у рівність.

Означення 3. *Будемо казати, що точки x, y, z метричного простору (X, ρ) розміщені прямолінійно у цьому просторі, якщо виконується рівність*

$$\rho(x;y)=\rho(x;z)+\rho(z;y). \quad (5)$$

При виконанні рівності (5) природно казати, що точка z «лежить між» точками x і y,або називати її «внутрішньою» для точок x, y, z. Одночасно, про точку x (точку y) можна казати, що вона «лежить поза» точками y і z (точками x і z),або називати її «крайньою» для точок x, y, z.

Приклад 4. На відрізку [0;1] розглянемо функції: $y_1=x$, $y_2=-x$, $y_3=-x+1$, $y_4=x-1$. Покажемо, що у просторі $C_{[a;\,b]}$ ці функції прямолінійно розміщені. Для цього знайдемо за метрикою простору $C_{[a;\,b]}$ відстані між цими функціями (точками).

У подальшому, для зручності, будемо користуватись позначеннями: $\rho(y_i;y_j)=\rho_{ij}$ (i, j = 1,2,3,4). За формулою (3) будемо мати: $\rho_{12}=2$; $\rho_{13}=1$; $\rho_{14}=1$; $\rho_{23}=1$; $\rho_{24}=1$; $\rho_{34}=2$.

Оскільки виконується рівність: $\rho_{12}=2=1+1=\rho_{13}+\rho_{23}$, то точки y_1, y_2, y_3 розміщені прямолінійно у просторі $C_{[a;\,b]}$, причому, точка y_3 лежить між точками y_1 і y_2, тобто є внутрішньою для точок y_1, y_2, y_3. Аналогічно, з рівності $\rho_{12}=2=1+1=\rho_{14}+\rho_{24}$ слідує що точки y_1, y_2, y_4 теж розміщені прямолінійно і точка y_4 є внутрішньою для них.

З іншого боку, рівність $\rho_{34}=2=1+1=\rho_{13}+\rho_{14}$ свідчить про те, що точки y_1, y_3, y_4 розміщені прямолінійно, і точка y_1 лежить

між точками y_3 і y_4. Крім того, з рівності $\rho_{34}=2=1+1=\rho_{23}+\rho_{24}$ отримуємо, що точки y_2, y_3, y_4 теж розміщені прямолінійно і точка y_2 для них внутрішньою.

Оскільки ми перебрали усі можливі трійки точок і вони виявились прямолінійно розміщеними, то за Означенням 4 усі чотири точки розміщені прямолінійно у просторі $C_{[a;\,b]}$.

Звернемо увагу на те, що кожна з чотирьох точок лежить між деякими двома з них, тобто, серед цих точок немає крайніх точок. Такої ситуації не може бути у геометрії Евкліда. Там з чотирьох точок, що лежать на прямій лінії, дві будуть крайніми, а дві – внутрішніми для цих точок. Отже у цьому прикладі, як і у Прикладах 5 і 9, ми маємо справу з елементами неевклідової геометрії.

Особливість розміщення точок y_1, y_2, y_3, y_4 можна пояснити, якщо відійти від інтуїтивного сприйняття прямолінійності. Його можна проілюструвати на прикладі простору точок одиничного кола. Якщо за відстань між двома точками кола взяти довжину меншої з двох дуг кола що сполучає ці точки, то легко впевнитись, що простір стає метричним. У цьому випадку, точки y_1, y_2, y_4, y_3 будуть кінцями двох взаємно перпендикулярних діаметрів кола.

З наведеного вище можна зробити висновкипро те, що матеріал шкільного курсу математики достатній для поступовогоознайомстваучнів з найпростішими елементами метричної геометрії. Систематичне ознайомлення з цими елементами слід розпочинати у дев'ятому класі. Ознайомлення учнів з елементами метричної геометрії сприятиме формуванню у них більш широкого розуміння основних геометричних понять і готуватиме їх до адекватного сприйняття у подальшому основних понять і положень неевклідових геометрій.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Каган В. Ф. Основания геометрии. Часть 2. М.-Л.:Гостехиздат, 1956. 344 с.
2. Каган В. Ф. Очерки по геометрии. М.: Издательство Московского университета, 1963. 571 с.
3. Кузьмич В. І. Поняття кута при вивченні властивостей метричного простору. *Вісн. Черкас. ун-ту. Пед. науки*, 2016. № 13. С. 26-32.
4. Кузьмич В. І. Кутова характеристика у метричному просторі. *Algebr.andGeom. MethodsofAnalysis: Int. Sci. Conf.:Abstracts*, 2017. С. 11-12.
5. Кузьмич В. І. Плоско розміщені множини точок у метричному просторі. *Вісн. Львів. ун-ту. Сер: мех.-мат.*, 2017. Вип. 83. С. 58-71.
6. Кузьмич В. І. Побудова плоских образів у довільному метричному просторі. *Вісн. Черкас. ун-ту. Пед. науки*, 2017. № 11. С. 40-46.
7. Кузьмич В. І. Геометричні властивості метричних просторів. *Укр. мат. журн.*, 2019. № 3(71). С. 382–399.

Науково-методичне видання

ФОРМАЛЬНА Й НЕФОРМАЛЬНА ОСВІТА КРІЗЬ ПРИЗМУ STEM-ТЕХНОЛОГІЙ

Матеріали

Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю

24 жовтня 2019 року

м. Херсон

Відповідальні за випуск: **Ковальський В. І.**

Технічний редактор: **Кохановська О. В.**

Підписано до друку 26.12.2019 р. формат 60x84/16 (А-5)
Папір офсетний. Друк цифровий. Гарнітура Verdana
Умовн. друк. арк. 19,8. Наклад 100.

Друк здійснено з оригінал-макету
у КВНЗ «Херсонська академія неперервної освіти»
Свідоцтво ХС № 74 від 30.12.2011 р.

Адреса редакції й видавництва
вул. Покришева, 41
м. Херсон
73034
тел. (0552) 37-02-66
E-mail: info@academy.ks.ua