Гаран І.О.
Херсонський державний університет

ВИВЧЕННЯ ЗБІЖНОСТІ ЧИСЛОВИХ РЯДІВ ЗА ДОПОМОГОЮ МНОЖНИКІВ ЗБІЖНОСТІ

Професійна підготовка вчителя математики розпочинається на першому курсі і триває протягом навчання в університеті та продовжується упродовж всієї професійної діяльності. Оволодіння майбутніми вчителями математики дисциплінами математичного циклу здійснюється через свідоме і міцне засвоєння системи математичних компетенцій потрібних у майбутній професійній діяльності і продовження освіти. Математичний аналіз одна з дисциплін математичного циклу у системі підготовки сучасного вчителя математики в умовах педагогічного ЗВО, яка забезпечує розуміння студентами наукових ідей та методів математики, які слугують основами шкільного курсу математики.

Важливе місце в курсі математичного аналізу посідають числові ряди. Вони відіграють важливу роль у математиці принаймні з двох причин: є ефективним інструментом математичних досліджень і одним із найважливіших засобів побудови практичних чисельних методів. Вивчення теорії рядів є доволі актуальним сьогодні, адже даний розділ математики, дозволяє вирішити будь-яке коректно поставлене завдання з достатньою для практичного використання точністю. Ряди широко використовуються в математиці, особливо при дослідженні різноманітних технічних проблем, пов'язаних з наближеним інтегруванням диференціальних рівнянь, обчисленням значень функцій та інтегралів, розв'язуванням трансцендентних та алгебраїчних рівнянь [1, с. 257-262].

Дослідженням рядів на збіжність займалися багато вчених математиків, найвідоміші ознаки збіжності названі в честь таких математиків, як Жан Лерон Д'Аламбер та Огюстен Луї Коші. Але це не єдині ознаки збіжності які існують, багато вчених також сформулювали та довели теореми про збіжність рядів, зокрема, Йоганн Карл Фрідріх Гаусс, Йозеф Людвіг Раабе, Петер Густав Лежен Діріхле, Ернст Едуард Куммер, Артур Уільям Рассел Бертран [1, с. 262-293].

Для того, щоб визначити збіжний чи розбіжний ряд існує багато достатніх ознак, серед них найбільш вживаними є ознаки порівняння, ознаки Д'Аламбера, Коші, Раабе, Куммера, Бертрана, Гаусса, інтегральна ознака Маклорена-Коші. Ці ознаки працюють безпосередньо з членами ряду, характеризуючи їх поведінку при нескінченному збільшенні номера загального члена ряду. Спроба розширити множину рядів, збіжність яких можна дослідити за допомогою достатніх ознак, привела до виникнення поняття множників збіжності [2, с. 167-170].

Проблема множників збіжності бере свій початок від однієї з основних проблем теорії рядів: дізнатися збігається чи розбігається даний ряд. У вирішенні питання про абсолютну збіжність ряду основну роль відіграє метод порівняння, за допомогою якого доводяться усі ознаки збіжності додатних рядів. Метод порівняння, однак, не застосовується для отримання ознак умовної збіжності рядів, а тим паче для отримання ознак підсумовування рядів.

Серед методів знаходження множників збіжності найбільше використовується безпосередній метод.

Отримання ознак збіжності рядів з довільними (комплексними) членами ґрунтується на наступній ідеї. Члени досліджуваного ряду

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_n \qquad (1)$$

представляють у вигляді добутку двох чисел: $b_n = \varepsilon_n c_n$ для кожного значення $n = 0,1,2, \ldots$. Таким чином, досліджуваний ряд набирає вигляду:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n c_n. \qquad (2)$$

Розбиття чисел b_n роблять таким чином, щоб факт збіжності або розбіжності числового ряду

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n \qquad (3)$$

був відомий. За такий ряд, як правило, вибирають або ряд геометричної прогресії, або гармонічний ряд. Якщо при певному виборі чисел ε_n $(n = 0,1,2, \ldots)$ ряд (1) виявиться збіжним, то ці числа називають множниками збіжності.

Є декілька методів знаходження множників підсумовування. Найпоширеніші з них це безпосередній метод і метод оберненого перетворення. З безпосереднім методом працювали такі математики як Г. Бор, Г. Харді, Т. Бромвіч, метод оберненого перетворення називають ще методом І. Шура, в честь його автора. Класичним прикладом теорем про знаходження множників збіжності може бути наступна теорема Дедекінда-Адамара [2, с. 168].

Теорема. *а) Ряд (2) збігається при будь-якому збіжному ряді (3) тоді і лише тоді, коли збігається ряд:*

$$\sum_{n=0}^{\infty} |\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n|. \qquad (4)$$

б) Ряд (2) збігається при будь-якому обмеженому ряді (3) тоді і лише тоді, коли збігається ряд (4) і виконується умова: $lim_{n \to \infty} \varepsilon_n = 0$.

Ця теорема дала початок теорії множників підсумовування, яка розвивається до сьогодні, і завдяки її численному використанню, як в теорії рядів, так і за її межами, стала центральною гілкою теорії рядів.

Дана робота має на меті пошук множників збіжності для конкретних числових рядів, з метою розширення області застосування класичних достатніх умов збіжності рядів.

Література:

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, том II. М.: Наука, 1970, 800 с.
2. Барон С. Введение в теорию суммируемости рядов. Таллин: Валгус, 1977, 280 с.

Рекомендує до друку
науковий керівник **доцент Валерій Кузьмич**