Ільїн І.К.
Херсонський фізико-технічний ліцей Херсонської міської ради

МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ ХВОРОБИ «ПЕРКОЛІТ»

У посібнику [1, с.324] запропоновано дослідити модель еволюції хвороби «перколіт». У цій моделі одна людина могла за один день інфікувати всю популяцію. Але критичної ймовірності, починаючи з котрої хвороба вже не зникає з популяції, в цій моделі не було знайдено. Тому в роботі була представлена інша одновимірна модель, в якій людина може інфікувати тільки найближчих двох сусідів (рис. 1).

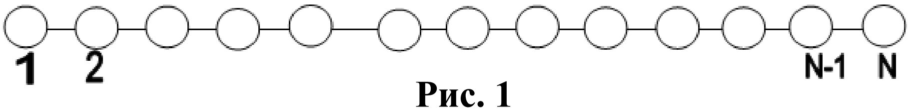

Рис. 1

Спочатку її було розглянуто загальновідомим методом - методом статистичних випробувань. Для ряду значень ймовірності p бути інфікованим були розраховані залежності середньої відносної кількості носіїв інфекції <ν(i)> від часу (рис.2,3).

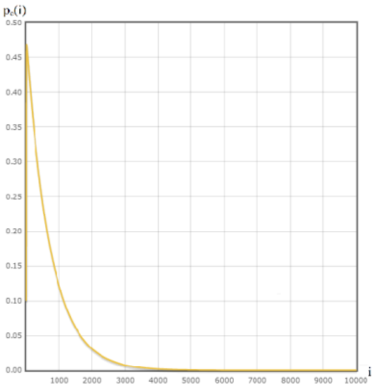

Рис. 2. Графік<ν(i)>при p=0.53; t = 54.072c.

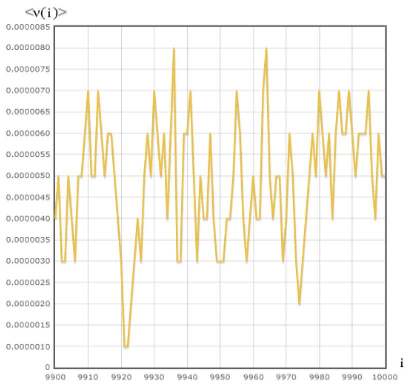

Рис. 3. Графік<ν(i)>при p=0.53 та i>9900.

Було виявлено критичну ймовірність, яка дорівнює 0.53 . Але також було виявлено, що час розрахунків був відносно великим. Тому в роботі було розглянуто альтернативний метод - метод ітераційних процедур розрахунку апріорних ймовірностей, який був запропонований у ряді робіт [2]-[3] і вже показав свою ефективність. Для його реалізації було створено три масиви станів людей A(i), B(i) та C(i), де $A_k(i)$ – ймовірність k-ої людини на i-ий день бути здоровим, $B_k(i)$ – ймовірність бути інфікованим, а $C_k(i)$ – ймовірність бути хворим. При хворобі «перколіт» імунітет не виробляється, тривалість інкубаційного періоду та самої хвороби становить одну добу. За формулою повної ймовірності були отримані формули, за якими розраховується стан людей на наступний день:

$$B_k(i+1) = A_{k-1}(i)\, A_k(i)\, (1 - A_{k+1}(i))\, p + (1 - A_{k-1}(i))\, A_k(i)\, A_{k+1}(i)\, p +$$
$$+ (1 - A_{k-1}(i))\, A_k(i)\, (1-A_{k+1}(i))\, (2p - p^2). \qquad (1)$$

$$C_k(i+1) = B_k(i); \qquad A_k(i+1) = 1 - (C_k(i+1) + B_k(i+1)). \qquad (2)$$

Для ряду значень ймовірності p бути інфікованим були розраховані середні ймовірності <p(i)> членів групи бути нездоровими .

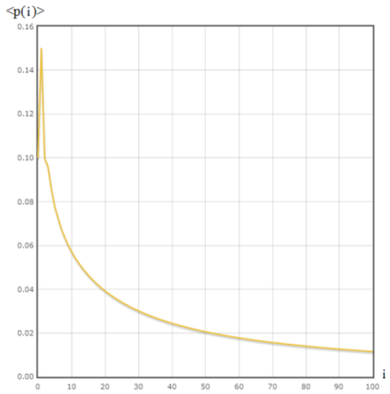

Рис. 4. Графік<p(i)>при p=0.25; t=0.003с.

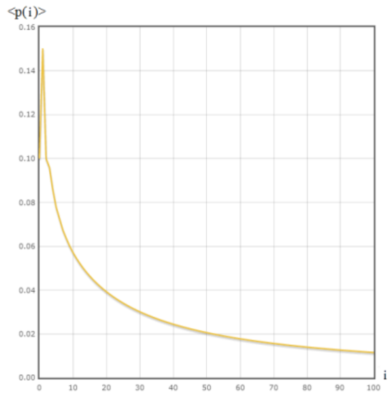

Рис. 5. Графік<p(i)>при p = 0.25 та i ≥8000.

За допомогою цього методу також було знайдено критичну ймовірність, яка дорівнює 0.25 (рис. 4 , 5). Було виявлено, що час розрахунків методом ітераційних процедур на п’ять порядків менший, ніж методом статистичних випробувань. Також виявлено, що при великій кількості днів масиви стабілізуються на певному значенні, що дає змогу зробити теоретичне дослідження цієї моделі. З рівнянь (1), (2) було виведено формулу залежності ймовірності бути здоровим при $i \to \infty$ від ймовірності зараження здорової людини нездоровою. Ця формула підтвердила результати, отримані методом ітераційних процедур. Тому метод ітераційних процедур розрахунку апріорних ймовірностей можна рекомендувати для дослідження подібних моделей.

Завищене значення критичної ймовірності, отримане методом статистичних випробувань, можна пояснити тим, що навіть при великій кількості випробувань спостерігаються помітні флуктуації, які підвищують шанси людині позбутися хвороби, але це ще потребує додаткових досліджень.

Література

1. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике Часть 2. Москва : Мир, 1990. 400с.

2. Когут І. М., Ніколаєнко Ю. І. Розрахунок апріорних ймовірностей в схемах випадкових блукань. Пошук молодих. Збірник матеріалів Всеукраїнської студентської науково-практичної конференції «Проектування навчального середовища як методична проблема». Укладач: Шарко В. Д. – Херсон : Видавництво ХДУ, 2007. Вип. 6. С. 208-211.

3. Николаенко Ю. И., Моисеенко С. В. Итерационная процедура вычисления переходных вероятностей случайных блужданий и её альтернативы. Вестник Херсонского национального технического университета. Херсон : ХНТУ, 2009. Вип. 2 (35). С. 323-327.

Рекомендує до друку науковий керівник викладач Юрій Ніколаєнко