

Міністерство освіти і науки України
Херсонський державний університет
Педагогічний факультет
Кафедра теорії та методики дошкільної та початкової освіти

**РОЗВИТОК ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ
ЗАСОБАМИ КОМБІНАТОРНИХ ЗАДАЧ**

Кваліфікаційна робота

на здобуття ступеня вищої освіти бакалавр

Виконала: студентка 4курсу, 451 гр.

Спеціальності 013 Початкова освіта

Спеціалізація: логопедія

Крамаренко Євгенія Віталіївна

Керівник доц. Саган О.В.

Рецензент Костюкевич Л.А.

Херсон - 2021 року

ЗМІСТ

| | |
|--|-----------|
| ВСТУП..... | 3 |
| РОЗДІЛ 1 | |
| ПРОПЕДЕВТИКА ВКЛЮЧЕННЯ КОМБІНАТОРИКИ В | |
| ЗМІСТ ПОЧАТКОВОЇ ОСВІТИ..... | 3 |
| 1.1. Комбінаторика як метод розв’язування різногалузевих завдань..... | 6 |
| 1.2. Комбінаторні завдання як засіб розвитку мислення школярів..... | 9 |
| 1.3. Форми логічного мислення дітей молодшого шкільного віку..... | 19 |
| РОЗДІЛ 2 | |
| СИСТЕМА ЛОГІКО-КОМБІНАТОРНИХ ЗАВДАНЬ ЯК ЗАСІБ | |
| ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНЦІЙ | |
| УЧНІВ ПОЧАТКОВОЇ ШКОЛИ..... | 24 |
| 2.1. Методика навчання молодших школярів розв’язуванню комбінаторних задач..... | 24 |
| 2.2. Система роботи вчителя щодо включення логіко-комбінаторних завдань..... | 38 |
| ВИСНОВКИ..... | 53 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ..... | 55 |
| ДОДАТКИ..... | 58 |

ВСТУП

Сучасний розвиток української школи зумовлений тими стрімкими змінами, що відбуваються у світі. Відмова від знанневого підходу і орієнтація на формування ключових і предметних компетентностей здобувачів освіти знайшли відображення у нормативних документах. Так, у Державному стандарті початкової освіти, у типових освітніх програмах акцент робиться саме на необхідності розвитку навичок комунікації, колаборації, критичного та креативного мислення, які і отримали назву 4К і є надзвичайно важливими для успішного навчання учнів.

Математична освітня галузь представлена змістом, розкриття якого передбачає формування у молодших школярів обчислювальних, графічних, логічних навичок. Останні є результатом розумових операцій високого рівня і потребують спеціальної системи у навчанні. Проблема формування логічного мислення дітей молодшого шкільного віку актуалізовувалася у дослідженнях видатних психологів і педагогів: Л.Виготського, В.Давидова, Л.Занкова, О.Леонтьєва, О.Савченко, Н.Тализіної та ін., які однакові в тому, що для зазначеної вікової категорії цей період є сенситивним.

На сучасному етапі це питання розглядається Р.Загоруй, Н.Листопад, К.Маланюк, Т.Михайлович, О.Онопрієнко, О.Саган, С.Скворцоваю та ін. Дослідники обґрунтовують умови формування в учнів вмінь робити умовиводи, доказово міркувати, робити припущення тощо. Причому аналіз програм і навчально-методичного забезпечення свідчить про те, що розвиток логічного мислення молодших школярів відбувається шляхом впровадження спеціальних курсів («Логіка», «Алгоритміка» і т.ін.) або засобами курсу «Математика». Оскільки перший підхід можливий у реалізації через факультативні заняття і

використання годин варіативної складової, а значить, не є універсальним, виникає об'єктивна необхідність перегляду та збагачення традиційного змісту завданнями логічного спрямування. Актуальність дослідження зумовлюється тим, що недостатня логічна підготовка учнів початкової школи у подальшому не дозволяє їм сформувати вміння аналізу, синтезу, індукції, доведення тощо. На наш погляд, розроблена система комбінаторних задач, включених до змісту математики в початкових класах сприяє вирішенню окресленої проблеми, що зумовлює вибір теми: **«Розвиток логічного мислення молодших школярів засобами комбінаторних задач»**.

Робота виконана згідно з науково-дослідною темою кафедри теорії та методики дошкільної та початкової освіти Херсонського державного університету: «Теоретико-методичні засади формування професійної компетентності сучасного педагога дошкільної та початкової освіти».

Мета дослідження полягає у теоретичному обґрунтуванні системи логіко-комбінаторних завдань для молодших школярів та виявленні умов її впровадження в курс математики початкової школи.

Об'єкт дослідження – математична освіта молодших школярів.

Предмет дослідження – логіко-комбінаторні завдання як засіб формування математичних компетенцій учнів початкової школи.

Для досягнення мети необхідно вирішити такі **завдання**:

1. Визначити основні складові розвитку логічного мислення молодших школярів.
2. Проаналізувати функції логіко-комбінаторних вправ і їх місце у навчальній програмі з математики для початкової школи.
3. Вивчити кількісну і якісну наповнюваність логічних і комбінаторних завдань у дидактичних засобах з математики.
4. Розробити систему комбінаторних задач і завдань на розвиток логіки для учнів початкової школи, що забезпечує засвоєння програмного змісту.

Для розв'язання визначених завдань дослідження обрано наступний комплекс **методів**:

теоретичних – системний аналіз наукової літератури, інформаційних ресурсів; узагальнення отриманих даних;

емпіричних – опитування, самооцінювання, бесіди.

Практичне значення одержаних результатів полягає у добірці логіко-комбінаторних завдань для молодших школярів, які можуть використовуватися вчителями в освітньому процесі.

Апробація. Основні результати дослідження обговорювалися на студентських конференціях, засіданнях кафедри теорії та методики дошкільної та початкової освіти Херсонського державного університету, висвітлені у публікації автора.

Структура дослідження: випускна робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, додатків та списку використаних джерел.

РОЗДІЛ 1

ПРОПЕДЕВТИКА ВКЛЮЧЕННЯ КОМБІНАТОРИКИ В ЗМІСТ ПОЧАТКОВОЇ ОСВІТИ

1.1. Комбінаторика як метод розв'язування різногалузевих завдань

Розуміння природи хімічних реакцій, динамічної рівноваги неможливо без статистичних та імовірнісних уявлень. Майже вся фізична хімія, її математичний апарат виходить не з феноменологічних уявлень про матерію як суцільне середовище, а з її молекулярної, атомної та субатомної будови. Останнім часом статистичні методи дослідження все більш залучаються до історичних досліджень, особливо в археології.

Статистичний підхід давно використовується і для розшифровки написів, зроблених давно зниклими мовами. Ідеї, якими керувався Ж.Шампольон при його розшифровці ієрогліфічних текстів, є в своїй основі статистичними. Цей же підхід зберігається і тепер, коли приступають до вивчення текстів народів майя та інших ще не розшифрованих письмен.

Мистецтво шифрування записів і їх дешифрування також засновано на використанні статистичних закономірностей мови. Облік статистичних закономірностей необхідний і при вивченні повторюваності слів і букв, розподілі наголосів у словах, обчисленні інформативності мови конкретних письменників і поетів.

Економіка також не залишається осторонь від глибоких і всебічних статистичних досліджень. Питання перспективного планування виробництва безпосереднім чином пов'язані з випадковими змінами масового попиту. Для того, щоб ці зміни передбачити, потрібно навчитися на досвіді минулого, передбачати майбутнє. Щоб з'ясувати, як

збільшити доходи держави і одночасно підняти життєвий рівень громадян, необхідно ретельно проаналізувати величезний статистичний матеріал і з нього зробити правильні висновки.

У зв'язку з цим, формування уявлень про статистичні концепції є одним із завдань загальної освіти. Аналіз зарубіжного досвіду свідчить про те, що ця задача може успішно вирішуватися через включення завдань логічного змісту, починаючи з початкової школи [1,2,3,4].

Комбінаторика – розділ математики, присвячений розв'язанню задач вибору та розташування елементів деякої множини відповідно до заданих правил [16].

За характером одержуваних сполук комбінаторні задачі дуже різноманітні. Це пов'язано і з різноманітністю елементів множин, і з можливістю вводити певні обмеження на утворені об'єкти, з використанням різних способів упорядкування. Задачі можуть містити у собі питання існування комбінаторних конфігурацій, алгоритми їх побудови, оптимізацію таких алгоритмів, а також питання визначення числа всіх можливих конфігурацій.

Способи вирішення комбінаторних задач, зазвичай ділять на дві групи: «формальні» і «неформальні». При «формальному» процесі вирішення потрібно визначити характер вибірки, вибрати відповідну формулу або комбінаторний принцип, підставити числа і обчислити результат. Результат – це кількість можливих варіантів, самі ж варіанти в цьому випадку не утворюються.

Аналіз особливостей комбінаторних задач і способів їх вирішення дозволяє констатувати:

1. При складанні комбінаторних задач для учнів початкових класів використовувалися різні види з'єднань: розміщення, перестановки, комбінації.

2. Основним методом вирішення комбінаторних задач у початковій школі може бути неформальний, оскільки він враховує особливості

мислення молодших школярів і не вимагає введення в програму додаткової інформації.

3. Як спосіб розв'язування комбінаторних задач доцільним є спосіб перебору, побудова таблиць і графів.

Однак ці висновки повинні отримати методичну інтерпретацію в розвивальному курсі математики початкової школи, оскільки необхідно розробити методику навчання молодших школярів рішенням комбінаторних задач, що забезпечує засвоєння програмного змісту.

Починаючи з 1990 року з'являється низка робіт, в яких комбінаторні задачі розглядаються як засіб розвитку мислення учнів. Так, вчені вводять поняття комбінаторного стилю мислення, істотною рисою якого є гнучкість, варіативність і критичність. На прикладі конкретних комбінаторних задач показується, що процес їх розв'язування створює сприятливі умови для формування вміння міркувати, використовувати різноманітні методи, спрямовані на пошук різних рішень задачі; надає можливості для навчання школярів двох основних етапів моделювання – вибору оптимальної математичної моделі і внутрішньомодельного рішення.

Хоча аналіз підручників з математики для початкової школи показує, що задачі комбінаторного характеру в них присутні, однак вчителі включають їх у процес навчання або як задачі підвищеної трудности, або як задачі «для кмітливих», або використовують їх на факультативних заняттях або олімпіадах. Іншими словами, комбінаторні задачі виконують в початковому курсі математики швидше контролюючу функцію, ніж навчальну і розвивальну.

Ще у 1973 році угорський вчений Томас Варга довів у своїх експериментальних дослідженнях, що учні початкових класів здатні вирішувати комбінаторні задачі. Більш ніж у ста школах Угорщини ним був проведений експеримент з навчання молодших школярів початковим поняттям ймовірності та комбінаторики. Результатом даного

експерименту стало переконання автора в тому, що ідея навчання комбінаториці і теорії ймовірностей може бути реалізована в початковій школі [16,17].

1.2. Комбінаторні завдання як засіб розвитку мислення школярів

Розвиток учнів багато в чому залежить від тієї діяльності, яку вони виконують у процесі навчання. Якщо учень отримує готову інформацію, сприймає її, розуміє, запам'ятовує, а потім відтворює, то цю діяльність зазвичай називають репродуктивною. Основна мета такої діяльності – формування у школярів знань, умінь, навичок, розвиток уваги і пам'яті.

Психологи відзначають, що наслідком такої діяльності є скутість мислення і прагнення дитини мислити за готовими стереотипами. Такі особливості інтелектуальної діяльності пов'язані з показом зразка дій та його закріпленням в процесі виконання однотипних задач. У результаті учні засвоюють тільки однотипні способи вирішення задач, успішно відтворюють їх, але не бачать інших варіантів вирішення, не можуть їх варіювати і перетворювати.

Продуктивна діяльність пов'язана з активною роботою мислення і знаходить своє вираження в таких розумових операціях як аналіз і синтез, порівняння, класифікація, аналогія, узагальнення. Ці розумові операції в психолого-педагогічній літературі прийнято називати логічними прийомами мислення або прийомами розумових дій.

Включення цих операцій у процес засвоєння математичного змісту – одне з важливих умов побудови розвивального навчання. «... Організація розвивального навчання передбачає створення умов для оволодіння школярами прийомами розумової діяльності. Оволодіння

ними забезпечує не тільки новий рівень засвоєння, але дає істотні зрушення у розумовому розвитку дитини. Оволодівши цими прийомами, учні стають самостійнішими у вирішенні навчальних задач, можуть раціонально будувати свою діяльність за умовою знань» [28,с.57]. Роль комбінаторних задач у формуванні прийомів розумової діяльності можна конкретизувати на прикладі комбінаторних задач, які дитина виконує на різних етапах навчання математики. Так, спираючись тільки на свій життєвий досвід, вона легко справляється з такими задачами: «Для дитячого садка, в якому 6 груп, потрібно розфарбувати грибочки і пісочниці для кожної площадки так, щоб вони відрізнялися один від одного. У малярів тільки 3 фарби: червона, жовта і зелена. Давайте допоможемо малярам впоратися з цією роботою». Для виконання задачі кожному учневі пропонується схематичний малюнок, на якому зображені шість пісочниць з грибочками.

Зазвичай діти самостійно співвідносять кожен фарбу з тим чи іншим елементом малюнка. Наприклад: пісочниця червона, ніжка грибка жовта, сам грибок зелений. Якщо учні вагаються, то вчитель сам може розфарбувати перший малюнок. Вся подальша діяльність пов'язана з операціями аналізу, синтезу, порівняння. При цьому дітям краще надати самостійність у вигляді способу дії. Прикладом комбінаторної задачі, виконання якої вимагає не тільки використання прийомів розумової діяльності, а й певних знань, може бути така задача: «Скільки двоцифрових чисел можна скласти з цифр 1,2,3 так, щоб цифри в записі не повторювалися». Учень, аналізуючи умову, виділяє певні частини, складає необхідні комбінації з трьох цифр по дві, отримуючи таким чином двоцифрові числа. Він одночасно стежить за тим, щоб не було повторів. З іншого боку, в процесі синтезу дитина визначає, що спочатку можна скласти комбінацію, що починається з цифри 1 – це 12 і 13, потім з цифри 2 – це числа 21 і 23, а потім з цифри 3 – 31 і 32. Співвідносячи умову з вимогою задачі, учень не враховує числа 11, 22, 33, оскільки

вони не задовольняють вимозі. На цьому прикладі добре видно, що при пошуку відповіді на поставлене питання учні не можуть обійтися без спостереження та порівняння. Спостереження полягає в навмисному цілеспрямованому сприйнятті навколишньої дійсності. Якщо молодші школярі не будуть спеціально, з певною метою сприймати інформацію, укладену в задачі, то навряд чи вони зможуть знайти рішення або взагалі вирішити її.

Порівняння – процес виділення ознак, властивостей об'єктів і встановлення подібності та відмінності між ними – дозволяє учневі при складанні даних двоцифрових чисел уникнути повторів, скласти всі можливі числа на основі подібності та відмінності між ними: 12 і 13, 21 і 23 і т.ін. На основі класифікації дитина «будує» такі комбінації: 12, 13 і 21, 23 і 31, 32. Підстава класифікації – однакова цифра, що позначає число десятків. Може бути інша підстава – цифра, що позначає число одиниць 21, 31 і 12, 32 і 13, 23.

При складанні комбінації з трьох цифр дитина проробляє це не навмання, а знаходить загальне правило, закономірність (на першому місці одна і та ж цифра може бути тільки два рази, те ж саме і на другому місці). Він узагальнює, тобто виділяє істотні ознаки об'єктів, а також об'єднує, групує об'єкти на основі цих ознак. Тепер учень зможе відразу визначити (в іншому завданні) число комбінацій, якщо ці комбінації будуть складатися без повторень з трьох об'єктів за два елементи. Таким чином, з'являється можливість говорити про розвиток у молодших школярів на основі рішення комбінаторних задач змістовного узагальнення, яке характеризується наступними ознаками:

- воно виконується при такому аналізі конкретного факту (задачі), який виявляє внутрішній зв'язок його приватних проявів;
- воно, виходячи з цього зв'язку, дозволяє потім відразу узагальнити всі інші факти (задачі) даного кола, застосувати знайдений спосіб розв'язання у змінній або новій ситуації [28, с.62].

Взаємозв'язок розвитку мислення і процесу засвоєння знань, умінь і навичок обґрунтована в цілому ряді психологічних досліджень [8]. При цьому мислення спочатку будується на чуттєвому пізнанні, на сприйнятті і далі на найвищому рівні і розвитку не пориває з ними. Мислення є процес пізнання в його динаміці. Спрямованість розумового процесу на відкриття невідомого, позначеного в питанні, надає мисленню строго певний, організований і проблемний характер. Коли людина мислить, вона обов'язково вирішує якесь завдання. Не випадково ще С.Л.Рубінштейн говорив про те, що «мислення визначають нерідко як процес вирішення задач. Дійсно, мислення виникає зазвичай з проблемної ситуації і спрямоване на її вирішення» [24, с.87]. Але він вказував і на те, що «звести мислення до процесу вирішення задач – значить визначити його прагматично, по тому ефекту, який воно дає, не розкриваючи його власної природи – того, завдяки чому цей ефект виходить. Мислення дозволяє поставити перед людиною задачу завдяки тому, що воно розкриває не дані в умовах, невідомі властивості і відносини об'єктів або явищ, що входять в проблемну ситуацію: мислення – це, по суті своїй, пізнання, що приводить до вирішення проблем і задач, що постають перед людиною» [24, с.92].

Генетично найбільш ранньою формою мислення є наочно-дійове (предметно-дійове) мислення. Його визначають як «найбільш елементарну форму мислення, яке виникає в практичній діяльності і є основою для формування складніших форм мислення» [24, с.29]. Існують надзвичайно складні мінливі й різноманітні стосунки мислення і практичної дії, мислення і мови, мислення і чуттєвого образу. Ці відносини змінюються на різних щаблях вікового розвитку дітей і знаходяться в безпосередньому зв'язку з вмістом тієї задачі, яку вони в даний момент вирішують. Першим способом вирішення задачі для маленької дитини є практична дія. Її значення полягає в тому, що дитина, безпосередньо впливаючи на речі, розкриває їх властивості,

виявляє ознаки і, головне, розкриває невидимі йому раніше зв'язки, що існують як між речами і явищами, так і всередині кожного предмета і явища. Ці зв'язки із прихованих стають видимими. Такий шлях пізнання особливо ефективний у молодших класах у вивченні математики, де може бути використана практична дія як початковий шлях пізнання комбінаторної задачі.

На розумінні ролі практичної дії як початкового ступеня процесу розвитку всіх вищих форм мислення людини побудована концепція «поетапного формування розумової дії», розроблена П. Гальперінім. На першому етапі дитина використовує для вирішення задачі зовнішні матеріальні дії. На другому – ці дії тільки представляються і проговорюються дитиною (спочатку голосно, а потім про себе). Лише на останньому, третьому етапі зовнішня предметна дія «згортається» і йде у внутрішній план. Для кожного етапу перетворення розгорнутої матеріальної дії в її згорнуту розумову модель характерний певний тип орієнтування учня в умовах і змісті запропонованої йому задачі. На вищому рівні такими орієнтирами стають суттєві для даного типу задач пізнавальні ознаки узагальненого характеру (вони виражені в законах, поняттях).

З переходом мислення дитини на наступну, більш високу ступінь розвитку початкові його форми, зокрема, практичне мислення, не зникають, не «відмирають», але їх функції в розумовому процесі перебудовуються, змінюються. З розвитком мови і накопиченням досвіду дитина переходить до мислення образного. На перших порах цей більш високий вид мислення зберігає у молодшого школяра багато рис нижчого виду. Це насамперед виявляється в конкретності тих образів, якими дитина оперує.

Наочно-образне мислення – «це вид мислення, який спирається на сприйняття або уявлення. Цей вид мислення характерний для дошкільнят та дітей молодшого шкільного віку, а в розвинених формах

властивий людям тих професій, які пов'язані з яскравим і живим уявленням тих чи інших предметів або явищ (письменникам, художникам, музикантам, акторам)» [21,с.39].

При наочно-образному мисленні зв'язок з практичними діями хоч і зберігається, але не є таким тісним, прямим і безпосереднім, як раніше. У ході аналізу і синтезу пізнаваного об'єкта дитина необов'язково і далеко не завжди повинна помацати руками предмет, що зацікавив її. У багатьох випадках не потрібно систематичного практичного маніпулювання з об'єктом, але у всіх випадках необхідно чітко сприймати і наочно представляти цей об'єкт. Інакше кажучи, діти 4-7 років мислять лише наочними образами і ще не володіють поняттями (у строгому сенсі). Наочно-образне мислення дітей підпорядковане сприйняттю, і тому вони поки не можуть відволіктися за допомогою понять від деяких властивостей розглянутого предмета. Істотні зрушення в розвитку мислення дитини виникають у шкільному віці, коли її провідною діяльністю стає навчання, спрямоване на засвоєння систем понять. Ці зрушення виражаються в розширенні кола об'єктів, над якими думає школяр, у пізнанні все більш глибоких властивостей предметів, в формуванні необхідних для цього розумових операцій, виникненні нових мотивів пізнавальної діяльності (більш глибоких пізнавальних інтересів, допитливості, усвідомлення важливості засвоєння знань та ін).

У процесі вирішення складніших пізнавальних задач, що стоять перед молодшими школярами, розумові операції узагальнюються, формалізуються, завдяки чому розширюється діапазон їх перенесення і застосування в різних нових ситуаціях. Значних успіхів досягає розвиток здатності міркувати, обґрунтовувати свої судження, доводити істинність висновків, усвідомлювати і контролювати процес міркування, опанувати його загальними методами, переходити від розгорнутих до згорнутих форм. Розвиток абстрактного мислення у школярів під час

засвоєння понять зовсім не означає, що їх наочно-дійове і наочно-образне мислення перестає тепер розвиватися або взагалі зникає. А.В.Брушлінський і А.В.Петровський стверджують, що «ці первинні та вихідні форми всякої розумової діяльності як і раніше продовжують змінюватися і вдосконалюватися разом з абстрактним мисленням і під його впливом» [21].

Дослідження психологів 1960-90 р.р. внесли суттєві поправки в розуміння ранніх форм дитячого логічного мислення. Серед цих поправок найбільш істотним є те, що логічні помилки, що допускаються дітьми, не є суцільними. Крім того, досвід показує, що дітям 7-10 років цілком доступно виділення істотних ознак, їх розпізнавання в нових фактах і предметах, пошук і встановлення зв'язків, угруповання предметів за цими ознаками, оперування поруч понять, переходи до узагальнень і висновків. Таким чином, логічне мислення є вищим ступенем в розумовому розвитку дитини, проходить тривалий шлях розвитку. На ранніх ступенях розвитку дитина накопичує життєвий досвід і вчиться вирішувати практичним шляхом ряд конкретних, наочних задач. Освоюючи мову, вона набуває можливість формулювати задачі, ставити запитання, які дозволяють їй опанувати поняттями і рядом розумових дій. Ці можливості повинен використовувати вчитель, навчаючи дітей з першого дня їх роботи в школі різних операцій та формам словесного мислення.

Молодший шкільний вік є сенситивним для інтенсивного розвитку здібностей діяти «в умі», оскільки в цей період формуються основні навички навчальної діяльності. Характеризуючи нові якості психіки, які з'являються у дітей у цей час, В.В.Давидов пише: «Чим більше «кроків» своїх дій може передбачити дитина і чим ретельніше вона може зіставляти їх реальні варіанти, тим успішніше вона буде контролювати фактичне вирішення задачі» [14,с.21]. Отже, під внутрішнім планом дії розуміють можливість дитини діяти «в умі» [14, с.89]. А.А.Зак вважає,

що під розумовими діями зазвичай розуміють такі, які виконуються у внутрішньому, уявному плані, без опори на зовнішні кошти [16, с.18].

Однак у розгляді дії «в умі» не можна повністю відмовлятися від зовнішніх опор. У ряді психологічних досліджень [8] було зазначено, що дія може бути «внутрішньою» у формі протікання (виконується «про себе», «в умі»), але бути предметною за способом виконання (опора на предметні дії). Дійсно, при вирішенні такої простої задачі: «Скільки різних пірамід з кілець червоного, синього і зеленого кольору можна скласти так, щоб на кожній всі колечка були різного кольору?» – Молодший школяр, знайомий з прийомом системного перебору спочатку визначить для себе, що кожна піраміда складатиметься з трьох елементів – колечок (їх всього три кольори). Кожне колечко може перебувати на першому, другому і третьому «поверсі» 2 рази: якщо на першому «поверсі» – червоне, то на другому – синє або зелене, на третьому знову ж зелене або синє. Таким чином, учень подумки здійснює пошук рішення, планує, збираючи пірамідку 3 «поверх»: зелене, синє, 2 «поверх»: синє, зелене, 1 «поверх»: червоне, червоне з опорою на предметні дії.

Роль предметних дій можуть виконувати конкретні предмети, малюнки або символічні записи.

Для виявлення відмінностей в розумовій діяльності психологи використовують такі якості (властивості) мислення, як самостійність, критичність, глибина, швидкість, гнучкість, варіативність. Глибина мислення – здатність аналізувати, порівнювати, знаходити істотне, проникати у сутність питання. Глибокому розуму властива потреба зрозуміти причини виникнення явищ і подій, вміння передбачити їх подальший розвиток, вміння доходити в усякому до суті справи, не заспокоюючись на поверхневому поясненні.

Швидкість мислення – здатність людини швидко обмірковувати і приймати вірне рішення.

Критичність мислення – вміння об’єктивно оцінювати свої і чужі думки ретельно і всебічно перевіряти всі висунуті гіпотези та висновки. Гнучкість мислення виявляється у свободі думки від впливу закріплених у минулому досвіді прийомів і способів вирішення задач, в умінні швидко змінювати свої дії при зміні обстановки, знаходити нові шляхи вирішення задач, в умінні відмовитися від стереотипного способу дії і навіть у знайомій ситуації виділити нові властивості і відносини об’єктів. Ця здатність перебудовувати наявні способи дії залежить від уміння дитини виділяти в засобах розумових дій, якими вона вже володіє, нові засоби і відношення, застосовувати їх в нових ситуаціях. Варіативність мислення – спрямованість розумової діяльності на пошук різних рішень задачі у випадку, коли немає спеціальної вказівки на це. Під варіативністю мислення розуміють також уміння знаходити різноманітні способи перетворення об’єкта, інші якості.

На думку Л.В.Занкова, основним напрямком математичної підготовки має стати розвиток таких властивостей розумової діяльності, як гнучкість і швидкість реакцій, «...коли йдеться про мислення, на перший план зазвичай висувається питання про засвоєння знань і понять. Говориться також про процеси порівняння та узагальнення. Але особливого значення набуває одна особливість мислення, яка до теперішнього часу залишалася в тіні. Ми маємо на увазі розгляд одного і того ж предмета з різних точок зору» [12].

Гнучкість мислення «залежить від уміння порівнювати об’єкти, свідомо знаходити нові ознаки в них, розглядаючи з різних сторін» [12]. На думку психологів, структуру гнучкості мислення складають її засоби – уявлення дитини і розумові дії, що дозволяють оперувати ними. Розумові дії включають аналіз ознак об’єкта, орієнтування на істотні в даній ситуації ознаки, виявлення відмінностей і подібностей, причинно-наслідкових зв’язків і залежностей, встановлення закономірностей. У дослідженнях Є.С.Єрмакової встановлено, що математичні задачі,

пов'язані з аналізом властивостей і зв'язків для різних ситуацій, особливо ефективні для розвитку такої якості мислення, як гнучкість [16]. Узагальнюючи, можна зробити наступні висновки:

1. Процес рішення комбінаторних задач вимагає адаптивного використання таких прийомів розумових дій, як аналіз, синтез і порівняння. Тому при систематичному використанні комбінаторних задач на уроках математики безсумнівно будуть розвиватися зазначені розумові операції.

2. Цілеспрямоване навчання розв'язуванню цього виду задач сприятиме розвитку багатьох якостей мислення, особливо таких як варіативність, гнучкість, глибина мислення. Вирішуючи задачі такого виду, учні повинні знайти різні рішення, різноманітні способи реального перетворення об'єкта, тобто повинні проявити креативність мислення, а також гнучкість, глибину мислення. Необхідно сказати про те, що вміння складати комбінації за певними ознаками і класифікувати їх, лежить в основі найрізноманітніших сфер людської діяльності. Тому варіативність – якість, необхідна людям різних спеціальностей: вчителю, конструктору, програмісту, інженеру-будівельнику, хіміку, біологу та ін. Варіативність відіграє важливу роль і в творчості; відомий математик А.Пуанкаре звертав увагу на те, що «творчість, звичайно, полягає не в тому, щоб складати нескінченні комбінації, а в тому, щоб створювати їх корисними, а таких не дуже багато. Творити – це означає розрізняти, вибирати».

3. При вирішенні комбінаторних задач діти вчать міркувати чітко, логічно, послідовно. Особливо яскраво це виявляється в міркуванні при побудові графа – дерева, або «логічного дерева рішень». А в нашу епоху автоматизації та комп'ютеризації здатність мислити логічно, формально, точно, виразно стає одним з необхідних ознак наукової ділової культури.

1.3. **Форми логічного мислення дітей молодшого шкільного віку**

Мислення є найважливішою функцією мозку людини. Будь-який вид діяльності не може обійтися без нього. Воно лежить в основі успішного засвоєння нових знань, умінь та навичок.

Про необхідність розвитку логічного мислення йдеться в пояснювальних записках до навчальних програм, про це пишуть у методичних посібниках для вчителів, але конкретної програми формування логічних прийомів мислення немає. І тому робота ведеться без знання конкретної системи прийомів, їх змісту і послідовності формування. А це призводить до того, що досить велика кількість учнів не володіє початковими елементами логіки навіть у старших класах, і це, у свою чергу, зумовлює неповноцінне засвоєння навчального матеріалу протягом шкільного навчання. Чому один і той же матеріал одна дитина схоплює миттєво, друга – повільно, а третя взагалі не розуміє? Чи не тому, що в першому випадку вчитель, образно кажучи, сіє зерно вже в підготовлений у дошкільному дитинстві ґрунт, у другому – у зораний не так якісно, а в третьому – на висушений ґрунт, якого ніколи не торкалося рало? І ґрунт цей – сформованість у дитини логічних прийомів мислення: вміння порівнювати, аналізувати тощо [3].

Ми говоримо: «Порівняй», а дитина не знає, як це робиться.

Виявляється, цього також треба вчити. Або звертаємося до учня: «Проаналізуй умову задачі», але не пояснюємо, що таке аналіз. Не розуміючи точного значення дії, яку дитина має виконати, вона охоплює не сутність, а лише форму. Діти шукають площу прямокутника, множачи довжину на ширину, не розуміючи головного: чому треба множити. А тому і помилки. Адже надзвичайно важко запам'ятати безліч не пов'язаних між собою фактів. Наприклад, дитина впевнено додає в стовпчик, розказує, яку цифру записуємо, де, а яку запам'ятовуємо,

переносимо. Виникає запитання: «Чому робимо саме так, а не навпаки?». Дитина розгублюється, тому що формою вона оволоділа, а принцип розрядної системи залишився поза увагою.

Незнання, нерозуміння накопичуються, і через деякий час втрачається інтерес до навчання. Отже, починати треба з підготовки ґрунту, з розвитку логічного мислення, азбуки навчання.

Термін «логіка» походить від грецького слова «лігос», що означає «думка», «розум», «закономірність» використовується для позначення сукупності правил яким підкоряється процес мислення. Іншими словами логіка – це наука, яка розкриває механізм мислення.

Звичайно, можна логічно думати, правильно робити умовиводи, спростовувати помилкові докази суперника і не знаючи логіки, подібно до того, як деякі люди вміють говорити і писати правильно, не знаючі правил граматики, але, на жаль, такими здібностями володіють не всі. Тому «правила мислення» вивчати не менш важливо, ніж правила української мови.

Важливим правилом є правило «змістового співвідношення». Наочно послідовність дій за цим правилом представлено на рис.1.1.

Логічне мислення необхідне для життєтворчості людини. Тільки володіючи ним, можна навчитися виділяти головне й другорядне, зіставляти й порівнювати, конкретизувати й узагальнювати, тобто пізнавальний світ.

У початковій школі успішне формування логічного мислення відбувається за таких умов:

- цілеспрямованості й систематичності співпраці учня і вчителя;
- поступовості розвитку (послідовна робота з подальшим ускладненням, але ні в якому разі не форсування!);
- створення у школярів відповідної бази знань і навичок (накопичення образних уявлень і понять, умінь моделювати,

читати елементарні схеми; становлення словесно-логічної форми мислення).

Послідовність навчання

1. Змістове співвідношення двох наочно представлених предметів («картинка-картинка»).

Спершу учень повинен навчитися співвідносити за змістом предмети, які він безпосередньо сприймає. Так йому легше буде аналізувати їхні особливості, визначати їх призначення і функції. Для цього дитині пропонують самі предмети або їх зображення на картинках.

2. Співвідношення наочно представленого предмета з предметом, позначеним словом («картинка-слово»).

Співставлення предмета, зображеного на картинці, з предметом, представленим у вигляді слова, є для малюка завданням вже складнішим. Адже тут, щоб виконати завдання, дитина повинна чітко уявляти предмет, заданий у словесній формі. Цей етап навчання є якби перехідним до розвитку вміння знаходити змістові зв'язки між предметами і явищами, представленими лише словесно.

3. Змістове співвідношення предметів та явищ, представлених у вигляді слів («слово-слово»).

Слово може позначати якийсь предмет, його окрему властивість, явище природи і багато іншого. Спершу слід пропонувати завдання, в яких дитині за двома заданими словами потрібно знайти змістовий зв'язок між конкретними предметами. Пізніше для співставлення можна пропонувати все більш абстрактні поняття, які позначають властивості предметів, природні явища і т.п.

Рис.1.1.- Правила «змістового співвідношення»

Коли йдеться про розвиток логічного мислення, дуже часто цю роботу пов'язують лише з уроками математики. Така позиція є помилковою. Адже не секрет, що далеко не всі випускники початкової школи вміють вільно, зв'язано і логічно викладати власні думки, не говорячи вже про складання творчих розповідей.

Аналіз дослідження виявляє також значні прогалини і у формуванні математичних умінь молодших школярів: їм важко розв'язувати різнопланові задачі, правильно ставити до них запитання,

моделювати, складати об'ємні фігури, класифікувати й порівнювати предмети за певними ознаками, тощо.

Те саме спостерігається і на уроках з фізкультури (коли в спортивних іграх треба логічно спланувати подальші дії), і на уроках з образотворчої діяльності (коли йдеться про правильне відображення об'єктів).

Поширена думка, що всі вміння прийдуть до дитини самі собою. Але така позиція є помилковою. Щоб належним чином сформувати і розширити у дитини логічне мислення потрібен тривалий час протягом якого доводиться корегувати й допрацьовувати в індивідуальному режимі те, що не засвоєно учнями у встановленому програмою обсязі.

Здатність людини логічно мислити, обґрунтовувати свої думки виникає і формується в процесі її інтелектуального розвитку одночасно з набуттям уміння виділяти істотні ознаки предметів та явищ, абстрагувати їх від неістотних, узагальнювати, тощо.

Логічне мислення дітей значною мірою залежить від усвідомлення ними причинних зв'язків між предметами та явищами об'єктивної дійсності. Як правило, діти молодшого шкільного віку усвідомлюють зовнішні зв'язки, що їх можна виявити в процесі безпосереднього спостереження за об'єктами навколишнього світу, ніж причини приховані. Виявлення прихованих зв'язків потребує ґрунтовного аналізу і вміння абстрагувати. Психологи вважають, що за умови спеціального навчання молодші школярі здатні встановлювати причинні залежності між предметами та явищами, міркувати логічно.

А набуттю вміння логічно міркувати передують спроби обґрунтувати свої думки, довести їхню відповідність об'єктивній дійсності. Систематизації і подальшому розвитку розвивального впливу служить впровадження в початкових класах вправ з використанням елементів формальної логіки на уроках математики.

Такі вправи дають можливість розвивати пізнавальні здібності, мислення, просторову уяву, фантазію, пам'ять, увагу дітей, допомагають дитині оволодіти вміннями аналізувати, порівнювати, узагальнювати, проявляти кмітливість і винахідливість.

РОЗДІЛ 2

СИСТЕМА ЛОГІКО-КОМБІНАТОРНИХ ЗАВДАНЬ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНЦІЙ УЧНІВ ПОЧАТКОВОЇ ШКОЛИ

2.1. Методика навчання молодших школярів розв'язуванню комбінаторних задач

Методика навчання будь-якому комбінаторному змісту повинна базуватися на певних вихідних положеннях, в яких знаходиться визначення взаємозв'язок основних компонентів процесу навчання: цілей, змісту, діяльності вчителя і діяльності учнів. Ці положення можуть носити загальний або приватний характер. В якості загальних положень виступають психологічні закономірності, дидактичні принципи, психолого-педагогічні та методичні концепції.

Відповідно до них формулюються приватні положення, що враховують безпосередньо специфіку змісту, який підлягає засвоєнню. Методика навчання рішення комбінаторних задач розроблялася в рамках методичної системи розвивального навчання молодших школярів математики, яка виражає необхідність цілеспрямованого і систематичного формування прийомів розумової діяльності в процесі засвоєння математичного змісту.

Націленість початкового курсу математики на формування прийомів розумової діяльності дозволяє встановити внутрішній зв'язок між розвиваючими умовами навчання та способами їх досягнення, так як в процесі засвоєння знань, умінь і навичок прийоми розумової діяльності виконують різні функції і їх можна розглядати:

- 1) як спосіб організації навчальної діяльності школярів;

2) як способи пізнання, які стають надбанням дитини, характеризуючи її інтелектуальний потенціал та здібності до засвоєння знань;

3) як способи включення в процес пізнання різних психічних функцій: емоцій, волі, почуттів, уваги; в результаті інтелектуальна діяльність дитини входить в різні співвідношення з іншими сторонами її особистості, перш за все з її спрямованістю, мотивацією, інтересами, рівнем домагань тобто характеризується зростаючою активністю особистості в різних сферах її діяльності.

Засобами реалізації даної концепції є:

- тематична побудова курсу, що створює умови для усвідомлення школярами зв'язків між новими і раніше вивченими поняттями, для здійснення продуктивного повторення, для активного використання в процесі навчання прийомів розумової діяльності;

- новий методичний підхід до вивчення математичних понять, властивостей і способів дій, в основі яких лежить встановлення відповідності між предметними, графічними (схематичними) і символічними моделями, їх вибір, перетворення і конструювання у відповідності з заданими умовами;

- новий методичний підхід до формування обчислювальних навичок і вмінь, який створює умови не тільки для підвищення якості обчислювальної діяльності молодших школярів, а й для розвитку їхнього мислення;

- новий методичний підхід до навчання молодших школярів рішенню текстових задач, відповідно до якого діти знайомляться з текстовою задачею тільки після того, як у них сформовані ті знання, вміння та навички (навички читання, засвоєння конкретного сенсу додавання і віднімання, набуття досвіду у співвіднесенні предметних, словесних, схематичних і символічних моделей, знайомство зі схемою

як способом моделювання), які необхідні їм для оволодіння умінням розв'язувати текстові задачі.

Органічно вписуючись в логіку побудови змісту курсу, в методику навчання рішенням задач, в систему навчальних задач, у процесі виконання яких учні засвоюють знання, вміння та навички, комбінаторні задачі виступають як один із засобів реалізації методичної концепції розвивального навчання молодших школярів математики.

Можливість даного положення обумовлюється специфікою комбінаторних задач, вирішення яких вимагає активного використання таких прийомів розумової діяльності як порівняння, класифікація, узагальнення, аналіз і синтез. Методика навчання вирішування комбінаторних задач знаходиться у відповідності з методичним підходом до формування у молодших школярів математичних понять, який пов'язаний з встановленням відповідності між різними моделями. Можливість такої відповідності визначається способами вирішення комбінаторних задач. Так, спосіб перебору (хаотичного і системного) дозволяє дітям вирішувати комбінаторні задачі, спираючись на наявний у них досвід, на предметно-дійове і наочно-образне мислення. Використовуючи для вирішення комбінаторних задач таблиці і графи, учні фактично переводять вербальні моделі в схематичні. Тим самим у них формуються уявлення про моделювання як способу розв'язання задач.

Новий підхід до навчання молодших школярів рішенням задач, який знайшов відображення у методичній системі розвивального навчання молодших школярів математики, зумовив певну етапність включення комбінаторних задач в процес засвоєння програмного змісту, яка визначалася способами їх вирішення.

На підготовчому етапі знайомства із задачам комбінаторні задачі пропонуються учням як задача, основна мета яких полягає в предметній інтерпретації словесної моделі. Досягнення цієї мети сприяє

формуванню навичок читання та оволодіння такими операціями, як аналіз і синтез, порівняння, класифікація та узагальнення. Основним способом виконання комбінаторних задач є хаотичний, а потім системний перебір. (Термін «комбінаторна задача» учням не повідомляється).

Задача 1. «У бабусі три кольори ниток: червоний, жовтий і синій.

Які шарфи вона може зв'язати з цієї пряжі для онуків, якщо в кожному будуть смужки різного кольору?»

Перед учнями на аркуші паперу кілька прямокутників (моделі шарфів) з виділеними на них смужками.

Взявши потрібні олівці, учні починають розфарбовувати смужки в певний колір: червоний, жовтий і синій. Мета виконання задачі: не повторити вже отриманої комбінації з трьох кольорових смужок. Варіантів виконання роботи учнями може бути три, чотири і т.д. На даному етапі не важливо, щоб були знайдені всі можливі варіанти, головне, щоб кожен новий «шарф» відрізнявся від інших і учні могли б обґрунтувати цей факт.

Враховуючи вікові особливості першокласників, доцільно при вирішенні комбінаторних задач використовувати ігрові ситуації, прийоми драматизації, розфарбовування.

Задача 2. «Сергійко, Антон і Денис прийшли у магазин. У якому порядку хлопці можуть стати в чергу за морозивом?» Ситуація, описана в завданні, легко програється. До дошки виходять три учні і показують, як хлопчики могли стати в чергу за морозивом. Але якщо виконання попереднього завдання було наочним (всі варіанти різнокольорових шарфів діти бачили і могли порівняти між собою), то процес драматизації не дозволяє простежити, чи не було повторів при розміщенні хлопчиків в черзі. Тому доцільно ввести символічну запис: Сергійко (С), Антон (А), Денис (Д) і кожен нову перестановку записувати на дошці.

С.А.Д., Д.А.С., А.Д.С., С.Д.А., А.С.Д., Д.С.А. Число елементів, включених в задачу, невелике, тому розглядаються всі можливі варіанти. Пошук цих варіантів в процесі гри не буде стомлюючим для першокласників.

Виконання цього завдання підводить дітей до висновку, що, як би багато способів перебору не було, їх обов'язково буде кінцеве число. Складання комбінацій з невеликого числа елементів методом хаотичного перебору проводиться з використанням і конкретних предметів.

Задача 3. «Для своїх доньок, Лери і Саші, мама купила дві в'язані шапочки: блакитну і синю, і два шарфи, білий і рожевий. Які комплекти з шарфів і шапочок можуть скласти дівчинки?»

Виконання даної задачі пов'язано з складанням поєднань з чотирьох предметів по два. Взявши дві шапочки і два шарфа, міняючи їх поєднання один з одним, першокласники підраховують, скільки ж таких варіантів може бути: два, три, чотири. Щоб з'ясувати, чи всі можливі комбінування шапочки і шарфа складені, можна використовувати або малюнок з розфарбовуванням або символічний запис, позначивши колір шапочки великою буквою, а колір шарфа маленькою: Бр, Сб, Бб, Ср.

Після введення поняття «задача» школярі вирішують комбінаторні задачі методом системного аналізу за допомогою графів. Для здійснення повного перебору, щоб не пропустити жодну комбінацію, можна скористатися комбінаторними таблицями: матрицею і числовою таблицею.

Матрицею називається прямокутна таблиця елементів. Горизонтальні ряди називають рядками, вертикальні ряди – стовпцями. Елементами матриці можуть бути будь-які об'єкти: числа, букви, символи і т.ін.

Числовою таблицею називається таблиця з числовими характеристиками множин (вони часто підказують найкращий

практичний шлях вирішення якогось питання). Відомим прикладом комбінаторних таблиць є латинські прямокутники – це таблиці елементів, в яких кожен ряд представляє собою перестановку одних і тих же елементів, причому в кожному стовпці всі елементи різні. Комбінаторні таблиці зручно використовувати при складанні різних конфігурацій (і розміщень, і перестановок, і поєднань).

Так, наприклад для того, щоб визначити, які двоцифрові числа можна утворити з цифр 1, 2, 3 необхідно побудувати таблицю, в якій стовпчик – число десятків, а цифри рядка – число одиниць. Шукані двоцифрові числа – пари на перетині стовпців і рядків (рис.2.1).

| Десятки /одиниці | 1 | 2 | 3 |
|------------------|----|----|----|
| 1 | 11 | 12 | 13 |
| 2 | 21 | 22 | 23 |
| 3 | 31 | 32 | 33 |

Рис.2.1.- Латинська таблиця

Засобом організації перебору, з яким знайомляться учні початкових класів, – графи. У математиці вважається, що граф виражає відношення між множинами або елементами множин. Граф – множина точок і множина відрізків (на площині), що їх з'єднують, причому кожна пара точок виявляється або не з'єднаною взагалі, або з'єднаної однією лінією. У повному графі точки (вершини) з'єднуються відрізками (ребрами) попарно.

Задача 4. «Після літніх канікул зустрілися семеро друзів: Сашко, Артем, Тимур, Влад, Кирило, Юра, Павло. Скільки було рукостискань, якщо кожен вітаючись потискав один одному руку?». Рішення такої задачі за допомогою таблиці займе дуже багато часу. Тому спробуємо скористатися іншим способом рішення. Позначимо кожного з друзів точками, що не лежать на одній прямій. Нехай першим потиснув руки друзям Юра (рис.2.2). За аналогією складемо всі відсутні рукостискання.

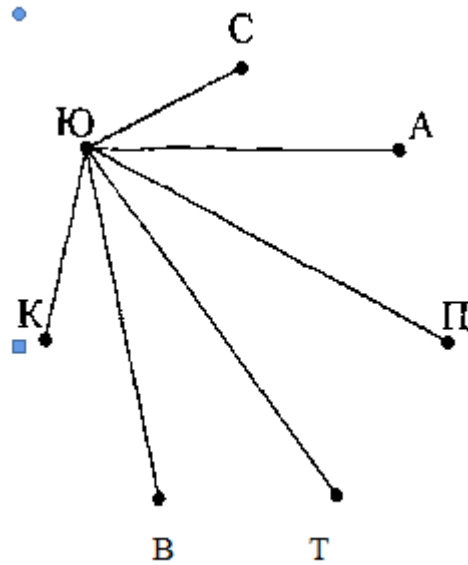


Рис.2.2.- Граф рукостискань Юри.

Проведені лінії допомагають побачити, з ким людина віталася, а з ким ні. Коли буде завершено весь розбір задачі, виходить схема (рис.2.3).

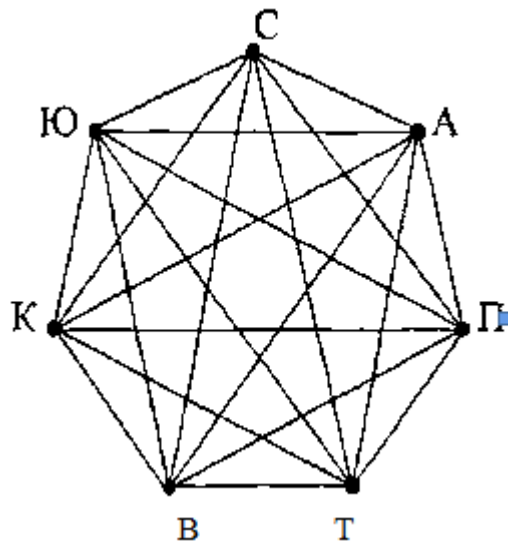


Рис.2.3.- Граф всіх рукостискань.

Перерахувавши всі лінії, можна відповісти на питання задачі: скільки рукостискань було зроблено.

Рішення комбінаторної задачі за допомогою графа цікаве ще тим, що учень, виконуючи побудови, зауважує закономірність: якщо Юра (хлопчик, щодо якого ми почали міркування) зробив 6 рукостискань, то Саша вже 5, Артем – 4, Павло – 3, Тимур – 2, Кирило – 1, а з Владом вже

привітався кожен з друзів, і точка В на схемі з'єднана з кожною з точок : Ю, С, А, П, Т, К.

Отриманий висновок можна запропонувати перевірити дітям на такій задачі: «Таня, Оля, Наташа, Ксенія та Ірина, повернувшись з дачі, обмінялися телефонними дзвінками. Скільки дзвінків було зроблено?»

Найбільш застосовні в початковій школі лінійні графи, комбінаторні таблиці, «дерево» рішень. Дамо коротку характеристику кожному з цих способів. При вирішенні цієї задачі учні можуть скористатися висновком з попередньої задачі, тобто Таня зробила 4 дзвінка (всім своїм подругам); Оля – 3, так як з Танею вона вже розмовляла; Наташа – 2 (подзвонила Ксюші та Ірині), Ксенія – 1, а Ірина жодного, так як з кожною з подружок вона вже поговорила. Але побачити таку закономірність відразу нелегко. Це можливо тільки при усвідомленому викреслені графів при вирішенні задач. Тому потрібно запропонувати дітям перевірити правильність відповіді побудовою графа.

Відповідь: 10 дзвінків.

У процесі вирішення комбінаторних задач корисно познайомити учнів із зображенням орієнтованого графа. Розглянемо задачу. «Скільки двозначних чисел можна скласти з цифр 5, 6, 7?» Щоб показати яке число утворюється з двох цифр (десятків і одиниць) використовується стрілка. На аркуші паперу ставимо три крапки, які позначають цифри 5, 6, 7. Для того, щоб показати утворення числа 56, потрібно провести дугу від точки 5 до точки 6 з вказівкою напрямку (рис.2.4).

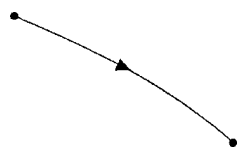


Рис.2.4.- Стрілка графа

Стрілка показує, що запис числа починається з цифри 5: 56, 57. Аналогічно зображаємо числа 65, 67, 76, 75.

Двоцифрові числа, в записі яких використовується одна цифра, на графі зображуються «петлею». Так зображуються всі варіанти запису двоцифрових чисел, і перерахунок одержаних стрілок графів дає відповідь на питання задачі (таких чисел всього 9) (рис.2.5).

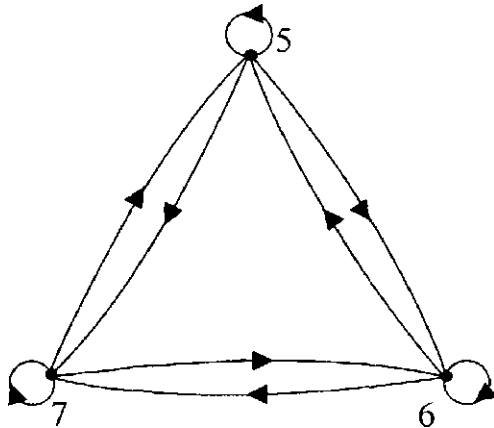


Рис.2.5.-Граф розв'язків задачі.

Надалі при роботі з графами можна використовувати такі методичні прийоми:

- Перевір правильність побудови графа;
- Доповни граф;
- Вибери граф для задачі;
- Побудуй граф;
- Придумай умову задачі по заданому графу і т.ін.

Оволодівши способом перебору, учні початкової школи можуть використовувати його і при вирішенні некомбінаторних задач, які раніше їм були просто недоступні. Наприклад: «У коробці було 17 шоколадних цукерок з білою і чорною начинками. З білою начинкою цукерок було на 5 менше, ніж з чорною. Скільки цукерок з чорною начинкою було?».

Вирішити цю задачу можна кількома способами:

а) алгебраїчний: $(x - 5) + x = 17$

$$2x = 22$$

$$x = 11$$

Відповідь: 11 цукерок з чорною начинкою.

б) арифметичний спосіб:

$$1) 17 + 5 = 22$$

$$2) 22 : 2 = 11 \text{ (ц.)}$$

Відповідь: 11 цукерок.

Але алгебраїчний спосіб не застосуємо, тому що рівняння такої структури в початковій школі не розглядаються. Арифметичний спосіб доступний не кожному учневі початкової школи: він важкий для розуміння. А за допомогою перебору цю задачу може вирішити навіть учень першого класу. При цьому він міркує так: «Якщо цукерок з білою начинкою було на 5 менше, то з чорною не повинно бути менше 6. Тому починаємо пробувати з числа 6.

$$(6 - 5) + 6 = 7$$

$$(7 - 5) + 7 = 9$$

$$(8 - 5) + 8 = 11$$

$$(9 - 5) + 9 = 13$$

$$(10 - 5) + 10 = 15$$

$$(11 - 5) + 11 = 17$$

Останній варіант підходить, значить цукерок з чорною начинкою – 11».

Можливий і перебір з допомогою таблиць. Ми вже визначили, що чорних цукерок не може бути менше 6, тому наша таблиця буде мати вигляд:

| | | | | | | |
|-------|----|----|---|---|----|----|
| Чорна | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| біла | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 |

Пам'ятаючи, що всього цукерок 17, заповнимо таблицю. А тепер виберемо варіант, що відповідає умові задачі «... цукерок з білою начинкою на 5 менше, ніж з чорною ... ». Значить, цукерок з чорною начинкою було 11.

Скінчена і невелика кількість елементів в комбінаторній задачі з використанням способу перебору дає можливість організувати елементарну дослідницьку діяльність, в результаті якої молодші школярі експериментують, спостерігають, зіставляють отримані факти. Наприклад, при вирішенні задачі виду: «Оля і Ксюша зайшли в кафе. На вітрині були тістечка за ціною 7 грн., 11 грн., 9 грн. і 6 грн. і морозиво за ціною 8 грн., 4 грн., 6 грн. і 5 грн. Дівчатка купили по тістечку і морозиву і заплатили однакову кількість грошей. Коли це можливо?»

Перший випадок називається відразу ж: «Дівчата зробили однаковий вибір і тому заплатили рівну суму грошей». Аналізуючи задачу далі, приходять до наступного висновку, що можна купити:

- 1) однакове тістечко і різне морозиво;
- 2) однакове морозиво і різне тістечко;
- 3) різне тістечко і різне морозиво.

Щоб відшукати вірне рішення (а можливо і не одне), учні роблять перебір всіх можливих варіантів і відшуковують ті, при яких було заплачено однакову кількість грошей.

| | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $7 + 8 = 15$ | $7 + 4 = 11$ | $7 + 6 = 13$ | $7 + 5 = 12$ |
| $11 + 8 = 19$ | $11 + 4 = 15$ | $11 + 6 = 17$ | $11 + 5 = 16$ |
| $9 + 8 = 17$ | $9 + 4 = 13$ | $9 + 6 = 15$ | $9 + 5 = 14$ |
| $6 + 8 = 14$ | $6 + 4 = 10$ | $6 + 6 = 12$ | $6 + 5 = 11$ |

Засобами відшукування всіх випадків перебору можуть служити таблиці і графи (рис.2.6).



Рис.2.6.- Граф розв'язування задачі

Відповідаючи на питання задачі, учні виділяють всі варіанти, що задовольняють умові задачі. Перебір всіх можливих варіантів дозволяє виявити, що є набори, що складаються із різних поєднань морозива і тістечка, з однакового тістечка і різного морозива, із однакового морозива і різного тістечка, але мають однакову вартість.

Далі досліджується проблема, а чи завжди знайдуться набори з різних речей, але однакових за вартістю. Змінивши в задачі числові дані і склавши всі варіанти із зміненими цінами, учні переконуються, що може виявитися і так, що за всі різні набори можна заплатити різну вартість.

Особливості вирішення комбінаторних задач дозволяють внести елементи творчості в діяльність учнів початкової школи: творчість існує скрізь, де людина уявляє, комбінує, змінює і створює що-небудь нове, якою б крупицею не здавалося це нове в порівнянні з творінням геніїв.

Проілюструємо сказане на прикладі наступної задачі: «Від стіни, викладеної кахлем, відлетіла частина плиток. Як можна закрити пролом, якщо ми маємо плиточки квадратної форми? (Плитку можна ділити). Скільки цілих, а скільки половинок плиток знадобиться?» Отже, ми придумуємо свій власний варіант.

Щоб розширити можливості прояву дітьми творчості, можна запропонувати плитку двох кольорів. Вони самі підбирають кольори, найбільш поєднувані один з одним.

Комбінаторні задачі, складені на життєвому матеріалі, допомагають молодшим школярам краще орієнтуватися в навколишньому світі, вчать розглядати всі наявні можливості і робити оптимальний в даній ситуації вибір.

Наприклад, учням пропонується наступна проблема: «У тебе 60 грн. Батьки відпустили тебе в парк відвідати атракціони. Вхід в парк – 5 грн. «Колесо огляду» – 10 грн. «Сюрприз» – 35 грн. «Американські

гірки» – 45 грн. «Кімната сміху» – 25 грн. Який вибір ти зробиш, якщо жоден з атракціонів не можна відвідати двічі».

Спочатку прораховуємо всі варіанти з урахуванням того, що сума доданків повинна бути менше шістдесяти:

$$5 + 10 + 15 + 25 = 55$$

$$5 + 15 + 35 = 55$$

$$5 + 45 = 50$$

$$5 + 35 = 40$$

$$5 + 25 = 30$$

$$5 + 15 = 20$$

$$5 + 10 = 15.$$

А потім учень робить свій вибір.

Комбінаторні задачі сприяють також виникненню бажання у молодших школярів вивчати математику. З одного боку, за рахунок цікавості, яскравості, незвичайності, близькості до практичних життєвих ситуацій ці задачі викликають у дітей позитивні емоції: інтерес, хвилювання, радість, здивування, ситуацію успіху.

Все це полегшує для дитини вольове зусилля, необхідне для вирішення того, що ставить перед нею задача, стимулює її діяльність.

З іншого боку, з'являється можливість урізноманітнити задачі, що формують обчислювальні навички молодших школярів. Тим самим обчислювальна діяльність для учнів стає більш привабливою і цікавою, більш того, учень сам складає, придумує задачі. Таким чином, рішення комбінаторних задач не тільки позитивно впливає на формування прийомів розумових дій у молодших школярів, а й дозволяє також:

1) розширити їх уявлення про задачі, познайомити з новим способом вирішення, дає можливість діяти в процесі знаходження результату у відповідності зі своїми індивідуальними особливостями;

2) готувати дітей до вирішення життєвих практичних проблем, вчити приймати оптимальне в даній ситуації рішення;

3) організувати елементарну дослідницьку та творчу діяльність учнів і зробити процес навчання математики цікавим і безперервним.

Таким чином, ми переконалися, що комбінаторні задачі є засобом:

1. Реалізації методичної концепції, що виражає необхідність цілеспрямованого і систематичного формування прийомів розумової діяльності в процесі засвоєння програмного змісту.

2. Оволодіння способом моделювання на доступному для молодших школярів рівні.

3. Засвоєння програмного матеріалу, органічно вписується в логіку побудови змісту курсу математики чотирирічної початкової школи.

4. Розширення в учнів знань про різні види математичних задач і способи їх вирішення (хаотичний перебір, системний перебір, таблиці, графи).

5. Реалізації нового методичного підходу до навчання молодших школярів рішенню текстових задач. На підготовчому етапі до знайомства із задачам вони сприяють формуванню в учнів прийомів розумової діяльності, навичок читання, розвитку мовлення, вмінню переводити вербальну модель в предметну. На основному етапі – формують вміння інтерпретувати вербальну модель ситуації у вигляді таблиць і графів.

6. Забезпечує варіативність навчальних задач, у процесі виконання яких учні засвоюють програмний зміст.

7. Розвитку таких властивостей мислення як гнучкість, варіативність.

2.2. Система роботи вчителя щодо включення логіко-комбінаторних завдань

Тематична будова розвивального курсу математики створює умови для включення комбінаторних задач в процес засвоєння змісту основних питань програми. Тим самим забезпечується варіативність навчальних задач, націлених на засвоєння знань, умінь, навичок і на формування прийомів розумової діяльності. При цьому курс не перевантажується інформацією, оскільки для вирішення комбінаторних задач не потрібно введення нових понять і термінів.

Покажемо можливість взаємозв'язку комбінаторних задач з змістом початкового курсу математики, виділивши основні питання для кожного класу.

1 клас.

1. Ознаки предметів.
2. Додавання. Склад числа. Віднімання.
3. Двоцифрові числа.

2 клас.

1. Поняття текстової задачі. Структура задачі.
2. Множення. Ділення.
3. Трицифрові числа.

3 клас.

1. Текстові задачі на чотири арифметичні дії.
2. Порядок виконання дій.
3. Багатоцифрові числа.

4 клас.

1. Текстові задачі.
2. Багатоцифрові числа.

Даний курс починається з уточнення уявлень дітей про ознаки (властивості) предметів. Це дозволяє використовувати досвід молодших

школярів і наявні у них математичні уявлення для організації цілеспрямованого спостереження, яке включає в себе такі розумові операції, як аналіз і синтез, порівняння, класифікація, узагальнення.

При організації діяльності учнів відповідно до концепції курсу не можна не враховувати, що і життєвий досвід, і запас математичних уявлень, і розвиток мови, і готовність до школи кожної дитини різні. Але незважаючи на ці відмінності необхідно створити на уроці комфортні умови для активного включення в роботу всіх дітей, допомогти їм адаптуватися до шкільної обстановки, навчитися спілкуватися один з одним і з учителем.

Для цієї мети в підручник включені задачі, формулювання яких передбачає різні способи їх виконання, що і дозволяє врахувати відмінності в ступені підготовленості дітей. Специфіка описуваних задач полягає в загальному формулюванні питань: «Чим схожі?, Чим відрізняються?», «Що змінилося?», «Що не змінилося?», «Що однаково?», «Що відрізняється?».

Дані формулювання задач дозволяють врахувати і той факт, що вчитель поки ще нічого не навчив своїх учнів. Тут кожній дитині надається можливість «побачити» те, що вона здатна побачити на даному етапі, доповнити відповідь іншого, обговорити – чи вірна відповідь.

Цілеспрямована робота з формування прийомів розумових дій на перших уроках враховує як різний досвід дитини, так і різний рівень її математичної підготовки. У результаті цієї роботи у першокласників формуються уявлення про ознаки предметів, про їх зміну, про розташування в просторі, про їх кількість, які тісно пов'язані з операцією лічби.

На цих же уроках дитина адаптується до шкільної обстановки, опановує загально навчальні уміння: працювати з підручником, слухати

вчителя та інших учнів, брати участь в обговоренні, працювати в зошиті і т.ін.

Комбінаторні задачі органічно включаються в загальну систему задач, запропонованих у підручнику з теми «Ознаки предметів» і в той же час мають свою специфіку. Вона полягає в тому, що, виконуючи задачі підручника, учні аналізують і порівнюють уже дані сукупності, а при виконанні комбінаторних задач вони самі утворюють різні сукупності предметів, що відрізняються один від одного тими чи іншими ознаками. Причому інші сукупності виходять в результаті перетворення даної.

Наведемо як приклад таку задачу: «Навесні першокласникам було доручено посадити 3 дерева: клен, ялину і горобину на пришкільній ділянці. У якому порядку діти можуть посадити ці дерева?». Діяльність учнів при виконанні даної задачі можна організувати по-різному, використовуючи різні методичні прийоми:

а) Задачу можна виконати фронтально на дошці, заготовивши для цього заздалегідь три комплекти карток з даними предметами (дерева: клен, ялину і горобину).

Спочатку предмети виставляються в тій послідовності, як вони запропоновані в завданні. Потім обговорюються можливі зміни. Пропозиції дітей обговорюються. Зазвичай вони пропонують два варіанти переставити: (поміняти місцями) клен і ялину або ялину і горобину. Обидва ці варіанти виставляються на дошці, і з'ясовується, чи змінився порядок.

КЯГ

ЯКГ

КГЯ

Коментуючи результати порівняння, діти користуються порядковими числівниками («клен був на першому місці, а тепер на

другому», «а в третьому випадку помінялися місцями ялина і горобина»).

Знаходяться учні, які помічають, що «клен можна поставити на перше місце два рази» (іншими словами, вони самостійно приходять до системного перебору).

Зазвичай такі пропозиції не проходять безслідно для інших дітей. І вони роблять спробу (аналогію) повторити цей же прийом для іншого предмета (наприклад, для ялини або для горобини). У результаті порівняння учні переконуються в тому, що спроба вдалася, і беруть її на озброєння. Звідси можна зробити висновок, що виконання комбінаторної задачі на перестановки цілком доступно учням і вони можуть впоратися самостійно.

б) Можливо використовувати і групову форму роботи: парами, четвірками, групою з шести осіб. При організації роботи парами кожному учневі пропонується комплект, що складається з трьох предметів. Учитель дає задачу кожній парі: «Розташуйте предмети в різному порядку». Діти успішно справляються з цією задачею, порівнюючи самостійно дві сукупності. Після цього вчитель пропонує виписати всі варіанти на дошку для фронтального обговорення.

в) Нарешті, третій варіант пов'язаний із самостійною індивідуальною роботою. У цьому випадку кожному учневі дається картка, на якій дерева позначені літерами К, Я, Г, і кожен учень працює в міру своїх можливостей протягом часу, який відводить учитель. Всі можливі варіанти перестановки знову ж з'ясовуються в процесі обговорення.

Відзначимо, що, організовуючи процес виконання комбінаторних задач, вчитель цілком може обійтися без показу зразка, створивши тим самим дітям умови для самостійного пошуку.

Зразок в даному випадку замінюється більш доступними для дітей задачами, які готують їх до виконання більш складної. Розглянемо як приклад такі задачі:

а) На полиці стояли три чайні чашки. Мамі потрібно взяти дві. Одну вона взяла. Яку другу чашку мама може вибрати? (Словесне формулювання задачі супроводжується малюнком або реальними предметами).

б) Серед трьох чашок у мами є дві улюблені. Які це можуть бути чашки?

Виконання першої задачі краще обіграти (прийом драматизації). Дівчинка біля дошки виконує роль мами. На столі у вчителя три чашки. Програючи описану в задачі ситуацію, вона бере зі столу червону чашку, а потім одну з двох – блакитну або зелену. Взявши блакитну, вона має комбінацію з двох чашок, червоної і блакитної. Потім, поставивши блакитну на стіл, становить комбінацію з червоною і зеленою. Таким чином, щоб вибрати другу чашку, у мами є два можливих варіанти.

Друга задача це – фактично комбінаторна задача на поєднання.

Корисно обговорити з дітьми, чим відрізняються одна від одної дані задачі. Програвання першої задачі дозволяє дітям легко відповісти на це питання (у першому мама вже взяла одну чашку, а в другому треба вибрати самим дві чашечки з трьох). Тому число варіантів вибору збільшилася.

Як бачимо, виконання комбінаторних задач органічно вписується в підготовчий етап знайомства дітей з текстовими задачами, формуючи у них уміння уявляти ситуацію, задану вербально, і переводити словесну модель в предметно-дійову.

Після виконання цих задач корисно запропонувати задачу, аналогічну перестановці дерев, а саме «Мамі потрібно розставити три чашки на полиці в різному порядку. Як вона може це зробити?»

Наведемо задачі, які виконували учні експериментального класу при вивченні теми «Ознаки предметів».

1. Фарбами трьох кольорів: блакитної, жовтої та червоної розмалюй м'ячики так, щоб вони відрізнялися один від одного.

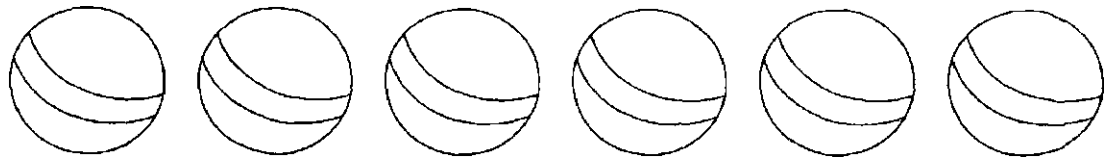


Рис.2.7.-Малюнок для розфарбовування

2. У Тані на полиці стояли три іграшки: лялька Барбі, Мішка і Тигрєня. Оберіть для дівчинки дві улюблені.

3. Сергійко поставив на полицю 3 книжки: українські, російські та білоруські казки. У якому порядку він міг їх поставити?

Основна мета теми «Додавання» – роз'яснити сенс дії додавання і познайомити молодших школярів з тією термінологією, яка вживається в математиці при додаванні (вираз, сума, доданки, значення суми, рівність). Основа цього роз'яснення – взаємозв'язок додавання натуральних чисел з операцією об'єднання попарно непересічних скінчених множин, яка легко інтерпретується на діях з предметами. Ідея ж перекладу різних дій з предметами на мову математики є найбільш плідною для засвоєння дітьми сенсу арифметичних дій.

Розглянемо задачі, які були включені у процес вивчення цієї теми: «У Колі серед іграшок 5 вантажних і 4 легкові машини. Для гри йому потрібно взяти одну. Скільки варіантів вибору однієї машини є у Колі?» Вибрати одну вантажну машину хлопчик може п'ятьма способами, а легкову – чотирма. Значить, вибрати або вантажну, або легкову машину можна $4 + 5 = 9$ способами.

Виконанню таких задач передуює підготовча робота з вибору одного предмета з певної сукупності.

1. «У Даші на книжковій полиці стоять збірки віршів її улюблених поетів О.Пушкіна, С.Маршака, К.Чуковського. Скільки варіантів вибору однієї книги є у Даші?».

Процес виконання цієї задачі краще драматизувати, запросивши одну дівчинку до дошки і запропонувавши їй зробити вибір спочатку однієї, потім іншої, третьої книг. Таким чином, виконання таких задач підводить дітей до висновку, що якщо є набори з 3 предметів, то вибрати один можна трьома способами.

2. «Микита на дачі вирощував троянди. До приїзду мами у нього розпустилися три бутони: білий, рожевий і червоний. Скільки виборів однієї квітки для мами є у Микити?».

Процес виконання задачі зводиться до того, що хлопчик поставлений перед вибором: яку троянду краще подарувати мамі? Оскільки до її приїзду розцвіли тільки три, то і вибір він повинен зробити з трьох квіток. Значить, у нього є три варіанти вибору.

3. «У Вінні-Пуха в запасі було 5 банок липового і 4 квіткового меду. Три банки він подарував П'ятачкові. Який мед він міг віддати?».

Виконання цієї задачі супроводжується записом усіх можливих варіантів на дошці (фронтальна робота). За допомогою символічного запису (Л – липовий мед, К – квітковий мед) названі варіанти записуються на дошці. Після того, як всі можливі випадки будуть названі, отримані варіанти обговорюються.

ЛЛК, ЛКК, ЛЛЛ, ККК.

У ході обговорення, доцільно звернути увагу на два останні варіанти: чому вони можливі?

Доцільно запропонувати учням змінити умову задачі так, щоб П'ятачку був подарований мед різного гатунку. Це стане можливим, якщо кількість банок з липовим і квітковим медом у Вінні-Пуха буде менше, ніж він подарує П'ятачку.

Зауважимо, що виконання комбінаторних задач в темі «Додавання» не пов'язане зі структурою задачі. Такі терміни, як «умова, питання, відомі, невідомі», дітям не повідомляються. Так як задачі виконуються практично, не ставиться така мета, як оволодіння дитиною формою запису рішення задачі.

Для виконання комбінаторних задач зазвичай використовувалися індивідуальні картки, які заповнювалися під керівництвом вчителя. Наприклад: «У туристичному агентстві є путівки в Італію, Францію та Єгипет. Скільки існує способів вибору однієї путівки, якщо в Італію їх 3, у Францію 4, а в Єгипет тільки одна?».

Щоб вибрати путівку до Італії, потрібно зробити _____ виборів, до Франції _____ виборів, в Єгипет _____ виборів. Щоб вибрати одну з трьох путівок, потрібно зробити _____ виборів.

У процесі засвоєння школярами конкретного сенсу дії додавання в пропонуються задачі.

1. Від зупинок автобуса до дачі ведуть три дороги вздовж озера і одна через ліс. Скільки варіантів вибору дороги до дачі є у дідуся з онуком, які приїхали на автобусі?

2. У конкурсі кішок брали участь 7 сіамських і 2 перських кішечки. Скільки способів вибору однієї кішечки на I місце є у журі?

3. У відділі «Тканини» 5 забарвлень шовку і 3 забарвлення сатину. Скільки способів вибору тканини на плаття дочки є у мами?

Відповідно до концепції курсу основним способом засвоєння складу одноцифрових чисел є співвідношення предметних дій з математичним записом. Задачі, в процесі виконання яких учні засвоюють склад кожного одноцифрового числа, органічно доповнювалися задачами комбінаторного характеру.

Наприклад:

1. «Бабуся спекла 7 пиріжків з капустою і сунцею. Яких пиріжків скільки спекла бабуся?»

Приступаючи до виконання задачі, важливо звернути увагу дітей на те, що бабуся спекла і пиріжки з капустою, і пиріжки з суницею. Потім першокласники розпочинають складання можливих варіантів:

$$7 = 1 + 6$$

$$7 = 2 + 5$$

$$7 = 3 + 4$$

$$7 = 5 + 2$$

$$7 = 6 + 1.$$

Варіанти повторюваних доданків обов'язково обумовлюються, один пиріжок з капустою і шість пиріжків з суницею – це не те ж саме, що один із суницею і шість з капустою.

2. «Під час футбольного матчу між учнями 1 «А» і 1 «Б» класів було забито п'ять голів. Скільки голів могла забити кожна команда?». Пошук можливих варіантів в цьому завданні відрізняється від попереднього, так як в ньому можливий варіант $5 = 5 + 0$, тобто ситуація, коли голи забивалися тільки в одні ворота.

При вивченні нумерації двоцифрових чисел діяльність учнів спрямовується на усвідомлення позиційного принципу десяткової системи числення і на співвідношення розрядних одиниць. Слід зазначити, що комбінаторні задачі, пов'язані з вивченням цієї теми, включені в різні підручники для початкових класів, однак у багатьох дітей вони викликають труднощі і тому найчастіше класифікуються як задачі підвищеної труднощі. Йдеться про задачу типу: «З цифр 5, 3, 7, 9 склади всі можливі двоцифрові числа».

Комбінаторні задачі адресовані всім дітям. Виходячи з цього була продумана система задач, включених в тему «Двоцифрові числа». Користуючись досвідом виконання комбінаторних задач з предметами, учні легко впоралися із задачею: «З цифр 1, 2, 3 склади різні двоцифрові числа, записавши всі можливі варіанти».

Після цього їм було запропонована задача: «З цифр 4, 5, 6, 7 склади різні двоцифрові числа». У ході фронтальної перевірки, після індивідуально виконаної роботи, з'ясується, що кількість двоцифрових чисел у всіх різна. Тоді отримані варіанти виписуються на дошці, і діти переконуються, що їх набагато більше, ніж записав кожен з них. І ось тут важливо показати учням, як можна організувати роботу, щоб всі потрібні варіанти були знайдені. Це початок систематичної роботи, метою якої є оволодіння молодшими школярами методом системного перебору.

Тут важливо акцентувати увагу дітей на способі дії, який корисно промовляти, «розповідати» про те, як були побудовані ті чи інші комбінації і чому саме так.

Крім задач, наявних в різних підручниках, в дану тему можуть бути включені й інші задачі.

1. «З цифр 2, 3, 4, 5 склади двоцифрові числа, щоб число десятків було більше числа одиниць».

Виходячи з умови задачі, зрозуміло, що не потрібно записувати всі двоцифрові числа. Варіанти чисел повинні бути такими, щоб перша цифра в їх записі була «старшою».

2. «Скільки існує двоцифрових чисел, сума числа десятків і одиниць яких дорівнює 16?»

У завданні потрібно провести неповний перебір можливих варіантів. Досить тільки вибрати цифри для запису цих чисел сума яких дає число 16), а їх всього три: 7, 8, 9.

Прикладом скороченого перебору може служити і така задача: «У Петі чотири м'які іграшки: вовк, заєць, кріт і єнот. Він вирішив посадити їх на одну полицю так, щоб першим був вовк, а заєць не сидів поруч з ним». Ми знаємо, що варіантів розміщення звірів 24, але в силу додаткових умов ми не будемо здійснювати повний перебір, а зупинимося на наступному:

| | | | |
|---|---|---|---|
| В | К | Є | З |
| В | Є | К | З |
| В | К | З | Є |
| В | Є | З | К |

Прикладом скороченого перебору може слугувати і така задача. «Розташуй в зошиті чотири геометричні фігури так, щоб на першому місці був трикутник і однакові за формою фігури не стояли поруч».

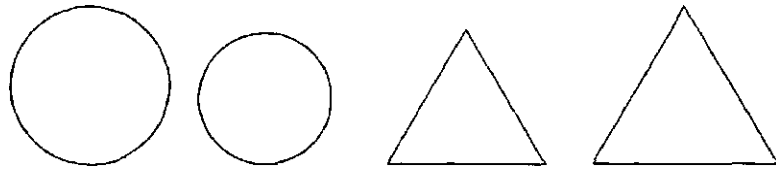
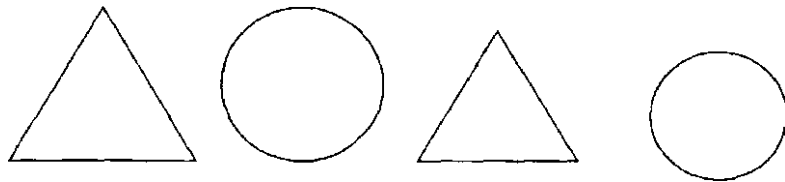


Рис.2.8.- Малюнок до задачі

Якщо учні не знайомі з скороченим перебором, то їм доведеться скласти 24 можливих варіанти, а потім вибрати ті, що задовольняють додатковій вимозі. Уміння проводити скорочений перебір дозволяє уникнути витрати часу на складання всіх комбінацій. Учень, що вмів проводити скорочений перебір, міркує так:

«На першому місці може стояти великий трикутник, тоді маленький може бути тільки на третьому, при цьому велике і маленьке кола можна поставити двома способами – на друге і четверте місце».



Аналогічно проводяться міркування щодо маленького трикутника.

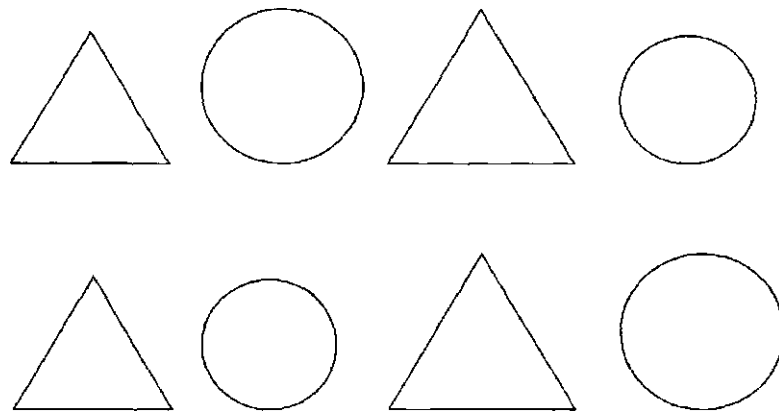


Рис.2.9.-Малюнок до задачі

Поряд із скороченим перебором використовуються задачі, в яких операція перебору повторюється неодноразово по відношенню до різного роду об'єктів. Прикладом таких задач можуть служити наступні задачі.

1. «Між числами 8 ... 3 ... 4 ... розставити знаки «+» і «-», отримавши тим самим всі можливі вирази».

Для виконання вимоги задача потрібно провести повний перебір варіантів:

$$8 + 3 + 4$$

$$8 - 3 - 4$$

- 1) Два знака у виразі можуть бути однаковими;
- 2) Знаки можуть бути різними: $8 - 3 + 4$; $8 + 3 - 4$.

Після виконання задачі дітям можна запропонувати знайти значення отриманих виразів.

2. Між числами 4 ... 5 ... 7 розставити знаки «+», «-» таким чином, щоб значення цих виразів мали сенс.

З попередньої задачі відомо, що таких варіантів може бути чотири, але, в силу додаткової умови, немає необхідності розглядати варіанти $4-5-7$, $4-5+7$, оскільки значення їх учні початкової школи обчислити не можуть, тому при виконанні таких задач здійснюється скорочений перебір.

У другому класі, згідно з програмним змістом, учні знайомляться з поняттям «текстова задача». У процесі роботи в учнів формуються навички читання, уявлення про сенс арифметичних дій додавання і віднімання, основні розумові операції – аналіз і синтез, порівняння, вміння описувати предметні ситуації і переводити їх на мову схем і математичних символів, вміння креслити, складати і віднімати відрізки, вміння переводити текстові ситуації в предметні і схематичні моделі. Оволодіння даними вміннями є необхідною умовою цілеспрямованої роботи над розвитком мислення школярів у процесі навчання рішенню текстових задач.

При цьому істотним є не відпрацювання вміння вирішувати певні типи (види) текстових задач, а придбання досвіду в семантичному і математичному аналізі різних текстових конструкцій, формування вміння представляти їх у вигляді схематичних і символічних моделей, засвоєння структури задачі і оволодіння формами запису її вирішення. Предметом такого ж аналізу стають комбінаторні задачі. Учні самостійно доходять висновку, що їх можна класифікувати як задачі. Це створює умови для знайомства молодших школярів з новим способом вирішення комбінаторних задач і з формою їх запису (таблицею). Таким чином, поряд з арифметичними задачами вирішуються задачі комбінаторні.

Виходячи з того, що процес вирішення комбінаторних задач вимагає активного використання прийомів розумової діяльності: аналізу, синтезу, порівняння, класифікації, аналогії, узагальнення; гнучкості та варіативності – ми вважаємо, що здатність молодших школярів самостійно вирішувати комбінаторні задачі може виступати як показник розвитку їхнього мислення.

Логіко-комбінаторні завдання можуть бути представлені задачами п'яти видів:

- арифметичні задачі, які вирішуються методом перебору;

- задачі мають кілька варіантів рішення, які вимагають вибору оптимального;
- задачі з одним способом рішення, які вимагають комбінаторних умінь;
- геометричні задачі, процес вирішення яких пов'язаний з методом перебору;
- комбінаторні задачі.

Причому, виконання одних задач вимагає засвоєння програмного матеріалу, а виконання інших спирається лише на досвід учнів, успішне застосування якого свідчить про сформованість певних якостей мислення (гнучкості, варіативності).

1-2 задача – програмний зміст; 3-4 задача – програмний зміст і комбінаторні уміння; 5 задача – комбінаторна задача.

Задача 1.

Поставити дужки у виразі так, щоб значення його були різними:

$$36 - 20 : 4 + 6 - 2.$$

Знайти всі можливі варіанти.

Задача 2. Для проведення дня іменинника потрібно купити сік. У продажу є сік в упаковці по 2 і 3 літри. Скільки і яких упаковок соку потрібно купити, щоб його було 20 літрів?

Задача 3.

а) Постав між цифрами два знаки «+» так, щоб вийшла вірна рівність $93845693 = 1676$

б) У записі числа 844106164726 знайдіть число:

- Найменше чотирицифрове;
- Найменше чотирицифрове, записане різними цифрами;
- Найближче до 6175 після його округлення до сотень;
- Суму цифр у записі якого дорівнює 9.

Задача 4. На прямій постав п'ять точок. Скільки відрізків вийде?

Задача 5. Виріши задачі.

а) У пакеті лежать груші, апельсини та яблука. Ці фрукти потрібно розкласти по 2 на тарілку. Скільки знадобиться тарілок, якщо ні в одній з них не буде однакового набору?

б) До мінерального джерела, який знаходиться на вершині гори ведуть дві дороги, а від джерела вниз чотири. Причому, по дорогах, які ведуть вгору, не можна спуститися. Скільки варіантів сходження і спуску існує?

Система логіко-комбінаторних задач, включена в процес навчання молодших школярів математики і органічно пов'язана з програмним змістом, позитивно впливає на підвищення якості математичних знань і розвитку мислення учнів початкових класів.

ВИСНОВКИ

Модернізація змісту математичної освіти, спрямована на розвиток мислення школяра, відсутність досліджень, що виявляють можливість використання комбінаторних задач в курсі математики початкової школи, потреба шкільної практики в розробці системи комбінаторних завдань і методики їх вирішення для молодших школярів, необхідність вирішення проблеми наступності між початковою і основною школою зумовили мету даного дослідження, яке полягає в розробці системи комбінаторних задач для молодших школярів і обґрунтованість можливості та доцільності її включення в процес засвоєння програмного змісту розвивального курсу математики початкової школи, а також в доказі, що дана система є ефективним засобом підвищення якості математичних знань.

Виходячи з означеної сутності поняття «система комбінаторних задач» розкрито структурні елементи системи комбінаторних задач. Виділено взаємопов'язані підсистеми: види комбінаторних задач, способи вирішення комбінаторних задач, етапи реалізації видів і способів вирішення комбінаторних задач.

Перша підсистема включає три види задач: задачі на перестановки, задачі на розміщення, задачі на поєднання.

Друга підсистема (способи вирішення комбінаторних задач) містить два способи: хаотичний перебір, системний перебір.

Третя підсистема (етапи реалізації видів і способів вирішення комбінаторних задач) складається з підготовчого і основного етапів. Взаємозв'язок першої і другої підсистем полягає в наступному: способи рішення для всіх видів комбінаторних задач однакові. Реалізація взаємозв'язку здійснюється спочатку за допомогою пропедевтичних завдань (підготовчий етап), а потім – вирішення комбінаторних задач усіх видів і різними способами (основний етап).

Засобами реалізації окресленої методики є: логіка побудови початкового курсу математики, зорієнтована на формування прийомів розумової діяльності: аналізу, синтезу, порівняння, аналогії, класифікації, узагальнення; нові методичні підходи до засвоєння учнями теоретичних понять і загальних способів дій; методика навчання рішенням текстових задач, зорієнтована на формування узагальнених умінь: навичок читання, засвоєння конкретного сенсу арифметичних дій, набуття досвіду у співвіднесенні предметних, вербальних і схематичних моделей, знайомства зі схемою, знайомство зі схемою як способом моделювання.

Результати проведеного дослідження доводять, що у молодшому шкільному віці одним з ефективних способів розвитку логічного мислення є використання логічних і комбінаторних завдань.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абдульманов Р.Н. Клименченко В.В., Шихалиев Х.Ш. Различные комбинаторные упражнения. Нач. школа. 1977. №6. С.22-24.
2. Азовский В.В. Элементы комбинаторики в примерах и задачах: Пособие по решению задач / В.В.Азовский, Е.И.Томина, Т.В.Фомина; Самар. ин-т повышения квалификации и переподгот. работников образования. Самара: Изд-во СИПКРО, 2000. 51с.
3. Актуальные проблемы методики обучения математике в начальных классах / Под ред. М.И. Моро, А.М.Пышкало. М.: Педагогика, 1977. 248с.
4. Беляева И.О. Комбинаторный подход и его применение в преподавании математики в восьмилетней школе. Орел: Мир, 1971. 18с.
5. Березина Л.Ю. Графы и их применение. М.: Просвещение, 1979. 143с.
6. Берж К. Теория графов и ее применения. Пер. с франц. А.А.Зыкова / Под ред. И.А.Вайнштейна. М.: Изд-во иностр. литературы, 1962. 319с.
7. Божович Л.И., Леонтьев А.П., Морозова П.Г., Эльконин Д.Б. Очерки психологии детей (младший школьный возраст). М.: Изд-во АНН РСФСР, 1950. 19с.
8. Вікова психологія / За редакцією дійсного члена АПН СРСР Г.С.Костюка. К.: Радянська школа. 1976. 272с.
9. Виленкин Н.Я. Популярная комбинаторика. М.: Наука, 1975. 208 с.
10. Вознесенська Л.М. Розвиток творчої особистості учнів засобами математичних ігор / Л.М.Вознесенська. Математика в школах України. 2008. №14-15. С.34-37.
11. Выготский Л.С. Воображение и творчество в детском возрасте: Психол. очерк: Кн. для учителя. 3-е изд. М.: Просвещение, 1991. 93с.

12. Гальперин П.Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка. М.: Изд-во МГУ, 1985. 45с.
13. Глеман М., Варга Т. Вероятность в играх и развлечениях: Элементы теории вероятностей в курсе сред, школы: Пособие для учителя / Пер. с фр. А.К.Звонкина. М.: Просвещение, 1979. 176с.
14. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении. М.: Педагогика, 1972. 423с.
15. Ігнат'єв О.І. Пізнавальні та логічні задачі з математики. 1-4 класи. Х.: Изд-во «Ранок», 2011. 176с.
16. Комбінаторика. URL: <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%B1%D1%96%D0%BD%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%BA%D0%B0>
17. Листопад Н.П. Розвиток логічного мислення молодших школярів як психолого-педагогічна проблема. URL: https://lib.iitta.gov.ua/711668/1/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%82%D1%8F_%D0%A2%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%BE%D0%BF%D1%96%D0%BB%D1%8C.pdf
18. Маланюк Е.П. Формирование логической грамотности учащихся 1 – 5 классов в процессе обучения математике: Дис. канд. пед. наук. Киев, 1979.
19. Перельман Я.І. Захоплююча геометрія. Тернопіль: «Навчальна книга – Богдан», 2008. 288 с.: ил. (Класики 125 популяризації науки). (Країна Перельманія)
20. Перельман Я.І. Захоплююча алгебра. Тернопіль: «Навчальна книга – Богдан», 2011. 336 с.: ил. (Класики популяризації науки).
21. Розвиток дитини. URL: <https://childdevelop.com.ua/worksheets/9829/>
22. Саган О.В. Формування системи математичної освіти в Україні. Херсон. 2012. URL: <https://www.sworld.com.ua/konfer29/728.pdf>.
23. Саган О.В. Історико-педагогічний аналіз становлення математичної освіти в Україні (XVI-XIX ст.) Педагогічний альманах: збірник

- наукових праць / ред. кол. В.В.Кузьменко та ін. Херсон: КВНЗ «Херсонська академія неперервної освіти», 2013. Вип. 19. С.310-320
24. Саган О.В. Використання різних мов представлення знань як чинник гуманізації математичної освіти. Інформаційні технології в освіті. 2014. Вип. 18. С.105-110. URL: http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILA=&2_S21STR=itvo_2014_18_14
25. Саган О.В. Комбінаторні задачі як засіб формування математичного мислення молодших школярів. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/znppn_2014_65_24
26. Саган О.В., Микитюк С.В. Діагностично-корекційна робота щодо формування обчислювальних умінь учнів початкової школи. Початкова школа.2007.№3.С.34-36.
27. Сайт МОН України URL: <https://mon.gov.ua/ua/news/teper-vse-oficijno-2020-2021-navchalnij-rik-bude-rokom-matematiki-v-ukrayini-prezident-pidpisav-ukaz>
28. Скворцова С.О. Методика навчання розв'язування сюжетних задач у початковій школі: Навчально-методичний посібник для студентів за спеціальністю 6.010100 «Початкове навчання». Ч.І. Методика формування в молодших школярів загального уміння розв'язувати сюжетні задачі. Одеса: ООО «Абрикос-Компани», 2011. 268с.
29. Стойлова Л.П. Способы решения комбинаторных задач. Начальная школа. 1994. №1. С.23-24.
30. Фридман Л.М. Методика обучения решению математических задач / Математика в школе. 1991. № 5. С.59-63.
31. Якиманская И.С. Как развивать учащихся на уроках математики. М.: Педагогика,1996. 426 с.

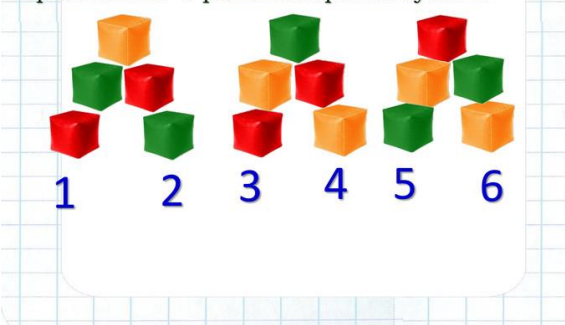
ДОДАТКИ

Додаток А

Наочність до комбінаторних задач

Задача 1

Скількима різними способами можна розставити 3 різнокольорових кубики?



1 2 3 4 5 6



а



б

Мал. 196. Іграшки, в основі яких покладено комбінаторний метод проектної діяльності із застосуванням одного або кількох типів комбінаторних елементів: а — кубики однакових розмірів; б — стандартні деталі «Лего» за рахунок різних варіантів розстановки утворюють різні ігрові об'єкти

Додаток Б

Логічна задача: обчислюємо вік персонажів [10]

Це завдання допоможе дитині розвинути логічне й абстрактне мислення, кмітливість, вміння аналізувати інформацію та робити висновки. На сторінці намальовано 6 персонажів (Джон, Сабіна, Ніта, Андрій, Менді, Анжела) й дано 5 тверджень, проаналізувавши які, можна визначити вік кожного персонажа.

Початково відомо тільки вік Менді (10 років): відштовхуючись від цього, шляхом простих обчислень, дитина зможе дізнатися вік інших. Отримані числа потрібно записати у відповідних місцях (Джону – 9, Сабіні – 17, Ніті й Андрію – 11, Анжелі – 13 років).

Виконуючи завдання, дитина розвиватиме уважність й спостережливість, навички аналізу та синтезу.

Розбикак Дитини

СКІЛЬКИ КОМУ РОКІВ?

Прочитай твердження, вивчи, скільки кому років,
і запиши числа у відповідні кола.

Менді 10 років.
Сабіна на 4 роки старша за Анжелу.
Андрій такого ж віку, як Ніта.
Анжела на 3 роки старша за Менді.
Ніта на 2 роки молодша за Анжелу й на 2 роки старша за Джона.

Джон Сабіна Ніта

Андрій Менді Анжела

Додаток В [10]

Це завдання містить чотири головоломки sudoku, адаптовані для дітей молодшого шкільного віку. Дитині пропонується заповнити порожні клітинки в сітках розмірів 4x4 таким чином, щоб у кожному рядку, стовпчику та фрагменті, виділеному жирними лініями, кожен із новорічних малюнків трапився один раз. Виконуючи завдання, дитина розвиватиме не лише логічне мислення, уважність та посидючість, а й навички малювання, дрібну моторику.



**КОДЕКС АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ
ЗДОБУВАЧА ВИЩОЇ ОСВІТИ ХЕРСОНСЬКОГО
ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ**

Я, Крамаренко Євгенія Віталіївна, учасник(ця) освітнього процесу Херсонського державного університету, **УСВІДОМЛЮЮ**, що академічна доброчесність – це фундаментальна етична цінність усієї академічної спільноти світу.

ЗАЯВЛЯЮ, що у своїй освітній і науковій діяльності **ЗОБОВ'ЯЗУЮСЯ**:

– дотримуватися:

- вимог законодавства України та внутрішніх нормативних документів університету, зокрема Статуту Університету;
- принципів та правил академічної доброчесності;
- нульової толерантності до академічного плагіату;
- моральних норм та правил етичної поведінки;
- толерантного ставлення до інших;
- дотримуватися високого рівня культури спілкування;

– надавати згоду на:

- безпосередню перевірку курсових, кваліфікаційних робіт тощо на ознаки наявності академічного плагіату за допомогою спеціалізованих програмних продуктів;
- оброблення, збереження й розміщення кваліфікаційних робіт у відкритому доступі в інституційному репозитарії;
- використання робіт для перевірки на ознаки наявності академічного плагіату в інших роботах виключно з метою виявлення можливих ознак академічного плагіату;

– самостійно виконувати навчальні завдання, завдання поточного й підсумкового контролю результатів навчання;

– надавати достовірну інформацію щодо результатів власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використаних методик досліджень та джерел інформації;

– не використовувати результати досліджень інших авторів без використання покликань на їхню роботу;

– своєю діяльністю сприяти збереженню та примноженню традицій університету, формуванню його позитивного іміджу;

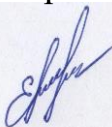
– не чинити правопорушень і не сприяти їхньому скоєнню іншими особами;

– підтримувати атмосферу довіри, взаємної відповідальності та співпраці в освітньому середовищі;

- поважати честь, гідність та особисту недоторканність особи, незважаючи на її стать, вік, матеріальний стан, соціальне становище, расову належність, релігійні й політичні переконання;
- не дискримінувати людей на підставі академічного статусу, а також за національною, расовою, статевою чи іншою належністю;
- відповідально ставитися до своїх обов'язків, вчасно та сумлінно виконувати необхідні навчальні та науково-дослідницькі завдання;
- запобігати виникненню у своїй діяльності конфлікту інтересів, зокрема не використовувати службових і родинних зв'язків з метою отримання нечесної переваги в навчальній, науковій і трудовій діяльності;
- не брати участі в будь-якій діяльності, пов'язаній із обманом, нечесністю, списуванням, фабрикацією;
- не підроблювати документи;
- не поширювати неправдиву та компрометуючу інформацію про інших здобувачів вищої освіти, викладачів і співробітників;
- не отримувати і не пропонувати винагород за несправедливе отримання будь-яких переваг або здійснення впливу на зміну отриманої академічної оцінки;
- не залякувати й не проявляти агресії та насильства проти інших, сексуальні домагання;
- не завдавати шкоди матеріальним цінностям, матеріально-технічній базі університету та особистій власності інших студентів та/або працівників;
- не використовувати без дозволу ректорату (деканату) символіки університету в заходах, не пов'язаних з діяльністю університету;
- не здійснювати і не заохочувати будь-яких спроб, спрямованих на те, щоб за допомогою нечесних і негідних методів досягати власних корисних цілей;
- не завдавати загрози власному здоров'ю або безпеці іншим студентам та/або працівникам.

УСВІДОМЛЮЮ, що відповідно до чинного законодавства у разі недотримання Кодексу академічної доброчесності буду нести академічну та/або інші види відповідальності й до мене можуть бути застосовані заходи дисциплінарного характеру за порушення принципів академічної доброчесності.

12.04.2021
(дата)



(підпис)

Євгенія КРАМАРЕНКО
(ім'я, прізвище)