

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Херсонський державний університет**  
Факультет фізики, математики та інформатики  
Кафедра фізики

**ПОШУК ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ У КРАТНИХ  
ЕКЗОПЛАНЕТНИХ СИСТЕМАХ ЯК СПОСІБ  
ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ В  
УЧНІВ ЗАКЛАДІВ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ**

**Кваліфікаційна робота  
рівня вищої освіти «магістр»**

Виконав: студент 2 курсу, групи 211М  
Спеціальності 014.08 Середня освіта  
(фізика)  
Югай Марк Едуардович

Керівник  
доктор педагогічних наук, кандидат  
фізико-математичних наук, професор  
Кузьменков Сергій Георгійович

Рецензент  
кандидат педагогічних наук, викладач  
фізики і астрономії Херсонського  
морського коледжу рибної промисловості  
Куриленко Наталія Валентинівна

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІ 1 .....	7
ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ В КРАТНИХ ЕКЗОПЛАНЕТНИХ СИСТЕМАХ.....	7
1.1 Пошук закономірностей у планетних відстанях.....	7
1.2 Моделювання пошуку екзопланети в кратній системі.....	23
1.3 Аналіз результатів.....	27
РОЗДІЛ 2 .....	30
ВИКОРИСТАННЯ ЕКЗОПЛАНЕТНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ.....	30
ВИСНОВКИ.....	45
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	47

## ВСТУП

Протягом історії сучасної астрофізики питання екзопланетних систем підіймалося в основному як квазінаукове, бо експериментальних підтверджень існування «позасонячних» об'єктів, що могли класифікуватися в повному обсязі як планети, не було. Все змінилося починаючи з 1995 року. В цьому році була відкрита перша екзопланета 51 Pegasi b, біля материнської зорі 51 Pegasi, що є жовтим карликом головної послідовності – зорею, дуже схожою на Сонце [1]. Це відкриття стало величезним поштовхом для подальших пошуків екзопланет, а, як наслідок, і цілих екзопланетних систем астрономами всього світу.

Станом на 31 серпня 2022 року підтверджено існування 5156 екзопланет в 3803 планетних системах, в 833 з них більше однієї планети [2]. Ще 2366 перебувають в стані «надійних кандидатів» з проекту «Kepler» [3], ще близько 2200 в проекті «TESS» [4]. Всі вони очікують на підтвердження від наземних телескопів.

Досліджувані розподіли стають більш симетричними і у більшості своїй задовольняють теоретичні моделі. Тому важливим є аналіз отримуваних результатів: ми не тільки вивчаємо екзопланетні системи, а й наближуємо сучасний стан астрофізики до розуміння основоположних законів Всесвіту, динаміки руху космічних об'єктів, спостерігаємо, хоча й повільну, проте еволюцію планет, не лише на прикладах планет нашої зоряної системи, а на тлі космічного простору і можливі приклади не тільки є невичерпними в плані інформації – вони ще й доповнюються новими об'єктами для аналізу!

Одним із головних завдань цієї роботи є покращення виявлення позасонячних планет і їх характеристик, оскільки не завжди у виявленого об'єкта можна теоретично розрахувати масу, густину та інколи навіть відстань до батьківської зорі. У роботі представлений не

тільки докладний аналіз найсучасніших даних екзопланетних систем, а й розроблений власний метод виявлення нових екзопланет на основі класичних законів.

Проблему розробки та використання методів, близьких до методів даної роботи, досліджували зарубіжні астрономи Ч. Ханг, Г. Бакос, С. К. Якобсен, Т. Бовард, К. Х. Лайнвівер, проте автори розроблених програм пошуку екзопланет самі наголошували на недосконалоості розроблених систем і можливості покращення коефіцієнту їх продуктивності [10].

Не дивлячись на беззаперечну важливість і актуальність теми дослідження екзопланет в астрофізиці, наявних ґрунтовних аналізів проблеми встановлення статистичних закономірностей не так багато, як необхідно. У більшості своїй дослідження стосуються орбітальних параметрів і спрямовані на покращення знаходження наявними ресурсами ще не виявлених екзопланет. Ґрунтовно до подібних досліджень підходять країни-спонсори космічних місій, які мають змогу підтвердити теоретичні дані шляхом космічних спостережень. Тому тема є **актуальною** та малодослідженою принаймні на території нашої країни. Також до цього виду досліджень можливо підключити учнів загальноосвітніх начальних закладів, що є величезним поштовхом для розвитку науки серед молоді.

**Об'єкт дослідження** – кратні екзопланетні системи.

**Предмет дослідження** – закономірності розташування планет в кратних екзопланетних системах, вплив дослідження екзопланетну систем на дослідницьку компетенцію учнів.

**Метою роботи** є виявлення закономірностей у планетних відстанях від батьківських зір в екзопланетних системах, а також дослідження формування дослідницької компетентності учнів під час вивчення екзопланетних систем.



Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні **завдання:**

- зробити аналіз наукової літератури з теми дослідження;
- зробити аналіз найсучасніших даних екзопланетних систем, графічно зобразити основні закономірності та виконати їх аналіз і порівняння із даними більш ранніх зарубіжних досліджень по темі;
- зробити аналіз досліджених закономірностей екзопланетних систем.
- підготувати інструкцію для роботи учнів
- переконатися у формуванні дослідницької компетентності в учнів і підтримувати їх протягом всього етапу навчального дослідження.

**Методи дослідження:** теоретичні (аналіз літератури, аналіз отриманих результатів, порівняння), статистичні (методи обробки даних з каталогів з метою якісного аналізу результатів дослідження), метод найменших квадратів (перевірка існування закономірностей у планетних відстанях в екзопланетних системах).

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає у виявленні закономірностей у відстанях екзопланет від своєї зорі в екзопланетних системах (аналог закону Тіциуса-Бодє) та аналіз екзопланетних систем на основі графічних даних.

**Практичне значення одержаних результатів** полягає в покращенні способу виявлення екзопланет у багатопланетних системах (4 і більше), який у разі використання полегшить і прискорить їх знаходження, а також у тому, що результати роботи можуть бути використані вчителями закладів середньої освіти для формування дослідницької компетентності в учнів.

Дослідницька компетенція учнів – це сукупність вмінь роботи з науковою літературою, теоретичними відомостями, практичними засадами сфери наукових досліджень:

- підготовка та вибірка даних досліджень

- пошук коректних методів обробки
- обробка даних с застосуванням сучасних комп'ютерних програм
- базовий аналіз отриманих результатів на фізичність і коректність
- висновки і кінцеві аргументовані результати

На жаль на початку шляху учень не володіє жодною з цих засад, але робота з реальними науковими дослідженнями дозволяє отримати базові або початкові знання з усіх цих, життєво необхідних вченому пунктів.

За матеріалами роботи надрукована 1 стаття.[42]

## РОЗДІЛ 1

### ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ В КРАТНИХ ЕКЗОПЛАНЕТНИХ СИСТЕМАХ

#### 1.1 Пошук закономірностей у планетних відстанях

Проблема існування планетних систем розв'язується за допомогою стандартних рівнянь гравітації за допомогою так званої «задачі трьох тіл» або більш загального випадку – «задачі N тіл». Проте і ці, здавалось би очевидні розв'язки, не існують в загальному аналітичному вигляді, а пряме чисельне моделювання ускладнюється через величезний об'єм розрахунків, що займає величезний час та величезні потужності навіть сучасних ЕОМ. Навіть якщо користуватися не сучасними функціональними мовами програмування такими як Python, які є відносно повільними для чисельних розрахунків такого масштабу, а переходити до більш простих, наближених до машинного коду мов, наприклад Fortran, розрахунковий час для однієї системи може сягати місяців, якщо не років. Звичайно це дуже сповільнює розвиток астрофізики в напрямку пошуку та підтвердження існування нових екзопланет. Тоді на поміч приходять емпіричні закономірності, наприклад, правило Тіциуса–Боде.

Відомо, що Йоган Тіциус отримав для сонячної системи наступну закономірність

$$r_n = (0,3 \cdot 2^n + 0,4) \text{ а.о.} \quad (1.1)$$

де  $n$  – порядковий номер планети крім Меркурія, для якого  $n = -\infty$ .

Важливо зазначити, що в правилі Тіциуса-Боде порядковий номер для Меркурія важко обґрунтувати, неможливо дізнатися відстань до Нептуна, і найголовніше закон у вигляді (1.1) не має фізичного пояснення. Оскільки закон має ряд недоліків, у роботі було запропоновано

власний метод розрахунку залежності середньої відстані від зорі до планет.

Пропонується шукати залежність відстані від материнської зорі в кратних екзопланетних системах в експоненціальній формі (через її природність використання в подібних моделях):

$$r_n = ae^{bn} \text{ (a.o.)}, \quad \text{де } n = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (1.2)$$

де  $n$  – порядковий номер планети;

Для подальших досліджень було вибрано саме експоненціальну залежність, бо експонента найбільш розповсюджена залежність в фізиці та астрономії. Як приклад, експоненту отримуємо як результат інтегрування диференціальних рівнянь, які описують *процеси, де приріст величини пропорційний значенню самої величини*. Так обраховується, наприклад, явище радіоактивного розпаду або інфляційні процеси. Наприклад, існує психофізичний закон Вебера-Фехнера (*зміна відчуттів пропорційна відносній зміні подразнювального чинника*), що є дуже важливим для всього живого на Землі (йому підкоряються зір, слух, нюх, дотик, смак, емоції, пам'ять). Наслідком цього закону є формула Погсона, що пов'язує зоряні величини й освітленості (встановлює шкалу зоряних величин):

$$m = -2,5 \lg E + \text{const.} \quad (1.3)$$

Норман Погсон використав у своїй формулі не натуральний, а десятковий логарифм і це було підтримано іншими астрономами.

Можливе різке відхилення від звичайної експоненціальної залежності через різні зовнішні фактори, наприклад зіткнення з іншими позасистемними космічними об'єктами (що можливо і є причиною аномалій в сонячній системі), тоді пропонується наступна апроксимація:

$$r_n = (ae^{bn} + \delta) \text{ (a.o.)} \quad (1.4)$$

Остання залежність майже повністю збігається з правилом Тіциуса-Бодє для Сонячної системи (заміна основи з «2» на «e»). Окрім

пояснення закономірностей розташувань планет в екзопланетних системах, апроксимація дає можливість спрогнозувати можливе місцезнаходження ще не відкритих екзопланет конкретної системи, що може значно спростити їх пошук і відкриття.

Щоб переконатися у дієздатності запропонованого методу, для кратких екзопланетних систем було побудовано графіки залежності середньої відстані до планети від батьківської зорі в залежності до її порядкового номеру. Побудовано експоненціальну апроксимацію, складено рівняння залежності і виявлено коефіцієнт детермінації апроксимації  $R^2$ , який показує міру відповідності трендової моделі з початковими даними. А в даній роботі підтверджує існування закономірностей в екзопланетних системах і являється детектором доцільності використання розробленого методу.

Скористаємося спочатку запропонованою методикою для обрахунку параметрів розташування планет в нашій Сонячній системі, в якій нам відомі всі великі (класичні) планети.

Основою для побудови слугує типова для розрахунків в даній роботі формула:

$r_n = 0,2071e^{0,5501n}$  що є переписаною формулою (1.2). Коефіцієнти  $a = 0,2071$  і  $b = 0,5501$  є унікальними для кожної окремої планетної системи.

Отриманий коефіцієнт детермінації при розрахунках дорівнює  $R^2 = 0,9945$ . Тобто, отримані при розрахунках середні відстані корелюють з реальними з вірогідністю потрапляння в довірчий діапазон 99.45% , що в умовах нетипової (а можливо і зовнішньо деформованої) Сонячної системи є високим показником ефективності методу.

Побудувавши графіки для інших систем, можна дійти висновку, що усі системи добре описуються експоненціальною залежністю, а невеликі відхилення можуть свідчити про наявність в системах

невідомих планет або інших астрономічних об'єктів, чи зовнішнім впливом

Нижче представлені результати, отримані за допомогою програм Advanced Grapher та Wolfram Mathematica, а також побудовані графічні залежності (рис.1.1 – 1.16). Точками на графіках позначено середні відстані від планети до зорі в залежності від їх порядкового номеру.

Для досліджень було обрано 28 найновіших(за датою відкриття) екзопланетних систем: з кратністю 4,5,6,7.[35]. 16 з них досліджені були самостійно, до дослідження інших були залучені школярі старших класів.

Розглянемо планетні системи у складі яких по чотири екзопланети:

*Таблиця 1*

**HD 215152**

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
HD 215152 b	1	0,0338	0,0337
HD 215152 c	2	0,04454	0,0446
HD 215152 d	3	0,05883	0,0589
HD 215152 e	4	0,07807	0,0778

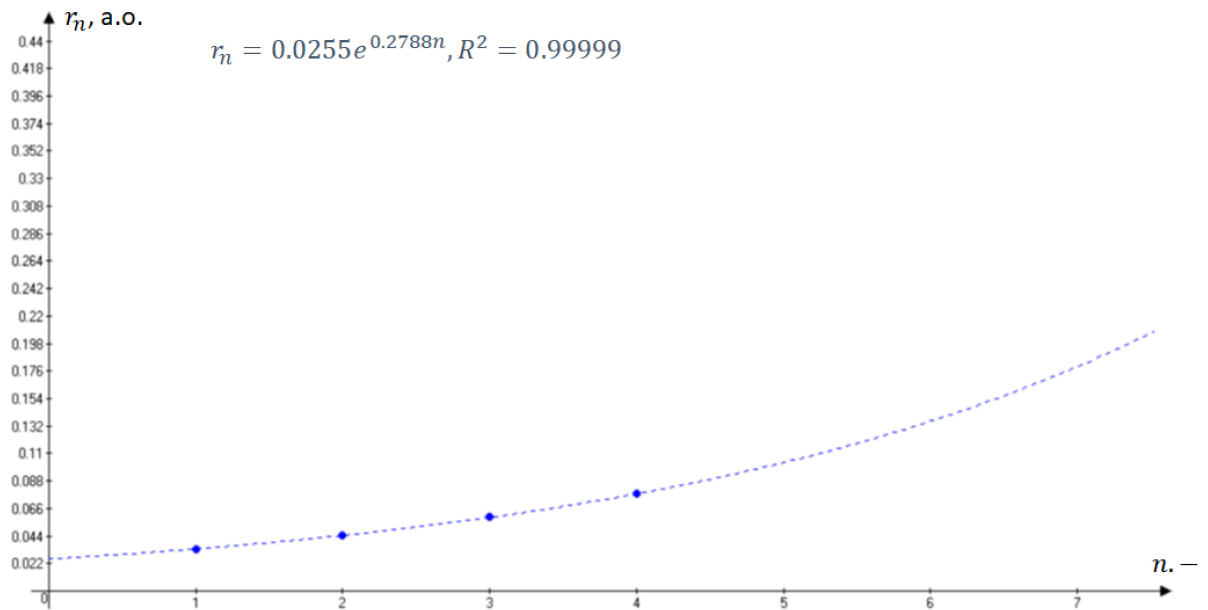


Рис. 1.1. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в кратній системі зорі HD 215152

Коефіцієнт детермінації в даному випадку дорівнює 0.99999. Це свідчить про те, що зазначена модель близька до достовірної, що означає нехтовно низький рівень відхилення від істинної залежності. Безперечно, для чотирьох точок вдала апроксимація більш ймовірна, ніж для 5 та більше, але прикладів систем з чотирма планетами відомо більше, ніж інших з більшою кількістю тіл, тому їх дослідження є необхідним для повноти статистичної обробки.

Таблиця 2

### WASP-47

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
WASP-47 b	2	0,052	0,051
WASP-47 c	4	1,41	0,800
WASP-47 d	3	0,088	0,203
WASP-47 e	1	0,0173	0,013

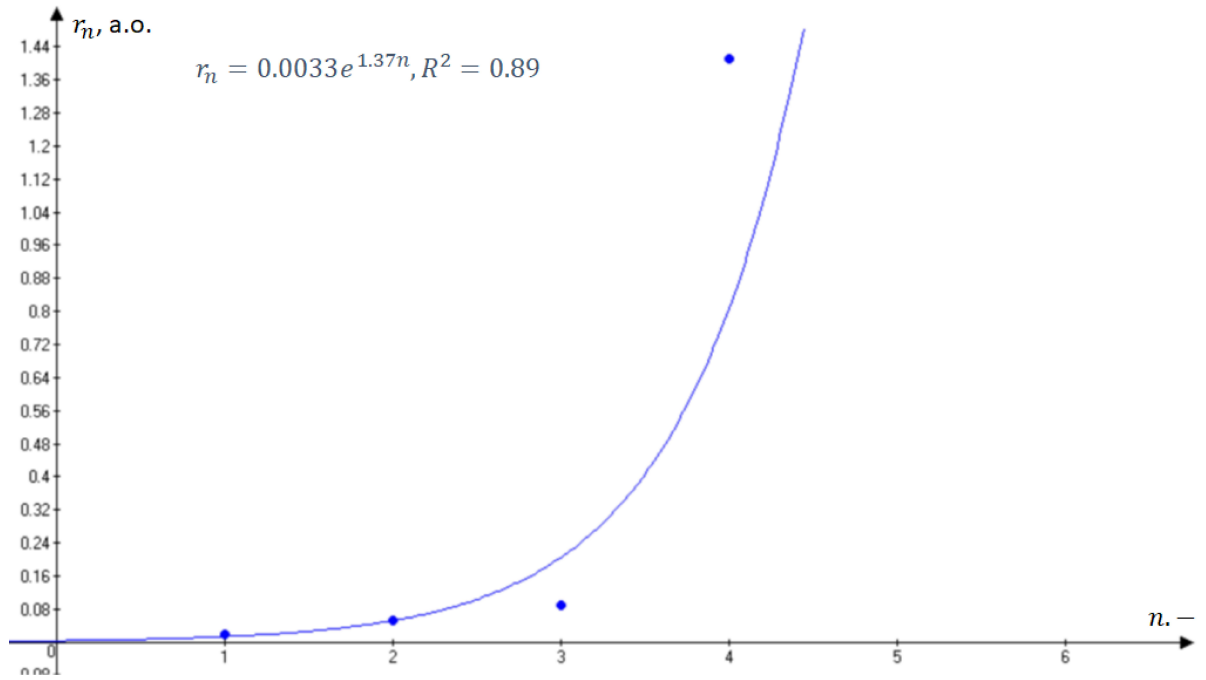


Рис. 1.2. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі WASP-47

Бачимо різко гірший коефіцієнт детермінації через великий розкид даних.

Таблиця 3

### Kepler-82

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-82 b	3	0,169	0,1412
Kepler-82 c	4	0,264	0,2882
Kepler-82 d	1	0,034	0,03388
Kepler-82 e	2	0,063	0,069



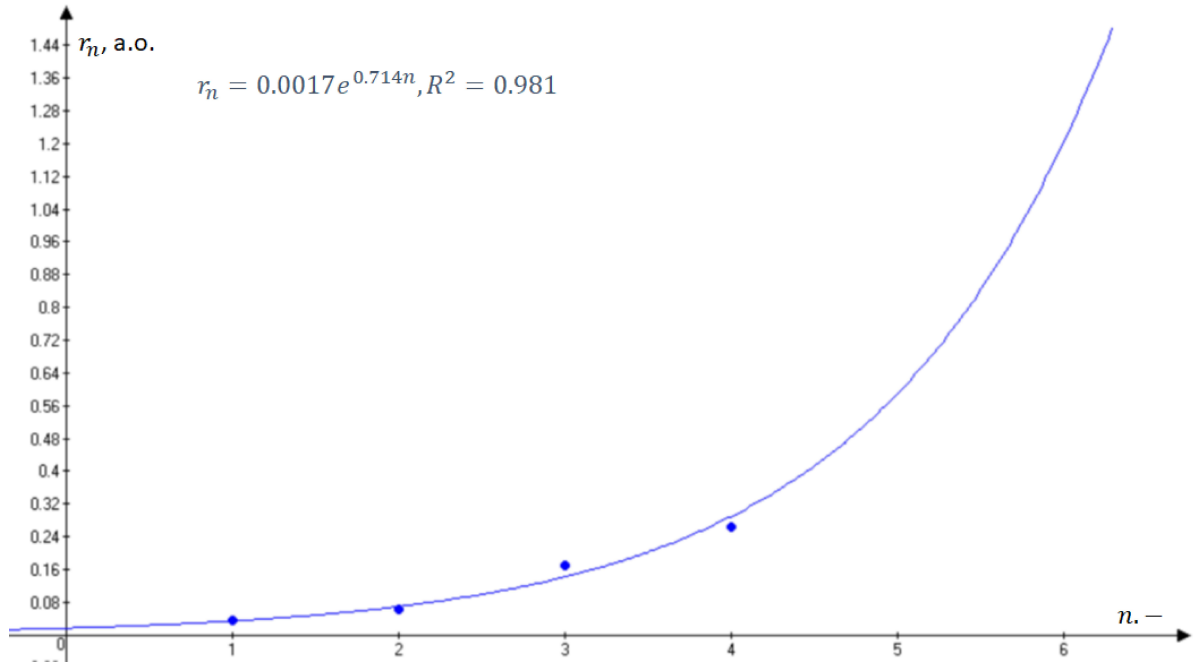


Рис. 1.3. Залежність відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-82

Таблиця 4

### GJ 3293

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
GJ 3293 b	2	0,14339	0,1337
GJ 3293 c	4	0,36175	0,3458
GJ 3293 d	3	0,194	0,2150
GJ 3293 e	1	0,0821	0,0831

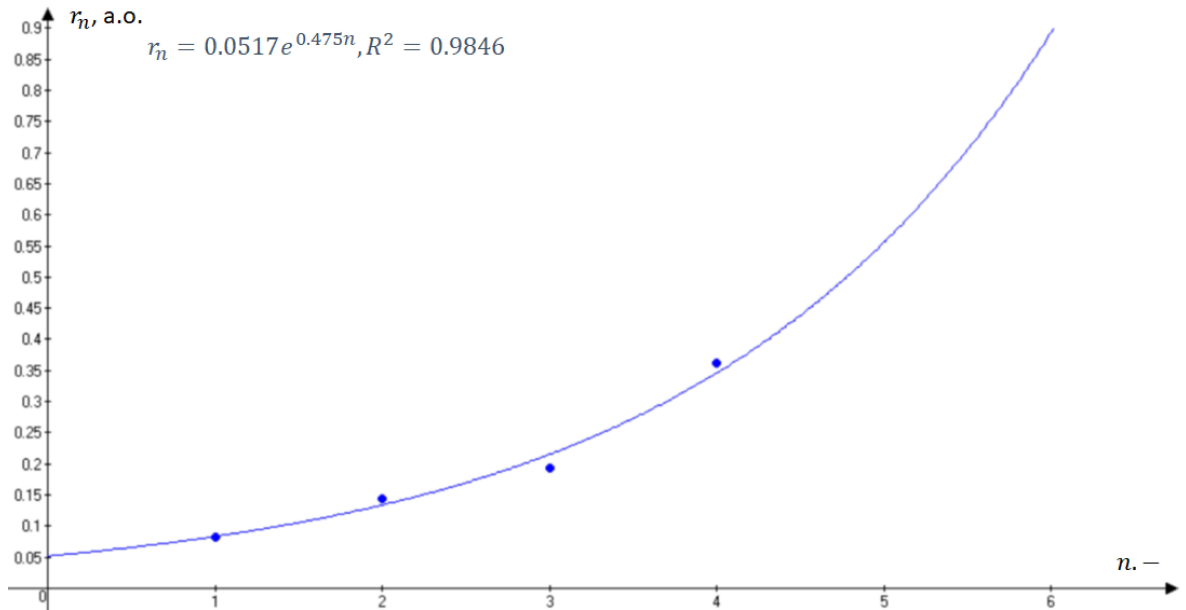


Рис. 1.4. Залежність відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі GJ 3293

Таблиця 5

### Kepler-167

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-167 b	1	0,048	0,0295

Продовження табл. 5

Kepler-167 c	2	0,068	0,0953
Kepler-167 d	3	0,1405	0,3085
Kepler-167 e	4	1,89	0,9985

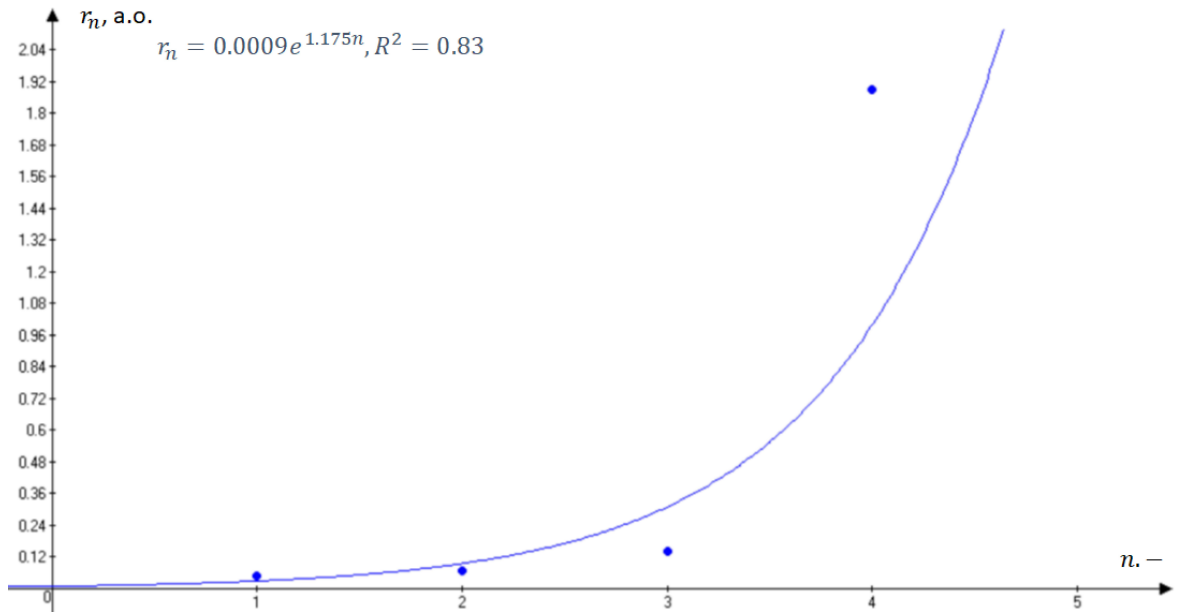


Рис. 1.5. Залежність відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-167

Даний показник коефіцієнту детермінації є найнижчим серед усіх отриманих, але навіть результат в 0.83 є доволі високим при приблизних розрахунках для полегшення пошуку, а саме зменшення пошукового діапазону.

Таблиця 6

### GJ 676 A

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
GJ 676 A b	3	1,812	1,331
GJ 676 A c	4	6,6	7,655

Продовження табл. 6

GJ 676 A d	1	0,0413	0,040
GJ 676 A e	2	0,187	0,231

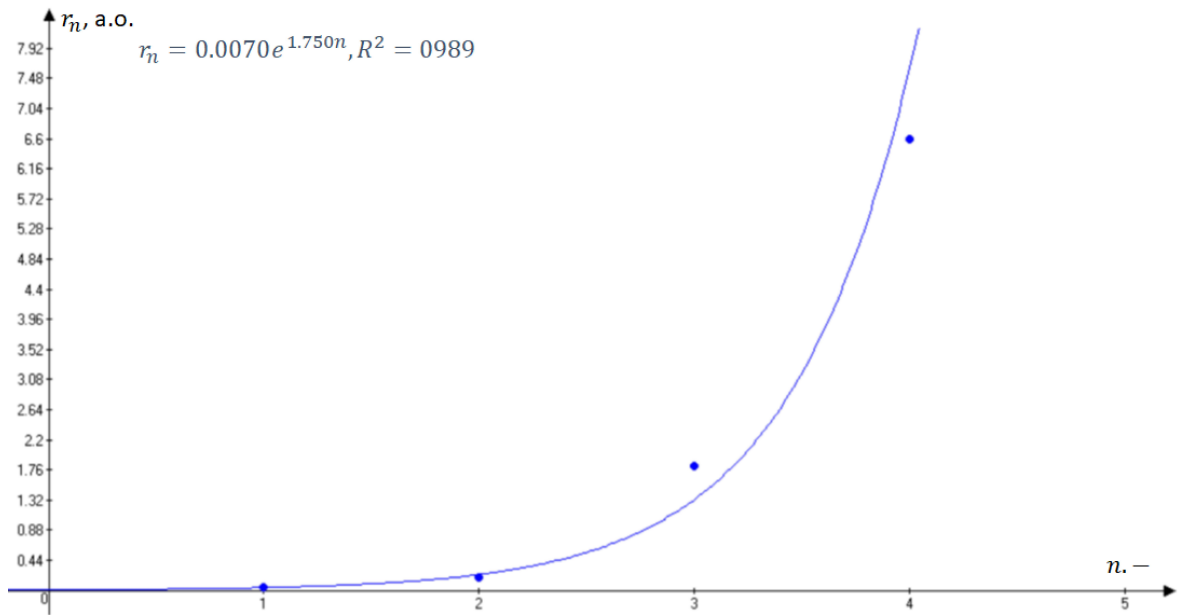


Рис. 1.6. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі GJ 676 A

Таблиця 7

### GJ 876

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
GJ 876 b	2	0,208317	0,222
GJ 876 c	1	0,12959	0,114
GJ 876 d	4	1,02689	0,846
GJ 876 e	3	0,3343	0,434

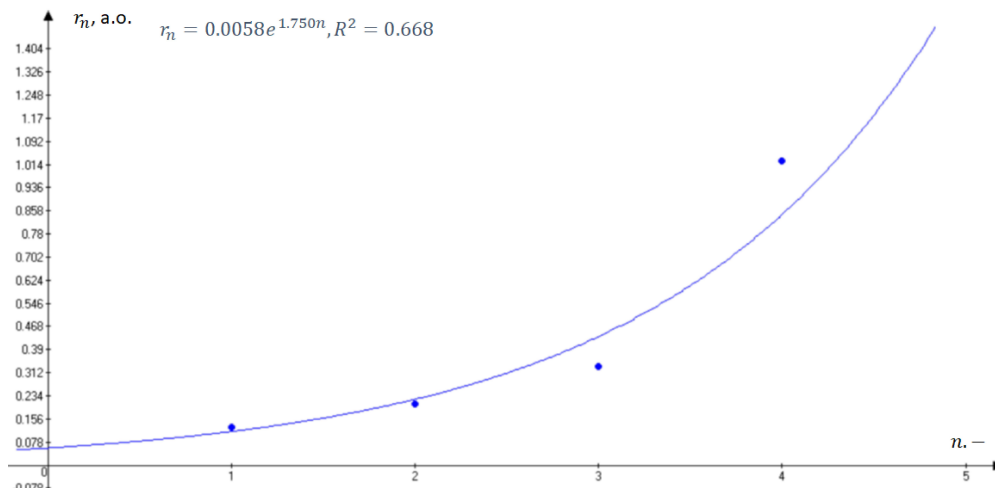


Рис. 1.7 Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі GJ 876

Таблиця 8

**HD 141399**

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
HD 141399 b	1	0,415	0,363
HD 141399 c	2	0,689	0,856
HD 141399 d	3	2,09	2,019
HD 141399 e	4	5	4,760

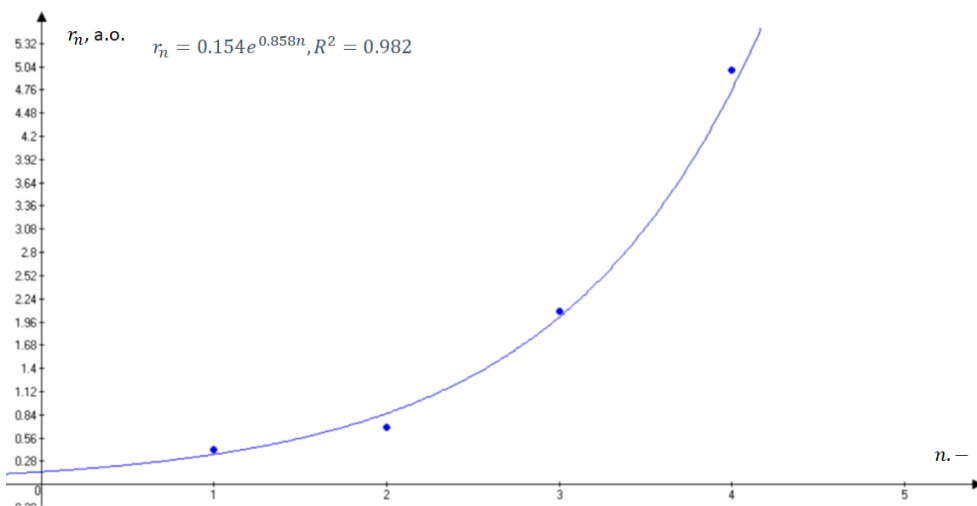


Рис. 1.8. Залежність відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі HD 141399

Таблиця 9

**Kepler-197**

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-197 b	1	0,06	0,062
Kepler-197 c	2	0,09	0,086

Kepler-197 d	3	0,119	0,119
Kepler-197 e	4	0,164	0,166

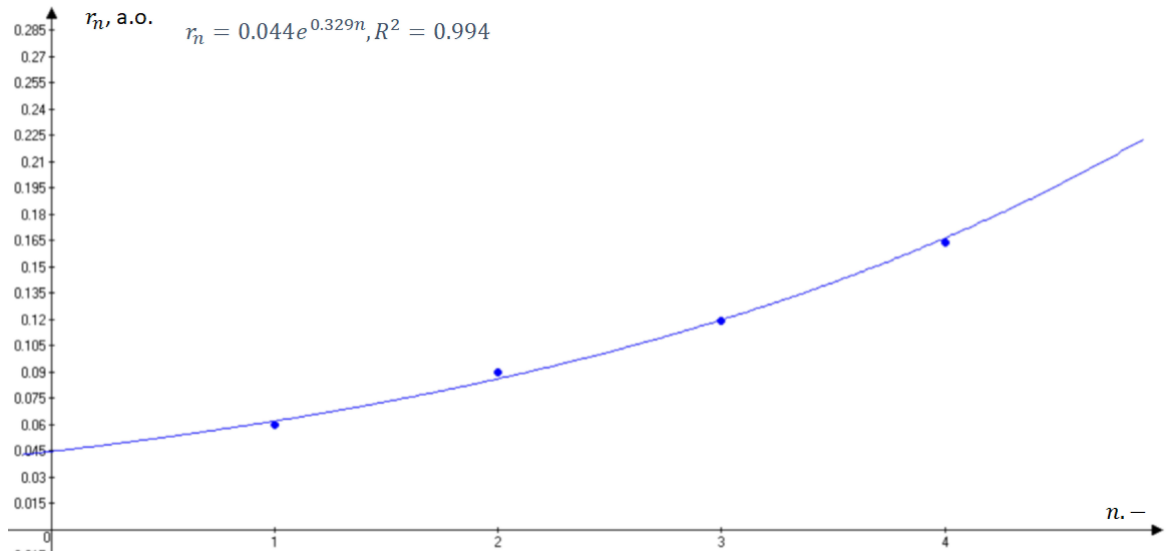


Рис. 1.9. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-197

Таблиця 10

### Kepler-107

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-107 b	1	0,044	0,0429

Продовження табл. 10

Kepler-107 c	2	0,059	0,0604
Kepler-107 d	3	0,082	0,0849
Kepler-107 e	4	0,123	0,1195

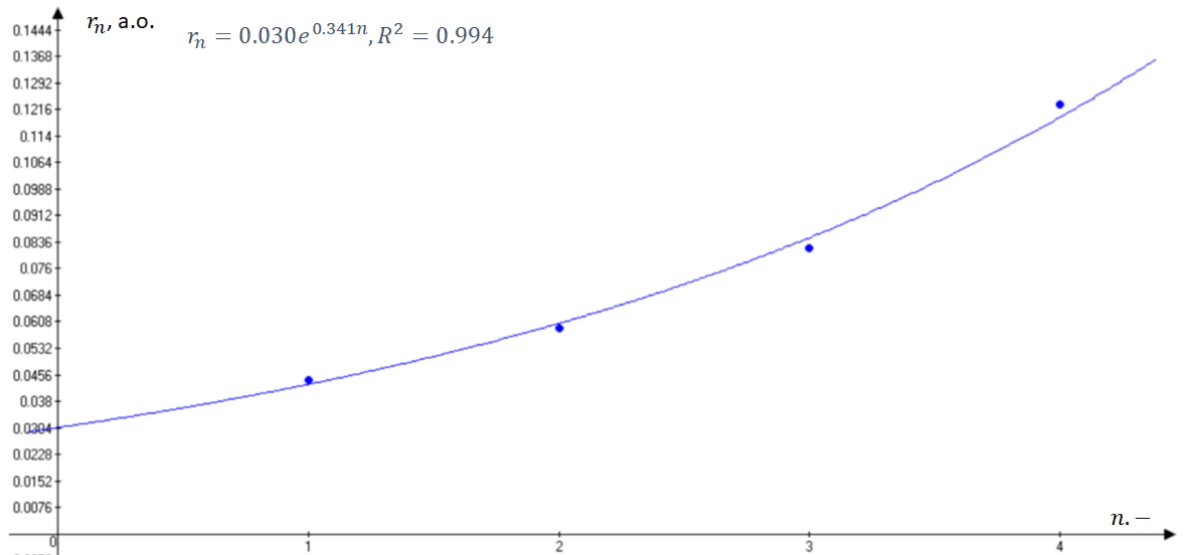


Рис. 1.10. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-107

Таблиця 11

**$\mu$  Ara**

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
$\mu$ Ara b	3	1,5	1,693
$\mu$ Ara c	1	0,09094	0,135
$\mu$ Ara d	2	0,921	0,478
$\mu$ Ara e	4	5,235	6,000

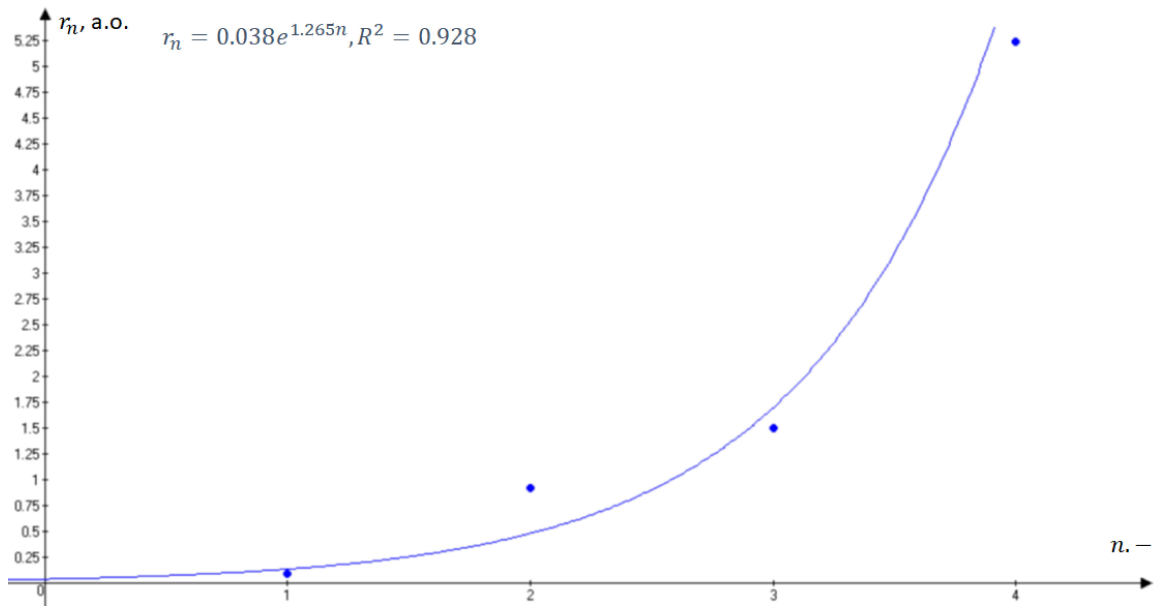


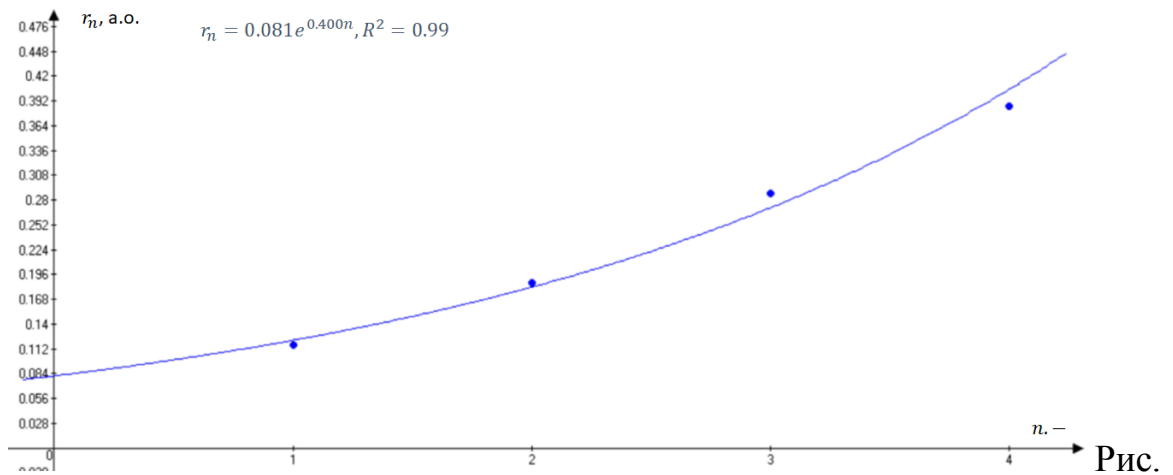
Рис. 1.11. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі  $\mu$  Ara

Таблиця 12

### Kepler-79

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-79 b	1	0,117	0,122
Kepler-79 c	2	0,187	0,181
Kepler-79 d	3	0,287	0,271
Kepler-79 e	4	0,386	0,405





1.12. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-79

Таблиця 13

### Kepler-89

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-89 b	1	0,05	0,051
Kepler-89 c	2	0,099	0,093
Kepler-89 d	3	0,165	0,167
Kepler-89 e	4	0,298	0,301

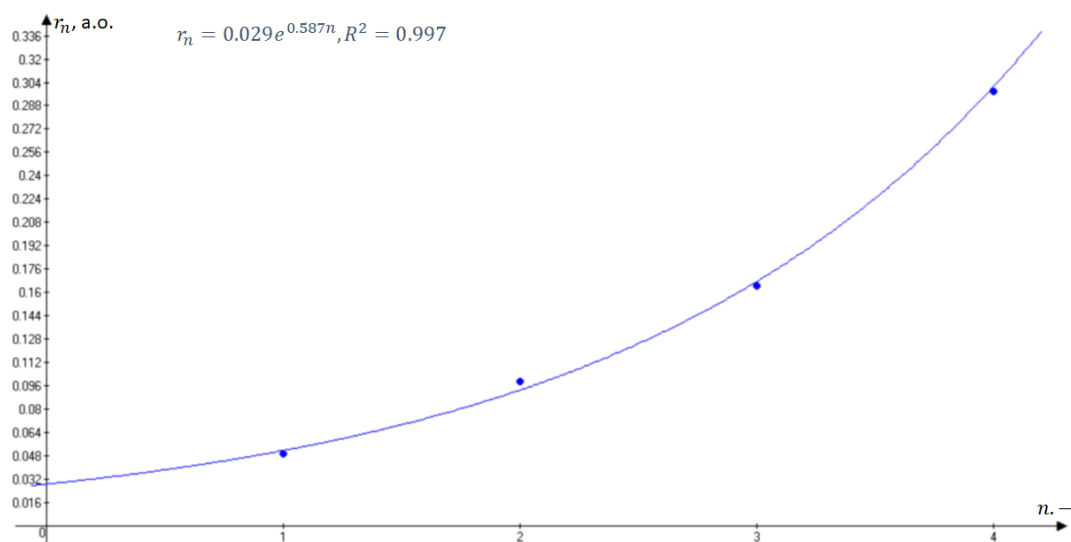


Рис. 1.13. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-89

Таблиця 14

### Kepler-85

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-85 b	1	0,07891	0,080
Kepler-85 c	2	0,10369	0,101
Kepler-85 d	3	0,13	0,129
Kepler-85 e	4	0,163	0,164

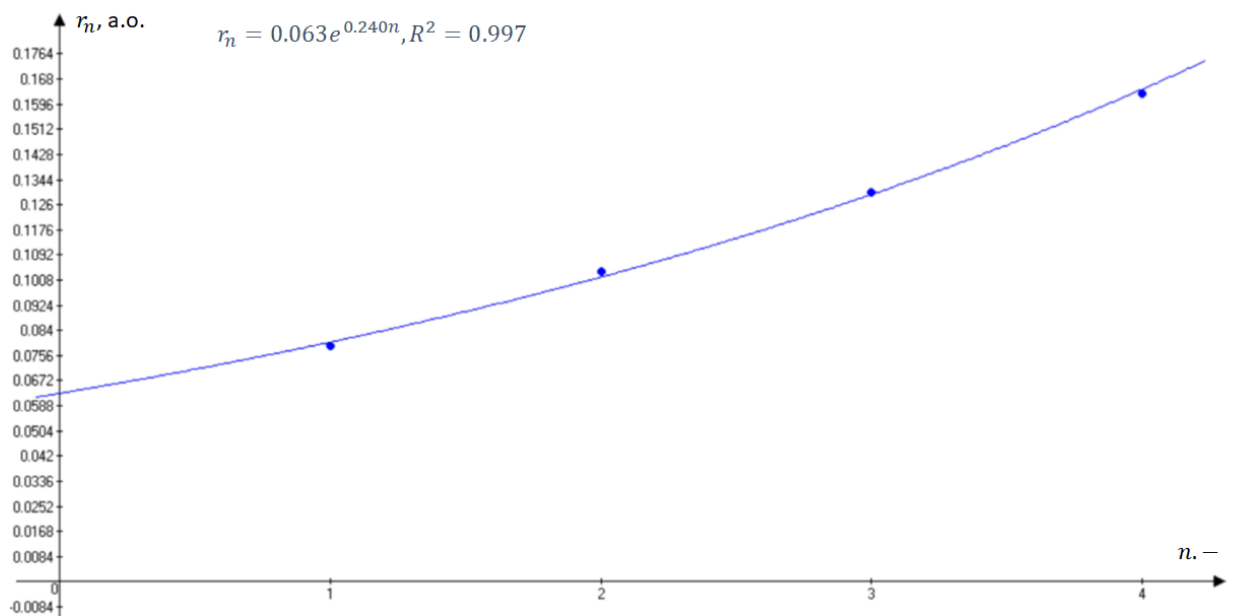


Рис. 1.14. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-85

Таблиця 15

### Kepler-172

Назва	№	Дійсна	Розрахована
-------	---	--------	-------------

екзопланети	екзопланети	відстань	відстань
Kepler-172 b	1	0,04	0,040

Продовження табл. 15

Kepler-172 c	2	0,068	0,068
Kepler-172 d	3	0,118	0,120
Kepler-172 e	4	0,211	0,208

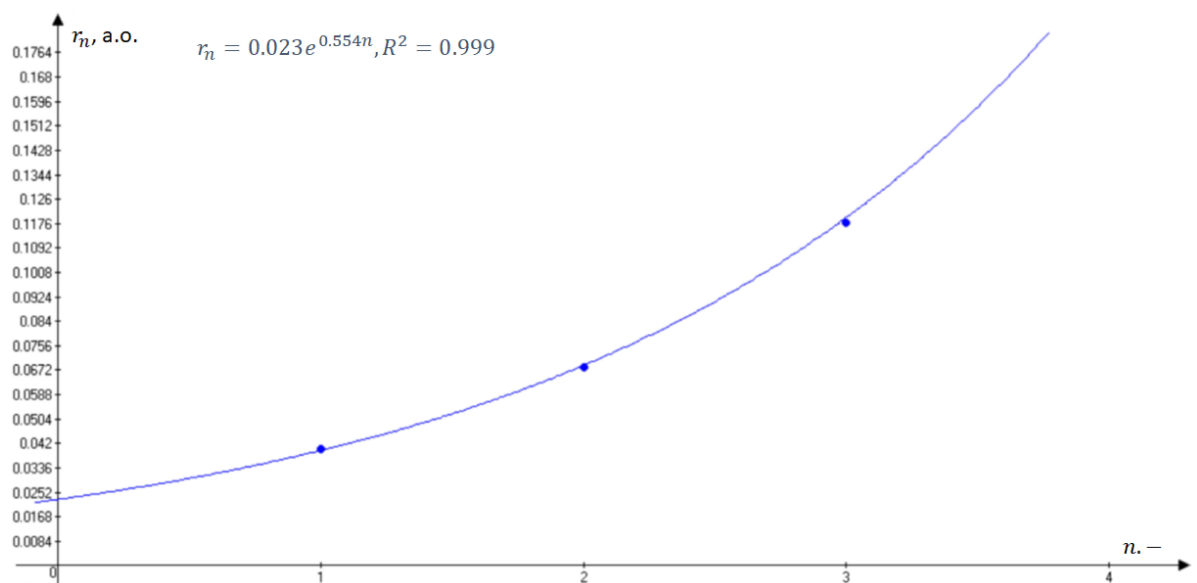


Рис. 1.15. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-172

## 1.2 Моделювання пошуку екзопланети в кратній системі

Безумовно кількісні обрахунки параметрів кратних систем показують адекватність і можливість застосування вказаного емпіричного допущення. Але немає нічого кращого, ніж спробувати на основі одної з кратних систем обрахувати дані, які реально могли б допомогти в пошуку ще невідкритих планет кратних систем. Спробуємо це зробити.[42]

Розглянемо систему TOI-178, відкриту в 2021 році.

### Параметри екзопланетної системи TOI-178 (2021 р.)

Назва екзопланети	№ екзопланети	Велика піввісь $r_n$ (а.о.)
TOI-178 b	1	$0.02607 \pm 0.00078$
TOI-178 c	2	$0.0370 \pm 0.0011$
TOI-178 d	3	$0.0592 \pm 0.0018$
TOI-178 e	4	$0.0783 \pm 0.0024$
TOI-178 g	5	$0.1275 \pm 0.0039$

Апроксимація експонентою дає наступну залежність:

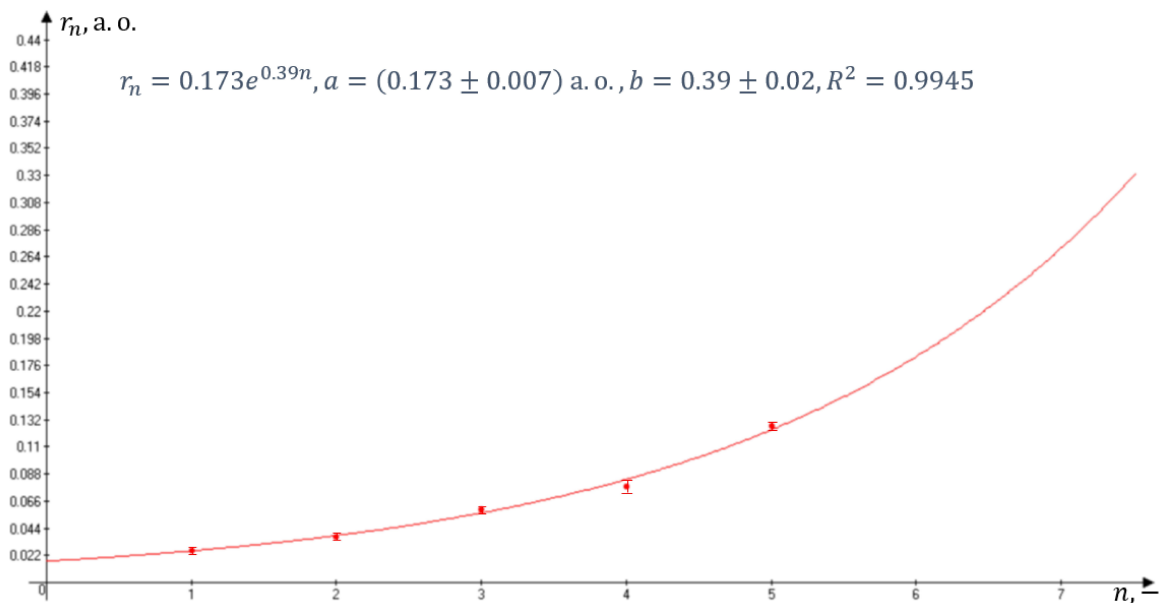


Рис.1.16. Апроксимація для TOI-178

Ми бачимо, що коефіцієнт детермінації близький до одиниці, що означає фрагментальну близькість апроксимації до істинної залежності на даній ділянці. В межах похибки всі експериментальні точки [5] близькі до апроксимації.

Для вже відкритих екзопланетних систем – 5 планет є досить великою кількістю, тому спробуємо на основі цієї системи перевірити можливість передбачувати існування інших, ще не відкритих або не підтверджених безпосереднім спостереженням планет в певній просторовій зоні. Звичайно, для цього можна було б розрахувати для дискретного набору номерів 1,2,3,4,5 передбачувані параметри  $r_n$ , порівняти їх з експериментальними, після чого спробувати передбачити, наприклад,  $r_6, r_7$  (якщо ці планети взагалі існують в поданій системі). Але з рис.2.16 одразу видно, що в межах експериментальної похибки точки лягають на апроксимацію і повторне обчислення немає сенсу. Набагато цікавіше перевірити можливість виявлення параметрів розташування додаткових планет за допомогою подібної моделі в системах з відкритими 3, 4 планетами (хоча б тому, що їх кількість значно більша, ніж кількість великих планетних систем з 5 та більше планетами).

Нехай в нашій планетній системі TOI-178 відкрито лише 4 планети (номери від 1 до 4). Спробуємо на основі цих даних спрогнозувати  $r_5$ .

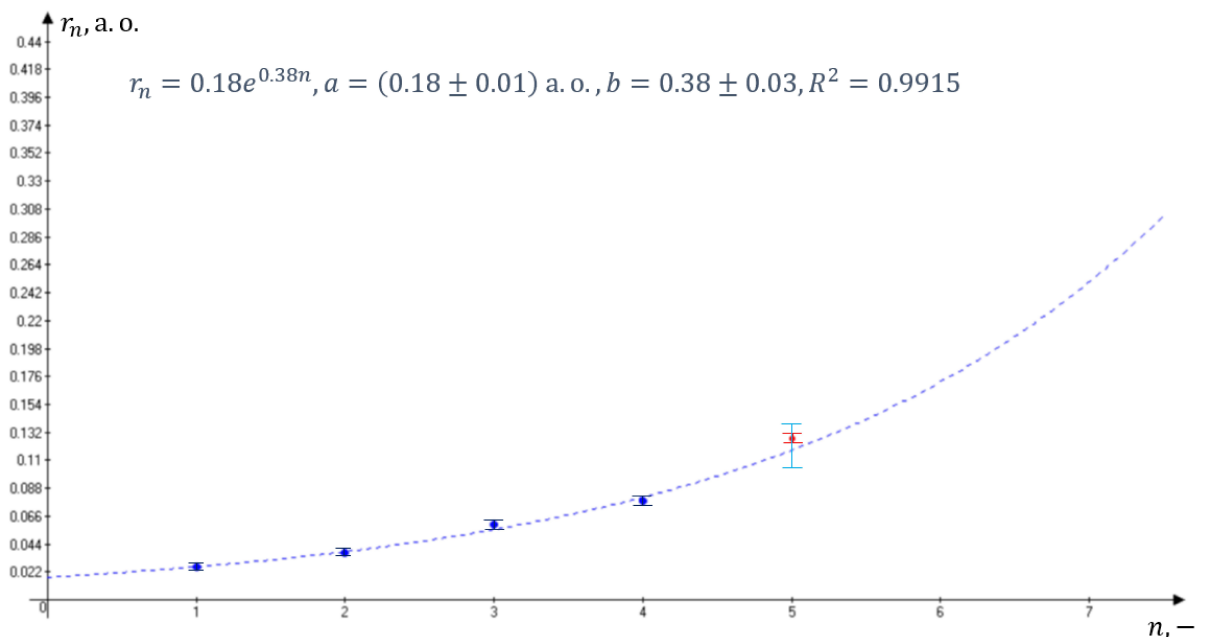


Рис. 1.17. Апроксимація для 4 планет. Порівняння прогнозованого  $r_5$  з експериментальним

Як бачимо з рис. 2 коефіцієнт детермінації навіть для системи з 4 екзопланетами залишається близьким до 1. Блакитним кольором позначений довірчий інтервал для можливих значень  $r_5$  з ймовірністю потрапляння в діапазон в  $3\sigma$  для заданої апроксимації. Звичайно діапазон досить значний, але як бачимо експериментальне значення навіть з діапазоном похибок повністю перебуває всередині прогнозованого діапазону, що підтверджує коректність застосування показаної моделі хоча б для первісної оцінки  $r_5$ .

Повторимо для системи TOI-178 з 3 планетами (від 1 до 3). Спрогнозуємо  $r_4$  та  $r_5$ .

Бачимо, що навіть для 3 планет апроксимації виявляється досить близькою до істинної, з високим коефіцієнтом детермінації. Звичайно мала кількість точок значно збільшує статистичну похибку, у відносному значенні до 10% і вище, але навіть за таких умов можна оцінити діапазон  $r_4$  та  $r_5$  (сині бари довірчих інтервалів з ймовірністю  $3\sigma$ ), які з запасом включають в себе і експериментальні значення і їх діапазон похибок.

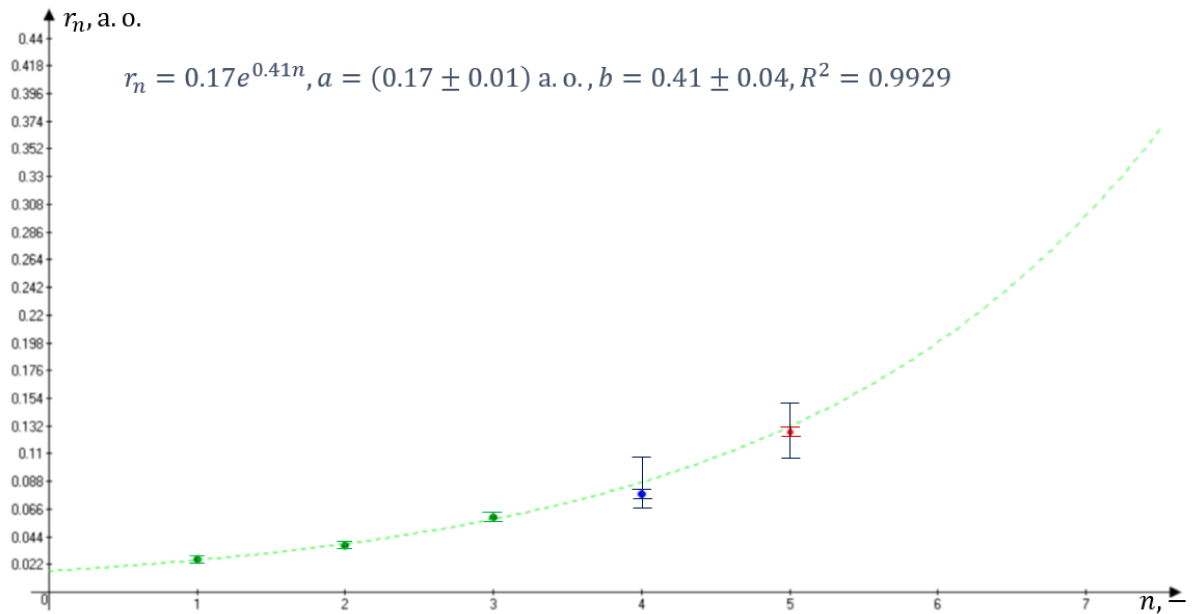


Рис. 1.18. Апроксимація для 3 планет. Порівняння прогнозованих  $r_4$  та  $r_5$  з експериментальними

### 1.3 Аналіз результатів

У роботі для опису залежності відстані планет до зорі використовується залежність виду :  $r_n = ae^{bn}$ , що нагадує опис логарифмічної спіралі в полярних координатах:

$$r = ae^{\lambda\varphi}, \quad (1.5)$$

де  $\varphi$  – полярний кут, а  $\lambda$  – коефіцієнт розширення спіралі.

За визначенням логарифмічна спіраль – це траєкторія окремої точки площини, яка обертається відносно початку координат  $O$  і одночасно пропорційно цьому відбувається перетворення подібності: збільшення або зменшення відстані точки від центра обертання  $O$ . Цю спіраль можна розглядати як сполучну ланку між колами навколо точки  $O$  (зорі). Це означає, що відстані перебувають у пропорційному відношенні і відповідають радіусам кіл (траєкторій колового руху планет) [38].

Виконуючи дослідження екзопланетних систем, нами було виявлено, що відстані планет від батьківської зорі перебувають у пропорційному співвідношенні (наприклад, для Kepler-444 :  $r_1/r_2 = 0.85$ ,  $r_2/r_3 = 0.81$ ,  $r_3/r_4 = 0.86$ ,  $r_4/r_5 = 0.85$ ). Очевидно, що значення цих відношень надто близькі, щоб бути простим збігом. Звідси можна зробити висновок, що зміну відстаней планет від своєї зорі можна описувати логарифмічною спіраллю.

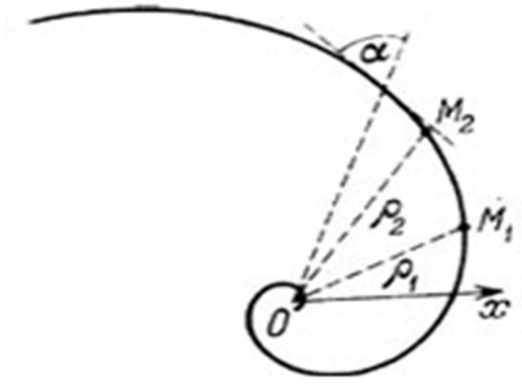


Рис 1.3.1 Логарифмічна спіраль

Застосовуючи метод математичної індукції і правило (1.2), для відношення відстаней планет від батьківської зорі матимемо:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{ae^{2b}}{ae^b} = e^b,$$

$$\frac{r_3}{r_2} = \frac{ae^{3b}}{ae^{2b}} = e^b,$$

$$\frac{r_n}{r_{n-1}} = \frac{ae^{nb}}{ae^{(n-1)b}} = e^b. \quad (1.6)$$

Якщо позначити відношення відстаней через  $k$ :  $r_n/r_{n-1} = k$ ,  
отримуємо

$$\ln k = b. \quad (1.7)$$

Відстані планет від батьківської зорі в кожній системі утворюють геометричну прогресію зі знаменником  $k$ .



Можна також припустити, що коли порядковий номер  $n$  змінюється на 1, то логарифмічна спіраль описує повне коло, тобто  $\phi$  змінюється на  $2\pi$ . Тоді коефіцієнт розширення спіралі дорівнює

$$\lambda = \frac{b}{2\pi}. \quad (1.8)$$

Якщо відстані планет від батьківських зір утворюють геометричні прогресії в своїх системах, то враховуючи (1.5) і (1.6), можна припустити, що покращуючи апроксимацію (1.2), можна передбачати ще не відкриті планети. Проте я вважаємо доцільним за допомогою даної апроксимації уточнювати шукану віддаленість від батьківських зір планет-кандидатів, чиє місцезнаходження ще не підтверджено наземними телескопами.

Проаналізувавши дані 30 позасонячних систем на основі розробленого методу, можливо зробити висновок про його застосовність. Також було проаналізовано можливість пошуку позасонячних планет в певних просторових інтервалах за допомогою модулювання позицій планети за її порядковим номером в системі. Отримане ж середнє значення коефіцієнту детермінації доволі високе:  $R^2 = 0.9536$ . Це означає, що виявлені закономірності у планетних відстанях, аналогічні правилу Тіциуса-Бодє, для усіх досліджуваних екзопланетних систем з кількістю планет чотири і більше.

## РОЗДІЛ 2

### ВИКОРИСТАННЯ ЕКЗОПЛАНЕТНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ

Відносна простота досліджень за допомогою емпіричних співвідношень дає можливість залучати школярів до досліджень такого роду. Внаслідок читання спеціалізованої педагогічної літератури для підготовки до фізичних та астрономічних олімпіад була обрана наступна методика підготовки зацікавлених учнів до дослідницької роботи:

- підвищення астрофізичних компетенцій на рівні якісного сприйняття для подальшого зацікавлення в роботі
- донесення необхідного математичного апарату
- мінімальні знання з статистичної обробки даних
- навчання роботі в спеціалізованих програмах
- знайомство з основними джерелами даних
- завершальний етап – обробка даних з декількох екзопланетних систем в режимі реального часу викладачем, режим «майстер-класу»
- обробка даних учнями самостійно

Окрім методичних міркувань були сформовані основні засади (с.5), які і формують дослідницьку компетенцію юних вчених.

Дослідницькою компетенцією учня, як вже було сказано, вважається комплекс вмінь і навичок, які дають можливість юному вченому самостійно опрацьовувати теоретичну базу, формувати план дослідження, виконувати обробку даних, отримувати кількісні результати та робити фізичні висновки на підґрунті цих результатів.

Для будування правильного фундаменту молодого вченого, учням пропонувалося робити все за чітко визначеним планом:

1. Робота з науковою літературою екзопланетного напрямку;

2. Вибір найкращих екзопланетних систем для дослідження;
3. Формування правильної вибірки даних;
4. Підготовка та вибірка даних досліджень;
5. Пошук коректних методів обробки(був запропонований вчителем);
6. Обробка даних с застосуванням сучасних комп'ютерних програм (запроновані вчителем, навчання проведено в режимі «майстер-класу»);
7. Базовий аналіз отриманих результатів на фізичність і коректність (в режимі лайв-конференції Zoom під контролем вчителя);
8. Висновки і кінцеві аргументовані результати (в режимі доповіді).

Апробація відбувалася на базі учнів Херсонського фізико-технічного ліцею Херсонської міської ради. На жаль, через важкі обставини в країні з 15 бажаючих на старті до кінцевого етапу дійшли тільки 4 вмотивованих учні(всі з класів, де викладав автор даної роботи). Кожному з них було запропоновано за зразком і методичними рекомендаціями розглянути по 3 екзопланетні системи. Після кропіткої роботи з великою кількістю помилок, обговорень, були отримані результати, що наведені нижче.

Таблиця 17

### Kepler-150

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-150 b	1	0,044	0,034
Kepler-150 c	2	0,073	0,070
Kepler-150 d	3	0,104	0,151

Продовження табл. 17

Kepler-150 e	4	0,189	0,324
Kepler-150 f	5	1,24	0,694

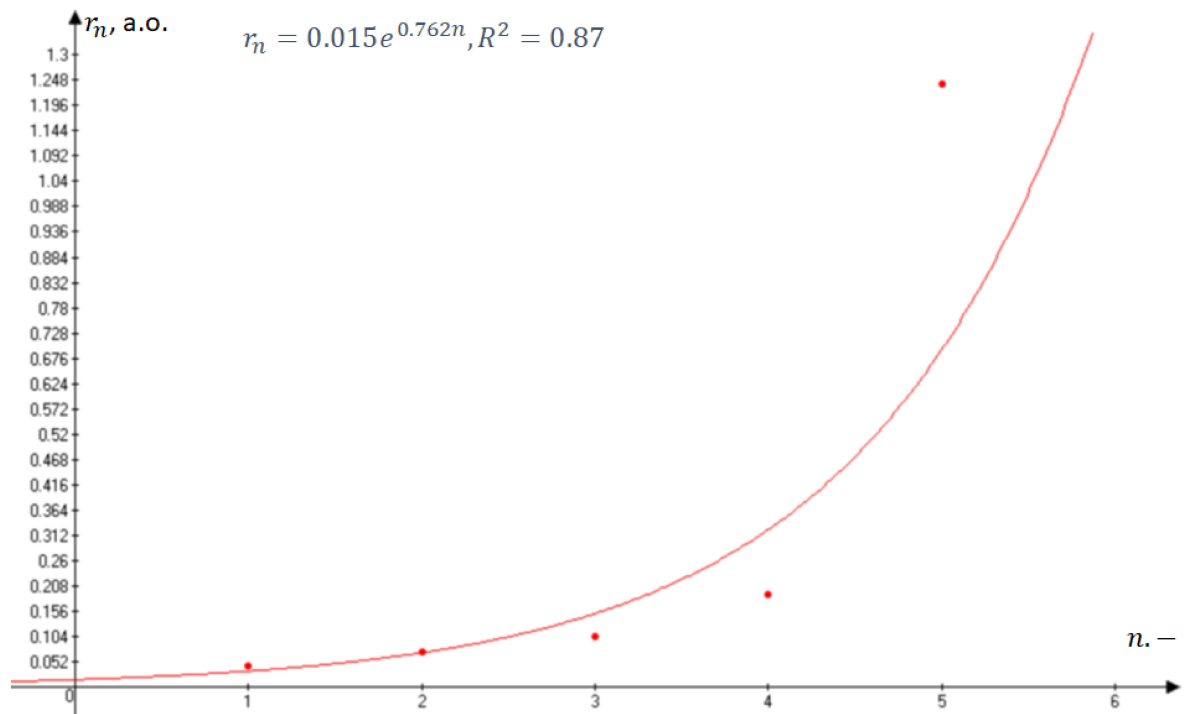


Рис. 2.1. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-150

Таблиця 18

## Kepler-186

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-186 b	1	0,04	0,036
Kepler-186 c	2	0,061	0,060
Kepler-186 d	3	0,091	0,100
Kepler-186 e	4	0,129	0,168
Kepler-186 f	5	0,356	0,280

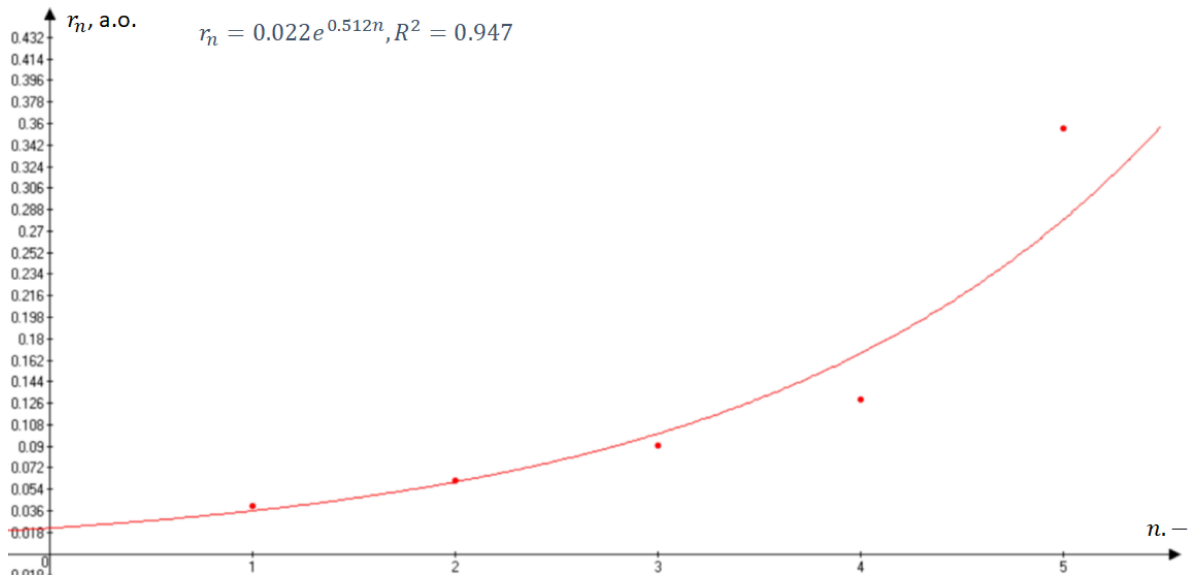


Рис. 2.2. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-186

Таблиця 19

### Kepler-20

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-20 b	1	0,0463	0,044
Kepler-20 c	3	0,0949	0,097
Kepler-20 d	6	0,3506	0,324
Kepler-20 e	2	0,0639	0,065
Kepler-20 f	4	0,1396	0,145
Kepler-20 g	5	0,2055	0,217

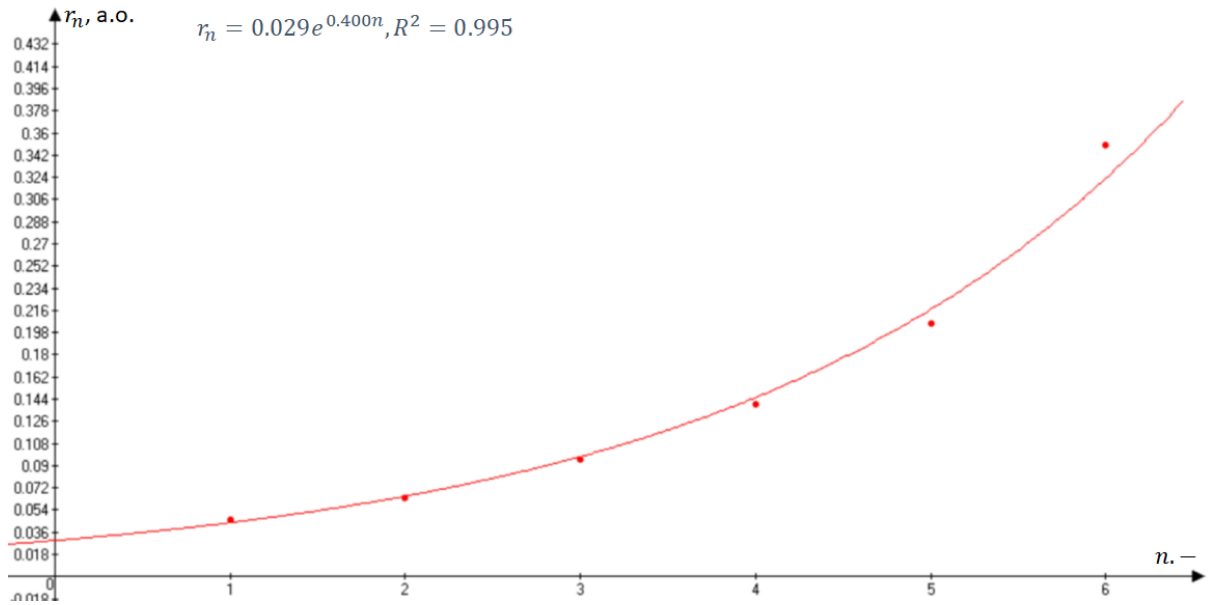


Рис. 2.3. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-20

Таблиця 20

### Kepler-33

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-33 b	1	0,0677	$0,078 \pm 0.02$
Kepler-33 c	2	0,1189	$0,108 \pm 0.04$
Kepler-33 d	3	0,1662	$0,148 \pm 0.05$
Kepler-33 e	4	0,2138	$0,205 \pm 0.06$
Kepler-33 f	5	0,2535	$0,283 \pm 0.08$

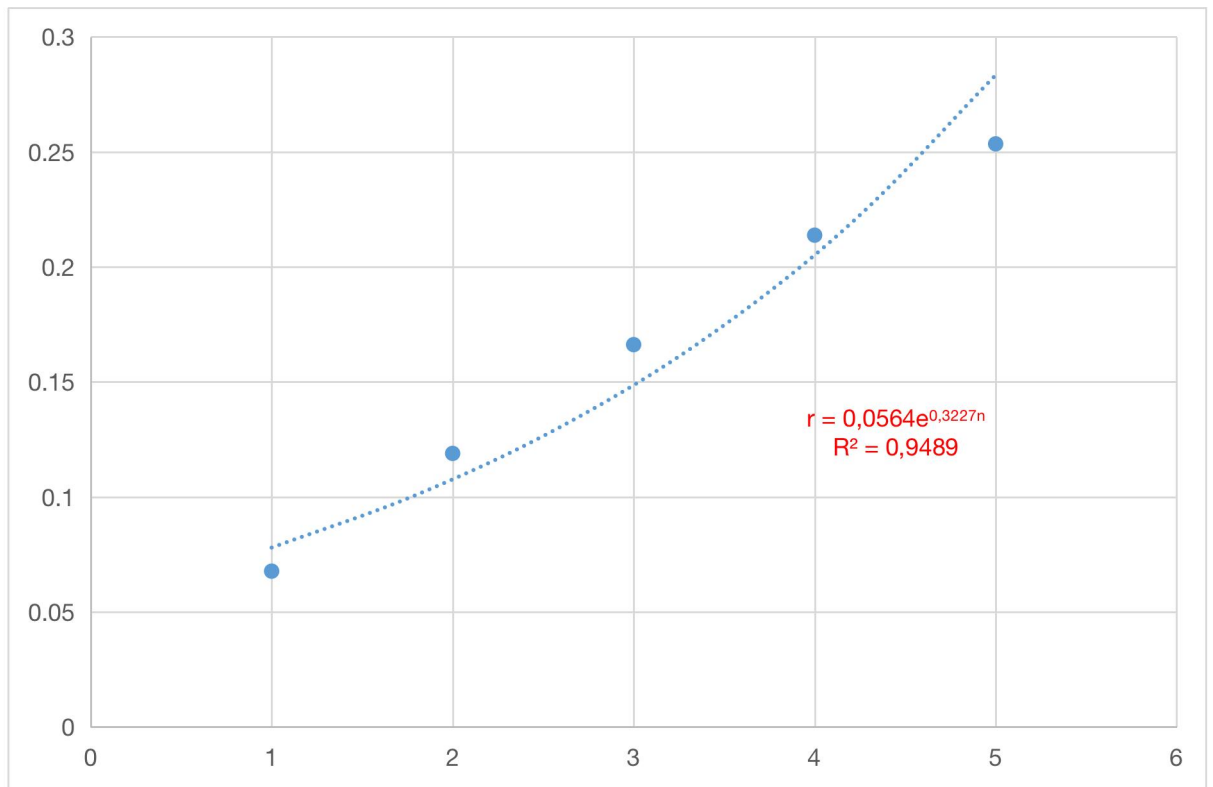


Рис. 2.4. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-33

Таблиця 21

### HD 34445

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
HD 34445 b	5	2,075	2,731
HD 34445 c	3	0,7181	0,824
HD 34445 d	2	0,4817	0,453
HD 34445 e	1	0,2687	0,249
HD 34445 f	4	1,543	1,500
HD 34445 g	6	6,36	4,972

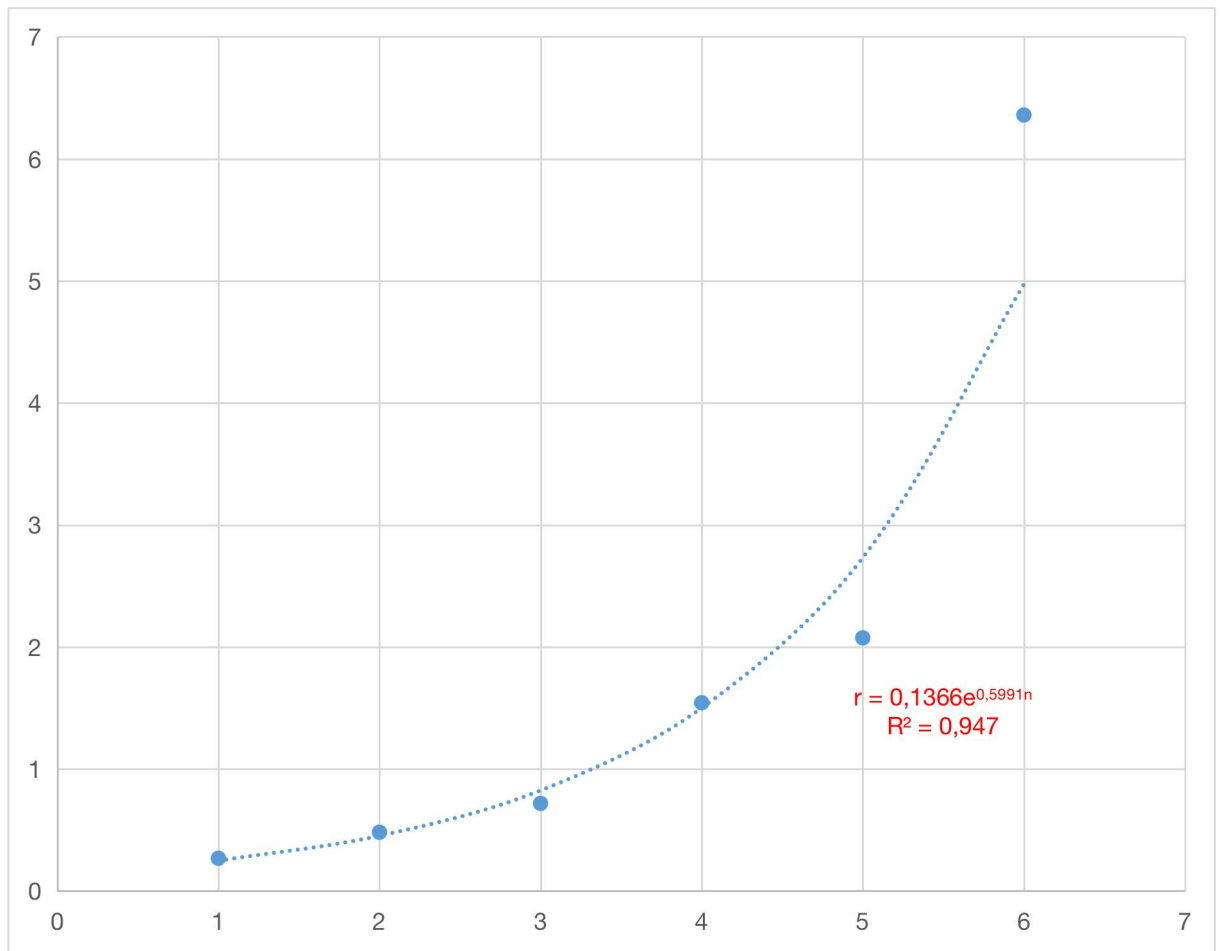


Рис. 2.5. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі HD 34445

Таблиця 22

### Kepler-11

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-11 b	1	0,091	0,083
Kepler-11 c	2	0,106	0,113
Kepler-11 d	3	0,159	0,154
Kepler-11 e	4	0,194	0,211
Kepler-11 f	5	0,25	0,287
Kepler-11 g	6	0,462	0,392



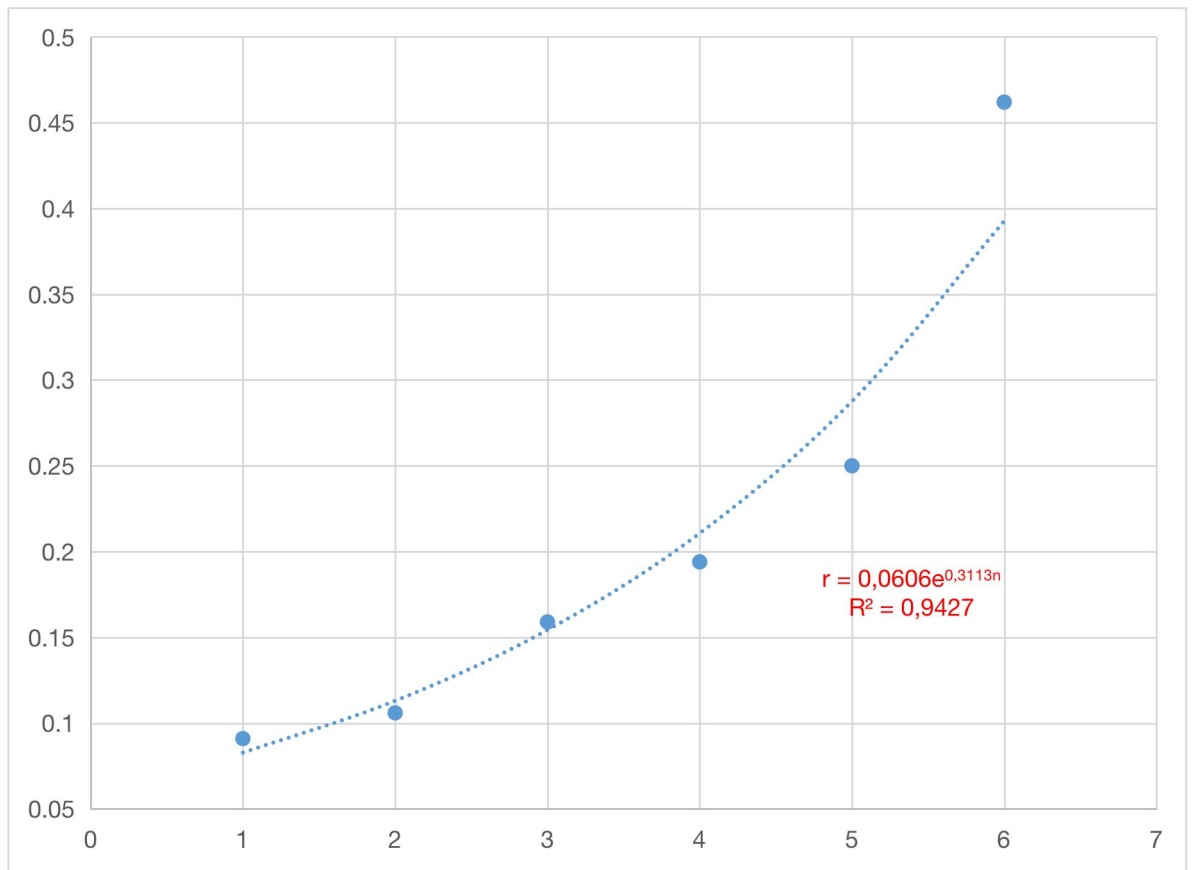


Рис. 2.6. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-11

Таблиця 23

### HD 40307

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
HD 40307 b	1	0,0475	0,048542641
HD 40307 c	2	0,0812	0,077512763
HD 40307 d	3	0,134	0,123772179
HD 40307 e	4	0,1886	0,197639094
HD 40307 f	5	0,2485	0,315589592
HD 40307 g	6	0,6	0,50393264

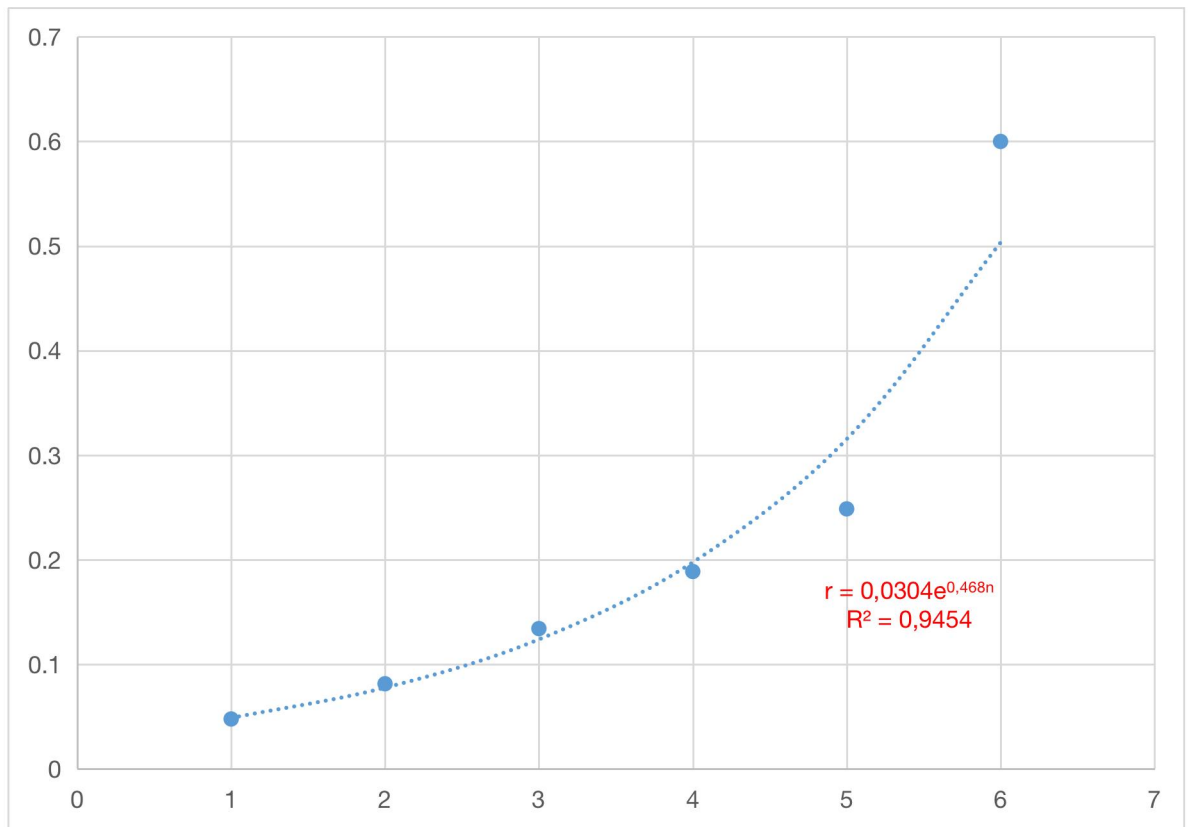


Рис. 2.7. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі HD 40307

Таблиця 24

### TRAPPIST-1

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
TRAPPIST-1 b	1	0,01111	0,012
TRAPPIST-1 c	2	0,01521	0,015
TRAPPIST-1 d	3	0,02144	0,020
TRAPPIST-1 e	4	0,02817	0,027
TRAPPIST-1 f	5	0,0371	0,036
TRAPPIST-1 g	6	0,0451	0,048
TRAPPIST-1 h	7	0,063	0,063

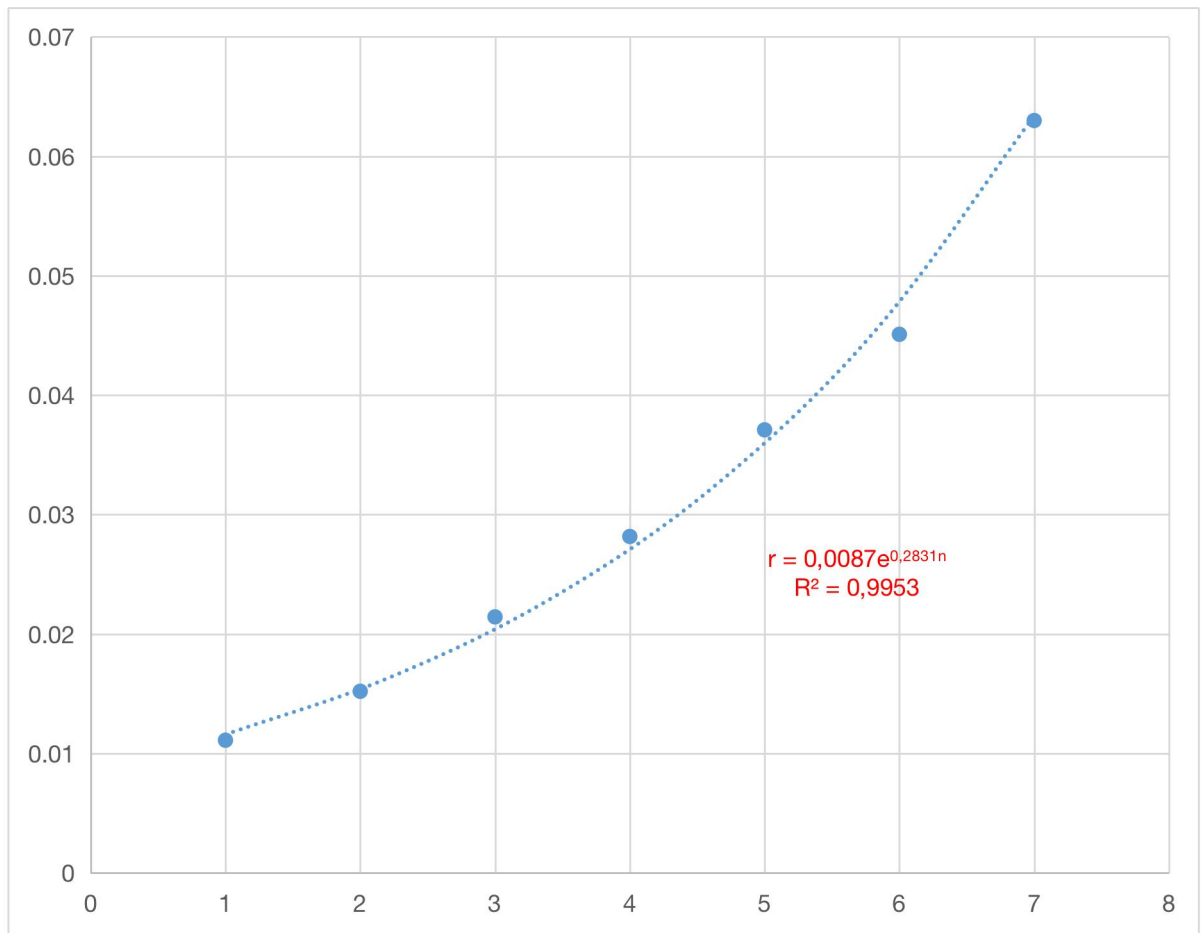


Рис. 2.8. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі TRAPPIST-1

Таблиця 25

### Kepler-90

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-90 b	1	0,074	0,083
Kepler-90 c	2	0,089	0,130
Kepler-90 d	3	0,32	0,202
Kepler-90 e	4	0,42	0,314
Kepler-90 f	5	0,48	0,490
Kepler-90 g	6	0,71	0,762
Kepler-90 h	7	1,01	1,187

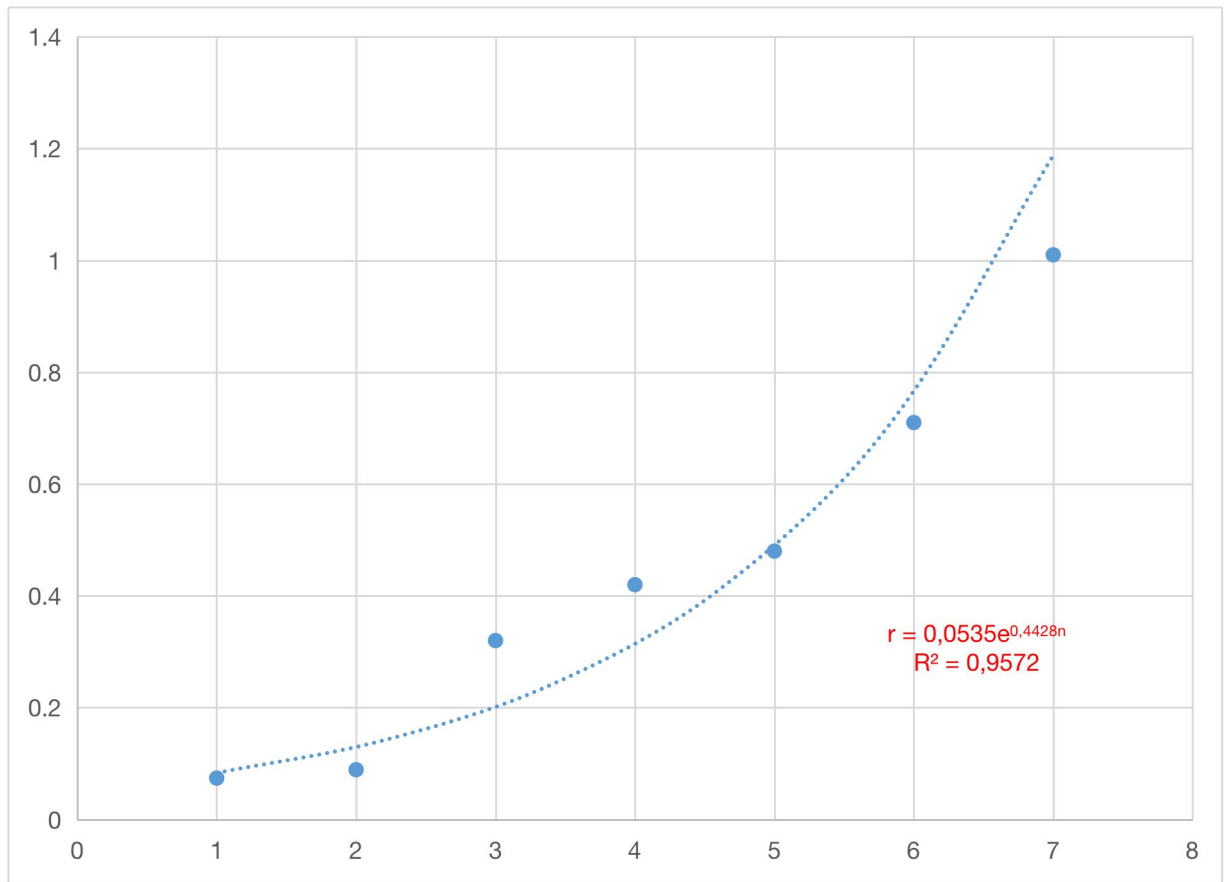


Рис. 2.9. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-90

Таблиця 26

### Kepler-122

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-122 b	1	0,064	0,067
Kepler-122 c	2	0,108	0,101
Kepler-122 d	3	0,155	0,154
Kepler-122 e	4	0,227	0,233

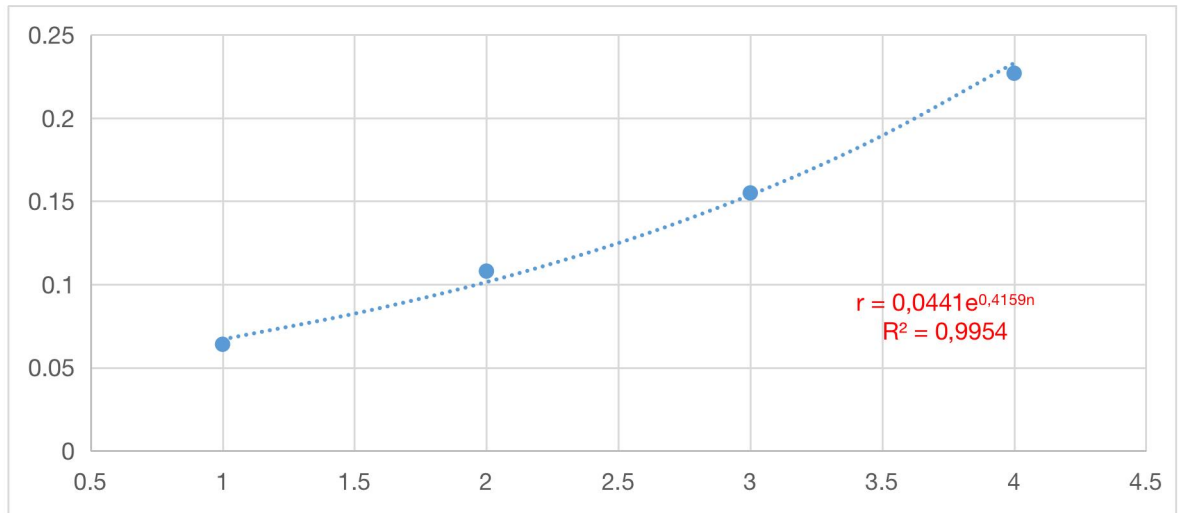


Рис. 2.10. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-122

Таблиця 27

### Kepler-402

Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-402 b	1	0,051	0,053
Kepler-402 c	2	0,068	0,066
Kepler-402 d	3	0,087	0,084
Kepler-402 e	4	0,102	0,105

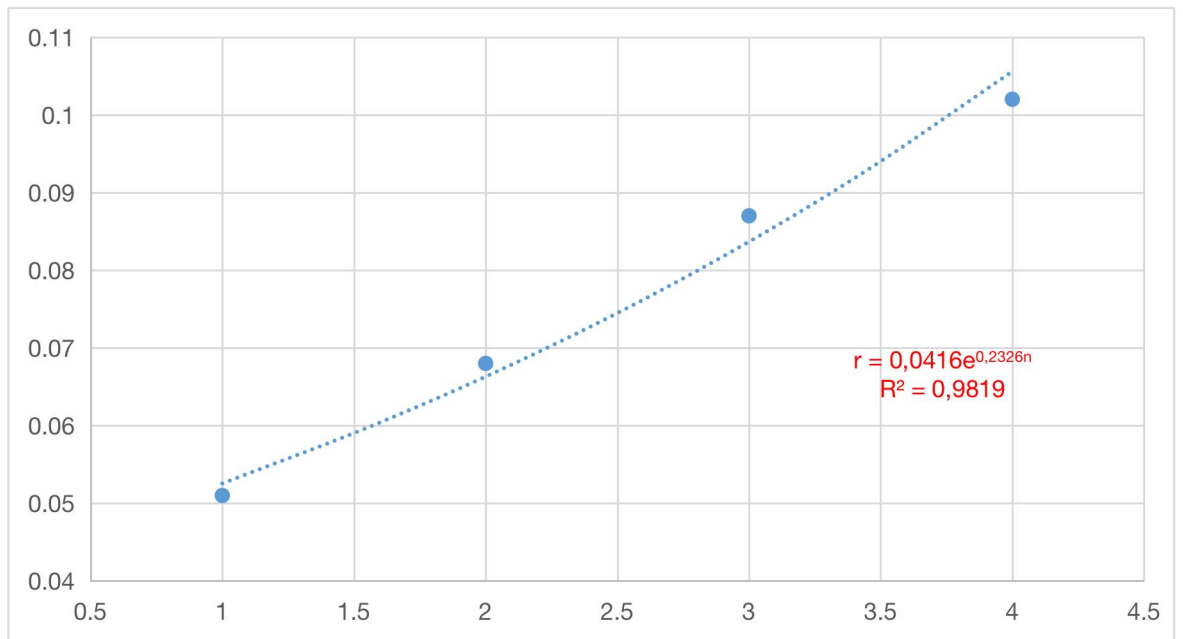


Рис. 2.11. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-402

Таблиця 28

<b>Kepler-341</b>			
Назва екзопланети	№ екзопланети	Дійсна відстань	Розрахована відстань
Kepler-341 b	1	0,06	0,057
Kepler-341 c	2	0,08	0,094
Kepler-341 d	3	0,182	0,155
Kepler-341 e	4	0,242	0,256

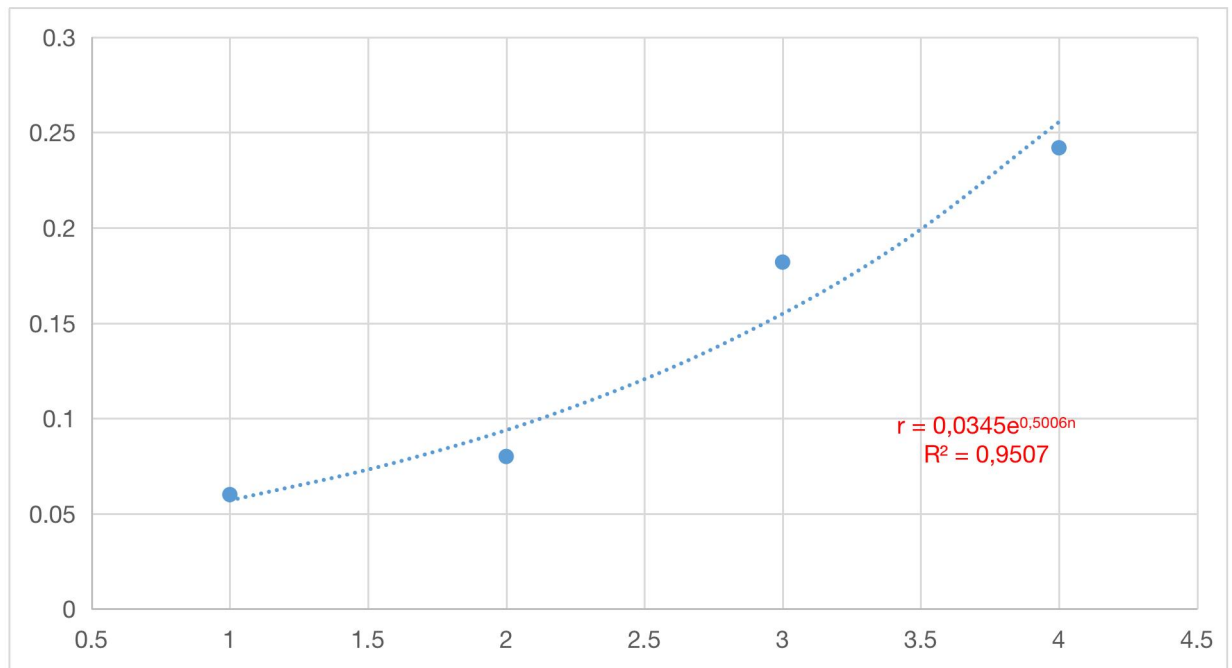


Рис. 2.12. Залежність середніх відстаней планет від їх порядкового номеру в системі зорі Kepler-341

Основними критеріями сформованої дослідницької компетенції на рівні достатньому для учня загальноосвітнього навчального закладу були:

- вміння працювати з науковою літературою, знати основні джерела наукових статей (arxiv.org наприклад);

- здатність самостійно створити ґрунтовний план майбутнього дослідження;
- самостійне опрацювання початкових експериментальних даних, вдале використання різних типів апроксимацій, запропонованих під час навчального процесу вчителем;
- аналіз і обробка отриманих результатів;
- аналіз на фізичну доцільність і відповідність до поточних засад сучасної науки;

Відповідно до заданих критеріїв і результатів, отриманих учнями, бачимо, що навіть школярі старшої школи успішно справилися із завданням, змогли, користуючись нескладною методикою обробки даних за допомогою сучасних програм, отримати корисні для науки результати.

Рівень дослідницької компетенції перевірявся вчителем під час конференції в Zoom, протягом якої учень самостійно описував всі свої дії і рухався поетапно за зазначеним вище в роботі планом. Таким чином, вчитель може переконатися, що учень дійсно засвоїв всі отримані знання і навички і в подальшому може працювати самостійно. Під час роботи з дітьми важко чітко визначити якісь стабільні показники успіху, які б було видно на папері, але ґрунтовний діалог та обговорення астрофізичних тем надає повну картину і розуміння щодо засвоєних учнем навичок і знань.

Щодо дослідження в цій роботі – всі чотири учні, що дійшли до кінця, повноцінно засвоїли методичні рекомендації щодо досліджень і є спроможними робити подібні дослідження самостійно або з невеликою допомогою наукового керівника.

Це виявилось можливим лише через чітку методику навчання і велику кількість часу, витрачену на роботу з учнями в синхронному режимі. Тільки в таких умовах, до молодих вчених доноситься

правильна і впорядкована інформація. Незважаючи на низький ентузіазм при роботі з літературою, навчанні практичним навичкам роботи зі статистикою, учні не здалися і дійшли до фінальних результатів, які виявилися коректними і були аргументовані учнями, перевірені на фізичний зміст і доцільність.

Аналізуючи їх, бачимо, що навіть для великих кратних систем з 6, 7 екзопланетами коефіцієнт детермінації залежності залишається на непоганому й прийнятному рівні вище 0.9, а для деяких і зовсім близький до 1.

Отримані результати ще раз свідчать про те, що вибрана методика була коректною і допомогла сформувати початкову дослідницьку компетенцію для групи учнів, що безперечно допоможе їм в подальших дослідженнях, а можливо і в майбутній кар'єрі вченого.



## ВИСНОВКИ

З відкриттям першої екзопланети – Pegasi 51, з'явилась змога більше дізнатися про виникнення і формування планет нашої Сонячної системи. Нині, коли вже відкрита величезна кількість планетних систем (близько 6000), ми можемо порівнювати з ними Сонячну систему, виявляти особливості та закономірності формування планетних систем.

Із побудованих у цій роботі графіків видно, що експоненціальною залежністю (1.2) описуються усі досліджувані екзопланетні системи, а невеликі відхилення можуть свідчити про наявність в системах невідомих планет або інших астрономічних об'єктів, які впливають на розташування планет в системі.

Експоненціальна залежність відстані планети від її порядкового номеру може свідчити про те, що під час формування планет зміна відстаней з порядковим номером планети відбувається пропорційно самій відстані. Можна також вважати, що планети від зорі вибудовуються за траєкторією логарифмічної спіралі і визначати коефіцієнт розширення спіралі для кожної конкретної системи.

Для досліджень було обрано 25 найновіших(за датою відкриття) кратних екзопланетних систем. Виявлені закономірності у середніх планетних відстанях, схожі на правило Тіциуса-Бодє, для усіх досліджуваних систем високої кратності (кратності 4, 5, 6 і 7). Це свідчить про не випадковість помічених закономірностей, в екзопланетних системах виконуються просторові закономірності розташування, схожі на ті, що є в Сонячній системі. Подібні закономірності, ймовірно, мають еволюційний характер. Їх наявність повідомляє нам про те, що внаслідок процесів утворення і розвитку планети не формуються на довільних відстанях від своєї зорі, а скоріше за все за певними, складними з боку класичної теорії, закономірностями. Це, й швидкий розвиток екзопланетної галузі, спонукає до нових досліджень. А вмотивовані

школярі, наше майбутнє, після невеликої підготовки можуть легко допомагати обробляти величезні масиви даних і бути не просто учасниками, а головними рушіями прогресу екзопланетного астрофізичного напрямку.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Aigrain, S., Hodgkin, S. T., Irwin, M. J. Precise time series photometry for the Kepler-2.0 mission//Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. - 2015. - Vol. 447 - N. 3 - P. 2880-2893.
2. Alfvén, H. On the Origin of the Solar System/ Oxford University Press, Oxford, 1954
3. Allen, C.W. Astrophysical Quantities, 2nd edn (Univ. of London, London, 1963
4. Altaie M.B., Yousef, Z., and Al-Sharif, A.I. Verification the applicability and the scale invariance of Titius- Bode's law on Exoplanets Systems, in preparation, 2016.
5. Bernstien G. M., Trilling D. E, Allen R. L., Brown M.E., Holman M., Malhotra L., Astronomical Journal, 128, 1364-1390, 2004
6. Bovaird T., and Lineweaver, C. H., Exoplanet predictions based on the generalized Titius–Bode relation, MNRAS, 435, 1126, 2013
7. Brown M.E., Trujillo C. A., Rabinowitz D. L., Astrophys. Journal Letters, 2005
8. Brown M.E., Trujillo C. A., Rabinowitz D. L., Astrophys. Journal, 617, 645, 2004
9. Butler R.P., Vogt S.S., Marcy G.W., Fischer D.A., Henry G.W.// K.App.Astroph. J. – 2000. – V. 545. – P. 504.
10. Chelsea X. Huang Gáspár Á. Bakos Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 442, Issue 1, 21 July 2014, Pages 674–681
11. Cuntz M., Application of the Titius–Bode rule to the 55 Cancri system: tentative prediction of a possibly habitable planet, PASJ, 64, 73; 2011.
12. Flores-Gutiérrez, J. et al., A variant of the Titius-Bode law, Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, 47, 173-184, 2011

13. Gimenex A. uvby Photometry of stars with planets / Gimenex A.  
// A&A. – 2000. – V. 356. – P. 213
14. Gladman B., Kavelaars J. J., Petit J. M., Morbidelly A., Holman M. J., Loredó T. J., *Astronom. Journal*, 122, 1051, 2001.
15. Graner, F. and Dubrulle, B., Titius-Bode laws in the solar system. I: Scale invariance explains everything, *Astron. Astrophys.* 282, 262-268, 1994
16. Hayes, W., Tremaine, S. Fitting selected random solar systems to Titius-Bode laws. *Icarus*, 135, 549-557, 1998
17. Hoyle, F. On the origin of the solar nebula. *Quart.J.R.Astron.Soc.* 1, 28-55 1960
18. Huang C., Bakos G., Testing the Titius-Bode law predictions for Kepler, *MNRAS* 442(1), 674, 2014
19. Huang, K. *Statistical mechanics* 2nd ed, Wiley, New York, 1987
20. Lovis C. et al., The HARPS search for southern extra-solar planets XXVIII. Up to seven planets orbiting HD 10180: probing the architecture of low-mass planetary systems, *A&A* 528, A112, 2011
21. Marcy G. Observed Properties of Exoplanets: Masses, Orbits, and Metallicities /G. Marcy, P. Butler, D. Fischer, S. Vogt, T. Wright, G. Tinney and A. Jones // *Prog. Theor. Phys. Supplement.* – 2005 – №158. – PP. 24-42
22. Marcy G., Butler P. The Discovery of Extrasolar Planets. *Encyclopedia ENCARTA.* – Режим доступа:  
<http://astro.berkeley.edu/gmarcy/encarta.html>
23. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 448, Issue 4, 21 April 2015, Pages 3608–3627. – Режим доступа:  
<https://doi.org/10.1093/mnras/stv221>
24. NASA Exoplanet Archive  
(<http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/>).

25. Nieto, M.M. The Titius-Bode Law of Planetary Distances: Its History and Theory; Pergamon Press, Oxford-New York-Toronto, 1972
26. Nottale, L., Fractal Space-Time and Microphysics: Towards a Theory of Scale Relativity; World Scientific, 1993
27. Nottale, L., Schumacher, G., Gay, J., Scale relativity and quantization of the solar system. *Astron. & Astrophys.* 322, 1018-1025, 1997
28. Poveda A., Lara P., The exo-planetary system of 55 Cancri and the Titius-Bode law, *Rev. Mex. Astron. Astrofis* , 44, 243, 2008
29. Published: 09 June 2014 Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 435, Issue 2, 21 October 2013, Pages 1126-1138, <https://doi.org/10.1093/mnras/stt1357>
30. Raymond S. N. Rory Barnes, and Noel Gorelick, A dynamical perspective on additional planets in 55 Cancri, *ApJ*, 689, 478, 2008.
31. S.Udry, D.Fischer, and D.Queloz. A decade of radial-velocity discoveries in the exoplanet domain. In *Photostars and Planets V*, eds. B. Reipurth, D.Jewitt, and K. Keil (Tucson, AZ: University of Arizona Press, 2007), pp.685-699.
32. Santos, N. C., Israelian G., Mayor M. Confirming the Metal-Rich Nature of Stars with Giant Planets // *The Future of Cool-Star Astrophysics: 12th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun.* - 2003. - P. 148-157.
33. Stahle, C., Clampin, M., Balasubramanian, K. A Future Large-Aperture UVOIR Space Observatory: Key Technologies and Capabilities // *American Astronomical Society, AAS Meeting.* - 2015.
34. The Exoplanet Data Explorer / [электронный ресурс]//<http://exoplanets.org/>
35. The Extrasolar Planet Encyclopaedia [электронный ресурс]/Catalog. - Режим доступа: (<http://exoplanet.eu/catalog>).
36. The Extrasolar Planets Encyclopaedia/[электронный ресурс]//<http://exoplanet.eu/>

37. Trujillo C. A., Brown M.E., *Astrophys. Journal Letters*, 554, pp. 95-98 2001
38. Trujillo C. A., Jewitt D. C., Luu J. X., *Astronom. Journal*, 122, 457, 2001.
39. Wandel, A. On the abundance of extraterrestrial life after the Kepler mission // *International Journal of Astrobiology*. - 2015. - Vol. 14. - N. 3. - P. 511-516.
40. Winn J. N. et al., The exo-planetary system of 55 Cancri and the Titius-Bode law, *ApJ*. 737, L18, 2011.
41. *Астрономічний енциклопедичний словник / За загальною редакцією І. А. Климишина та А. О. Корсунь. – Львів: ЛНУ–ГАО НАНУ, 2003. – 547 с.*
42. Югай М.Е. «Пошук закономірностей у кратних екзопланетних системах.» // *Магістерські студії. Альманах. Вип. 22. 2022. – Херсон. ХДУ, 2022 – 440 с., С. 398-402.*

