Аннотация. Працевитый Н.В., Требенко О.А., Школьний А.В., Гончаренко Я.В. Преимущества образовательных программ дуальной формы обучения при подготовке будущих учителей математики и физики. В статье рассмотрены преимущества образовательных программ дуальной формы обучения в подготовке будущих учителей математики.

Ключевые слова: дуальная форма обучения, подготовка будущих учителей.

В.Г. Самойленко, В.Б. Григор'єва

Херсонський державний університет

Херсон, Україна

vb.grigorieva@gmail.com

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ЗАМІНИ ЗМІННИХ В ІНТЕГРАЛІ РІМАНА ПРИ ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ МАЙБУТНІМ ВЧИТЕЛЯМ МАТЕМАТИКИ

Професійна підготовка майбутніх учителів математики передбачає двосторонні процеси викладання та навчання професійно значимих знань, умінь та навичок, формування та оволодіння системою відповідних потреб і мотивів, розвиток та саморозвиток особистості студента педагогічного закладу в процесі здобуття математичної освіти, результатом якого буде готовність до професійної діяльності у загальноосвітній школі. Проблема професійної підготовки студентів у процесі навчання математичного аналізу є багатоаспектною. Тому одна із актуальних на сьогодні проблем – через призму професійно-педагогічної спрямованості навчання, виходячи із специфіки математичного аналізу як розділу науки та навчальної дисципліни, розкрити його можливості в справі вдосконалення професійної підготовки вчителів математики. Ми зупинимося на математичному аспекті питання заміни змінних в інтегралі Рімана для функцій, заданих на метричних просторах з мірою.

Усюди нижче будемо припускати, що (X,ρ) – обмежений метричний простір, $\Re$ – вихідна алгебра на X, на якій задана міра, $\tilde{\Re}$ – алгебра вимірних за Жорданом множин; $B(X)$ – σ-алгебра вимірних множин за Борелем, а $L(X)$ $\left(L(X)\supset\tilde{\Re}\right)$– σ-алгебра вимірних множин за Лебегом; μ – міра Лебега на $L(X)$, побудована за вихідною мірою і є її продовженням [1]. Нехай на X визначена функція $f: X\to R^1$. *Інтегральною сумою* $\sigma(f,(P,\xi))$, для функції f та розбиття з обраними точками (P,ξ) $\left(\xi=\{\xi_i\}_{i=1}^n, \xi_i\in P_i\right)$, будемо називати суму $\sigma(f,(P,\xi))=\sum\limits_{i=1}^{n} f(\xi_i)\mu(P_i)$. Число I називається *інтегралом Рімана* від функції f на множині X з мірою μ, а сама функція інтегрованою за Ріманом на множині X з мірою μ, якщо: $\forall\varepsilon>0\ \exists\delta(\varepsilon),\ \forall(P,\xi),\ \ \lambda(P)<\delta\ \ |I-\sigma(f,(P,\xi))|<\varepsilon$, незалежно від обраних точок ξ. Введемо позначення $I=(R)\int\limits_X f(x)d\mu(x)=\lim\limits_{\lambda(P)\to0}\sigma(f,(P,\xi))$.

Розглянемо заміну змінних у загальному випадку. Нехай дано простір

(X,ρ), з вихідною алгеброю $\Re$. Якщо на $\widetilde{\Re}$ (алгебра кубованих множин) задана міра μ, то з її допомогою можна ввести міру $\nu(E)=\int_E \varphi(x)d\mu(x)$, де $\varphi>0$ інтегрована на X по мірі μ функція, а $E\in\widetilde{\Re}$ [1]. Якщо X – компактний простір, а $\varphi(x)$ – неперервна на X, то для будь-якої замкненої зв'язної множини $E\in\widetilde{\Re}$ $\exists \overline{x}\in E$ таке, що $\nu(E)=\varphi(\overline{x})\mu(E)$ (це випливає з теореми про середнє [2]). Будемо говорити, що розбиття Р – *зв'язне та замкнене*, якщо P_i – зв'язні, замкнені множини $i=1,2,...,n$. Якщо $\forall\delta>0$ існує зв'язне, замкнене розбиття P простору X таке, що $\lambda(P)<\delta$, то будемо говорити, що X *допускає зв'язні, замкнені розбиття*.

Теорема. Нехай X – компактний простір, що допускає зв'язні, замкнені розбиття, а $\varphi(x)$ неперервна функція. Якщо $f(x):X\to R^1$ і неперервна, то $\int_X f(x)d\nu(x)=\int_X f(x)\varphi(x)d\mu(x)$.

Зауваження. Теорема справедлива, якщо $f(x)$ обмежена та неперервна, за виключенням множини точок міри Лебега 0, і виконуються умови теореми Лебега.

Розглянемо наступну ситуацію. Нехай дано компактний простір (X,ρ). Крім того дано простір $(Y,\overline{\rho})$ і гомеоморфізм $\psi(x):X\to Y$. Тоді на Y індукуємо алгебру $\wp=\{\psi(E)\,|\,E\in\widetilde{\Re}\}$ $\widetilde{\Re}$ – алгебра кубованих множин. На $\wp$ розглянемо міру ν: $\nu(\psi(E))=\int_E \varphi(x)d\mu(x)$, де $E\in\widetilde{\Re}$, $\varphi(x):X\to R^1$ – додатна неперервна функція.

Теорема. Нехай X – компактна множина, яка допускає зв'язні, замкнені розбиття. Якщо $f(y):Y\to R^1$ неперервна, то $\int_Y f(y)d\nu(y)=\int_X f(\psi(x))\varphi(x)d\mu(x)$.

Зауваження. Теорема справедлива для функції f, неперервної за винятком множини міри Лебега 0, якщо виконуються умови теореми Лебега. Рівність з теореми можна записати у вигляді: $\int_Y f(y)d\nu(y)=\int_X f(\psi(x))\frac{d\nu}{\partial\mu}(x)d\mu(x)$, де $\psi:X\to Y$ – гомеоморфізм; $\nu(\psi(E))=\int_E \varphi(x)d\mu(x)$, $E\in\widetilde{\Re}(X)$, $\varphi(x)\geq 0$ і неперервна на X.

Література

1. Березанский Ю. М. Функциональный анализ / Ю.М. Березанский, Г.Р. Ус, З.Г. Шефтель. – К. : Вища Школа, 1990. – 600 с.
2. Давидов М. О. Курс математичного аналізу. В 3-х ч. / М.О. Давидов. – К. : Вища школа, 1991. – 648 с.

Анотація. Самойленко В.Г., Григор'єва В.Б. Методичні особливості заміни змінних в інтегралі Рімана при викладанні математичного аналізу майбутнім вчителям математики. У статті розглянуто питання заміни змінних в інтегралі Рімана для функцій, заданих на метричному просторі з мірою.

Ключові слова: вчитель математики, підготовка майбутніх учителів, методика викладання математичного аналізу .