

**Міністерство освіти і науки України  
Херсонський державний університет  
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК, ФІЗИКИ ТА  
МАТЕМАТИКИ  
КАФЕДРА АЛГЕБРИ, ГЕОМЕТРІЇ ТА МАТЕМАТИЧНОГО  
АНАЛІЗУ**

**ЗАДАЧІ З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ЯК ОДИН ЗІ СКЛАДНИКІВ  
МАТЕМАТИЧНОЇ КУЛЬТУРИ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ  
ОСВІТИ**

**Кваліфікаційна робота (проект)  
на здобуття ступеня вищої освіти “магістр”**

**Виконала:** студентка 2-го курсу, 12-221М  
групи

Спеціальності: 014 Середня освіта

Спеціалізація: 014.04 Математика

Освітньо-професійної програми «Середня  
освіта (математика)» другого (магістерського)  
рівня вищої освіти

Алісова Вікторія Григорівна

**Керівник** доктор фізико-математичних наук,  
професор Савченко Олександр Григорович

**Рецензент** докторка педагогічних наук,  
кандидатка фізико-математичних наук,  
професорка кафедри інформаційних  
технологій та фізико-математичних дисциплін  
Херсонського навчально-наукового інституту  
Національного університету кораблебудування  
імені адмірала Макарова  
Літвінова М.Б.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНА СКЛАДОВА ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КУЛЬТУРИ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ.....	7
1.1. Формування та розвиток математичної культури у здобувачів освіти.....	7
1.2. Вивчення теорії ймовірностей у шкільному курсі математики.....	11
1.3. Роль цифровізації у процесі розвитку шкільної математичної освіти.....	16
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНА СКЛАДОВА НАВЧАННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ У ШКОЛІ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ОСВІТИ.....	21
2.1. Задачі з теорії ймовірностей для здобувачів освіти.....	21
2.2. Вивчення теми «Елементи теорії ймовірностей» на основі парадоксів.....	25
2.3. Використання відеоігор для вивчення теорії ймовірностей.....	28
РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ РОЗРОБЛЕНОЇ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ.....	38
3.1. Розробка позакласного заходу з теми «Вивчення теорія ймовірностей на основі відеоігор» для здобувачів освіти 10-11 класів.....	38
3.2. Аналіз отриманих результатів позакласного заходу.....	40
ВИСНОВКИ.....	43
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	44

## ВСТУП

**Актуальність.** В епоху розвитку новітніх технологій, цифровізація середньої освіти є невід'ємною частиною навчання і виховання нового покоління. Звичні методики та завдання з теми «Елементи теорії ймовірностей» приїлись здобувачам освіти і потребували оновлення та нових розробок завдань та сучасних платформ вивчення математики в умовах дистанційного, змішаного та офлайн навчання.

Використання новітніх технології під час вивчення математики є дієвим засобом для кращого засвоєння нового матеріалу з математики. Але не всі школи їх можуть дозволити і мало вчителів, що випускаються педагогічними вищими закладами, мають практику у їхньому користуванні, тому інтерактивні дошки і 3D окуляри поки не набули великої популярності. Але до цифровізації освітнього процесу можна віднести і різні онлайн платформи, які також допомагають швидше, якісніше запам'ятовувати та засвоювати навчальний матеріал.

Цифровізація освітнього процесу є викликом не лише сталим методичним розробкам а і перед вчителями математики, які в умовах цифровізації освіти мають інтегруватись та почати викладати по-новому. Щоб цей перехід був менш дискомфортним та навпаки цікавим та прогресивним в даній роботі було створено нові цікаві завдання з теми «Елементи теорії ймовірностей». Розглянуто платформи на яких не тільки можливо, а і потрібно проводити уроки для здобувачів освіти, для кращого їхнього засвоєння нових знань. А розроблені приклади використання теорії ймовірностей у відеоіграх, ще більше зацікавить здобувачів освіти та спонукатиме у подальшому знаходженні математичних понять у звичних для них речах.

Для вчителів розроблено конспект позакласного заходу з теми «Вивчення теорії ймовірностей на основі відеоігор». Так, як серед

здобувачів освіти найпопулярнішою грою виявився майнкрафт, то на основі його ігрових механік були побудовані завдання з теми «Елементи теорії ймовірностей». Також проведено аналіз позакласного заходу, де визначено переваги та недоліки в його побудові.

Новітні технології розвиваються і в майбутньому визначенні зараз платформи які спрямовані на цифровізацію освітнього процесу, також застаріють і потрібно знову розглядати недоліки та переваги наступних засобів покращення освітнього процесу в умовах цифровізації освітнього процесу.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Кваліфікаційну роботу (проект) виконано відповідно до тематичного плану науково-дослідної роботи кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету, напрям наукового пошуку: «Формування професійної компетентності майбутніх учителів математики в умовах цифровізації вищої освіти», номер державної реєстрації 0123U103793.

**Метою кваліфікаційної роботи** є дослідження теоретично-практичних матеріалів з теми «Теорія ймовірностей» в умовах цифровізації освіти, розгляд новітніх освітніх платформ та розробка завдань до них.

Досягнення зазначеної мети потребувало виконання ряду наступних завдань:

- дослідження формування математичної культури у здобувачів освіти та історія розвитку теми «Теорія ймовірностей» у шкільному курсі;
- проаналізувати новітні освітні платформи для вивчення теми «Теорія ймовірностей» та розгляд доцільних завдань та задач у навчанні здобувачів освіти;

- дослідження відеоігор на використання в них теорії ймовірностей та розробка завдань з теми «Елементи теорії ймовірностей» на основі відеоігор.

*Об'єктом дослідження* є розробка навчальних матеріалів під час вивчення теорії ймовірності в умовах цифровізації освіти.

*Предметом дослідження* є теоретичні та практичні складові вивчення теорії ймовірності в умовах цифровізації освіти.

**Методи дослідження:** аналіз науково-методичної літератури, нормативних документів; комп'ютерне моделювання та аналіз цифрових платформ; метод математичного аналізу даних та моделювання.

*Наукова новизна одержаних результатів.* Аналізу впливу цифрових технологій на розвиток математичної культури. Вивченні педагогічних умов впровадження цифрових інструментів для викладання теорії ймовірності здобувачам освіти. Розробці моделі навчання з акцентом на задачі з теорії ймовірностей, інтегрованої цифровими інструментами.

*Практичне значення одержаних результатів.* Підвищення рівня математичної культури учнів через системне застосування цифрових інструментів. Впровадженні методики використання задач з теорії ймовірностей. Розробка навчальних матеріалів. Можливості для розширення навчальної програми з математики.

**Апробація результатів дослідження.** За результатами виконаного дослідження було написано і опубліковано статті для: конференція «Формування професійної компетентності майбутніх учителів природничо-математичних дисциплін в умовах цифровізації вищої освіти» на базі Херсонського державного університету у 2024 році; «Магістерські студії» Херсонський державний університет 2024 рік; III Міжнародна наукова-практична конференція у Бостоні 17-19.10.2024.

**Публікації:**

1. Алісова В. Г. Вивчення теорії ймовірностей на основі відеоігор/ Алісова В. Г. //Конф. «Формування професійної компетентності майбутніх учителів природничо-математичних дисциплін в умовах цифровізації вищої освіти» — 2024.

2. Алісова В. Г. Парадокси – шлях до вивчення теорії ймовірностей/ Алісова В. Г. // Магістерські Студії Херсонського державного університету — 2024.

3. Алісова В. Г. Вивчення геометричної ймовірності здобувачами освіти/ Алісова В. Г. // III Міжнародна науково-практична конференція – 2024. URL: <https://sci-conf.com.ua/wp-content/uploads/2024/10/CURRENT-TRENDS-IN-SCIENTIFIC-RESEARCH-DEVELOPMENT-17-19.10.2024.pdf>

Структура роботи. Робота складається зі вступу, трьох розділів, висновку і списку використаних джерел.

# РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНА СКЛАДОВА ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КУЛЬТУРИ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

## 1.1. Формування та розвиток математичної культури у здобувачів освіти

Математика - одна з найстаріших наук людства. Вона була відкрита давно та розвивалася в різних куточках людства з різною швидкістю. На початковому етапі розвитку математики, люди могли користуватися обмеженою кількістю чисельних понять. Найпершими системами для розрахунку мали за основу використання простих чисел, які можна було порахувати на двох руках. Вона починалася з одиниць та десятків, знову ж таки пов'язуючи це з пальцями на руках. Більш складні числові системи вже створювалися пізніше. А саме коли набуло необхідності рахувати стадо випасеної худоби, облік врожаю, введені торгівлі, а також введення календарів та астрономічних обрахунків. Таким чином давні шумери і розробили одну з перших відомих систем для розрахунків беручи за основу шістдесяткову систему, а вже єгиптяни створили звичну нам десяткову систему обрахунків. Ці, одні із перших ранніх систем дали змогу розширити чисельну функцію і почати записувати і розраховувати великі числа.

Різне середовище заклало свої цікаві виміри наприклад, майже у всіх народах довжину вимірювали кількістю ліктів, або ж як пірати кроками вимірювали дальність закопаних скарбів. Ще за тих часів, у людей, що користувалися лічбою, починає закладатися математична культура.

«Культура – це сукупність матеріальних і духовних цінностей, створених людством протягом його історії. Рівень розвитку суспільства в певну епоху. Те що створюється для задоволення духовних потреб

людини.»[30] Таке означення дає тлумачний словник слову культура. А, що ж саме позначатиме математична культура, які її особливості та основні якості, словник не має можливості пояснити.

Якщо ж провести аналогію зі звичайним поняттям «культури», то здається, що тільки набуті людиною духовні і матеріальні математичні здібності створенні минулими поколіннями протягом тисячоліть. Але ж культура має передаватися, має постійно розвиватися та збагачуватися новими поняттями, щоб вона не занепадала та не була в режимі очікування кращих часів. Так і математична культура має передаватися від вчителя до здобувачів освіти, а вони вже комбінують її з другими науками та культурами. При цьому збагачуючи її і розвиваючи її в інших галузях природничих наук.

«У всі часи розвитку людської цивілізації проблема культури мала першочергове, по суті, провідне значення. Передусім тому, що культура завжди була могутнім чинником соціального розвитку. Вона завжди відбивала якісну характеристику суспільного життя, уособлювала в собі специфічний спосіб розвитку людської життєдіяльності, зафіксований в результатах діяльності, у системі соціальних норм і закладів» [10], – зазначає В. Г. Кремень. Тож для створення потужного чинника соціального розвитку для нашої країни та рідного краю, перед вчителем постає мета передати саме математичну культуру для наступних поколінь здобувачів освіти. Тільки люди з такими особистісними якостями можуть направити наш корабель «Батьківщина» в правильний бік до перемоги та кращого майбутнього. Але для початку визначимо, як саме вчителі мають розвивати математичну культуру в учнях.

«Здійснення підготовки майбутнього вчителя на основі антропологічного, цивілізаційного, культурологічного, аксіологічного, компетентнісного підходів, гуманізація навчально-виховного процесу у закладах середньої і вищої освіти, широке впровадження інформаційно-комунікаційних технологій, суспільні інтеграційні процеси задають



основні вектори змін у культурній та освітній сферах. Так, у взаємозв'язку освіти та культури «провідні тенденції удосконалення освітніх технологій характеризуються переходом від освіти як трансляції до освіти як діалогу з культурою». Математика, як одна з найдавніших наук, засіб пізнання і опису світу, протягом усього розвитку людства є невід'ємною і важливою складовою його культури.

Засвоєння учнем компонентів культури відбувається не стільки через безпосереднє сприйняття матеріальних предметів, скільки за рахунок мисленнєвої діяльності із ідеальними моделями, які відображають загальноісторичне людське буття. Відображаючи реальність крізь призму понять, знаково-символьну систему, математика виконує роль універсальної мови науки, інструменту опису світу, оскільки математичні поняття, аксіоми, теореми і теорії мають своїм джерелом саме реальність.

Феномен математичної культури має три масштаби модусу: культура людства, соціальної групи та особистості. Зазначимо, що всі аспекти і рівні загальнолюдської культури і культури соціальної групи в кінцевому результаті переломлюються в індивідуальній свідомості, поведінці та діяльності особистості

відповідно до індивідуальних особливостей кожної людини.

Зіставно-порівняльний аналіз наукових досліджень показав, що це поняття не має однозначного тлумачення і стрункої структури. Математична культура розглядається вченими як: складова професійного становлення, професійної культури особистості (Т. Г. Захарова, І. І. Кулешова, З. С. Акманова); інтегративний результат взаємодії культур, взаємовпливу математичного пізнання, мови і мислення (О. В. Артеб'якіна, Д. У. Біджієв, О. М. Пустобаєва, О. М. Рассоха, В. М. Худяков); взаємодія системи особистісних і професійних якостей (З. Ф. Заріпова); система засвоєних об'єктів загальної

математичної культури (В. І. Снегурова, С. О. Розанова, Дж. І. Ікрамов, Г. М. Булдик).» [10]

Для становлення інтелектуальних здібностей та вироблення раціональних якостей особистості за допомогою математичної культури найкраще підходять здобувачі освіти підліткового віку. Процес цих якостей здійснюється під час вивчення та засвоєння математичних дисциплін. Спонукаючи на подальший розвиток сучасної математичної культури не лише в старших класах, але і під час вибору майбутньої професії і здобутті вищої освіти.

На основі цієї і вище зазначеної інформації можна сказати, що математична культура в сучасних умовах є складним і динамічним утворенням. В залежності від рівня розвитку якої в майбутньому буде визначатися вектор модернізації вищої і загально-освітньої середньої школи. Тому одним з основних для розвитку соціальної складової людини є створення розуміння суб'єкт-об'єктних та суб'єкт-суб'єктних відносинах у соціумі. Якраз ці відносини і формують математичну культуру окремої людини, як особистості, що є носієм предметно-практичної діяльності у процесі навчання.

## 1.2. Вивчення теорії ймовірностей у шкільному курсі математики

В XIX та на початку XX ст. вже починали надходити висловлювання з потреби включити тему «Початки теорії ймовірностей» у шкільні програми з математики. В деяких країнах Західної Європи вона вже викладалася разом з темою «Елементи статистики» у шкільній програмі, лише у Франції, на той момент вона була відсутня. На території сучасної України ці теми вже були включені в шкільну програму і вивчалися в курсі алгебри, зокрема їх було розглянуто в підручниках Краєвича К. Д. і М. Т. Щеглова.

У 1878 р. було видано перший український підручник з теорії ймовірностей професором Київського політехнічного інституту В. Є. Єрмаковим. А для читачів, які не вивчали вищу математику у 1896 році видано посібник Філіпова М. М. з назвою «Елементарна теорія ймовірностей».

На початку XX століття в Україні, а саме на Галичині у 8-ми класах гімназій до вивчення понять елементів теорії ймовірностей і статистики, додали і вивчення комбінаторики. Під час їхнього вивчення вже починають використовувати теорію страхування життя.

У своєму підручнику Слєпкань З.І. «Методика навчання математики» розповідає, як розвивалася шкільна програма в різних куточках світу на протязі XX ст. А саме розвиток подій навколо введення в шкільну програму теми «Елементи теорії ймовірностей».

« У 20-30-х роках XX ст. вивчення елементів теорії ймовірностей упроваджується в школах Франції, Великої Британії, США, Австрії, Нідерландів, Швеції, Швейцарії, країнах Балтії. У Росії з 1919 р. елементи теорії ймовірностей було включено до програми єдиної трудової школи і вивчалися до 1935 р. У 1935 р. у програмі було залишено тільки комбінаторику.

З кінця 50-х років у зв'язку з другим етапом руху за реформу шкільної математичної освіти ці теми почали постійно вивчатися на різних рівнях складності в школах США, Франції, Великої Британії, Японії, Нідерландів, Австралії, Австрії, Болгарії, Угорщини, Іспанії, країнах Скандинавії та ін.

У 1967 р. в СРСР В. Г. Болтянським, А. М. Колмогоровим, Ю. М. Макаричевим, О. І. Маркушевичем було ророблено проєкт програми з математики для школи. У ньому передбачалося в 10 класі вивчати тему «Початки теорії ймовірностей», а на факультативних заняттях – «Додаткові питання теорії ймовірностей». Вивчення елементів статистики не передбачалося. В остаточному затверженому в 1968 р. варіанті програми було залишено в 9 класі вивчення лише елементів комбінаторики, які пізніше також виключили з програми. Початки теорії ймовірностей було передбачено вивчати на факультативних заняттях в обсязі 18 год.

На початку 90-х років віце президент АПН В. Г. Розумовський на одному із засідань АПН зазначав, що у світі теорію ймовірностей у школі не вивчають лише в п'яти країнах, зокрема в СРСР.

В останні два десятиріччя проблема розвитку у школярів імовірісно-статистичного мислення постала особливо гостро й актуально у зв'язку з новим етапом науково-технічного прогресу і розвитком ринкової економіки. Сучасне суспільство потребує вміння аналізувати випадкові чинники, оцінювати шанси, прогнозувати, висувати гіпотези, приймати рішення в умовах, які мають імовірісний характер.»[17]

Теорія ймовірностей – розділ математики який вивчає випадкові події та їх виникнення у різних ситуаціях. Її виникнення спочатку мало прикладний характер і часто пов'язують з різними комбінаторними задачами утворених азартними іграми. Які почали досліджувати в XVI –

XVII століттях. До інтенсивного розвитку теорії ймовірностей сприяв розвиток економіки та природничих наук.

Елементи теорії ймовірностей у шкільній програмі вивчають зазвичай у старших класах, починаючи з 9 класу і в 11 класі. Основні теми включають:

1. Ймовірність події — обчислення ймовірностей простих і складних подій.
2. Класичне визначення ймовірності.
3. Незалежні події та їх ймовірності.

Як написано на сайтах Міністерства освіти та науки України, на вивчення теми «Елементи теорії ймовірностей». Вони визначають наступні вимоги, які мають виконувати вчителі під час навчання здобувачів освіти.

«У 9 класі вивчається в останній темі курсу Алгебри

Тема 4. Основи комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики.

На розгляд цієї теми відводиться 8 годин.

1. Основні правила комбінаторики.
2. Частота та ймовірність випадкової події.
3. Початкові відомості про статистику.
4. Способи подання даних та їх обробки.

Очікуваними результатами навчально-пізнавальної діяльності здобувачів освіти є наведення прикладів випадкових подій, подання статистичних даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків. Застосовуючи правила комбінаторики пояснює, що таке частота випадкової події, ймовірність випадкової події. Знаходить, відбирає і впорядковує інформацію з доступних джерел. Розв'язує задачі, що передбачають: використання комбінаторних правил суми та добутку, знаходження ймовірності випадкової події; обчислення частоти випадкової події, подання статистичних даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків

Має розв'язувати сюжетні задачі на: розрахунок та аналіз фінансової спроможності родини, розрахунок обсягу сплачених податків, прийняття рішень стосовно особистих та колективних фінансових питань тощо.»[35]

У 11 класі також вивчається в останній темі вже курсу Алгебри та початків аналізу.

«Тема 3. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики. На вивчення цієї теми відводяться 10 годин.

1. Елементи комбінаторики. Перестановки, розміщення, комбінації (без повторень).
2. Класичне визначення ймовірності випадкової події.
3. Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку.

Очікуваними результатами навчально-пізнавальної діяльності здобувачів освіти є розуміння, що таке перестановки, розміщення, комбінації(без повторів), класичне визначення поняття ймовірності, що таке генеральна сукупність та вибірка, означення середнього значення, моди та медіани вибірки. Обчислення відносної частоти подій, кількості перестановок, розміщень, комбінацій, ймовірностей подій, користуючись її означенням і комбінаторними схемами. Надає пояснення змісту середніх показників та характеристик вибірки. Знаходження числові характеристики вибірки даних. Застосування ймовірнісні характеристики навколишніх явищ для прийняття рішень і інше.»[36]

Що перед нами, майбутніми вчителями, ставить шкільна програма з математики ми з'ясували, тепер треба вирішити, які методичні джерела будемо використовувати, які підручники використовувати, як побудувати план уроку та конспект уроку.

Відповідно до заданих умов майбутні вчителі математики мають розподілити матеріал з теми, по заданим годинам. Побудувати

конспекти уроків, розробити завдання цікаві з теми для практичних робіт, розробити самостійну та контрольну роботу для перевірки і оцінювання засвоєного матеріалу здобувачами освіти.

Якщо ж учні здібні і швидко засвоюють навчальний матеріал з теми, то було б доцільно провести додатковий урок на творчу тему «Елементи теорії ймовірностей». Показавши цим, що в житті вона постійно нам зустрічається. Зранку ми переглядаєм в інтернеті прогнози погоди, чи є ймовірність дощу чи спеки, дивимось яка маршрутка їде і чи сідати буде кращим варіантом. Зазвичай це все відбувається інтуїтивно, але ми вчителі маємо дітям це пояснювати, бо не всі можуть це розуміти і сприймати, як ми і ми маємо цьому їх вчити.

### **1.3. Роль цифровізації у процесі розвитку шкільної математичної освіти**

На сьогоднішній день не проходить без використання новітніх технологій. Тому визначення значного впливу цифровізації освіти на навчальний процес під час уроків математики є запорукою кращому розумінню здобувачів освіти різних тем з математики.

Стрімкому розвитку цифровізації освіти сприяв карантин, який спричинив ковід. Через постійні карантини та обмеження відвідування громадських закладів, дитячих садочків та шкіл, люди почали вдосконалювати різні дистанційні сайти та платформи для спілкування та навчання.

На сьогоднішній день постійно розмовляють про цифровізацію різних процесів життя. Раніше мова про цифровізацію постійно зводилася до автоматизації технологій, поширення мобільного зв'язку, згодом і інтернету, потім поширення соціальних мереж, появи смартфонів і нових гаджетів. В результаті це сприяло зростанню кількості споживачів, які можуть користуватися новітніми технологіями. Особливо цікавим є те, що від народження здобувачі освіти вже бачать ці різноманітні гаджети і розуміють їх функції ліпше ніж їхні батьки.

Так зване покоління z, від народження опинилися у світі швидкого розвитку технологій і їхнє сприйняття світу не таке, яке звикли бачити застарілі методики навчання математики. І беручи це за основу, перед майбутнім вчителем математики утворюється виклик, як же саме їм цікаво пояснити та в доступній формі, щоб більшість здобувачів освіти мали змогу засвоїти навчальний матеріал.

Навчання і виховання також не стоїть осторонь і з кожним днем з'являються все більше різних сайтів і платформ для вивчення математики. Вони стали дуже корисними під час дистанційної та



змішаної форми навчань, але вони не менш корисні і при звичайному «офлайн» навчанні.

З розвитком таких ресурсів у вчителя математики з'являється більше можливостей робити цікаві та інтерактивні приклади для пояснення навчального матеріалу та завдання для здобувачів освіти.

Для цього нам на допомогу мають приходити новітні технології, наприклад: інтерактивні дошки, 3D окуляри і інші засоби для навчання створенні новітніми технологіями. Вони не дешеві і в сучасних реаліях, більшість закладів середньої освіти не можуть їх собі дозволити. Можливо під час гуртків та додаткових курсів на базі приватних шкіл здобувачі освіти зможуть за допомогою них навчитися, але це зможуть собі дозволити не всі сім'ї здобувачів освіти.

Але навчальний процес в школах можна все рівно налаштувати так, щоб використовувати новітні технології на уроках, але іншого вигляду. На допомогу вчителям приходять різні безкоштовні сайти та платформи для створення інтерактивних уроків. Вони також допомагають візуалізувати та моделювати різні навчальні експерименти, щоб зацікавити до вивчення математики більшої кількості здобувачів освіти.

Найпопулярнішими з них є Khan Academy, Math Is Fun, NRICH, Teachers Pay Teachers і інші.

На платформі Khan Academy вчитель може знайти та використати навчальні відео для пояснення математики. А саме є відео, які пояснюють базові поняття з теми «Елементи теорії ймовірностей», Що таке подія та ймовірність їх виникнення. Після вивчення нового матеріалу на базі цієї платформи можна задати різні інтерактивні завдання, які точно сподобаються здобувачам освіти. А також на своєму вчительському акаунті є можливість відстежувати, як саме здобувач освіти засвоїв вивчений матеріал та скільки часу витрачав на завдання.

На сайті Math Is Fun можна знайти цікаві статті на тему математики і елементів теорії ймовірностей. Вони написані в легкій для сприйняття формі та з використанням великої кількості прикладів у поясненні. Для візуалізації вивчених понять з теми на сайті є графіки та діаграми. Після опрацювання тем є інтерактивні завдання і тести, які сприятимуть засвоєнню здобувачами освіти вивченого матеріалу.

На платформі NRich (Cambridge University) є велика кількість задач на розвиток критичного мислення у здобувачів освіти а також пропонує задачі з теорії ймовірностей. Наприклад, задачі про підкидання монетки, кубика або на основі карткової гри. Через те, що задачі є різні і з декількома розв'язками, можна заохотити здобувачів освіти у пошуках всіх можливих варіантів їх розв'язання. А також, що саме цікаво, завдання і задачі є різного рівня складності для учнів з різною математичною підготовкою, тобто для досягнення певної оцінки буде розміщені відповідні завдання для виконання.

На сайті Teachers Pay Teachers вже є готові матеріали для створення уроків в тому числі і для уроків з теми «Елементи теорії ймовірностей». Їх безкоштовно можна завантажити та користуватись на уроках. Там розташовані презентації, плани уроків та тести з теорії ймовірностей, що значно економить час вчителю. Також на сайті є інтерактивні завдання які здобувачі освіти зможуть виконати в класі або ж удома. Вони дають можливість учням краще зрозуміти та засвоїти вивчений матеріал. На сайті можна ділитись своїм досвідом викладання і також використовувати досвід інших вчителів у навчанні дітей цієї теми.

На платформі IXL створенні адаптивні вправи майже до кожної з математичних тем, елементи теорії ймовірностей там також присутні. Вчитель може надавати різні завдання і задачі з теорії ймовірностей та комбінаторики, контролюючи наскільки здобувачі освіти засвоїли нову тему. А для здобувачів освіти є можливість після виконання завдань відразу отримувати зворотній зв'язок з результатом його досягнення та

правильними рішеннями тих завдань. Платформа миттєво сповіщає не тільки учнів а і вчителя, надаючи останньому звіт про успішність класу та рівні їх підготовки.

За допомогою платформи Desmos вчителі матимуть змогу на уроці разом зі здобувачами освіти моделювати випадкові події наприклад, кидання монетки або грального кубика. Демонструючи учням графіки результатів у реальному часі. Також для вчителів є можливість створення власних інтерактивних уроків де учні самостійно або ж у групах зможуть працювати з моделями різних ймовірнісних подій. Таких, як створення симуляції експериментів, які можна повторювати нескінчену кількість разів і побачити як з часом будуть змінюватися ймовірність утворення події. Ця платформа добре підходить під час дистанційного навчання. Вона дає змогу здобувачам освіти працювати та виконувати завдання зі своїх пристроїв, а вчителю відслідковувати їх відповіді та результати тестувань та контрольних робіт.

На сайті Open Middle розміщені багато задач на розвиток математичного мислення у здобувачів освіти, також задачі і на знаходження теорії ймовірностей. Особливість цих задач в тому, що вони не мають єдиного правильного рішення чи відповіді, спонукаючи здобувачів освіти ламати голову та креативно мислити для знаходження відповіді. Ці задачі особливо ефективно використовувати в обговоренні групами учнів, або ж всім класом, шукаючи правильний шлях розв'язання разом. Це допомагає згуртувати здобувачів освіти та демонструє знання з математики кожного з них.

На платформі SplashLearn елементи теорії ймовірностей можна пояснювати взагалі для здобувачів освіти молодших класів. Вона містить інтерактивні ігри з різних математичних тематик. На цій платформі учні матимуть змогу грати в математичні ігри, пов'язані з утворенням випадкових подій, знайомлячи маленьких здобувачів освіти

з найпростішими ймовірнісними моделями. Граючи в монетки та кубики вони знайомляться з поняттями елементів теорії ймовірностей.

На платформі PBS LearningMedia розташовані безкоштовні відеоуроки якими можуть користуватися вчителі під час пояснення ймовірності на основі реальних прикладів. Зазвичай це коротенькі ілюстровані відео з поясненням поняття ймовірностей через повсякденні ситуації. Після перегляду відео, в деяких з них містяться інтерактивні вправи, для виконання здобувачами освіти.

І на останок сайт для побудов різних об'єктів на площині і в просторі GeoGebra. Вона також допомагає у створенні інтерактивних моделей з теми «Елементи теорії ймовірностей». Наприклад демонструвати, як може змінитись ймовірність в залежності зміни параметрів та створювати симуляцію розподілу ймовірності графічно.

## РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНА СКЛАДОВА НАВЧАННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ У ШКОЛІ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ОСВІТИ

### 2.1. Задачі з теорії ймовірностей для здобувачів освіти

Дуже часто елементарні завдання виявлялися надзвичайно корисними під час вирішення серйозних проблем. Цікавість завдання – велика справа. Завдання може бути цікавим з багатьох причин: тому, що вона має цікавий зміст умови, тому, що інтуїтивно не зрозуміла можлива відповідь, тому, що вона може ілюструвати важливий принцип, тому, що завдання містить життєві проблеми, тому, що вона може бути важкою, тому, що у її вирішенні захована «родзинка» або просто тому, що відповідь елегантна і проста.

Поняття та методи теорії ймовірностей потрібні не тільки математикам, а й людям прикладних спеціальностей, оскільки під час розв'язування практичних задач велику роль відіграє правильний вибір ймовірнісної моделі. Ця модель має достовірно відображати явище, що вивчається, і бути зручною для дослідження.

Розв'язання задач теорії ймовірностей є винятково важливим, оскільки при цьому виробляється вміння будувати математичні моделі реальних явищ, виробничих процесів і технологій.

1. Сюзанна живе в Івано-Франківську і кожного дня гуляє Шевченківським парком. В цьому місті дуже часто випадають дощі, за статистикою 140 днів на рік. Яка ймовірність того, що дівчина намокне, бо завжди забуває взяти з собою парасольку.

2. В минулих роках команда фізмату з волейболу займала перші місця в турнірі до Дня спорту, після них завжди йшли педагогічний та медичний факультети. Зараз основний склад команди змінився і на місця ветеранів прийшли першокурсники здібні, але не зіграні. Капітан

розумів, що зайняти перше місце буде складно, бо склад інших команд залишився без змін. Яка ймовірність того, що фізмат займе 2 місце, якщо розподіл команд йде жеребкуванням і на цей турнір загалом записалося 6 команд, команди грають на вибування.

3. Була літня погода, Віра попраля зранку речі і пішла на роботу, потім після обіду зірвалася гроза, але не по всьому Івано-Франківську а лише  $\frac{3}{4}$  триторії. Дівчина не хотіла чекати і подзвонила подругам запитатись чи була в них гроза. У чотирьох з них був дощ, а у однієї не було. Яка ймовірність того, що у Віри речі не намокли і прийшовши додому забере їх сухими. Якщо відомо, що всі вони живуть у різних кінцях міста, неначе в певному правильному шестикутнику.

4. Прийшла зима, свята і ... для студентів сесія. Студенту з фізичного виховання, щоб скласти залік з волейболу треба скласти певні нормативи. Студент все виконав, залишилися тільки подачі. Завдання таке: треба влучити у 5 різних зон з 6 маючи лише 5 спроб, для того, щоб отримати 90 А. Якщо ж студент хоче отримати 100 А, треба влучити у три різні зони, які скаже тренер. Яка ймовірність того, що студент здасть залік на 90 А, або ж ризикне і на 100 А.

5. На другому курсі Вікторія пішла на дисципліну вільного вибору на оздоровче плавання. В групі налічує 10 чоловік, а в басейні університету лише 6 доріжок, яка ймовірність, що дівчина буде плавати сама на доріжці.

6. На деякому підприємстві, компанія замовила виготовити 1000 зимових омивачів для скла  $-12^{\circ}$  та 1000 омивачів  $-22^{\circ}$ . При виготовленню омивачів  $-22^{\circ}$  у виробника закінчились домішки. Щоб вкlastись в час він вирішив 50 штук зробити з рідини менш морозостійкої, лише перефарбувавши його, думаючи, що таких великих морозів не буде. Але прийшов циклон з морозами аж до  $-17$  градусів, і деяким клієнтам не пощастить якщо вони візьмуть неправильний омивач. Яка ймовірність того, що клієнт придбає в магазині цей омивач.

7. Прийшла Іра в гості до бабусі, а та їй принесла чай з пиріжками. Бабуся зробила пиріжки з яблуневим, смородиновим і сливовим варенням, вона зробила їх всі однакової форми бо не очікувала гостей. А дівчина не любить сливове варення, яка ймовірність того, що Ірина візьме саме цей пиріжечок. Відомо, що бабуся зробила всіх пиріжків однакову кількість і ще не встигла скуштувати їх.

8. Молодий вчитель Сергій вбрався на свято першого дзвоника у гарну вишиванку, яку придбав на ринку в Коломиї. Він тільки прийшов в школу та й не знав, що свята відбуваються на подвір'ї, де літає багато ластівок. Яка ймовірність того, що ластівка пролетить саме над місцем де стоїть вчитель та своїм послідом зіпсує вишиванку, якщо зазвичай зі свята 10 людей виходять «багатими» і приходять зазвичай 210-240 людей на свято.

9. В Херсоні легенький зимовий вітерець «м'яко» гойдає бетонні стовпи. Дарина зварила борщу і захотіла пампушок з салом до нього, тому пішла в найближчий магазин. Якщо дійти до магазину змогла, то щоб її не здуло вітром, довелося, ще взяти бутля води об'ємом 6 літрів. Яка ймовірність того, що дівчина встигне додому, поки борщ не схолоднів. Якщо відомо, що роблячи крок, то пориви вітру з вірогідністю  $1/3$  штовхають її в сторону магазину.

10. За пів на 11 ночі, Віка згадала, що закінчився рідкий корм для кота, так як в той день вона не виходила на двір то вбрала осінні кросівки і пішла в найближчий магазин, який ще відкритий. А на дворі після дощу на ніч температура впала і калюжі заледеніли. Яка ймовірність того, що дівчина пройде шлях до магазину і назад в 50 метрів по льоду не впавши, якщо ймовірність її падіння на кожному метрі дорівнює  $1/6$ .

11. Молода пара Степан та Одарка поїхали у відпустку в Карпати, зупинившись в готелі та в перед останній день вирішили зробити гарні фотографії в зимовому лісі. Але зненацька на них привалила лавина. Яка

ймовірність того, що рятувальники швидко їх знайдуть, якщо вони попередили, що не далеко підуть від готелю до лісу, а туди веде 6 стежок, дві з них роздвоїлись.

12. В лісах Івано-Франківська після осінніх дощів вродило багато грибів і хлопець Кирило вирішив скористатись нагодою і піти назбирати їх на грибну юшку. Але біда в тому, що він не знає, які на вигляд отруйні гриби, набравши і тих, і тих. Назбиравши повну сумку грибів він прийшов додому, Третю частину він приготував, а іншу частину хотів замаринувати. Яка ймовірність того, що хлопець не отруїться. Якщо бували грибники, які також збирали гриби в тому ж лісі на той момент казали, що на їхньому шляху кожен четвертий гриб отруйний.

13. В американській компанії Derovelaf є співробітники з різних країн: 3 українця, 2 французи, 2 американця, 1 англієць, 1 кацап і 1 білорус. Вони всі підключились до конференції в зумі, після обговорення робочих питань, вони мають затвердити, що всі під'єднались знімком всіх хто доєднався. Яка ймовірність того, що біля віконечка з українцями сусідніми не будуть кацап або білорус, якщо відомо що фотографує француз.

14. В одному казино вирішили заманити менш заможних клієнтів і вигадали таку лотерею. Коштує всього 1 грн. спроба, а виграти можна 5 грн., якщо випаде, наприклад на монетці орел. Яка ймовірність того, що клієнт розбагатіє в за короткий час та за тривалий час та яка перспектива в тривалий час. І яка б була б ситуація, якщо завдання було щоб випал орел потім решка і знову орел.

Цей перелік задач, може бути використаний під час вивчення «Елементів теорії ймовірностей». Хоча задачі і не складні, але націлені продемонструвати здобувачам освіти на буденність цих проблем.



## 2.2. Вивчення теми «Елементи теорії ймовірностей» на основі парадоксів

Цікавими задачами з теми «Елементи теорії ймовірностей» є так звані парадокси теорії ймовірностей. Вони як найкраще демонструють вираз «не довіряй своїм очам» або ж «не все, що на перший погляд правильне, насправді таке».

«Парадокс - дивне, іноді безглузде на перший погляд судження, яке нібито є протиріччям здоровому глузду, що у висновку на перший погляд здається не логічним. Певною мірою сучасний розвиток людства є наслідком пошуку рішення парадоксів. В минулому люди оперуючи лише логікою не могли собі навіть уявити, що Земля кругла, людина зможе літати не маючи крил, людина зможе глибоко плавати під водою не маючи зябра та інші. Такі усталені думки були парадоксальними на той момент розвитку людства. Але це все сьогодні є реальним і використовується у повсякденному житті.»[2]

Розгляд парадоксів та їхнього пояснення з розв'язанням, має продемонструвати здобувачам освіти неоднозначність тверджень. Особливо це можна відстежити під час розв'язання парадоксу дня народження. Це найкращий приклад, як ми від супротивного шукаємо ймовірність співпадіння днів народження.

«Парадокс днів народження дає оцінку ймовірності того, що у випадково взятій групі людей (учнів якогось класу або членів шкільного гуртка) в якоїсь пари людей збігатимуться дні народження. Якщо розглядати групи не менше 23 випадкових осіб, то ймовірність співпадіння днів народження в якоїсь пари становить більше 0,5. Такий висновок суперечить інтуїтивному оцінюванню більшості людей. Але це можна довести математично.

Формулюючи цей парадокс, мова йде про збіг днів народження у будь-яких двох людей якоїсь групи. Умова задачі полягає в знаходженні

ймовірності того, що в довільно взятій групі осіб щонайменше у двох буде один і той самий день народження. Під час розв'язування не зважатимемо на нерівномірність розподілу народжуваності протягом року і не враховуємо високосний рік.

Якщо  $P_1$  – ймовірність співпадіння щонайменше двох днів народження, то  $P_2$  – ймовірність відсутності двох осіб з однаковим днем народження ( $P_1 + P_2 = 1$  - подія протилежна події). Сума цих подій дорівнює 1. Тоді за допомогою стандартних міркувань здійснюється наступне

Що обчисливши, отримуємо  $P_1 \approx 0,507$ , а отже  $P_2 \approx 0,493$  [2]

Також для здобувачів освіти було б цікаво розглянути парадокс Монті Гола, спочатку його класичне представлення а потім зі збільшенням дверей. В своїй статті цей парадокс було пояснено так.

«Також цікавим є парадокс Монті Гола, який формулюється так: «Уявіть себе на телевізійній грі, де вам потрібно вибрати одні з трьох дверей. Лише за одними з них стоїть автомобіль, а за іншими по козі. Припустимо, що ви вказали на якісь двері. Ведучий в свою чергу відчиняє одні із двох інших дверей і за ними стоїть коза. Далі ведучий запитує: «Ви наполягаєте на відкритті вже обраної двері чи бажаєте змінити свій вибір на інші двері?». Потрібно з'ясувати якої краще дотримуватись стратегії: наполягати на відкритті раніше обраної двері чи змінити свій вибір?»

Розв'язуючи цю задачу здобувачі освіти зазвичай роблять помилку. А саме вони вважають, що наполягаючи на відкритті раніше обраної двері, вони мають такі самі шанси виграти автомобіль як і при зміні свого вибору. Однак такий хід роздумів є неправильним. Бо якщо ведучий завжди має інформацію де знаходяться приз, то завжди відчиняє ті двері за якими має знаходитись коза, і завжди пропонує гравцю змінити вибір. На початку ймовірність того, що автомобіль знаходитиметься за першими обраними дверима дорівнює  $1/3$ . Можна

розглянути три випадки, коли авто може стояти за дверима номер один, потім за номером два, потім за номером три. Якщо ж ми від початку не змінюємо вибору і обираємо одні й ті самі двері, то ймовірність виграшу за трьох різних комбінацій дорівнює  $1/3$ . А якщо змінювати вибір обраних дверей, то ймовірність вже буде  $2/3$ . Спираючись на це, зміна початкового вибору збільшує шанси гравця. Зроблений висновок суперечитиме інтуїтивному сприйняттю більшості здобувачів освіти, але точно дасть розуміння, що не все є таким, яким здається на перший погляд.»[2]

Пояснення просте і має спонукати здобувачів освіти до вирішення схожих завдань. Тобто, за умови зацікавленості здобувачів освіти рекомендувалось би провести окремий урок, або ж позакласний захід на тему «Парадокси в теорії ймовірностей» або ж «Софізми у математиці», які також демонструють не однозначність у пошуках розв'язання тих завдань. Вони вимагають від здобувачів освіти наполегливості, критичного мислення, уваги, уваги до деталей, розвитку математичних навичок та розвинутої логіки. Бо як з розгляду парадоксів зрозуміли, що не завжди інтуїції слід довіряти, а в таких питаннях треба постійно користуватись логікою та критичним мисленням.

### 2.3. Використання відеоігор для вивчення теорії ймовірностей

В умовах цифровізації освіти вчителі не лише мають звертати увагу на різні онлайн платформи для візуалізації різних математичних понять. А й так само, як і здобувачі освіти вмикати уяву і шукати можливо нові шляхи для навчання здобувачів освіти.

Одним з таких виходів є розгляд відеоігор, як основу генерації математичних завдань. Можливо не для всіх математичних тем це можна зробити, але для теми «Елементи теорії ймовірностей» це виходить.

Для створення відеоігор використовуються різні математичні поняття та і сам програмний код базується на математичних принципах, але розбір цього буде за складним для здобувачів освіти. Тому спростимо до того, що задаймо питання «де саме використовується теорія ймовірностей в ігрових механіках?» А відповіддю стане найбільш популярні відеоігри з принципом випадіння випадкових речей та персонажів – це так звані «гача» ігри. Однією з найпопулярніших з них є «Геншин Імпакт»

В нашій статті «Вивчення теорії ймовірностей на основі відеоігор» яка представлена для Всеукраїнської науково-практичної конференції «Формування професійної компетентності майбутніх учителів природничо-математичних дисциплін в умовах цифровізації вищої освіти» на базі Херсонського державного університету, було пояснено принцип роботи круток та випадіння випадкових персонажів.

«Геншин Імпакт - популярна відеогра, яка свого часу була розроблена і розповсюджена китайською компанією MiHoYo Limited. За інформацією на даний момент вона знаходиться під керівництвом HoYoVerse. Гра з самого початку підкорює своєю графікою, музикою та цікавим сюжетом. Гра представляє собою середовище відкритого світу в стилі середньовічного фентезі. Вона заснована на «action» системі боїв

за використані фізичних атак та стихійної магії. А також у подорожах відкритим світом «Тейвату» у пошуках рідкісних ресурсів для розвитку улюблених героїв. Грати в неї можна вибираючи оптимальні команди з 4 різних персонажів.»[1]

Одним з найбільше не зрозумілим для більшості гравців є ігрова механіка за якої випадають персонажі. Ясно лише те, що шанси випадіння 5-ти зіркового персонажа встановлені грою 0.6%, існує гарант на 90 крутці, існує гача «50/50» (тоді коли випадає звичайний персонаж або ж легендарний персонаж банеру), і інші. Ймовірність появи банеру з улюбленим героєм також ще та задача, бо розробники постійно або вводять нового персонажа і займають ним банер або ж постійно відтягуючи появу деяких персонажів і їх просто не дають навіть у розіграш.

Розробники знали, що умови гравцям зовсім не подобаються і якщо вони постійно виграватимуть тільки на 90-ій «крутці» гру можуть закинути більшість гравців і перейти до інших компаній. Тому вони розробили систему жалю, яка спрацьовувала після 73 невивагшої «крутки» і за нього гравці дуже рідко доходили до гаранту на 90-тій «крутці». Але як саме представлена система жалю не розписано і багато фанатів давало свої не підтверженні здогадки. Деякі хотіли дійти правильної відповіді розробивши програму, яка генерувала довільні числа від 1-1000. Описавши, перші шість чисел це вийграш все решта до 1000 програшні спроби. Але воно не спрацьовувало на реальних випадках «круток».

Але на одному з американських форумів було продемонстроване пояснення на основі розглянутих бази даних з 25 мільйонів «круток» гравців. І вже тут за допомогою статистичної ймовірності було описано як саме з кожною наступною «круткою» шанс збільшується (після системи «жалю»)(рис.1)

«Розраховані ними дані збігаються з ймовірністю в самій грі. Але до 73 «крутки» включно після її характер не пояснюється. Коли ж система «жалю» спрацьовує, то з кожною наступною спробою шанс випадіння збільшується на 6%.

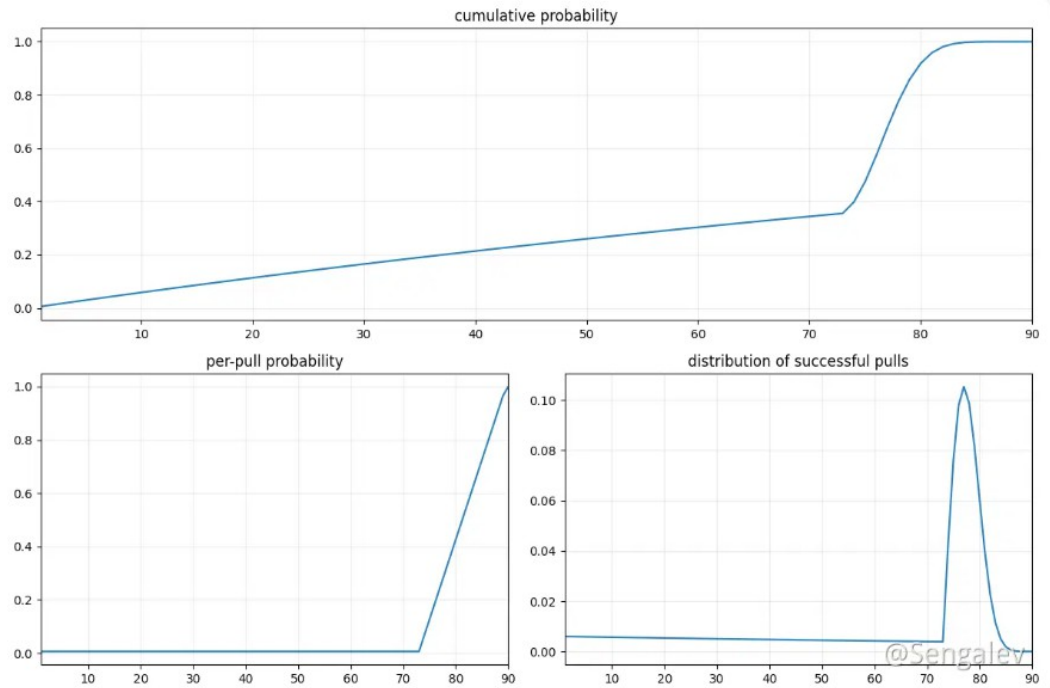


Рис. 1

Тобто коли 74 раз «крутите» то ймовірність випадіння вже становитиме 0.066, 75 разу – 0.126 і так далі. За таких умов ймовірність випадіння персонажа відбувається приблизно на 77-82 крутці дивлячись яку гравець має вдачу. За статистикою до гаранту, який зазначений на 90-тій крутці, мало хто діставався. Ймовірність, що випаде на 90-тій крутці дуже мала і становить 0.00000007.

З 4-ри зірковими персонажами простіше. Вони випадають з ймовірністю 0.051 і також присутній гарант. Він застосовується за умови, що після перших 9 «круток» не випадає 4-ри зірковий персонаж, то він гарантовано випаде на 10 раз. Але знову ж таки персонажі лише цього банеру. У кожному банері представлено один 5-ти зірковий персонаж і три 4-ри зіркових. Щоб отримати 4-ри зіркового персонажа не з цього банеру треба крутити стандартний банер. Але там вибір не

буде між трьома персонажами а вже між усіма, які були введені в гру.»[1]

Лише на основі однієї гри не можемо судити сподобається чи ні їм дослідження про гачі, тому розглянемо ще одну цікаву та популярну гру Minecraft.

Minecraft — чудова платформа для інтерактивного навчання, і його відкритий світ можна використовувати для вивчення багатьох математичних концепцій, зокрема теорії ймовірностей. Завдяки своїм випадковим подіям, елементам збирання ресурсів і можливостям для створення, Minecraft дозволяє гравцям і вчителям проводити уроки з ймовірностей у цікавий і практичний спосіб.

Ось кілька способів, як можна вивчати теорію ймовірностей на основі Minecraft:

#### 1. Випадкові події у грі

Minecraft містить багато випадкових подій, які можна використовувати для навчання ймовірностей. Наприклад, при видобуванні певних блоків (як-от каменю) існує ймовірність того, що замість звичайного каменю гравець знайде рідкісний ресурс (наприклад, алмази). Учні можуть розрахувати ймовірність того, що при видобутку певної кількості блоків знайдеться алмаз..

Задача. «Яка ймовірність знайти алмаз, якщо шанс його випадання становить 1%? Скільки блоків потрібно видобути, щоб з великою ймовірністю знайти хоча б один алмаз?»

#### 2. Генерація світу

Коли гравці створюють новий світ у Minecraft, гра генерує випадкові ландшафти, біоми, структури, такі як села або храми. Це може бути використано для дослідження ймовірностей появи певних біомів або структур.

Задача. «Яка ймовірність того, що в новому світі згенерується село у пустелі? Як часто з'являються певні біоми?»

### 3. Моделювання експериментів

Minecraft дозволяє створювати моделі реальних ймовірнісних експериментів: є можливість створити віртуальну модель кидання монети або кубика. За допомогою командних блоків можна організувати, щоб випадкове значення було відображено через механіку гри, наприклад, червоний блок для «орла» і синій для «решки».

Задача. «Киньте монету 100 разів у Minecraft і порівняйте кількість орлів та решок. Як ці результати відповідають теоретичній ймовірності?»

Такі як риболовля і зачарування предметів.

### 4. Поява мобів (монстрів)

Поява ворожих істот у Minecraft також залежить від ймовірності. Наприклад, на певній території за певний проміжок часу можуть з'явитися зомбі або скелети. Учні можуть обчислювати шанси появи різних мобів в залежності від умов (світло, рівень, біом).

Задача. «Яка ймовірність, що під час ночі на рівній території з'явиться 3 зомбі з 10 можливих істот?»

### 5. Розробка квестів або симуляцій з ймовірностями

Ви можете створювати власні квести або симуляції для учнів:

Створіть кілька сундуків із різними наборами предметів, і нехай учні обчислюють ймовірність отримання певного предмета при випадковому відкритті сундука.

Задача «У кожному з 5 сундуків є одна рідкісна книга зачарування. Яка ймовірність, що ви отримаєте рідкісну книгу при відкритті одного сундука?»

### 6. Випадкові події у пригодах

Учні можуть вивчати ймовірності через випадкові події, що відбуваються під час гри. Наприклад, викидання певного предмета з мобів або отримання певної нагороди за виконання завдання може бути частиною математичного аналізу ймовірностей.



Задача. «При вбивстві моба є 20% шанс отримати рідкісний предмет. Яка ймовірність отримати цей предмет після 5 вбивств?»

### 7. Модифікації та ресурси для навчання

Існують спеціальні модифікації Minecraft, створені для освіти, як от Minecraft Education Edition, що підтримує освітній контент. Модифікації можуть додавати нові функції для навчання ймовірностей та статистики:

Minecraft Education Edition пропонує завдання, спрямовані на розвиток математичного мислення, де можна вивчати ймовірності через ігрові механіки.

Є можливість розробити безліч завдань і експериментів, які допоможуть учням краще зрозуміти математичні поняття в цікавій формі.

Розробили найбільш цікаві приклади завдань для вивчення здобувачами освіти «Елементи теорії ймовірностей»

#### Завдання 1: Ймовірність генерації алмазів

В Minecraft алмази генеруються на висоті від 5 до 12 у світі. При видобутку каменю у цій ділянці, з ймовірністю 0.4% може з'явитися блок алмазів. Вирахуйте ймовірність знайти хоча б один блок алмазів, якщо ви видобули 100 блоків каменю на зазначеній висоті.»

(Спробуйте обчислити ймовірність не знайти жодного алмаза і відняти це значення від 1.)

#### Завдання 2: Зустріч з зомбі

Вночі на рівні землі з ймовірністю 15% спавниться зомбі. Яка ймовірність, що протягом однієї ночі на вашій базі спавниться хоча б один зомбі, якщо ніч триває 10 хвилин?

(Розбийте ніч на інтервали і обчисліть ймовірність, що принаймні раз за цей час з'явиться зомбі.)

#### Завдання 3: Випадіння рідкісного предмета

При вбивстві зомбі є шанс 5%, що він залишить залізний злиток. Скільки зомбі потрібно перемогти, щоб із ймовірністю 90% отримати хоча б один залізний злиток?

(Використовуйте формулу для знаходження ймовірності хоча б однієї успішної події)

Завдання 4: Риболовля та випадіння зачарованої книги

В Minecraft під час риболовлі з шансом 0.8% може випасти зачарована книга. Яка ймовірність, що із 50 разів закидань вудки випаде хоча б одна зачарована книга?

(Використовуйте формулу для обчислення ймовірності хоча б одного випадіння рідкісного предмета.)

Завдання 5: Збереження здоров'я при зустрічі з кріпером

Кріпер вибухає із шансом 50%, якщо підходить до гравця ближче, ніж на 2 блоки. Якщо у вас є щит, то шанс отримати ушкодження зменшується до 30%. Якщо гравець наближається до кріпера 3 рази, маючи щит, яка ймовірність, що він отримає ушкодження хоча б один раз?

(Застосуйте ймовірність події для трьох спроб і обчисліть ймовірність отримання ушкодження принаймні раз.)

Завдання 6: Побудова ферми мобів і ймовірність спавну скелетів

У вашій фермі мобів із шансом 40% спавниться зомбі, 35% – скелет і 25% – кріпер. Яка ймовірність, що з 10 мобів принаймні 4 будуть скелетами?

(Використовуйте біноміальний розподіл для розрахунку ймовірності отримання 4 або більше скелетів із 10 спроб.)

Завдання 7: Побудова крафтової таблиці ймовірностей

У Minecraft різні ресурси можна комбінувати, щоб отримати рідкісні предмети. Визначте, з якою ймовірністю команда з 3 гравців зможе зібрати достатню кількість алмазів, золота та заліза для крафту повного комплекту броні. Розподіліть обов'язки між гравцями й

обчисліть, скільки разів кожен із них повинен знайти алмази, золото та залізо, щоб забезпечити успіх команди.

(Обчисліть ймовірність для кожного ресурсу окремо, а потім знайдіть загальну ймовірність успіху всієї команди.)

Завдання 8: Ймовірність успішного рейду

Під час рейду на село гравець має шанс 70% на успішне знищення групи розбійників на кожному етапі рейду (всього 5 етапів). Яка ймовірність, що гравець успішно завершить весь рейд, не програвши жодного етапу?

(Розгляньте ймовірність успіху на кожному з етапів і обчисліть загальну ймовірність завершення рейду без поразок.)

Завдання 9: Випадіння тризуба з утоплеників

В Minecraft шанс випадіння тризуба від утопленика — 6.25%. Скільки утоплеників потрібно перемогти, щоб із ймовірністю не менше 80% отримати хоча б один тризуб?

(Використовуйте формулу (жодного тризуба)=  
= та знайдіть  $n$ , щоб ймовірність дорівнювала 0.2.)

Завдання 10: Отримання злитка золота від зомбі-пігмена

Коли зомбі-пігмен гине, шанс отримати злиток золота становить 2%. Яка кількість зомбі-пігменів потрібна, щоб із ймовірністю 90% отримати хоча б один злиток золота?

(Використовуйте  $P(\text{жодного злитка})=$  та знайдіть  $n$ , щоб ймовірність отримати злиток дорівнювала 0.9)

Завдання 11: Отримання зачарованої книги під час риболовлі

Шанс отримати зачаровану книгу під час риболовлі — 0.8%. Яка ймовірність отримати хоча б одну зачаровану книгу після 60 риболовель?

(Розрахуйте ймовірність жодної книги за формулою  $P(\text{жодної книги})=$  і знайдіть ймовірність отримання хоча б однієї книги.)

Завдання 12: Шанс випадіння голови крипера при використанні зачарованого меча

При використанні меча з "Добається III" ймовірність випадіння голови крипера — 5.5%. Якщо гравець знищить 40 криперів, якою буде ймовірність отримати хоча б одну голову крипера?

(Використовуйте формулу  $P(\text{жодної голови}) = 1 - (1 - 0.055)^n$  щоб знайти ймовірність жодної голови, а потім обчисліть протилежне).

Завдання 13: Випадіння обсидіану з скрині в скарбниці

У скрині в скарбниці є шанс 25%, що в ній буде один блок обсидіану. Гравець знайшов 5 скринь у скарбницях. Яка ймовірність, що хоча б в одній з них буде обсидіан?

(Використайте формулу  $P(\text{жодного обсидіану}) = 1 - (1 - 0.25)^n$  та обчисліть ймовірність хоча б одного випадіння)

Завдання 14: Отримання слізі з великого слизня

Кожен великий слизень при знищенні залишає слизову кульку з ймовірністю 50%. Яка ймовірність, що з п'яти великих слизнів хоча б один залишить слизову кульку?

(Розрахуйте ймовірність жодної кульки з формули  $P(\text{жодної кульки}) = (1 - 0.5)^n$  та знайдіть протилежну ймовірність)

Завдання 15: Випадіння ока ендера

Утопленик має шанс 10% на випадіння ока ендера. Скільки утоплеників необхідно перемогти, щоб імовірність отримання ока ендера була не менше 75%?

(Використовуйте формулу  $P(\text{жодного ока}) = 1 - (1 - 0.1)^n$  та розрахуйте  $n$  для ймовірності хоча б одного випадіння на рівні 0.75)

Завдання 16: Отримання черепа від скелета-ізушувача

Шанс отримати череп скелета-ізушувача при вбивстві такого моба — 2.5%. Яка ймовірність того, що після 100 вбивств буде отримано хоча б один череп?

(Розрахуйте ймовірність жодного черепа за формулою  $P(\text{жодного черепа}) = i$  і знайдіть протилежну ймовірність.)

Завдання 17: Отримання відьомського зілля

При вбивстві відьми ймовірність отримати відьомське зілля складає 7%. Якщо знищити 20 відьом, яка ймовірність отримати принаймні одне зілля?

(Використайте формулу  $P(\text{жодного зілля}) =$  та знайдіть протилежну ймовірність)

Завдання 18: Отримання перлів ендера

При вбивстві ендера шанс отримати перли ендера становить 50%. Скільки ендерменів потрібно перемогти, щоб з ймовірністю 95% отримати принаймні один перл?

(Використайте формулу  $P(\text{жодного перла}) =$  та обчисліть  $n$  для ймовірності отримання хоча б одного перла)

Minecraft — це не лише гра для розваг, але й потужний інструмент для інтерактивного навчання. Завдяки випадковим подіям у грі, механікам збирання ресурсів, генерації світу та можливості створювати симуляції, Minecraft ідеально підходить для вивчення теорії ймовірностей.

### РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ РОЗРОБЛЕНОЇ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ

#### 3.1. Розробка позакласного заходу з теми «Вивчення теорія ймовірностей на основі відеоігор» для здобувачів освіти 10-11 класів.

Конспект позакласного заходу з теми «Основи теорії ймовірностей на прикладі гри Minecraft»

Ціль заходу: Ознайомити учнів із базовими поняттями теорії ймовірностей за допомогою популярної відеоігри Minecraft, сприяючи розвитку зацікавленості до математики та розвиваючи аналітичне мислення.

Вікова група: 10-11 класи.

Тривалість заходу: 45 хвилин.

Хід роботи

Вступна частина (5 хв)

Привітання учнів та коротке обговорення, що таке теорія ймовірностей та чому вона важлива. Пояснення, як Minecraft може бути корисним інструментом для вивчення теми «Елементи теорії ймовірностей». Наприклад, у грі випадково генеруються ресурси, спавняться моби, ймовірність випадіння рідкісних предметів залежить від подій і дій гравця у грі.

Основна частина (30 хв)

I. Завдання на ймовірність генерації блоків (10 хв)

Пояснити, що в Minecraft існує певний шанс генерації цінних блоків, таких як алмази або золото.

Завдання. «Якщо відомо, що алмази генеруються на рівні 5-15 висоти в світі Minecraft із певною частотою, то обговоріть ймовірність знайти алмази в конкретній ділянці.»

Учні можуть розрахувати ймовірність знайти блок алмазу, якщо згенеровано, наприклад, 100 блоків різних типів, із яких 3 – алмази.

### II. Завдання на ймовірність спавну мобів (10 хв)

Пояснити, що кожен моб у Minecraft має певну ймовірність спавнитися залежно від часу доби, локації, рівня складності гри.

Завдання. «Яка ймовірність, що на певній ділянці з'явиться конкретний моб (наприклад, зомбі або ендермен)?»

Учні аналізують, наприклад, що ймовірність спавну зомбі вночі складає приблизно 10%. Якщо взяти 20 нічних циклів, якою буде ймовірність, що принаймні 5 разів зомбі з'являться на ділянці?

### III. Вивчення ймовірностей випадіння предметів (10 хв)

Розказати про ймовірність випадіння рідкісних предметів у Minecraft, таких як золотий яблуко, тризуб чи обсидіан.

Завдання. «Якщо після вбивства зомбі-пігліна є 2% шанс, що він залишить золото, обговоріть, скільки зомбі-піглінів потрібно перемогти, щоб з великою ймовірністю отримати один золотий предмет.»

Учні рахують ймовірність отримання рідкісного предмета, використовуючи формули ймовірності та аналізуючи кількість необхідних спроб.

### Заключна частина (10 хв)

Обговорення результатів завдань.

Кожна група або окремих учень коротко презентує свій розв'язок і робить висновки.

Заключні запитання до позакласного заходу: чому важливо розуміти ймовірність? як теорія ймовірностей може допомогти як у Minecraft, так і в реальному житті?

Запитання та відповіді: Відповіді на додаткові запитання, що можуть виникнути в учнів. На цьому позакласному заході учні ознайомляться з теоретичними поняттями ймовірності, виконуючи практичні завдання, що імітують ігрові ситуації з Minecraft.

### 3.2. Аналіз отриманих результатів позакласного заходу

Позакласний захід, присвячений вивченню теорії ймовірностей через інтеграцію з популярною грою Minecraft, є інноваційним підходом до залучення учнів до вивчення математики. Даний захід дозволяє здобувачам освіти краще засвоїти абстрактні математичні концепції з теми «Елементи теорії ймовірностей» в ігровій формі, яка є близькою для їхньої вікової групи.

Вибір теми й підходу через Minecraft обґрунтований інтересами сучасних учнів: багато з них знайомі з грою і мають досвід взаємодії з ігровими сценаріями, що полегшує пояснення складних математичних понять.

Завдання, пов'язані з ігровими процесами (генерація ресурсів, спавн мобів, випадіння предметів), дозволяють демонструвати ймовірнісні події, які відбуваються і в реальному житті, таким чином створюючи зв'язок між грою та наукою. Демонструючи на прикладі розбору задач з гри, що і звичайні задачі не є складними.

Учні практикують базові операції з ймовірністю та її обчисленням, вивчають базові ймовірнісні закони та формули. Вирішуючи завдання з різним рівнем складності, вони навчаються логічно мислити, аналізувати ситуації та оцінювати ймовірності подій.

Виконання практичних завдань сприяє розвитку розуміння ймовірнісних розподілів та законів, таких як закон великих чисел (зокрема, при розв'язуванні завдань про повторювані події, як-от здобуття рідкісного предмета).

Завдяки тому, що використовували гру Minecraft як основу для завдань, учні сприймають матеріал з більшим інтересом та активніше залучаються до виконання задач, що підвищує їхню мотивацію до навчання.



Ігровий контекст викликає у школярів дух змагання та сприяє самостійності у розв'язанні завдань, оскільки кожен учень може виявити свою унікальну стратегію для досягнення мети.

Граючи в знайому їм гру, учні відчують легкість при переході до складніших завдань. Це особливо важливо для підвищення впевненості у власних силах при роботі з математичними задачами.

Захід будується за принципом поступового ускладнення завдань. Від простих обчислень до складніших задач на умовну ймовірність або біноміальний розподіл — така послідовність дозволяє всім учням поступово долучитися до завдань.

Захід розвиває не лише математичні знання, а й практичні навички, які знадобляться учням у майбутньому, а саме обґрунтування своїх розрахунків, робота в команді, публічна презентація розв'язків.

Практична частина заходу, з розрахунками ймовірностей, пов'язаних із ігровими подіями, надає можливість застосування теоретичних знань у реальному житті, що допомагає закріпити матеріал на глибшому рівні.

Позитивні аспекти: учні засвоїли поняття теорії ймовірностей, навчилися використовувати їх у практичних завданнях; зміцнення мотивації учнів до вивчення математики за допомогою гри підвищило їхню активність та залученість до обговорення завдань; завдання на презентацію розв'язків сприяли розвитку комунікаційних навичок і вміння презентувати результати своєї роботи.

Недоліки та виклики: обмежений час заходу міг не дозволити повною мірою розкрити всі аспекти теми, особливо якщо учні мають різний рівень математичної підготовки; використання гри може відволікати деяких учнів, тому необхідно чітко контролювати процес і допомагати їм зосередитися на завданнях.

Щоб покращити наступний захід треба розширити захід на кілька уроків, щоб розглянути всі аспекти ймовірності на прикладах Minecraft

глибше. Додати ще більше інтерактивних завдань, наприклад, реальний симулятор Minecraft на уроці або обчислювальні програми, що допомагають аналізувати великі обсяги даних у грі. Залучити інші аспекти Minecraft (наприклад, економічний обмін ресурсами або ймовірність виживання в певних ситуаціях) для поглиблення теми.

Позакласний захід «Основи теорії ймовірностей на прикладі гри Minecraft» дозволяє успішно поєднати навчання та розваги, що робить вивчення ймовірності цікавим і доступним для учнів. Використання знайомого середовища стимулює інтерес до математики та підвищує мотивацію, сприяючи глибшому розумінню математичних концепцій у практичному контексті.

## ВИСНОВКИ

За результатами дослідження у кваліфікаційній роботі задачі з теорії ймовірностей як один зі складників математичної культури в умовах цифровізації освіти ми можемо зробити наступні висновки.

Розглянули та дослідили математичну культуру сучасних здобувачів освіти в умовах цифровізації. Її важливість та значущість у використанні у повсякденному житті. Дослідили шлях становлення та розвитку теми «Елементи теорії ймовірностей» у шкільному курсі математики. Як вона розвивалася закордоном та на територіях сучасної України протягом останнього століття. Розглянули сучасний навчальний план для вивчення теорії ймовірностей в шкільному курсі математики.

Розглянули онлайн платформи, та їхні основні функції для допомоги вчителям у підготовці до уроків та для здобувачів освіти та їхнього самонавчання. Розробили цікаві задачі з теми «Елементи теорії ймовірностей» які можна розв'язати усно чи письмово так і за допомогою онлайн платформ.

Вивчення парадоксів теорії ймовірності є складовою частиною розуміння потреби розвитку уважності, критичного мислення і логіки, щоб можна було знайти цікаве розв'язання різним парадоксам у майбутньому житті.

Пояснення використання теорії ймовірностей на основі «гача» ігор. Пояснення як саме працює ігрова механіка призиву персонажів у відеогрі Геншин Імпакт. Пояснення теорії ймовірності на основі відеогри майнкрафт. Розроблено позакласний захід та завдання з теми «Вивчення теорію ймовірностей на основі гри Майнкрафт». Проаналізовано переваги та недоліки такого заходу, для створення кращих та цікавіших заходів для здобувачів освіти.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алісова В. Г. Вивчення теорії ймовірностей на основі відеоігор/ Алісова В. Г. //Конф. «Формування професійної компетентності майбутніх учителів природничо-математичних дисциплін в умовах цифровізації вищої освіти» — 2024.
2. Алісова В. Г. Парадокси – шлях до вивчення теорії ймовірностей/ Алісова В. Г. // Магістерські Студії Херсонського державного університету — 2024.
3. Алісова В. Г. Вивчення геометричної ймовірності здобувачами освіти/ Алісова В. Г. // III Міжнародна науково-практична конференція – 2024. URL: <https://sci-conf.com.ua/wp-content/uploads/2024/10/CURRENT-TRENDS-IN-SCIENTIFIC-RESEARCH-DEVELOPMENT-17-19.10.2024.pdf>
4. Бабак В. П. Білецький А. Я., Приставка О. П. Основи теорії ймовірностей та математичної статистики – К.: КВІЦ, 2003. – 432 с.
5. Барковський В. В., Барковська Н. В., Лопатін О. К. Теорія ймовірностей та математична статистика. 5-те видання. – К.: Центр учбової літ., 2010. – 424 с.
6. Гнеденко Б. В. Курс теорії ймовірностей – К.: ВПЦ Київський університет, 2010. – 464с.
7. Енциклопедія освіти / Акад пед наук України , головний ред. В. Г. Кремень. — К. : Юрінком Інтер, 2008 — 1040 с.
8. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Берлінська С.Ю. Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційних технологій. К.: Вища шк., 1995. – 352 с.
9. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою. – К.: Видав. дім «Шкільний світ», 2002. – 120 с.

10. Зінченко Г. Математична культура, як іноваційна складова професійної компетентності майбутнього вчителя математики//Педагогічні науки
11. Левківський М. В. Формування професійної компетентності вчителя (засобами історико-педагогічного краєзнавства) / М.В. Левківський // Вісник Київського міжнародного університету. – Вип. 4. – К. : КиМУ, 2004. – С. 137-146.
12. Литвинов А. С. Педагогічний провайдинг інновацій в освіті: навч. посіб. / за заг. ред. В. В. Борисова. Суми, 2019. С. 134.
13. Закусило О. К. Парадокси теорії ймовірності, Математичної статистики і теорії прийняття рішень. метод. реком. – К.: КНУ, 2022. – 109 с.
14. Оклі Б. Навчитися вчитися. Як запустити свій мозок на повну / пер. з англ. Артем Замоцний. – 2-ге вид. – К.: Наш формат, 2019. – 272 с.
15. Попель М. В. Організація навчання математичних дисциплін у SageMathCloud: навчальний посібник / М. В. Попель, - 2-ге вид., виправлене // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. – Кривий Ріг: Видавничий відділ ДВНЗ «Криворізький національний університет», 2016. - Том XIV. - Випуск 1 (38): спецвипуск «Навчачий посібник у журналі». 111 с
16. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика: підручник. – К.: Знання, 2007. – 556 с.
17. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : Підручник. – 2 –ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища шк., 2006. – 582 с.: іл.
18. Теорія ймовірностей. Збірник задач/ Під ред. А. В. Скорохода. – К.: Вища шк., 1976. – 383 с.
19. Тичинська Л. М., Черепащук А. А. Теорія ймовірностей. ч. 1. Історичні екскурси та основні теоретичні відомості: навч. посіб. – Вінниця: ВНТУ, 2010. – 112 с.

20. Черняк О. І., Обушна О. М., Ставицький А. В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник задач. – К.: Знання, 2001. – 199 с.

21. Цифрова компетентність здобувачів освіти: методичні рекомендації / уклад.: Т. О. Шевченко, І. М. Павленко. Суми: НВВ СОІПО, 2023. 72 с.

22. <https://tory-genshin.com.ua/>

23. <https://www.hoyolab.com/article/497840>

24. <https://www.mathsisfun.com/data/probability.html>

25. <https://nrich.maths.org/>

26. <https://www.teacherspayteachers.com/>

27. <https://www.ixl.com/?>

[partner=google&campaign=71589568&adGroup=129630700247&gad\\_source=1&gclid=Cj0KCQjw7Py4BhCbARIsAMMx-I9mux04N1xSAuTGpxlLUuYZ3Q1G42J5FLcFEyuNOIZ5DXfp1szolEaAknXEALw\\_wcB](https://www.google.com/adsense/partner=google&campaign=71589568&adGroup=129630700247&gad_source=1&gclid=Cj0KCQjw7Py4BhCbARIsAMMx-I9mux04N1xSAuTGpxlLUuYZ3Q1G42J5FLcFEyuNOIZ5DXfp1szolEaAknXEALw_wcB)

28. <https://www.desmos.com/calculator?lang=uk>

29. <https://www.openmiddle.com/>

30. <https://slovnyk.ua/index.php?swrd=%D0%BA>

<https://slovnyk.ua/index.php?swrd=%D0%BA%D1%83%D0%BB%D1%8C%D1%82%D1%83%D1%80%D0%B0>

31. <https://www.splashlearn.com/>

32. <https://ny.pbslearningmedia.org/>

33. <https://www.geogebra.org/?lang=uk>

34. <https://minecrafts.in.ua/>

35. <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna>

[%20serednya/programy-5-9-klas/matematika-algebra-geometriya.pdf](https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna-%20serednya/programy-5-9-klas/matematika-algebra-geometriya.pdf)

36. <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>

37. <https://www.khanacademy.org/math/probability>

38. Curtis, J. Bonk The Handbook of Blended Learning: Global Perspectives, Local Designs / Curtis J. Bonk, Charles R. Graham. Pfeiffer. 2006. 624 c.

39. Garrison, D. Blended learning in higher education: Framework, principles, and guidelines / Garrison D., Vaughan, N. Jossey-Bass. 2008. 272 c.

40. The III International Science Conference "Interaction of society and science: problems and prospects" October 05-08, 2021, London, England. 464 p.