

УРАВНЕНИЕ ЧАСТОТ ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ БАЛКИ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ К ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ КОНСТАНТ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Александр В. Л., Свириденко В. О., Шеври С. С.

Херсонская государственная морская академия (Украина).

Корень Е. В.

Херсонский государственный аграрный университет

(Украина)

Введение. При экспериментальном определении механических констант материала динамическим методом авторы столкнулись с проблемой дефицита справочной информации в задаче о колебаниях призматической балки с компактной массой на конце. Определение собственных частот для призматических балок не представляет принципиальных затруднений и следовало ожидать, что результаты таких решений должны быть отображены в многочисленных справочных пособиях. Однако оказалось, что все доступные источники копируют, причём в низком качестве, графики замещаемые из ставшего библиографической редкостью справочника [1]. Точность представленных там графиков данных для целей исследований недостаточна. Уравнение частот, из которого пользоваться указанным пособий при наличии персонального компьютера и многочисленных свободно расширяемых программ извлек бы интересующую его информацию, отсутствует.

Цель разработок. Отмеченная выше, своеобразная «утра» подобной информации обусловлена различными причинами, в том числе ходом развития науки, техники и издательского дела. В данной работе была поставлена цель - восполнить некоторые из возникших информационных проблем в форме уточненных решений задач теории колебаний, с практическим приложением к задачам определения механических констант материалов.

Учёт сдвига при изгибе. Техническая теория поперечного изгиба балок содержит определённые внутренние противоречия, проявляющиеся при определении перемещений как у относительно коротких, так и у балок с широким развитием поясков, например в составе судовых конструкций типа двойного дна или бортов. Это же обстоятельство, в частности, предусматривает разную минимальную длину стандартных образцов при определении модуля Юнга путём испытания на изгиб по так называемым *трёх- и четырёхточечным* схемам и связано с влиянием деформаций сдвига. Задача об изгибе балок с учётом сдвига всегда привлекала внимание специалистов в строительной механике корабля и достаточно подробно рассмотрена [2, §52].

Для консольной балки длиной l с погонной массой m при сосредоточенной массе M_p на свободном конце, авторами получено уравнение частот относительно собственных частот λ_n и изгибной EI и сдвиговой $G\omega$ жесткостей

$$f(\lambda_n, EI, G\omega) = (a_{22}^{(n)} - a_{20}^{(n)} a_{02}^{(n)} / a_{00}^{(n)}) (a_{33}^{(n)} - a_{31}^{(n)} a_{13}^{(n)} / a_{11}^{(n)}) - (a_{32}^{(n)} - a_{30}^{(n)} a_{02}^{(n)} / a_{00}^{(n)}) (a_{23}^{(n)} - a_{21}^{(n)} a_{13}^{(n)} / a_{11}^{(n)}) = 0 \quad (1)$$

$$\lambda_n = \lambda_n \left[-\frac{m}{2G\omega} + \sqrt{\left(\frac{m}{2G\omega}\right)^2 + \frac{m}{\lambda_n^2 EI}} \right]^{1/2} \quad (2)$$

$$= \lambda_n \left[\frac{m}{2G\omega} + \sqrt{\left(\frac{m}{2G\omega}\right)^2 + \frac{m}{\lambda_n^2 EI}} \right]^{1/2}$$

Fig. 1

$$a_{00}^{(n)} = 1 - \frac{EI}{G\omega} \lambda_n^2; \quad a_{02}^{(n)} = 1 + \frac{EI}{G\omega} \mu_n^2; \quad a_{11}^{(n)} = J_n a_{00}^{(n)}; \quad a_{13}^{(n)} = \mu_n a_{02}^{(n)};$$

$$a_{20}^{(n)} = J_n^2 ch(J_n l) a_{00}^{(n)}; \quad a_{22}^{(n)} = J_n^2 sh(J_n l) a_{00}^{(n)};$$

$$a_{24}^{(n)} = -\mu_n^2 cos(\mu_n l) a_{02}^{(n)}; \quad a_{23}^{(n)} = -\mu_n^2 sin(\mu_n l) a_{02}^{(n)};$$

$$a_{30}^{(n)} = J_n^3 sh(J_n l) + \frac{M_p \lambda_n^2}{EI} a_{00}^{(n)} ch(J_n l); \quad (3)$$

$$a_{31}^{(n)} = J_n^3 ch(J_n l) + \frac{M_p \lambda_n^2}{EI} a_{00}^{(n)} sh(J_n l);$$

$$a_{32}^{(n)} = \mu_n^3 sin(\mu_n l) + \frac{M_p \lambda_n^2}{EI} a_{02}^{(n)} cos(\mu_n l); \quad a_{33}^{(n)}$$

$$= -\mu_n^3 cos(\mu_n l) + \frac{M_p \lambda_n^2}{EI} a_{02}^{(n)} sin(\mu_n l)$$

Основные формы решения частотного уравнения. Трансцендентное уравнение (1) может быть разрешено относительно любого параметра, если остальные заданы. Для данного исследования интерес представляют две основные задачи.

Первая, обычно рассматриваемая в теории колебаний задача, назовём её *прямой*, заключается в определении собственных частот λ_n , которые, как известно, образуют бесконечную последовательность. Из этой последовательности практический интерес особенно представляют лишь первые 2-3 реже до 5 гармоник, так как «балансное» решение в принципе точно описывает напряжённо-деформированное состояние, пока в плоскости формы колебания в несколько раз превышает размер (высоту) балки. В плоскости колебаний Стелователю, чем больше относительная длина балки, тем больше частот собственных колебаний с приемлемой для практики точностью можно определить. Поскольку корни частотного уравнения нельзя найти аналитически, необходимо воспользоваться одним из численных методов ориентированных на современную вычислительную технику [3]. Здесь необходимо решить две проблемы: локализацию корней и подбора подходящего метода их уточнения в каждом интервале содержащем корень.

Обратная задача заключается в следующем. Пусть для заданной балки известны несколько собственных частот λ_n , например, определенных экспериментально. Необходимо найти один из её неизвестных параметров входящих в частотное уравнение непосредственно или через известную связь с другими. Так значительный интерес для материаловедов и прочников представляет определение механических констант конструкционных материалов, например модуля Юнга E , одним из динамических методов. Эта задача с вычислительной точки зрения не отличается от предыдущей. Поскольку уравнение (1) нелинейно относительно E , в результате вычислений будет получен ряд значений физически ограниченный нулём и модулем наиболее жёсткого из известных приросте материалов - алмаза. Тем снова возникает проблема выделения собственного корня, например сравнением с определенным другим методом. Сократительная проверка достигается решением прямой задачи и сопоставлением вычисленных собственных частот с экспериментальными.

Алгоритм и программы решения прямой и обратной задач для частотного уравнения. Для численного решения прямой и обратной задач для частотного уравнения (1) разработаны программы на языке Pascal ABC. Локализация и уточнение корней в том и другом случаях выполняются одинаково. Для выделения корней применяется расширение исследуемого интервала с постоянным достаточно малым шагом, величина которого подбирается путем численных экспериментов. Если на границах локального интервала функция имеет разные знаки, то это свидетельствует о наличии в нем, по крайней мере, одного корня. После чего следует процедура сужения этого интервала до

момента, когда его длина станет меньше заданной точности определения корней. Для уточнения корней использован метод половинного деления обладающий гарантированной схожностью. Решение частотного уравнения (1) относительно λ_n выполняется с помощью программы *consolE*. Эта же программа используется для проверки найденных с помощью программы *consolE* предполагаемых значений модуля E .

Некоторые результаты решения прямой и обратной задач. В табл. 1 приведен ряд результатов полученных при тестировании программ *consol* и *consolE*.

Таблица 1 – Результаты тестирования программ

Массогабаритные параметры образца: $b=0.1$, $h=0.002$, $g=7800$, $m=0.156$, $m_0=0.5$, $Om=1.6666666666667E-5$, $I=6.6666666666667E-12$, $Mr=0.0312$.	
Программа <i>consol</i> . Для $E=2 \cdot 10^7$ Па	Программа <i>consolE</i> для λ_n
$\lambda_1=338.592612838745$	$E_1=200000002845.764$
$\lambda_2=4633.94769439697$	$E_2=199999989706.039$
$\lambda_3=14714.9616409302$	$E_3=199999987802.506$
$\lambda_4=30469.3702102661$	$E_4=199999993706.055$
$\lambda_5=51815.8680130005$	$E_5=199999981845.703$

Выводы и рекомендации. Разработан динамический способ определения угругих констант призматических образцов материала. Способ применим для миниатюрных образцов, когда традиционные методы и оборудование становятся неприемлемыми.

Взамен неполных и недостаточно точных справочных данных приводимых в доступной литературе предложен программный комплекс позволяющий решать прямую и обратную задачи для уточнённого частотного уравнения.

С ростом номера тона собственных колебаний возрастает погрешность их определения из частотного уравнения (1). Поэтому в динамическом методе определения модуля Юнга при решении обратной задачи для частотного уравнения, по возможности следует использовать значение наиболее низких из найденных экспериментально собственных частот, желательно первого тона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афаньев И. В. Справочник по расчёту собственных колебаний упругих систем – ОГИЗ Гостехиздат, 1946.
2. Суслов В. П., Кочанов Ю. П., Спиктаренко В. Н. Строительная механика корабля и основы теории упругости – Л.: Судостроение, 1972. – 720 с.
3. Давнош К. Практические методы прикладного анализа // Справочное руководство / Пер с англ. М. Э. Кайнера, под ред. А. М. Довшина – М.: Гос. изд. физико-математической литературы, 1961 – 524 с.

РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ВЗАЄМОДІЇ ПНЕВМОКОЛІСНОГО РУШІЯ З ОПОРНОЮ ПОВЕРХНЕЮ, ЩО ДЕФОРМУЄТЬСЯ

Балака М.М., Пелевін Л.С., Аржаєв Г.О.,

Київський національний університет будівництва і архітектури (Україна),

Васильченко А.В.,

Воронезький державний архітектурно-будівельний університет

(Росія)

Вступ. Застосування колісних землерійно-транспортних машин (ЗТМ) підвищеної потужності в вантажолінійності під час виконання значних обсягів земляних робіт дає суттєву економію коштів та енергоносіїв за рахунок більш ефективного використання потужності рушійної установки, зниження показників питомої витрати енергоносія на одиницю об'єму розробленого ґрунту, збільшення продуктивності праці та скорочення термінів будівництва. Шини в цих машинах є важливими конструктивними елементами їхнього обладнання і значною мірою визначають експлуатаційні та техніко-економічні показники. Тому підвищення ефективності колісних ЗТМ нерозривно пов'язане з дослідженнями роботи пневмоколісного рушійного механізму його робочих характеристик [1].

Актуальність досліджень. Для ЗТМ характерними є два режими руху – тягловий і провально-підйомний. Причому тривалість тяглового режиму роботи машини займає значну частину від загальної тривалості технологічного циклу. Враховуючи особливості роботи колісних ЗТМ, найбільший інтерес представляє спрямований рух машини, при якому відбувається максимальне значення сили тяги, тягової потужності та інших тягово-звичайних властивостей пневмоколісного рушійного механізму, зокрема, колеса з великогабаритною шиною (ВГШ) [2-3]. При цьому зусилля на робочому органі, що зодяє опір ґрунту колісному, створюється за рахунок сили тяги, котра розвивається пневмоколісним рушієм.

У процесі експлуатації колеса з пневматичною шиною піддається силловому впливу від базової машини та опорної поверхні руху. Механічні властивості пневматичної шини змінюють істотний вплив на здатність колеса сприймати і перетворювати зовнішні навантаження в силу тяги. Пневмоколісний рушій при коєнні до опорної поверхні сприймає зовнішні навантаження, що спричиняють до появи складних деформацій в пневматичній шині, зокрема, в її каркасі та брекети [3]. В свою чергу, оболонка пневматичної шини зашита надривним внутрішнім тиском повітря і деформується, частково перерозподіляючи її області контакту, викликають зміну внутрішнього тиску, частково перерозподіляючи її на внутрішню оболонку. Розв'язання задачі визначення механічних властивостей пневматичної шини за її окремими параметрами, до яких можна віднести: конструктивні особливості, геометричні розміри, внутрішній тиск повітря тощо, навіть із застосуванням сучасних методів чисельного аналізу представляє досить значні труднощі [4], тому постає задача експериментального дослідження роботи пневмоколісного рушійного механізму.

Постановка задачі. На виробничому стенді для дослідження роботи колеса з пневматичною шиною отримати залежності, що характеризують вплив виду та стану опорної поверхні, розмірів і робочих характеристик ВГШ, внутрішнього тиску повітря в шині на тягово-звичайні властивості пневмоколісного рушійного механізму при спрямованому русі.

Результати досліджень. Експериментальні дослідження проводилися авторами за програмою Міждержавної співпраці в галузі виробництва, виробування і експлуатації пневматичних шин для позашляхових транспортно-технологічних засобів різного призначення в країнах СНД у липні – серпні 2011 року на самохідному стенді для дослідження роботи окремого колеса з ВГШ при спрямованому русі в умовах Полігону повітряно-дорожніх машин Воронезького державного архітектурно-будівельного університету (Росія).

В якості об'єктів досліджень було прийнято серії пневматичних шин розміром 1300/533 моделі В-71 137,5-39 моделі Ф-7 та ГОСТ 8430-2003 і ГОСТ 26585-2005, що є