



XVII Международная научная конференция

**АКТУАЛЬНЫЕ НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В
СОВРЕМЕННОМ МИРЕ**

26-27 сентября 2016 г.

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

Выходит –12 раз в год (ежемесячно)
Издается с июня 2015 года

ВЫПУСК 9(17)

Часть 1

Переяслав-Хмельницкий

СЕКЦИЯ: ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 539.182



Бистрянцева Анастасія Миколаївна
Херсонський державний університет
(Херсон, Україна)

НУЛЬОВЕ НАБЛИЖЕННЯ ТЕОРІЇ ЗБУРЕНЬ НА
ОСНОВІ РІВНЯННЯ КЛЕЙНА-ГОРДОНА-ФОКА

Анотація: Робота присвячена розробці математичного підходу до опису енергетичних параметрів піонних атомних систем. Враховано релятивістські, ядерні ефекти на основі рівняння Клейна-Гордона-Фока. Звертається увага на оцінку внеску ефектів електромагнітної та сильної взаємодії в енергії переходів

Ключові слова: сильна взаємодія, піонні атоми, хвильова функція, релятивістські ефекти.

Бистрянцева Анастасия Николаевна
Херсонский государственный университет
(Херсон, Украина)

НУЛЕВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ОСНОВЕ
УРАВНЕНИЯ КЛЕЙНА-ГОРДОНА-ФОКА

Аннотация: Работа посвящена разработке математического подхода к описанию энергетических параметров пионных атомных систем. Учтены релятивистские ядерные эффекты на основе уравнения Клейна-Гордона-Фока. Обращается внимание на оценку вклада эффектов электромагнитного и сильного взаимодействия в энергии переходов

Ключевые слова: сильное взаимодействие, пионные атомы, волновая функция, релятивистские эффекты.

Bystriantseva Anastasiya
Kherson State University
(Kherson, Ukraine)

ZERO APPROXIMATION OF PERTURBATION THEORY BASED ON THE KLEIN-
GORDON-FOCK EQUATION

Abstract. Paper is devoted to carrying out mathematical approach to description of energy spectra for pionic atomic systems. Considered the relativistic, nuclear effects within the Klein-Gordon-Fock equation. Paid attention to estimation of the strong interaction effects to the transition energies.

Keywords: strong interaction, heavy pionic atoms, wave function, relativistic effects

Аналізуючи бібліографію робіт по спектроскопії піонних атомів, слід виділити два напрямки теоретичних робіт, які ґрунтуються на прямому аналітичному або чисельному розв'язуванні рівняння Клейна-Гордона-Фока (КГФ), що відносяться або до електромагнітного (атомно-оптичного) сектору, або суто ядерного без прецизійного вивчення квантовоелектродинамічних (КЕД) внесків в енергію рівнів.

Враховуючи, що в сучасній теорії найбільший інтерес представляє вивчення властивостей важких атомів, розглянемо багатоелектронний піонний атом. Гамільтоніан системи з урахуванням ядерної та електромагнітної взаємодії представимо у вигляді:

$$H = K_{\pi} + K_e + H_N + V_{\pi-N} + H_C^{em}, \quad (2.1)$$

де перші два оператора K представляють оператори кінетичної енергії відповідно вільного піона та електронної підсистеми, H_N – ядерний гамільтоніан, потенціал $V_{\pi-N}$ описує взаємодію піона з нуклонами в ядрі,

H_C^{em} описує електромагнітну взаємодію в системі.

Рівнянням, що описує рух піону в атомній системі є рівняння КГФ, в найбільш повній нестационарної формі, репрезентоване як (у звичайних одиницях):

$$[\mu^2 c^2 + 2\mu V_{\pi-N}] \Psi = \left\{ \frac{1}{c^2} [i \hbar \partial_t + e V_C(r)]^2 + \hbar^2 \nabla^2 \right\} \Psi, \quad (2.2a)$$

де μ – зведена маса піона, c – швидкість світла, V_C – сума кулонівського потенціалу, який описує взаємодію піона зі скінчено-розмірним розподілом заряду в ядрі, вакуум-поляризаційного потенціалу і потенціалу, обумовленого електронним зарядом (при наявності електронних оболонок).

Після переходу до стаціонарної задачі: $\Psi = \exp(-iE_i t / \hbar) \varphi_i$ шукане рівняння прийме вигляд:

$$[-(\hbar c)^2 \nabla^2 + \mu^2 c^4 + 2\mu c^2 V_{\pi N}] \varphi_i = (E_i - V_C)^2 \varphi_i, \quad (2.2b)$$

де E – енергія піона.

На відміну від багатьох квантових рівнянь для ферміонів (наприклад, рівняння Дірака для електрона), рівняння КГФ є квадратичним по енергії, що призводить до відомих складнощів в роботі з подібними рівняннями [1, с. 95]. Зокрема, мова йде про необхідність перевірки коректності умови нормування КГФ хвильової функції.

Рівняння КГФ можна також записати в наступній двокомпонентній формі:

$$\left[-(\sigma_3 + i\sigma_2) \frac{\nabla^2}{2\mu} + \sigma_3 \mu + (\sigma_3 + i\sigma_2) V_{\pi N} + V_C \right] \Psi_i = E_i \Psi_i, \quad (2.2в)$$

де σ – матриці Паулі і далі

$$\Psi_i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + (E - V_C / \mu) \varphi_i \\ 1 - (E - V_C / \mu) \varphi_i \end{pmatrix} \quad (2.2г)$$

рівняння (2.3а) виявляється еквівалентним (2.2).

Умова ортогональності хвильової функції (2.2в) має вигляд:

$$\int \tilde{\Psi}_i^T \sigma_3 \Psi_j dr = \delta_{ij}, \quad (2.3а)$$

де тільда над функцією означає комплексне спряження (тільки по кутовій частині). Це забезпечує правильну умову нормування для хвильової функції:

$$\int \tilde{\varphi}_i \frac{E_i + E_j - 2V_C}{2\mu} \varphi_j dr = \delta_{ij}. \quad (2.3б)$$

При відсутності сильної піон-ядерної взаємодії, рівняння КГФ істотно спрощується і приймає вигляд:

$$[-(\hbar c)^2 \nabla^2 + \mu^2 c^4] \varphi_i = (E_i - V_C)^2 \varphi_i \quad (2.4а)$$

або в атомній системі одиниць:

$$[-(c)^2 \nabla^2 + \mu^2 c^4 - (E_i - V_C)^2] \varphi_i = 0 \quad (2.4б)$$

Зрозуміло, в наближенні неврахування сильної взаємодії подальша техніка роботи та вирішення релятивістського рівняння (2.4) є стандартною квантово-механічною (наприклад, [2–4]). Як зазвичай, з урахуванням сферичної симетрії задачі хвильова функція зв'язаного стану піону представляється як:

$$\varphi_{nlm}(r) = [p_{nl}(r)/r] \cdot Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (2.5)$$

і далі розв'язування рівняння (2.4) зводиться до розв'язування системи двох рівнянь першого порядку:

$$\frac{d}{dr} p = q \quad (2.6a)$$

$$\frac{d}{dr} q = \left[\mu c^2 + \frac{l(l+1)}{r^2} - \alpha^2 (V_c - E)^2 \right] p, \quad (2.6b)$$

де p – радіальна частина хвильової функції КГФ, а $\alpha = 1/c^2$ (в системі атомних одиниць). Процедура обчислення E використовує умову, згідно з якою функція q – неперервна при $r = r_m$, де r_m – поворотна точка для потенціалу V_C . Для уточнення отриманого значення E використовується стандартна варіаційна процедура, зокрема, розглядаються варіації p , q : $(q + \delta q)_{r_m^+} = (q + \delta q)_{r_m^-}$, далі значення p , q , E замінюються відповідно значеннями $p + \delta p$, $q + \delta q$, $E + \delta E$ так що виконуються умови:

$$\frac{d}{dr} p + \frac{d}{dr} \delta p = q + \delta q \quad (2.7)$$

$$\frac{d}{dr} \delta q = \left[\mu c^2 + \frac{l(l+1)}{r^2} - \alpha^2 (V_c - E)^2 \right] \delta p + 2\alpha^2 (V - E) \delta E p. \quad (2.8)$$

Далі після нескладних алгебраїчних перетворень і інтегрування обох частин рівнянь поправка до енергії прийме вигляд:

$$\delta E = \frac{p(r_m) [q(r_m^+) - q(r_m^-)]}{2\alpha^2 \int_0^\infty (V_c - E) p^2 dr}. \quad (2.9)$$

Доречним є приведення аналогічної поправки до енергії електрона, отриманої після розв'язання релятивістського рівняння Дірака, а саме [4, с. 8]:

$$\delta E = \frac{p(r_m) [q(r_m^+) - q(r_m^-)]}{\alpha \left[\int_0^{r_m^-} (p^2 + q^2) dr + \int_{r_m^+}^\infty (p^2 + q^2) dr \right]}, \quad (2.10)$$

де, очевидно, p – велика компонента релятивістської діраковської функції, а q – відповідно, мала компонента.

Зрозуміло, при чисельному розв'язуванні рівняння КГФ принципово важливим є відстеження збереження норми КГФ хвильової функції. Наші чисельні розрахунки в точності підтверджують обчислення [5, с. 563]. Чисельне розв'язування системи рівнянь Клейна-Гордона-Фока виконується на основі ітераційної процедури з використанням методу Рунге-Кутта (комплекс «Superatom-ISAN») [6, с. 28].

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ЛІТЕРАТУРИ

1. Shakhman A.N., Strong p-nucleat interaction effects in spectroscopy of hadronic atoms //Photoelectronics. – 2013. – Vol.22. – P. 93-97
2. Yang F., Fundamentals of nuclear models/Yang F., Hamilton J.H.,eds.// Singapore: World Scientific.-2010.-740P.
3. Marciano W., Electromagnetic Probes of Fundamental Physics"/ Marciano W., White S., eds.-Singapore: World Scient. - 2003. – 560 P.
4. Indelicato P., Trassinelli M., From heavy ions to exotic atoms/ Indelicato P., Trassinelli M.// arXiv:physics.-2005.-V1-0510126v1.-16P; Indelicato P., Exotic atoms/ Indelicato P.// arXiv:physics.-2004.-0409058v1.-12P.
5. Glushkov A.V. Consistent QED approach to calculation of electron-collision excitation cross-sections and strengths: Ne-like ions / Glushkov A.V., Ambrosov S.V., Loboda A.V., Gurnitskaya E.P., Prepelitsa G.P.// Int. Journ.Quant.Chem.- 2005. - Vol.104, N4. - P. 562-569.
6. Glushkov A.V., Advanced EPPP-code-07 of "Superatom-ISAN": EPPP-code-91/ Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Svinarenko A.A., "Superatom-ISAN-Nuclei08" //Math.Doc.of the OSEU Math. Dept., Odessa, 2008. - 39 P