

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ВЕСТНИК
ХАРЬКОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

№ 190

ФИЗИКА ЛУНЫ И ПЛАНЕТ.
ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ АСТРОМЕТРИЯ

ВЫПУСК 14

Основан в 1965 г.

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ «ВИЩА ШКОЛА»
1979

В. Н. ДУДИНОВ, канд. физ.-мат. наук,
В. С. ЦВЕТКОВА, канд. физ.-мат. наук,
С. Г. КУЗЬМЕНКОВ, В. В. КОНИЧЕК

**ОЦЕНКА СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЙ
С ПОМОЩЬЮ КОГЕРЕНТНО-ОПТИЧЕСКОГО
СПЕКТРОАНАЛИЗАТОРА**

Для оценки информационного содержания оптического изображения и в особенности для задачи апостериорного улучшения его качества необходимо знание оптической передаточной функции (ОПФ) системы, сформировавшей данное изображение. Существуют хорошо разработанные методы исследования параметров объективов в лабораторных условиях. Однако такие исследования далеко не всегда позволяют моделировать работу оптической системы в реальных условиях. Поэтому наибольший интерес представляет анализ качества изображения непосредственно по снимку.

Одним из методов оценки качества реального изображения является фотометрическое исследование распределения интенсивности в его тонких деталях. Обычно это делается по границе двух полей с известным контрастом, по изображению бесконечно тонкой линии, периодической структуре и т. д. Из анализа распределения интенсивности по таким деталям в принципе можно сделать некоторые выводы о поведении аппаратной функции системы или о ее ОПФ.

В отличие от анализа качества изображения, основанного на рассмотрении изображения как детерминированной функции, возможно применение методики, в которой изображение рассматривается как реализация некоторого двумерного случайного процесса [1]. При таком подходе задача состоит в оценке статистических характеристик случайной двумерной функции, описывающей изображение. Это аналогично весьма распространенной в технике задаче исследования поведения динамических систем, которая обычно сводится к определению вероятностных характеристик случайных функций на выходе системы по вероятностным характеристикам входных случайных функций. Такой подход, будучи иногда единственно возможным, вообще говоря, не дает, как будет показано ниже, полного описания системы.

Связи между статистическими характеристиками входных и выходных функций легко устанавливаются для линейных пространственно-инвариантных систем, к которым можно отнести оптические изображающие системы, если ограничиться изопла-

натической областью в плоскости изображения. При этом алгоритм преобразования входных функций в выходные имеет вид

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') g(x - x', y - y') dx' dy', \quad (1)$$

где $F(x, y)$ — распределение интенсивности в плоскости изображения; $f(x, y)$ — распределение интенсивности по объекту; $g(x, y)$ — аппаратная функция системы (распределение интенсивности в изображении точки).

Пользуясь преобразованием Фурье, уравнение (1) представим в виде

$$\tilde{F}(\omega_x, \omega_y) = \tilde{f}(\omega_x, \omega_y) \tilde{g}(\omega_x, \omega_y) \quad (2)$$

(\sim над буквой здесь и везде в дальнейшем обозначает преобразование Фурье от соответствующей величины). Функция

$$\tilde{g}(\omega_x, \omega_y) = \frac{\tilde{F}(\omega_x, \omega_y)}{\tilde{f}(\omega_x, \omega_y)} = \frac{\tilde{F}(\omega_x, \omega_y) \tilde{f}^*(\omega_x, \omega_y)}{|\tilde{f}(\omega_x, \omega_y)|^2} \quad (3)$$

является оптической передаточной функцией системы.

В случае, когда $f(x, y)$ можно считать реализацией случайного белого шума $\delta(x, y) \otimes g(x, y) = Ag(x, y) = f(x, y) \otimes F(x, y)$, где \otimes обозначает операцию корреляции. Таким образом, в этом случае, с точностью до постоянного множителя A , форма аппаратной функции полностью совпадает с формой взаимной корреляционной функции входного и выходного сигналов. К сожалению, истинный входной сигнал $f(x, y)$, как правило, неизвестен. Исключение составляют модельные эксперименты, когда для лабораторных исследований объективов можно использовать эталонный объект [2].

По этой причине в большинстве случаев приходится прибегать к процедуре оценки качества изображения, связанной с измерением спектральной плотности или корреляционной функции изображения. Как следует из выражения (2), связь между спектральными плотностями входного и выходного сигналов имеет вид

$$S(\omega_x, \omega_y) = s(\omega_x, \omega_y) |\tilde{g}(\omega_x, \omega_y)|^2, \quad (4)$$

где $S(\omega_x, \omega_y)$ — спектральная плотность изображения; $s(\omega_x, \omega_y)$ — спектральная плотность входного сигнала.

При известной спектральной плотности входного сигнала из уравнения (4) можно получить квадрат оптической передаточной функции или функцию автокорреляции аппаратной функции $g(x, y) \otimes g(x, y)$.

В настоящей работе рассмотрено несколько примеров оценки ОПФ по оценкам спектральной плотности полученного изображения и проанализированы возможности этой методики. Когерентно-оптическая техника позволяет измерять значение квадрата преобразования Фурье функции, описывающей полученное изображение. Однако измерение точного значения $|\tilde{F}(\omega_x, \omega_y)|^2$ сопряжено с определенными трудностями. Квадрат спектра является сильно флуктуирующей функцией с линейным размером скоррелированных областей $\Delta\omega \sim 2\pi/X$, где X — размер области задания функции $F(x, y)$. Спектральная плотность функции, описывающей полученное изображение, может быть определена как среднее значение квадрата спектра по достаточно большому набору реализаций $F(x, y)$:

$$S(\omega_x, \omega_y) = \langle |\tilde{F}_i(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle, \quad (5)$$

где скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций.

Как оптическое изображение, так и объект всегда описываются положительно определенными функциями, которые можно представить так: $F(x, y) = F_0(x, y) + C$, где C — некоторый постоянный уровень; $F_0(x, y)$ — функция с нулевым средним, описывающая изображение. В спектральной плоскости когерентно-оптического спектроанализатора возникает Фурье-образ функции $F(x, y)$: $\tilde{F}(\omega_x, \omega_y) = \tilde{F}_0(\omega_x, \omega_y) + \tilde{C}(\omega_x, \omega_y)$. Светоприемное устройство регистрирует квадрат этой величины, и после усреднения по реализациям на выходе спектроанализатора имеем $\langle |\tilde{F}_i(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle = \langle |\tilde{F}_{0i}(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle + \tilde{C}^2(\omega_x, \omega_y)$. Перекрестные члены исчезают в результате того, что $\langle \tilde{F}_{0i}(\omega_x, \omega_y) \rangle = 0$. Если изображение во входной плоскости спектроанализатора ограничено круглой диафрагмой диаметром a , то $\tilde{C}(\omega_x, \omega_y) = \tilde{C}(\omega) = \frac{2J_1(\omega a)}{\omega a}$, где J_1 — функция Бесселя первого порядка.

Для анализа статистических свойств изображения величина постоянного среднего уровня, очевидно, не имеет никакого значения, за исключением некоторых случаев, оговариваемых особо. Как при сравнении статистических свойств различных объектов, так и при оценке качества изображения, удобнее иметь дело с функцией $F_0(x, y)$, обладающей нулевым средним. Значения $\langle |\tilde{F}_{0i}(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle$ являются состоятельными и несмещенными оценками спектральной плотности $S_0(\omega_x, \omega_y)$ функции $F_0(x, y)$. Их можно получать либо вычитанием соответствующих значений $\tilde{C}^2(\omega_x, \omega_y)$, либо, что гораздо проще, измерениями в нулях «функции окна» $\tilde{C}(\omega_x, \omega_y)$.

Таким образом, измеряя в нулях «функции окна» значения спектральной плотности изображения, можно, зная эту характеристику для исходного объекта, определить свойства изображающей системы. При этом возникает совершенно самостоятельная задача предварительной оценки статистических характеристик объектов, относящихся к определенному классу. Эта задача ничуть не сложнее задачи поиска и фотометрии опорных деталей на снимке при «детерминированном» подходе

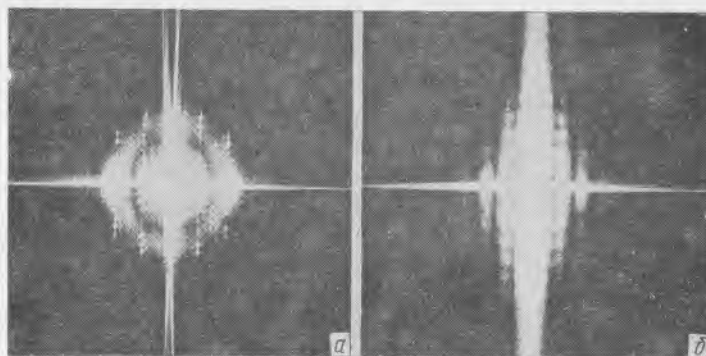


Рис. 1. Квадраты спектров изображений, подвергнутых дефокусировке (а) и равномерному сдвигу (б).

к оценке качества изображения и может свестись к накоплению картотеки статистических характеристик некоторых типов естественных объектов.

Однако существуют соображения, существенно упрощающие «статистический» метод оценки качества. Распределение интенсивности в плоскости реального естественного объекта является весьма сложной функцией координат, в которой значение яркости в сколь угодно близких точках нескоррелированы. Можно считать, что спектральная плотность естественных объектов, являясь, в общем, убывающей функцией частоты, должна быть отлична от нуля на любой сколь угодно высокой пространственной частоте. Для реальных задач это означает, что спектр входного сигнала (объекта) в пределах области задания $\tilde{g}(\omega_x, \omega_y)$ можно считать постоянным.

В большинстве практически важных случаев аппаратная функция симметрична и передаточная функция, таким образом, действительна. Это позволяет по квадрату передаточной функции восстановить ее фазу, так как обращение $|\tilde{g}(\omega_x, \omega_y)|^2$ в нуль означает изменение знака ОПФ.

На рис. 1 приведены квадраты спектров изображений, на которых отчетливо видны контуры, где ОПФ обращается в нуль. Рисунок демонстрирует случай, когда непосредственно по виду

квадрата спектра изображения восстанавливается полная информация об ОПФ, а следовательно, об аппаратной функции системы, сформировавшей данное изображение.

При решении задачи оценки спектральной плотности возникает вопрос о реальной точности измерения усредненных квадратов спектров в когерентно-оптическом спектроанализаторе. Такой анализ удобно провести на примере измерения угловых диаметров звезд методом пятенной интерферометрии.

Как известно [3], этот метод основан на Фурье-анализе полученных на большом телескопе серий крупномасштабных



Рис. 2. Пятенное изображение α Вор, полученное на БТА САО АН СССР.

изображений исследуемой и неразрешаемой (опорной) звезд с весьма короткими (не более 0,03 с) экспозициями. В этом случае при достаточной монохроматичности света изображение звезды выглядит в виде совокупности пятен, хаотически распределенных внутри атмосферного пятна видения (рис. 2). Размер этих пятен определяется в среднем дифракционным разрешением телескопа и угловым диаметром звезды.

Не останавливаясь на теории формирования пятенных изображений, рассмотрим подробно технику обработки этих изображений с помощью когерентно-оптического спектроанализатора. Когерентная оптическая система линейна относительно

но комплексной амплитуды светового поля. Поэтому распределение амплитудного коэффициента пропускания по транспаранту на входе спектроанализатора должно быть пропорционально распределению интенсивности в обрабатываемом изображении. Непосредственно на телескопе получают негативные изображения звезды, для которых в пределах линейного участка отклика фотоэмульсии выполняется следующее соотношение: $\tau(x, y) = k[I(x, y)]^{-\gamma}$, где $\tau(x, y)$ — коэффициент пропускания фотоэмульсии по интенсивности; k — коэффициент пропорциональности; $I(x, y)$ — распределение интенсивности в фокальной плоскости телескопа; γ — коэффициент контрастности.

Для амплитудного коэффициента пропускания имеем $\tau_A(x, y) = \sqrt{k} [I(x, y)]^{-\gamma/2}$. Для обеспечения линейной зависимости между исходным распределением интенсивности и амплитудным коэффициентом пропускания транспаранта, помещаемого на вход спектроанализатора, удобно получать диапозитивные копии пятенных изображений. В результате получается зависимость: $\tau_A(x, y) = k' [I(x, y)]^{\gamma_1/2}$, где $\tau_A(x, y)$ — амплитудный коэффициент пропускания диапозитива; γ_1 — коэф-

коэффициент контрастности негатива; γ_2 — коэффициент контрастности диапозитива; k' — коэффициент пропорциональности, зависящий от экспозиций обоих процессов.

Очевидно, что линейность между $\tau_A(x, y)$ и интенсивностью соблюдается в пределах линейного участка характеристических кривых негативного и диапозитивного процессов при

$$\gamma_1 \gamma_2 = 2. \quad (6)$$

Для малоконтрастных объектов это условие легко выполнимо, однако в большинстве случаев перепады яркостей в изображениях столь велики, что линейного диапазона фотоматериалов не хватает. Нелинейность фотографических материалов является основным моментом, ограничивающим возможности когерентно-оптической обработки изображений. Динамический диапазон реальных фотоматериалов никогда не превосходит 2, и диапазон градаций исследуемого объекта не должен превышать этой величины. Под динамическим диапазоном здесь понимается величина $\Delta \lg I$, соответствующая линейному участку характеристической кривой.

В результате выполнения описанных процедур получаем сигнал $\Phi(x, y)$, который можно представить в виде $\Phi(x, y) = F(x, y) + C$, где C — некий постоянный фон, неизбежный при получении диапозитивной копии; $F(x, y)$ — интересующий нас сигнал. Близость этого сигнала к распределению интенсивности в фокальной плоскости телескопа определяется тем, насколько точно были выполнены условия линейности. Кроме того, искажающее влияние оказывает зернистость фотоэмульсии.

Пусть $\tilde{F}_i(\omega_x, \omega_y)$ — Фурье-образ i -го пятенного изображения исследуемой звезды; $\tilde{f}(\omega_x, \omega_y)$ — Фурье-образ истинного распределения яркости по звезде и $\tilde{g}_i(\omega_x, \omega_y)$ — мгновенная передаточная функция системы телескоп + атмосфера, тогда на выходе спектроанализатора после усреднения по реализациям имеем

$$\langle |\tilde{F}_i(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle = |\tilde{f}(\omega_x, \omega_y)|^2 \langle |\tilde{g}_i(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle.$$

Величина $\langle |\tilde{F}_i(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle$ является искомой функцией спектральной плотности, которая легко измеряется в нулях функции окна спектроанализатора. Процедуру усреднения по реализациям можно выполнять с помощью фотографических приемников, регистрируя, например, все индивидуальные функции спектральной плотности $|\tilde{F}_i(\omega_x, \omega_y)|^2$ на одну фотопластинку. Затем производится фотометрическая обработка усредненного квадрата спектра $\langle |\tilde{F}_i(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle$ по стандартной методике. Для калибровки использовалась дифракционная картинка от прямоугольного отверстия. Усредненный квадрат передаточной

функции может быть получен в результате аналогичной процедуры обработки серии пятенных изображений опорной звезды. В результате деления

$$\frac{\langle |\tilde{F}_i(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle}{\langle |\tilde{g}_i(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle} = |\tilde{f}(\omega_x, \omega_y)|^2 \quad (7)$$

получается неискаженный квадрат Фурье-спектра распределения яркости по исследуемой звезде. Так как фазовая информация при таком алгоритме обработки теряется, в результате можно определить лишь угловые размеры звезды и, вообще говоря, такие характеристики, как сплюснутость и закон потемнения к краю.

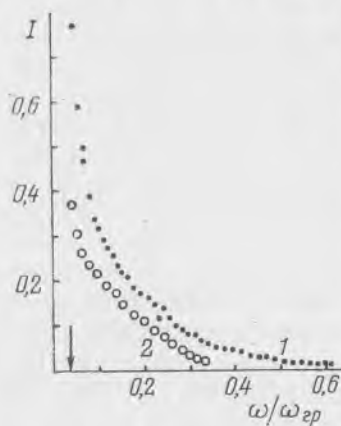


Рис. 3. Средний квадрат ОПФ системы телескоп+атмосфера (1) и спектральная плотность пятенных изображений α Og1 (2). Интенсивность по оси ординат — в произвольных единицах.

метрическим разрезам профили среднего квадрата ОПФ системы телескоп + атмосфера (опорная звезда α CMi) и функции спектральной плотности $\langle |\tilde{F}_i(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle$ пятенных изображений α Og1. По оси ординат отложена нормированная интенсивность, по оси абсцисс — пространственная частота в единицах граничной частоты $\omega_{гр}$, определяемой дифракцией в телескопе. Стрелкой указан предел, обусловленный атмосферным замытием.

Среднеквадратическая флуктуация по интенсивности в j -й точке измерения спектральной плотности вычислялась следующим образом:

$$\sigma_j = \left[\frac{\sum_{k=1}^n (I_{jk} - I_j)^2}{n(n-1)} \right]^{1/2}$$

где I_{jk} — измеренное значение интенсивности в j -й точке k -го разреза; $I_j = \langle I_{jk} \rangle$; n — количество разрезов. Для α Lyr и α Boo $n = 8$, а для α CMi и α Ori $n = 4$.

Среднее по всем пространственным частотам значение $\langle \frac{\sigma_j}{I_j} \rangle$ для звезд α Lyr и α Boo не превышает 4%, а для пары α CMi и α Ori — 3%.

Очевидно, что среднеквадратическая флуктуация зависит от количества реализаций, по которым произведено усреднение (100—120 для α Lyr и α Boo, 160—180 для α CMi и α Ori), и числа фотометрических разрезов по измеряемой спектральной плотности. На высоких пространственных частотах существенное влияние могут оказывать шумы спектроанализатора и пленки, применяющейся как при получении пятенных изображений, так и на стадии диапозитивного процесса. Это приводит, в свою очередь, к уменьшению отношения сигнал/шум, которое на высоких частотах определяется в основном атмосферными условиями и шириной спектральной полосы принимаемого излучения [5] и может быть уже само по себе чрезвычайно низким.

Измерив $\langle |\tilde{F}_i(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle$ и $\langle |\tilde{g}_i(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle$, можно, выполнив операцию (7) и задаваясь определенной моделью звезды, вычислить ее угловые размеры. Угловой диаметр α Boo, в предположении равномерно светящегося диска, на $\lambda = 6200 \text{ \AA}$ получился равным $0'',018 \pm 0'',005$, а для α Ori на $\lambda = 6600 \text{ \AA}$ — $0'',043 \pm 0'',004$.

Точность определения этого параметра может быть повышена, если использовать пятенные изображения хорошего качества, полученные с большим увеличением (в нашем случае масштаб изображения был равен $0'',5$ в миллиметре), в более узком спектральном диапазоне (в нашем случае $\Delta\lambda = 1400 \text{ \AA}$ для α Lyr и α Boo, и $\Delta\lambda = 600 \text{ \AA}$ для α CMi и α Ori), применяя более мелкозернистые фотоматериалы для регистрации, соблюдая, разумеется, при этом условия линейности.

Задача измерения угловых диаметров звезд методом пятенной интерферометрии является предельной по требованиям к процедуре получения исходного материала и к точности измерения функции спектральной плотности. Результаты измерений угловых диаметров α Boo и α Ori и достигнутая абсолютная погрешность этих оценок совпадают с данными других авторов [3; 5]. Это позволяет утверждать, что когерентно-оптические спектроанализаторы могут обеспечить весьма высокую точность измерения спектральной плотности, достаточную для решения целого ряда задач. Следует отметить также простоту и оперативность обработки в когерентно-оптическом вычислителе

больших массивов информации (до 200 усреднений Фурье-образов изображений, каждое из которых содержит не менее 10^6 независимых точек отсчетов).

Список литературы: 1. *Tescher A. G., Parsons J. R.* Cross-spectrum error criterion as an image quality measure. — *Appl. opt.*, 1974, v. 13, № 6, p. 1460-1465. 2. *Соколова Н. Н., Шерафетдинова О. В.* Измерение частотно-контрастных характеристик объективов, работающих с конечного расстояния. — *Оптико-механическая пром-сть*, 1975, № 8, с. 12—15. 3. *Labeyrie A.* Attainment of diffraction-limited resolution in large telescopes by Fourier analysing speckle patterns in star images. — *Astron. astrophys.*, 1970, v. 6, № 5, p. 85-87. 4. Когерентно-оптический вычислитель Харьковского университета/ В. Н. Дудинов, В. С. Цветкова, В. А. Кришталь и др. — *Вестн. Харьк. ун-та*, № 160. Физика Луны и планет. Фундаментальная астрометрия, 1977, с. 65—76. 5. *Dainty J. C.* The transfer function, signal-to-noise ratio, and limiting magnitude in stellar speckle interferometry. — *Mon. not. Roy. Astron. Soc.*, 1974, v. 1969, № 3, p. 631-641.