ФІЗИКА ТА АСТРОНОМІЯ В ШКОЛІ

3|2009

ІНДЕКС 74637

ВІДМІЧАЄМО МІЖНАРОДНИЙ РІК АСТРОНОМІЇ

НАВЧАЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ – СУЧАСНИМИ ЗАСОБАМИ

З ІСТОРІЇ ВІТЧИЗНЯНОЇ НАУКИ

ЗАДАЧІ В СИСТЕМІ НАВЧАННЯ УЧНІВ ФІЗИКИ

З ПЕРШИХ РУК
НОВИНИ ОСВІТИ
ОУ
ОСВІТА УКРАЇНИ
ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА

Йоганн Кеплер і революція в астрономії

Сергій КУЗЬМЕНКОВ

Глибока філософія прихована у великій книзі — Всесвіті, завжди відкритій нашому допитливому погляду. Але прочитати цю книгу можна тільки навчившись розбиратися в її мові, навчившись читати літери, з яких вона складається. А написана вона мовою математики...

Галілео Галілей

Як справедливо зазначає Девід Лейзер у своїй чудовій книжці «Створюючи картину Всесвіту» [6], гармонія, яку вчені відчувають в усіх сучасних фізичних теоріях, — це гармонія особливого роду: математична гармонія. Уявлення Піфагора про незмінний «математичний візерунок», що лежить в основі всієї сукупності спостережуваних явищ, стали важливим елементом філософії Платона. Тема небесної гармонії, що була розвинута Платоном у його діалозі «Тимей» (IV ст. до н. е.), через багато століть надихала та спрямовувала роботу Йоганна Кеплера протягом усього його многотрудного життя. Саме Кеплеру випала честь завершити астрономічну революцію, розпочату Миколою Коперником.

Йоганн КЕПЛЕР
(1571 — 1630)

Щоб правильно оцінити внесок Кеплера не тільки в астрономію, а й у науку взагалі, потрібно торкнутись історії. Перші геометричні моделі для пояснення руху небесних світил почали створювати грецькі мислителі ще на початку IV ст. до н. е. [6]. Поступово сформувалися дві школи, які суперничали між собою. Прихильники обох шкіл обстоювали простоту і точність теорії, але розходились у поглядах на роль математики і математичних моделей.

Представники першої школи, яку очолював Арістотель, вважали математику прислужницею філософії та здорового глузду. Вони вважали, що математика може бути корисною для опису природних явищ, але не може відобразити їх глибинну сутність. Найвищим досягненням цієї школи стала книга Клавдія Птолемея (близько 150 р.), яку ми знаємо під назвою «Альмагест». Так її назвали арабські астрономи середньовіччя, в перекладі «найвеличніший». Геоцентрична система Птолемея, її геометрична модель (мал. 1, див. с. 3 обкладинки) залишались непохитними впродовж чотирнадцяти століть, аж до появи в 1543 р. праці М. Коперника «Про обертання небесних сфер».

Головна ідея системи Птолемея добре відома: у центрі світу перебуває у спокої Земля, навколо неї обертаються Сонце, Місяць, планети та зорі. Але рух планет є складним: планета рухається по малому колу, що називається епіциклом, а центр епіциклу обертається безпосередньо навколо Землі по великому колу — деференту. Якщо підібрати відповідні радіуси епіциклів і деферентів, а також зміщення деферентів відносно Землі, то можна з великою точністю пояснити навіть петлеподібний рух планет небом. Оскільки рухи по епіциклам та деферентам є виключно коловими та рівномірними (що принципово), то це добре узгоджується з філософським принципом Арістотеля про ідеальність рухів у небесах. Цікаво, що Птолемей, сам того не підозрюючи, відкрив новий, дуже ефективний математичний метод, який набагато пізніше назвали гармонічним аналізом. Справа в тому, що складний рух планет він представив як суму декількох простих гармонічних рухів. Сімнадцять століть по тому французький математик Жан Фур'є надав ідеї Птолемея досконалості — так виник Фур'є-аналіз (представлення функції рядом, або інтегралом, Фур'є).

Представники іншої школи, піфагорійці, вважали, що в основі усіх явищ лежать математичні закономірності. Вони наполягали на тому, що закони математичної гармонії — це більш придатний порадник для осягнення небесних таємниць, ніж здоровий глузд. Найвищим досягненням піфагорійців стала геліоцентрична модель, створена Аристархом у III ст. до н. е. (подробиці див. у [2, 6]).

Коперник, по суті, відродив модель Арістарха, але розмістивши Сонце в центрі світу, він *залишив рівномірне обертання планет по колах* навколо нього. Щоб узгодити власну модель з результатами спостережень, він почав ускладнювати її, вводячи епіцикли і зміщуючи центри кіл-деферентів відносно Сонця. На малюнку 2 зображений остаточний варіант моделі Коперника [6]. Як бачимо, модель Коперника виглядає не менш складною, ніж модель Птолемея. Не можна також сказати, що теорія Коперника давала змогу з більшою точністю тлумачити астрономічні спостереження: в деяких випадках вона була більш точною, в інших – менш точною. А в одному важливому аспекті явно суперечила тому, що здавалося незаперечним: вона передбачала наявність паралактичного зміщення (уявного зміщення об'єкта, зумовленого зміщенням спостерігача) зір протягом року. Переконатись в існуванні паралактичного зміщення дуже легко – потрібно подивитися на олівець у витягнутій руці спочатку одним оком, потім – іншим. Ні сам Коперник, ні будь-хто з його попередників були не в змозі виявити такі зміщення у зір (перший достовірний паралакс зорі визначив у 1822 р. В. Я. Струве – це був паралакс Альтаїра [2]). Коперник правильно пояснював це віддаленістю зір, унаслідок чого їх паралакси є дуже малими (паралакс найближчої зорі – Проксими Центавра становить лише 0,75″). Але тоді виникала ще одна проблема. Справа в тому, що за помилковими «вимірюваннями» Тіхо Браге видимий кутовий діаметр зір першої зоряної величини дорівнював 120″, другої – 90″, третьої – 65″ і т. д. [2]. Якщо за такої віддаленості зір ми бачимо їх досить великими, то за своїми розмірами вони мають перевищувати діаметр земної орбіти! Цей висновок суперечив здоровому глузду і ставив під сумнів твердження Коперника про те, що Сонце, «наче возсідаючи на царському троні», є центром Всесвіту.

Зазначимо, по-перше, що видимі розміри зір, як вони сприймаються оком, – лише ілюзія. Це явище зумовлене недостатньою роздільною здатністю ока (яка становить приблизно 100″) та атмосферною турбулентністю. Насправді найбільші кутові діаметри зір, які вдалося виміряти за допомогою зоряних інтерферометрів, не перевищують ≈ 0,05″ (наприклад, Бетельгейзе [1]). По-друге, зорі, справжні розміри яких перевищують діаметр земної орбіти, таки існують – це червоні надгіганти (наприклад, знову ж таки Бетельгейзе, яка за своїми розмірами перевищує навіть орбіту Марса).

Сьогодні дивує також інша аргументація, що заперечує гіпотезу Коперника щодо великої віддаленості зір. Вона також належить Тіхо Браге. Він писав: «Коперник допускав неймовірну і безглузду відстань. У всьому ж має бути гармонія: Творець любить порядок, а не безлад. Такий простір, позбавлений зір і планет, був би непотрібним» [2].

Зважимо на те, що на той час не було жодних *доказів*, експериментальних підтверджень обертання Землі навколо своєї осі та навколо Сонця. Нині ми знаємо, що такими доказами осьового обертання є, наприклад, сплюснутість Землі у полюсів, маятник Фуко, підмивання берегів річок, явище відхилення тіла від вертикалі, якщо воно падає (докладніше про це див. [4]). Доказами ж орбітального руху Землі є вже згадуване паралактичне зміщення зір та явище аберації світла.

Про якесь становлення геліоцентризму годі було й казати. Ситуативно теорія геліоцентризму не мала жодних перспектив.

З мертвої точки справа зрушилась завдяки Йоганну Кеплеру. Він розпочав будувати геометричну модель, за допомогою якої можна було б пояснити результати тривалих (протягом 20 років) і надзвичайно точних на той час спостережень Марса, проведених Тіхо Браге, помічником якого Кеплер став у 1601 р.

Як зазначає Д. Лейзер [6], дві головні ідеї слугували Кеплеру орієнтиром у його астрономічних дослідженнях: піфагорійські уявлення про *математичну гармонію* як першооснову світу й переконання, що небесні тіла – це *фізичні об'єкти*, рух яких зумовлений *природними причинами*. Заголовок найважливішої праці Кеплера, яка побачила світ у 1609 р., є також і коротким резюме його філософії науки: «НОВА АСТРОНОМІЯ, що заснована на причинних зв'язках, або ФІЗИКА НЕБА, яка виведена з досліджень рухів зорі МАРС, заснованих на спостереженнях шляхетного ТІХО БРАГЕ (мал. 3).

Зауважимо, що тут наявна дивовижна обставина. У «Новій астрономії» Кеплер писав: «...я розпочав займатися Марсом. У цьому відчувається рука провидіння, оскільки для того, щоб здобути успіх у пізнанні астрономічних тайн, було конче потрібно дослідити рух Марса, інакше ці тайни так і залишились би схованими від нас довічно». Справа в тому, що орбіта цієї планети має порівняно великий ексцентриситет $e = 0{,}093$ (нагадаємо, що ексцентриситет e характеризує сплюснутість еліпса і дорівнює відношенню відстані фокуса від центра еліпса до його великої півосі, і для еліпса $0 < e < 1$), тоді як для орбіти Землі $e = 0{,}017$, для Венери $e = 0{,}007$, для Юпітера $e = 0{,}048$, для Сатурна $e = 0{,}056$. Тому виявити відхилення форми орбіти від кола для усіх інших планет було практично безнадійною справою! Щодо Меркурія ($e = 0{,}206$), то його спостерігати було вкрай важко, тому що на небі він не віддаляється від Сонця більш ніж на 27°.

Але навіть для Марса на це пішло п'ять років виснажливих обчислень (відомо, наприклад, що один із розв'язків, знайдених методом послідовних наближень, виконаних Кеплером і написаних дрібним почерком, зайняв 900 сторінок! [2]). Усупереч розповсюдженій думці, Кеплер спочатку відкрив закон, який ми тепер називаємо *другим*. «Отже, – пише він, – площа, що її описує відрізок Сонце – планета, є мірою часу, необхідного для проходження планетою відповідної дуги орбіти» [2]. Фактично цей закон («закон площ») описував характер зміни швидкості під час руху планети орбітою. З його появою пішов на марне принцип рівномірності небесних рухів.

Проте одного цього закону виявилося замало щоб «прогнозувати» можливі положення планети на орбіті. Необхідно було встановити ще й форму самої орбіти. І Кеплер знову поринає в обчислення. У гарячкових пошуках він відкидає один варіант за одним. Він писав, що «роздумуючи та розмірковую

чи, <...> ледве не з'їхав з глузду». І ось: «Правда лежить між колом та овалом, так начебто орбіта Марса є *точний еліпс* (курсив мій. — **С. К.**)» [2]. Проте помістивши Сонце в центр еліпса, він бачить, що це суперечить установленому ним закону площ. Тоді Кеплер доходить висновку, що Сонце розташоване не в центрі, а у *фокусі* еліптичної орбіти, якою рухається планета. Так Кеплер, «не перестаючи обмацувати усі місця навколишньої темряви, вийшов, нарешті, на яскраве світло істини» [2].

Нарешті, був сформульований *перший закон* (знову ж таки тільки для Марса): планета рухається по еліпсу, в одному з фокусів якого розміщується Сонце.

Згодом Кеплер розповсюдив ці відкриття на інші планети: до 1614 р. він перевірив справедливість відкритих ним законів для Венери, а ще через рік — і для Меркурія [2]. Після не менш виснажливих обчислень він визначив параметри орбіт для всіх відомих тоді планет. Але найголовніше, що завдяки Кеплеру астрономія з «небесної геометрії» ставала «небесною фізикою». До того ж він описав рух планет простими математичними виразами (формулами), заклавши основи сучасної фізичної мови.

Ми знаємо, що закони Кеплера, в тому числі й *третій*, який він оприлюднив у 1619 р. у книжці «Гармонія світу», є *наслідками фундаментальних властивостей простору і часу.* До фундаментальних властивостей відносять однорідність та ізотропність простору й однорідність часу. Ці властивості простору і часу зумовлюють відомі закони збереження в механіці: однорідність часу – закон збереження енергії, однорідність простору – закон збереження імпульсу, ізотропність простору – закон збереження моменту імпульсу (див., наприклад, [5]).

До речі, другий закон Кеплера є наслідком саме закону збереження моменту імпульсу, а отже, наслідком ізотропії простору. Покажемо це.

Оскільки планета рухається в центрально-симетричному гравітаційному полі Сонця, то її момент імпульсу під час руху зберігається. Момент імпульсу планети J визначається дуже просто: в скалярному вигляді – це добуток імпульсу планети $m\upsilon$ на радіус-вектор r, що з'єднує планету із Сонцем. Отже,

$$J = rm\upsilon = \text{const.} \quad (1)$$

Для зручності введемо у площині орбіти так звані полярні координати — r, φ (мал. 4), які пов'язані з декартовими координатами співвідношеннями:

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi.$$

Тоді вираз (1) матиме вигляд:

$$J = mr^2\omega = \text{const.} \quad (2)$$

де ω – кутова швидкість планети. Знайдемо площу сектора, утвореного двома дуже близькими радіусами-векторами та елементом дуги траєкторії (мал. 5). Одержимо:

$$\Delta S = \frac{1}{2}r \cdot r\Delta\varphi. \quad (3)$$

Оскільки, за означенням, $\omega=\Delta\varphi/\Delta t$, то момент імпульсу (2) можна записати у вигляді:

$$J = 2m\frac{\Delta S}{\Delta t} = \text{const}, \quad (4)$$

де $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ – так звана секторальна швидкість.

Отже, збереження моменту імпульсу означає сталість секторальної швидкості. Це інше формулювання другого закону Кеплера.

Можна показати, що перший закон Кеплера є наслідком законів збереження енергії та моменту імпульсу, а також тривимірності простору.

Розмірність простору має величезне значення. Відомо, що гравітаційна та електромагнітна взаємодії спадають обернено пропорційно квадрату відстані. Згадайте закон всесвітнього тяжіння Ньютона та закон Кулона: $F \propto \frac{1}{r^2}$. Дивовижно, але ще І. Кант у XVIII ст. зрозумів, що закон обернених квадратів є наслідком тривимірності нашого простору. Справді, чому сила, наприклад, електростатичної взаємодії слабшає з відстанню? Найбільш наочна відповідь полягає в тому, що зі збільшенням r силові лінії поля розподіляються по усе більшій поверхні сфери, яка охоплює заряд і має радіус r. Площа сфери збільшується як r^2, отже, густина силових ліній, що пронизують цю сферу, зменшується як $\frac{1}{r^2}$, що й визначає закон зміни сили. Але це справедливо тільки у 3-вимірному просторі. У 4-вимірному просторі площа «сфери» (геометричного місця точок, рівновіддалених від центра) пропорційна r^3, а в N-вимірному просторі ця площа пропорційна r^{N-1}. Звідси випливає й закон зміни гравітаційної та електростатичної сил у N-вимірному просторі: $F \propto \frac{1}{r^{N-1}}$ [7].

Виявляється, що в просторах з $N > 3$ ці сили дуже швидко спадають з відстанню. Отже, в таких просторах немає зв'язаних стійких систем тіл, що взаємодіють гравітаційними або електричними силами, тобто в них не може бути ні атомів, ні планетних систем, ні галактик!

Водночас у просторах з $N = 2$ або $N = 1$ сили спадають дуже повільно, і тому в таких просторах не існувало б вільних станів (наприклад, вільних електронів). І тільки в 3-вимірному просторі можливі й зв'язані, й вільні стани. До речі, це твердження нині вивчають у школі [3].

Розв'язування задачі руху планети навколо Сонця, відомої як задача двох тіл, або кеплерова задача, з використанням закону всесвітнього тяжіння дає рівняння траєкторії, яке в загальному випадку має вигляд:

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\varphi}.$$

Це рівняння конічного перерізу з фокусом у початку координат (на мал. 4 представлена еліптична траєкторія), а p та e – відповідно фокальний параметр і ексцентриситет орбіти. Причому ці суто геометричні параметри орбіти пов'язані з повною енергією W та моментом імпульсу J планети масою m такими співвідношеннями:

$$p = \frac{J^2}{GMm^2}; \qquad e = \sqrt{1 + \frac{2W}{m}\left(\frac{J}{GMm}\right)^2},$$

де M — маса Сонця.

Із цих співвідношень випливають важливі висновки. Як відомо, перерізами конуса є коло, еліпс, парабола та гіпербола. Оскільки для еліпса $0 < e < 1$, то еліптична, а отже, замкнена, орбіта можлива тільки за умови $W < 0$ (випадок, коли кінетична енергія планети менша за від'ємну потенціальну, яка дорівнює $U = -GMm/r$). При $e = 0$ еліпс перетворюється на коло. При цьому повна енергія планети, що обертається, має найменше значення:

$$W = -\frac{m}{2}\left(\frac{GMm}{J}\right)^2.$$

Для параболи $e = 1$. Отже, будь-яке космічне тіло рухатиметься параболічною траєкторією тільки за умови $W = 0$, тобто в разі рівності його кінетичної та потенціальної енергії. Якщо $W > 0$, то $e > 1$, і траєкторія стає гіперболою.

Ось таким є зв'язок геометрії з фізикою, про це мріяв Йоганн Кеплер і був упевнений у його існуванні.

На завершення наведемо слова великого А. Ейнштейна, сказані про Кеплера [2]: «Він жив у епоху, коли ще не було впевненості в існуванні якоїсь загальної закономірності для усіх явищ природи. Якою ж глибокою була в нього віра в таку закономірність, якщо, працюючи без будь-якої підтримки та розуміння, він протягом багатьох десятків років черпав у ній сили для важкого і копіткого дослідження руху планет та математичних законів цього руху».

Слід додати, що завдяки науковим успіхам Галілео Галілея та Йоганна Кеплера на початку XVII ст. (а 1609 рік у цьому сенсі є знаковим) змінилися цілі науки, засоби їх досягнення, весь арсенал ідеалів і норм наукової творчості, становище науки в суспільстві. Наука звільнилася від багатьох закостенілих уявлень. Наукові ідеї почали перевіряти експериментально і точними математичними розрахунками. Врешті-решт процеси, що розпочались в астрономії, відкрили дорогу для небаченого раніше прогресу природознавства.

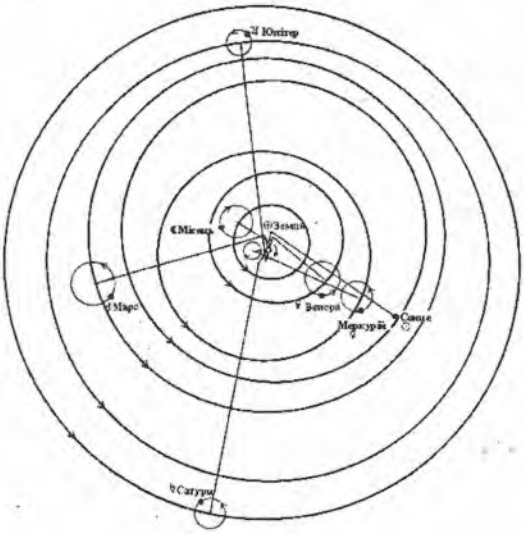
ЛІТЕРАТУРА

1. Дудінов В. М., Єрохін В. М., Кузьменков С. Г. та ін. Вимірювання кутових діаметрів зір на ВТА // Доп. АН УССР. — Сер. «А» (фіз.-мат. і техн. науки). — 1979. — № 7. — С. 550—554.
2. Климишин І. А. Історія астрономії. — Івано-Франківськ: Вид-во ІФТКДІ, 2000. — 652 с.
3. Климишин І. А., Крячко І. П. Астрономія: підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів. — К.: Знання України, 2002. — 192 с.
4. Кузьменков С. Г., Сокол І. В. Сонячна система: Зб. задач: Навч. посіб. — К.: Вища шк., 2007. — 168 с.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. — М.: Наука, 1973. — 208 с.
6. Лейзер Д. Создавая картину Вселенной. — М.: Мир, 1988. — 324 с.
7. Новиков И. Д. Как взорвалась Вселенная. — М.: Наука, 1988. — 176 с.

МІЖНАРОДНИЙ РІК АСТРОНОМІЇ-2009

ЙОГАНН КЕПЛЕР І РЕВОЛЮЦІЯ В АСТРОНОМІЇ

До статті Сергія КУЗЬМЕНКОВА (с. 3—6)



Мал 1

Мал. 1. Геометрична модель геоцентричної системи Птолемея

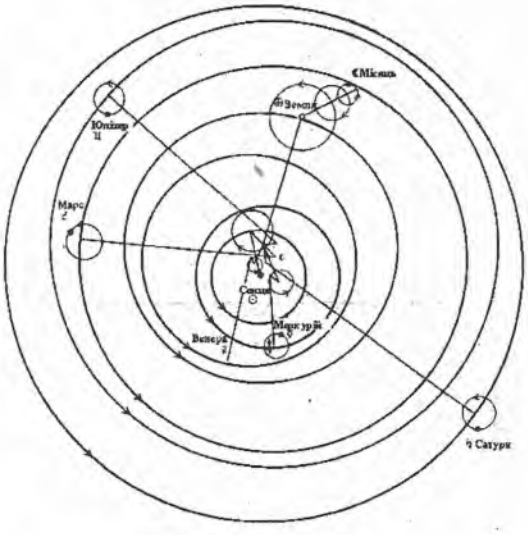
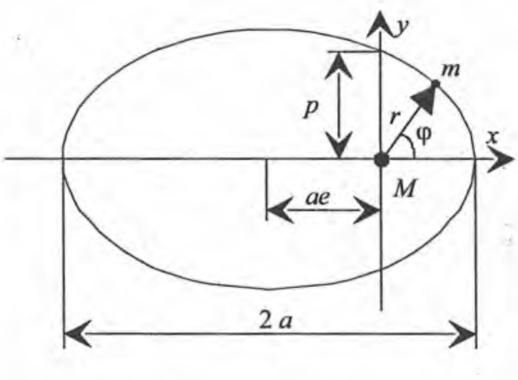


Рис 2

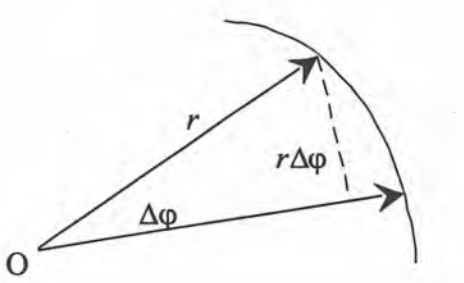
Мал. 2. Геометрична модель геліоцентричної системи Коперника

ASTRONOMIA NOVA
ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΤΟΣ,
SEU
PHYSICA COELESTIS,
DE MOTIBVS STELLÆ
MARTIS,
TYCHONIS BRAHE.
RVDOLPHI II.
ROMANORVM
JOANNE KEPLERO.

Мал. 3. Титульна сторінка книжки Йоганна Кеплера



Мал. 4. Графічна інтерпретація другого закону Кеплера



Мал. 5. Графічне доведення другого закону Кеплера