

ВИВЧАЄМО АСТРОНОМІЮ

ПОСИЛЕННЯ РОЛІ ДОВЕДЕНЬ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ АСТРОНОМІЇ. ДОКАЗИ ОБЕРТАННЯ ЗЕМЛІ НАВКОЛО СВОЄЇ ОСІ ТА НАВКОЛО СОНЦЯ

Сергій КУЗЬМЕНКОВ, доктор педагогічних наук, кандидат фізико-математичних наук, професор кафедри фізики та методики її навчання Херсонського державного університету

Існують люди, які стверджують, нібито ніщо не заважає припустити, що небо нерухоме, а Земля обертається навколо своєї осі від заходу до сходу, і що вона робить такий оберт щодоби. ...Але ці люди не усвідомлюють, до якої міри є смішною така думка, якщо придивитись до всього, що відбувається навколо нас і в повітрі.

Клавдії Птолемеї

Астрономія як наука має низку особливостей методологічного характеру, які істотно відрізняють її від інших наук [2; 3]. Серед цих особливостей: величезна віддаленість об'єктів дослідження від спостерігача, до недавнього часу виключно спостережний характер цієї науки, неможливість ставити активні експерименти.

© Кузьменков С. Г., 2015

Тільки останнім часом у деяких космічних місіях до Марса, комет і астероїдів було передбачено етапи, що їх з певною натяжкою можна віднести до таких експериментів. Проте є деякі області простору й часу, наприклад момент Великого Вибуху, внутрішність чорних дір, надра планет і зір, що недоступні навіть для спостережень.

Ці та інші особливості астрономії як науки висувають відповідні вимоги до викладання астрономії як навчальної дисципліни. Астрономічна освіта має бути побудована так, щоб усі теоретичні міркування, висновки були аргументованими, переконливими (а інакше як формувати переконання, що є засадою світогляду). Ми вже наголошували на необхідності посилення ролі доведень під час навчання астрономії [3; 4]. Для

астрономії це має величезне значення, інакше її науковість може бути в будь-який момент поставлена під сумнів.

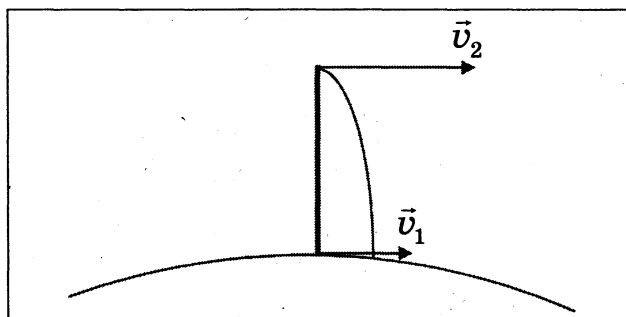
Дивовижно, але студенти-фізики навіть старших курсів часто не можуть навести жодного доказу обертання Землі навколо своєї осі та навколо Сонця. У кращому випадку згадують зміну сезонів року і маятник Фуко, про який мають туманні уявлення. Щодо сезонів року, то їхня зміна не може слугувати доказом обертання Землі навколо Сонця, оскільки спричинена виключно нахилом осі обертання Землі до площини її орбіти. Не будь цього нахилу, обертання навколо Сонця не приводило б до жодних кліматичних змін впродовж року, клімат визначався б передусім залежністю місця спостереження від географічної широти. Нагадаємо, що майже півтори тисячі років (з часів Клавдія Птолемея – автора геоцентричної системи світу) людство не пов'язувало зміну сезонів року з рухом Землі навколо Сонця.

Питаннями руху Землі з філософського та світоглядного поглядів опікувався ще римський філософ Сенека. Він писав: «Важливо було б дослідити, чи світ обертається навколо Землі, яка лишається нерухомою, або Земля обертається, тоді як світ стоїть... Ця задача гідна наших роздумів, адже ми повинні знати, в якому стані ми перебуваємо: чи прирекла доля нашу Землю на швидкий рух, чи примусили боги всі небесні тіла рухатись навколо нас або ж ми самі навколо них обертаємось» [1].

Особливо гостро це питання постало після того, як Міколай Коперник запропонував свою геліоцентричну систему світу. За часів Коперника доказів обертання Землі як осьового, так і орбітального не було. Між іншим, це було однією з головних причин такого довгого і драматичного шляху становлення геліоцентризму – вченому співтовариству потрібні були докази. Ці докази почали з'являтися набагато пізніше, майже через півтора століття після смерті Коперника в результаті спроб з'ясувати, а що має бути, якщо Земля дійсно обертається.

Відхилення тіл, що падають або злітають, від вертикалі. В грудні 1679 р. в одному зі своїх листів Роберту Гуку – «куратору дослідів» Королівського наукового товариства (Британської академії наук) – Ісаак Ньютон запропонував йому експериментально довести обертання Землі навколо своєї осі, вказавши при цьому спосіб, що давав змогу це зробити [1]. Пропозиція Ньютона полягала в такому.

Якщо Земля обертається, то предмети, що вільно падають з великої висоти, відхилятимуться від вертикалі. Наприклад, тіло падає з башти висотою h . Земля з баштою обертаються як одне ціле, тому і вершина, і основа башти мають одну й ту саму кутову швидкість обертання ω . Тоді лінійна швидкість вершини башти $v = \omega(R_{\oplus} + h)$ буде більшою порівняно зі швидкістю її основи (мал. 1).



Мал. 1. Відхилення падаючого тіла від вертикалі. Лінійна швидкість вершини башти v_2 більша за швидкість її основи v_1

Оскільки Земля обертається із заходу на схід, то це призведе до відхилення тіла, що падає, на схід від основи башти.

Дивовижно, але Гуку вдалося виявити такі відхилення на схід для висоти падіння всього 9 м. Спроби зареєструвати це явище іншими дослідниками були довгий час невдалими – все ж таки Р. Гук був надзвичайно майстерним експериментатором. Перші надійні результати були отримані лише в 1791 р. італійцем Джованні Гульєльміні [1].

Методами класичної механіки можна дістати розв'язок задачі про відхилення тіла, що падає або злітає, від вертикалі в загальному вигляді. Причиною відхилення з погляду земного спостерігача є коріолісова сила інерції. Врахування цієї сили разом із силою тяжіння дає змогу отримати загальну формулу для відхилення [6]:

$$l = \omega_{\oplus} \left(\frac{gt^3}{3} - v_0 t^2 \right) \cos \varphi, \quad (1)$$

де ω_{\oplus} – кутова швидкість осьового обертання Землі; g – прискорення вільного падіння на поверхні Землі; v_0 – початкова швидкість тіла, що злітає; φ – географічна широта місця спостереження.

Якщо тіло падає з якоїсь висоти h , то $v_0 = 0$. Час падіння можна визначити з відомого співвідношення:

$$h = \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Для висоти $h = 100$ м і широти $\varphi = 50^\circ$ маємо відхилення на схід усього $l = 1,4$ см. Якщо ж тіло буде злітати на висоту 100 м, то нетрудно обчислити, що відхилення становитиме $l = -5,6$ см, тобто вчетверо більше, а знак «мінус» указує на те, що воно відбудеться у протилежному напрямку, тобто на захід. Це можна пояснити тим, що поки тіло злітає, а потім падає, Земля встигає повернутися із заходу на схід на відповідну відстань. Для висоти $h = 1000$ м відхилення становитиме 44,5 см на схід для тіла, що падає, і 1,78 м на захід для тіла, що злітає.

Відхилення тіл, що рухаються горизонтально. Згодом з'ясували, що деякі природні явища можуть бути індикаторами обертання

Землі навколо своєї осі. Наприклад, було помічено, що праві береги річок у Північній півкулі круті, а ліві – пологі (мал. 2).



Мал. 2. Річка Стир у Волинській області: крутий правий берег і пологий лівий

У Південній півкулі – навпаки. Причиною цього є вже згадувана коріолісова сила інерції, яка з'являється у неінерціальних системах відліку, до яких належить Земля, що обертається. Силу Коріоліса в загальному випадку визначають так:

$$\vec{F}_k = 2m[\vec{v}\vec{\omega}], \quad (3)$$

де m – маса тіла, що рухається; v – його швидкість; ω – кутова швидкість системи відліку, що обертається; квадратні дужки позначають векторний добуток. Напрямок вектора \vec{F}_k визначають за правилом свердлика, цей вектор завжди перпендикулярний до площини, в якій розташовані вектори \vec{v} і $\vec{\omega}$ (нагадаємо, що вектор $\vec{\omega}$ спрямований вздовж осі обертання згідно з правилом свердлика). За абсолютним значенням сила Коріоліса дорівнює:

$$F_k = 2mv\omega \sin \alpha, \quad (4)$$

де α – кут між векторами \vec{v} і $\vec{\omega}$.

Для краплини води в річці у Північній півкулі дія сили Коріоліса зліва направо, якщо дивитись вздовж течії води, спричиняє притискання цієї часточки до правого берега, сприяючи тим самим його підмиванню. І тому правий берег річок у Північній півкулі крутіший за лівий на прямолінійних ділянках ріки (порівняйте між собою, наприклад, береги Дніпра). У річок Південної півкулі лівий берег крутіший та більш підмитий, ніж правий.

Сила інерції Коріоліса спричиняє у Північній півкулі збільшення тиску на праву рейку залізничної колії (якщо дивитись у напрямку руху потяга) та його зменшення на ліву рейку. Тому на двохколейних залізничних шляхах, де потяги рухаються тільки в один бік, праві рейки зношуються швидше за ліві в Північній півкулі, і навпаки – в Південній півкулі.

Дія цієї сили спричиняє також і відхилення повітряних і морських течій, літаків, ракет тощо. Отже, як доказ обертання Землі навколо своєї осі

можна спостерігати і відхилення тіл, які рухаються не тільки вертикально, а й горизонтально.

Маятник Фуко. Найбільш наочною ілюстрацією і доказом осьового обертання Землі є коливання маятника Фуко. Ключовою відмінністю маятника Фуко від звичайного математичного є особливість кріплення верхньої частини троса (наприклад, за допомогою карданного шарніра), яка дає змогу маятнику вільно коливатись у будь-якій вертикальній площині.

Коливання такого маятника було вперше продемонстровано Жаном Бернаром Леоном Фуко у 1851 р. [1]. Під великим куполом паризького Пантеону на тросі довжиною 67 м була підвішена латунна куля масою 28 кг (мал. 3). Період коливань маятника такої довжини становить близько 17 с.



Мал. 3. Маятник Фуко під великим куполом паризького Пантеону

Під час вільних коливань, коли сил, які могли б вивести маятник з площини коливань, немає, ця площина зберігатиме свою орієнтацію у просторі. Водночас Земля під цим маятником буде повертатися. Спостерігачам же здаватиметься, що площина коливань маятника повертається у просторі. Якщо такий маятник розмістити точно на географічному полюсі Землі, то площина коливань зробить повний оберт (повернеться на кут в 360°) за 23 год 56 хв 4 с (осьовий період обертання Землі). На менших широтах кутову швидкість обертання площини коливань маятника визначають за формулою:

$$\omega = \omega_\oplus \sin \varphi, \quad (5)$$

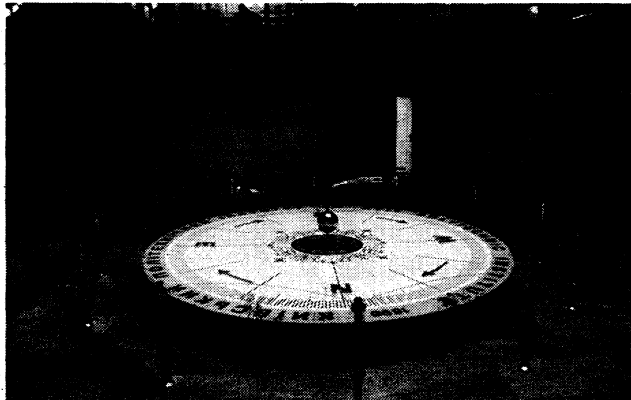
де φ – широта місця спостереження. Тоді для періоду обертання площини коливань отримуємо:

$$T = \frac{T_\oplus}{\sin \varphi}. \quad (6)$$

Звідси випливає, що зі зменшенням широти період T збільшуватиметься і на екваторі, де $\sin \varphi = 0$, він стане нескінченно великим. Повний оберт паризького маятника Фуко становив ≈ 32 год, тобто за 1 год площина коливань поверталась приблизно на 11° , що неважко було помітити.

Одним з найвідоміших є маятник Фуко, встановлений у вестибюлі Генеральної асамблеї ООН у Нью-Йорку (подарунок Нідерландів 1955 р.). Позолочена куля масою 91 кг коливається на тросі довжиною 24,5 м. Повний оберт площина коливань цього маятника робить за 36 год 45 хв.

24 лютого 2011 р. відбувся урочистий запуск маятника Фуко в Науково-технічній бібліотеці ім. Г. І. Денисенка Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут» (мал. 4).



Мал. 4. Маятник Фуко в Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут»

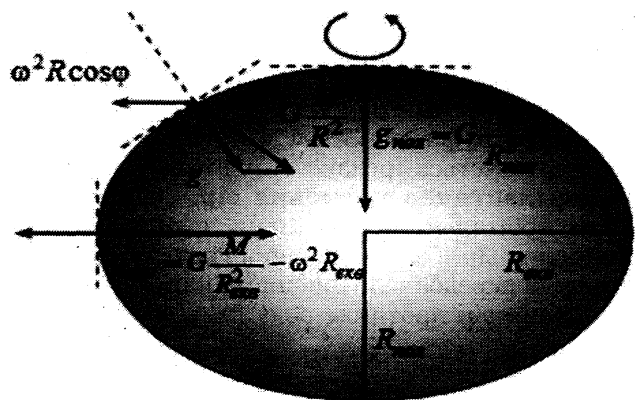
Довжина маятника – 22 м, маса бронзової кулі – 43 кг. Це найбільший маятник на пост-радянському просторі і один з найбільших у Європі. Період обертання площини коливань цього маятника становить 31 год 20 хв.

Зазначимо, що по всьому світу в багатьох університетах, музеях, бібліотеках в просвітницьких цілях встановлено маятники Фуко.

Сплюснутість Землі у полюсів. Ще одним доказом обертання Землі навколо своєї осі є сплюснутість Землі у полюсів. Оскільки Земля обертається, то крім сили Коріоліса діє ще одна сила інерції – відцентрова. Вона протидіє силі тяжіння, яка спрямована до центру планети. Відцентрова сила перпендикулярна до осі обертання, є максимальною на екваторі й дорівнює нулю на полюсах.

Розглянемо рідку планету. В результаті дії відцентрової сили краплини речовини віддалятимуться від осі обертання, рідина відтікатиме від полюсів і накопичуватиметься біля екватора. Рідина розміститься однаково в усі боки відносно осі обертання, і меридіан стане не колом, а фігурою, стиснутою вздовж осі обертання. Рідина перебуватиме у стані спокою лише тоді, коли рівнодійна сили тяжіння і відцентрової сили стане нормаллю до кривої меридіана (мал. 5).

Тоді проекція рівнодійної сили на поверхню рідини дорівнюватиме нулю і не буде сили, що примушуватиме краплини рідини рухатися по поверхні планети. Математичний аналіз показує, що в разі однорідної рідини меридіан набуде форми еліпса.



Мал. 5. Рівноважна фігура Землі

Незважаючи на те, що Земля сьогодні не є рідкою, кардинально результат це не змінює. У процесі формування Землі як планети відбувалось зменшення її власної гравітаційної енергії внаслідок зменшення розмірів і акумуляції маси. Частина вивільненої енергії пішла на розігрівання речовини, яке було доволі істотним. Вивільненню енергії і додатковому розігріванню сприяв також процес гравітаційної диференціації речовини (концентрації до центра планети під дією гравітації важчих хімічних елементів і сполук і спливанні легших до поверхні). Навіть якщо Земля не була повністю розплавлена, то завдяки підвищеній пластичності порід внаслідок обертання Земля набула форми сплюсненого еліпсоїда.

Зазначимо, що ще Х. Гюйгенс та І. Ньютон у XVII ст. теоретично дійшли висновку, що Земля має бути стиснута у полюсів. Це передбачення було підтвержене впродовж 1735–1750 рр. двома експедиціями Паризької академії наук у Перу і Лапландію. В цих експедиціях вимірювали довжину дуги меридіана і було виявлено, що зі збільшенням широти довжина дуги, яка відповідає 1° меридіана, зростає [1].

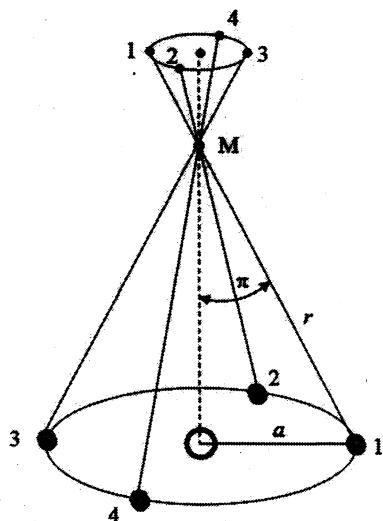
Стиснення є в усіх класичних планет Сонячної системи і прямо корелює зі швидкістю осевого обертання (дані для Меркурія, щоправда, поки ненадійні). Наприклад, воно нехтовно мале у Венери, а ця планета має найповільніше осеве обертання серед класичних планет Сонячної системи (період обертання становить 243 земних доби). Геометричне стиснення планет вздовж осі обертання визначають за формулою:

$$\epsilon = \frac{R_{\text{екв}} - R_{\text{пол}}}{R_{\text{екв}}}, \quad (7)$$

де $R_{\text{екв}}$ і $R_{\text{пол}}$ – відповідно екваторіальний і полярний радіуси планети. Для Землі $\epsilon = 1/298,26$ (різниця радіусів становить 21,385 км). Слід зазначити, що для існуючої швидкості обертання мало б бути трохи менше значення, а саме $\epsilon = 1/299,67$. Це пояснюють тим, що в минулому Земля оберталась з більшою швидкістю. Виходячи із сучасного значення уповільнення Землі, можна обчислити, яку далеко в минулому вона

мала відповідну швидкість обертання. Виявляється, що це було близько 10^7 років тому [5]. За такий характерний час земні породи через їхню пластичність перетікають у новий рівноважний стан, тобто фігура Землі з такою затримкою підлаштовується (релаксує) під її обертання.

Паралактичне зміщення зір. Одним із доказів орбітального руху Землі є паралактичні зміщення зір. Геліоцентрична система світу Коперника передбачала наявність паралактичного зміщення зір протягом року (мал. 6).



Мал. 6. Явище паралактичного зміщення зорі M на небесній сфері: π – річний паралакс, a – велика піввісь земної орбіти

Переконатись в існуванні паралактичного зміщення (уявного зміщення об'єкта, зумовленого зміщенням спостерігача) дуже легко – потрібно подивитись у витягнутій руці на олівець спочатку одним оком, потім іншим. Оскільки спостерігач разом із Землею рухається навколо Сонця майже по колу, то напрямки на близьку зорю змінюються, і вона має описувати на небі впродовж року в загальному випадку деякий еліпс. Цей так званий паралактичний еліпс буде тим більш стиснутим, чим ближче зоря розміщена до екліптики, і тим меншого розміру, чим далі зоря розміщена від Землі. У зорі, що розташована в полюсі екліптики, еліпс перетворюється на маленьке коло, а в зорі, що лежить в площині екліптики, – на відрізок дуги на небесній сфері, що для земного спостерігача виглядає, як відрізок прямої. Великі півосі паралактичних еліпсів дорівнюють річним паралаксам зір. Інакше річним паралаксом називають найбільший кут π (див. мал. 6), під яким із зорі було б видно радіус земної орбіти $a = 1$ а. о. (через величезну віддаленість зір і майже колову орбіту Землі поняття великої півосі й радіуса орбіти стають ідентичними). Вимірювання паралаксу дає змогу визначити відстань до зорі, й це єдиний прямий метод визначення відстаней до зір, який має надзвичайно велике значення в астрономії.

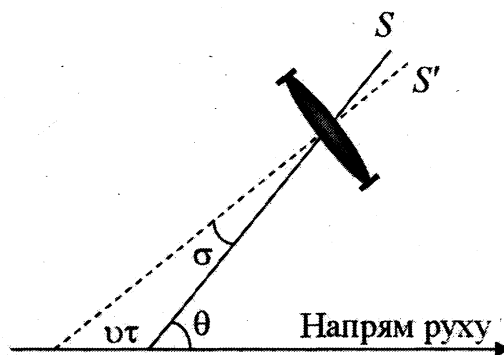
Оскільки через малість паралаксів небесних об'єктів вони завжди вимірюються в секундах дуги, а 1 радіан становить $206\,265''$, то для відстані в астрономічних одиницях матимемо:

$$r = 206265 \frac{a}{\pi} = \frac{206265}{\pi} \quad (8)$$

Ні сам Коперник, ні будь-хто з його наступників довгий час були не в змозі виявити паралактичні зміщення зір. Тут можна згадати невдалі спроби таких видатних вчених, як Тіхо Браге, Христіан Гюйгенс, Роберт Гук, Генріх Ольберс, Джон Гершель [1]. Сам Коперник правильно пояснював це віддаленістю зір, внаслідок чого їхні паралакси надзвичайно малі (паралакс найближчої зорі – Проксими Центавра становить лише $0,75''$).

Перший достовірний паралакс зорі визначив у 1822 р. німецький і російський астроном Фрідріх Вільгельм (Василь Якович) Струве (на той час директор Дерптської обсерваторії) – це був паралакс Альтаіра [2]). З 1837 по 1839 рр. відбувся справжній прорив у вимірюваннях паралаксів, до Струве в інших країнах долучилися німецький астроном і математик Фрідріх Бессель (Кенігсберзька обсерваторія) і Томас Гендерсон (обсерваторія Мису Доброї Надії). Їм вдалося визначити паралакси таких найближчих зір, як Вега, 61 Лебеда, α Центавра. Цими вимірюваннями вони не тільки надали незаперечний і такий довгоочікуваний доказ обертання Землі навколо Сонця, а й дали змогу усвідомити величезність масштабів у зоряному світі.

Аберація світла. Іншим доказом руху Землі навколо Сонця є річне абераційне зміщення зір, відкрите англійським астрономом Джеймсом Бредлі у 1727–1728 рр. під час спроби визначити паралакс зорі γ Дракона [1]. Аберацією світла називають явище, яке полягає в тому, що спостерігач, який рухається разом із Землею, бачить світило не в тому напрямку, в якому бачив би, якби він не рухався. Крім руху спостерігача причиною аберації є скінченність швидкості поширення світла. Явище аберації пояснює мал. 7.



Мал. 7. Явище аберації світла: для того, щоб побачити зорю S в центрі поля зору телескопа, потрібно нахилити телескоп у напрямку руху Землі

Поки світло проходить від об'єктива до окуляра телескопа, сам телескоп зміщується разом із Землею. Тому щоб обране світило залишилося в центрі поля зору, інструмент потрібно дещо нахилити в напрямку руху Землі.

Із мал. 7 видно, що за теоремою синусів

$$\sin \sigma = \frac{v}{c} \sin(\pi - \theta) = \frac{v}{c} \sin \theta, \quad (9)$$

де θ – кут між видимим напрямком на зорю і вектором швидкості спостерігача. Оскільки швидкість орбітального руху Землі дорівнює $v = 29,8$ км/с і $v \ll c$, то через малість кута σ матимемо:

$$\sigma = 206265'' \frac{v}{c} \sin \theta = 20,5'' \sin \theta. \quad (10)$$

Для тих зір, що розташовані безпосередньо біля полюса екліптики, їхні річні абераційні зміщення – це маленькі кола радіусом $\sigma = 20,5''$. Якщо зоря перебуває на екліптиці, то вона впродовж року зміщується «вперед-назад» на величину дуги $2 \cdot 20,5'' = 41''$. Величину $\sigma = 20,5''$ називають абераційною сталою.

Є кілька відмінностей між паралактичним і абераційним зміщеннями. Перше залежить від відстані до зорі, друге – тільки від швидкості руху Землі по орбіті. Великі півосі паралактичних еліпсів є різними для зір, що розташовані на різних відстанях від Сонця (але не перевищують $0,75''$ – паралаксу найближчої зорі), тоді як великі півосі абераційних еліпсів для усіх зір однакові і дорівнюють $20,5''$. Крім того, паралактичне зміщення зорі відбувається у бік видимого положення Сонця (див. мал. 6), а абераційне зміщення спрямоване до точки, що лежить на екліптиці на 90° західніше від Сонця (мал. 8).

Періодична зміна променевих швидкостей зір. Орбітальний рух Землі можна виявити також, вимірюючи променеві швидкості зір (проекції просторової швидкості зір на напрям спостерігач-зоря) за допомогою ефекту Доплера. Відомо, що внаслідок руху джерела випромінювання або спостерігача вздовж променя зору відбувається зміщення частоти (а, отже, й довжини хвилі) випромінювання. Вимірюючи у спектрі зміщення, наприклад, довжини хвилі $\Delta\lambda$ певної лінії, променеву швидкість v_r знаходять із співвідношення (нерелятивістський ефект Доплера):

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c}, \quad (11)$$

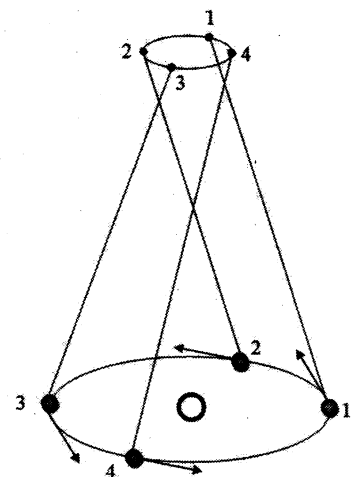
де c – швидкість поширення світла.

У процесі визначення променевих швидкостей зір потрібно враховувати рух Сонця разом із своїми планетами в Галактиці. При цьому на цей рух буде накладатися також періодичний рух Землі навколо Сонця. Тонкі вимірювання зміщення спектральних ліній у спектрах зір дають змогу виявити цей періодичний рух, а, отже, підтвердити орбітальний рух Землі.

На сьогодні існує достатньо незаперечливих доказів обертання Землі, як осьового, так і

орбітального. Спроможність їх наводити і розтлумачувати є однією з обов'язкових компетенцій майбутніх фахівців-фізиків, астрономів і, безумовно, вчителів фізики та астрономії. Однак це не означає, що фахівці інших спеціальностей можуть цими знаннями нехтувати. Ці знання, вміння й переконання є відображенням світогляду людини («ми є в центрі світу чи ні?»), демонструють особистісний рівень сформованості цілісної наукової картини світу.

Наостанок зазначимо, що якщо наша цивілізація розвивалась на Марсі, то нам було б простіше виявити паралактичне зміщення зір, тому що велика піввісь орбіти Марса у 1,5 раза більша за велику півось орбіти Землі. Абераційні ж зміщення зір було б виявити складніше через повільнішу, ніж для Землі, швидкість обертання Марса навколо Сонця. Протилежна ситуація склалася б на Венері (розглядаємо тільки планети, що потрапляють у зону «існування» нашої Сонячної системи). Проте слід мати на увазі, що аберація світла – це менш очевидний і наочний ефект, ніж паралактичне зміщення зір, оскільки при цьому потрібно бути впевненим у скінченності швидкості світла. За наявності ж такого, як нині, повільного осьового обертання Венери (243 доби) було б надзвичайно складно довести це обертання. Існуюче зворотне обертання Венери, скоріше за все, тільки ускладнило б інтерпретацію цього явища (наявність суцільного хмарового шару нехтуємо).



Мал. 8. Явище аберації світла в проекції на небесну сферу

ЛІТЕРАТУРА

- Клишин І. А. Історія астрономії / І. А. Клишин. – Івано-Франківськ : видавн. ІФТКДІ, 2000. – 652 с.
- Кузьменков С. Г. Особливості астрономічного освітнього середовища, призначеного для підготовки вчителя астрономії / С. Г. Кузьменков // 36. наук. пр. – Пед. науки. – Вип. 55. – Херсон : Вид-во ХДУ, 2010. – С. 295–302.
- Кузьменков С. Г. Підготовка сучасного вчителя астрономії : монограф. / С. Г. Кузьменков. – Херсон : ХДУ, 2011. – 332 с.
- Кузьменков С. Посилення ролі доведень під час навчання астрономії на прикладі теми: «Джерела енергії зір» / Сергій Кузьменков // Фізика та астрономія в рідній шк. – 2014. – № 4. – С. 21 – 24.
- Кузьменков С. Г. Сонячна система: зб. задач : навч. посіб. / С. Г. Кузьменков. – К. : Вища шк., 2007. – 167 с.
- Ольховский И. И. Курс теоретической механики для физиков / И. И. Ольховский. – М. : Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры изд-ва «Наука», 1970. – 448 с.