

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХЕРСОНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

М. О. БАБЕНКО, І. В. КОРОБОВА

# **ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ З МЕХАНІКИ**

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМІВ ПІДГОТОВКИ  
ФІЗИКА\*, МАТЕМАТИКА\*  
ДЕННОЇ, ЗАОЧНОЇ ТА ЕКСТЕРНАТНОЇ ФОРМ НАВЧАННЯ

Херсон – 2010

УДК 531.0  
ББК 22.3я73  
Б12

Розглянуто на засіданні навчально-методичної ради факультету фізики, математики та інформатики Херсонського державного університету (протокол № 3 від 09.02.2009)

Розглянуто на засіданні науково-методичної ради Херсонського державного університету (протокол № 6 від 09.04.2009)

Рекомендовано до друку науково-методичною радою Херсонського державного університету (протокол № 10 від 01.06.2009)

**Укладачі:** Бабенко Марина Олександрівна – завідувач астрономічної обсерваторії кафедри фізики ХДУ.

Коробова Ірина Володимирівна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри фізики ХДУ;

**Рецензент:** Шарко Валентина Дмитрівна – завідувач кафедри фізики ХДУ, доктор педагогічних наук, професор.

Бабенко М.О., Коробова І.В.

Лабораторний практикум з механіки: Навчальний посібник для студентів напрямів підготовки: Фізика\*, Математика\* денної, заочної та екстернатної форм навчання. – Херсон: Видавництво ХДУ, 2010. – 112 с.

Посібник містить інструкції до робіт лабораторного практикуму з механіки. Кожна інструкція містить короткі теоретичні відомості, опис експериментальної установки, порядок виконання роботи, контрольні запитання. Значна увага присвячена питанням математичної обробки результатів експерименту та теорії похибок вимірювання. Наведено також інструкції з техніки безпеки, правила оформлення та приклад звіту з лабораторної роботи. У додатках можна знайти таблиці фізичних величин, необхідних для виконання лабораторних робіт.

Для студентів напрямів підготовки: Фізика\*, Математика\* денної, заочної та екстернатної форм навчання; посібник може бути корисним для учнів загальноосвітніх навчальних закладів.

## Передмова

Запропонований навчальний посібник складений на основі лабораторного фізичного практикуму, створеного на кафедрі фізики Херсонського державного університету.

*Мета посібника* – забезпечення якісної підготовки студентів до виконання робіт фізичного практикуму з загальної фізики (механіки); посилення практичної спрямованості курсу загальної фізики; формування у студентів експериментальних умінь і навичок; навчання проводити дослідження.

Під час виконання робіт фізичного практикуму студенти ознайомлюються з основними принципами проведення фізичного експерименту: навчаються вимірювати фізичні величини, оцінювати їх похибки, подавати результати вимірювань у зручній та наочній формі у вигляді таблиць та графіків, аналізувати отримані результати та робити висновки.

Лабораторні роботи містять короткі теоретичні відомості, опис експериментальної установки, порядок виконання роботи, контрольні запитання. Значна увага присвячена питанням математичної обробки результатів експерименту та теорії похибок вимірювання.

У посібнику наведено інструкції з техніки безпеки, правила оформлення та приклад звіту з лабораторної роботи. У додатках можна знайти таблиці фізичних величин, необхідних для виконання лабораторних робіт.

Посібник містить 19 лабораторних робіт, підібраних з різних джерел та адаптованих до виконання у зазначеному навчальному закладі з урахуванням специфіки лабораторних практикумів вузів та рівня матеріально-технічного забезпечення.

# **Техніка безпеки під час виконання лабораторних робіт з механіки**

## **Загальні положення**

1. До роботи допускаються лише посадові особи, ознайомлені з інструкцією з охорони праці, техніки безпеки, пожежної безпеки та виробничої санітарії на робочих місцях.
2. Особи, які порушили вимоги техніки безпеки, несуть відповідальність згідно з чинним законодавством України.
3. Студенти допускаються до виконання лабораторних та практичних робіт лише після отримання інструктажу щодо безпечного виконання лабораторних або практичних робіт.
4. Забороняється працювати у лабораторії одному.
5. Забороняється знаходитись у лабораторії у верхньому одязі.
6. Забороняється заносити до лабораторії їжу та напої.

## **Правила безпеки перед початком роботи**

1. Переконайтесь у достатній наявності і справному стані необхідних для роботи приладів та обладнання і зручно розмістіть їх на робочому місці. Приберіть з робочих місць прилади, інструмент, матеріали, які не передбачені планом проведення лабораторної чи практичної роботи.
2. Упевніться у відсутності пошкоджень і несправностей у підготовлених до роботи приладів, схем, механізмів, а також цілісності струмоведучих кабелів та механізмів з електричними приводами.
3. Огляньте робоче місце: аудиторію, лабораторію. Упевніться у відсутності пожежонебезпечних факторів у приміщенні, у тому числі на вашому робочому місці.
4. При виявленні пошкоджень терміново повідомте викладача. При пошкодженню обладнання до роботи приступати не можна!
4. Перевірте стан робочих столів, обладнання, електричних схем, їх заземлення тощо.
5. Перевірте стан первинних засобів пожежегасіння, впевніться у вільному стані аварійно-евакуаційних проходів, дверей, сходових маршів.
6. Перевірте справність електричних вимикачів, розеток. Всі електророзподільні щитки повинні бути надійно закритими.

## **Вимоги безпеки під час роботи**

У навчальних лабораторіях є джерела, особливо небезпечні для здоров'я та життя людини. До них відносяться: джерела високої напруги (більше 36 В); джерела високої температури (електричні нагрівачі); радіоактивні матеріали; різноманітні випромінювання; ефір, луги та кислоти; скляні прилади; обертові та рухомі деталі механізмів.

*Під час роботи категорично забороняється:*

- доторкатися до частин приладів, які знаходяться під напругою;

- збирати і здійснювати різні перемикання приладів у досліджуваних електричних схемах під напругою;
- вмикати в джерела струму електричні кола без попередньої перевірки викладачем або лаборантом;
- працювати з радіоактивними матеріалами без використання засобів біологічного захисту;
- користуватися балістичним пістолетом не за призначенням.

*При виконанні робіт дотримуйтесь наступних вимог:*

- оберігайте очі від прямого влучення лазерного або ультрафіолетового випромінювання;
- оберігайтесь порізів при роботі з скляними приладами (пробірками, мензурками, термометрами);
- роботу з лугами та кислотами виконуйте тільки у витягувальній шафі;
- не торкайтесь руками до об'єктів лінз, скляних і кварцових деталей оптичних приладів;
- під час роботи з електродвигунами, що живляться безпосередньо від мережі змінного струму, перевірте заземлення корпусу двигуна перед його ввімкненням у мережу;
- при роботі з обертовими механізмами переконайтеся в надійності їх кріплення і остерігайтесь ударів;
- при роботі з нагрівальними приладами остерігайтесь опіків, не допускайте дотику до нагрітих матеріалів;
- при роботі з кип'ятильниками перевірте наявність достатньої кількості води (не менше третини висоти кип'ятильника) та справність запобіжного клапану.

Не паліть і не користуйтеся відкритим вогнем самі і не дозволяйте означеного іншим на вашому робочому місці. Паління дозволяється тільки в спеціально відведених і позначених написами місцях, за межами будівель і споруд. Постійно спостерігайте за технічним станом обладнання, систем їх живлення, паливних і опалювальних систем тощо. При виявленні ознак пожежної небезпеки – припиніть роботу, сповістіть про ситуацію лаборанта або викладача і здійсніть заходи щодо захисту оточуючих вас людей.

### **Правила безпеки по закінченню роботи**

1. Вимкніть джерело живлення приладів та установок, вийміть вилки шнурів живлення з мережі змінного струму.
2. Загасіть усі газові і твердопаливні опалювальні прилади: плити, водогрійні колонки, опалювальні котли, печі, груби тощо. Упевніться у відсутності процесу горіння (або тління) в них.
3. Розберіть схеми і приведіть у порядок робоче місце.
4. Здайте прилади і обладнання лаборанту.
5. Уважно огляньте приміщення, упевніться у відсутності тліючих або догораючих матеріалів, заготовок, ганчірок і т. д.

## Небезпечні ситуації, які можуть виникнути в ході виконання лабораторних робіт

| Які небезпечні ситуації можуть виникнути   | Як треба діяти викладачу або лаборанту   |
|--|--|
| Враження електричним струмом внаслідок неуважного поводження з електроприладами                                    | Негайно відключіть електроприлад від мережі. Якщо потерпілий втратив свідомість і не подає ознак життя, негайно приступіть до непрямого масажу серцевої м'язи та штучного дихання. Одночасно сповістіть керівництво кафедри та деканату. |
| Термічний опік при роботі з нагрівальними приладами  | Якщо є ознаки опіку II або III ступеня, відправте потерпілого в медпункт. Обпечене місце якомога довше промивайте холодною водою, можна накласти на нього сніг, лід.   |
| Падіння приладу на ноги внаслідок не обережного поводження з ним   | Якщо виник перелом кінцівки або пальця, треба зафіксувати кінцівку або палець шиною та викликати швидку медичну допомогу.  |
| Механічні ушкодження пальців або інших частин тіла при необережному поводженні з обертовими (рухомими) механізмами | Зупиніть кровотечу тугою пов'язкою і проведіть потерпілого в медпункт.   |

## Вимірювання фізичних величин та оцінка похибок вимірювання

Основними методами фізичних досліджень є наукове спостереження та фізичний експеримент.

*Наукове спостереження* полягає у цілеспрямованому і планомірному сприйнятті за допомогою органів чуття та фізичних приладів властивостей об'єктів та явищ природи для одержання певної інформації про них. *Фізичний експеримент* полягає у відтворенні певних явищ у штучних (лабораторних) умовах, що супроводжується вимірюванням фізичних величин.

*Вимірювання* – це знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою засобів вимірювання. Кожна *фізична величина* характеризує певні властивості об'єкта чи явища і має одиницю вимірювання (розмірність) і деяке числове значення (кількість таких одиниць). *Вимірювальні засоби* поділяють на міри і вимірювальні прилади.

*Мірою* називають такий вимірювальний засіб, який може відтворювати одне або кілька значень величини. Наприклад, до мір належать лінійка, мензурка, тягарець.

*Вимірювальним приладом* називають такий вимірювальний засіб, який має частини, що сприймають вимірювану величину і перетворюють її у відповідне показання. Це – термометр, секундомір, амперметр, вольтметр та інші.

Вимірювання можуть бути прямі і посередні. *Прямі* – це вимірювання безпосередньо засобами вимірювання (довжини – лінійкою, температури – термометром, напруги – вольтметром та ін.). *Посередні вимірювання* – це визначення значення фізичної величини за допомогою формул, які зв'язують цю величину з іншими фізичними величинами, які вимірюються безпосередньо засобами вимірювання (вимірювання опору провідника за допомогою амперметра і вольтметра та ін.).

Будь-яке вимірювання неможливо виконати абсолютно точно; під час вимірювань завжди отримують наближені значення фізичних величин.

Відхилення виміряного значення фізичної величини від істинного, які виникають під час вимірювання, називають *похибками вимірювань*.

Чим вони обумовлені? По-перше, у кожному засобі вимірювання вже при його виготовленні виникають похибки. Окрім цього, у вибраному методі вимірювання можуть бути не враховані деякі фактори, що впливають на результат вимірювання. Ці похибки є незмінними на протязі всього вимірювання для даного методу вимірювання та для даної вимірювальної установки і називаються *систематичними*. Граніці таких похибок встановлює Державний стандарт. Зменшити систематичні похибки можливо лише при використанні більш точних методів та вимірювальних установок.

По-друге, похибки можуть виникати і без будь-якої закономірності при повторному вимірюванні однієї фізичної величини. Причиною цього є непередбачений вплив навколишнього середовища, недосконалість наших органів чуття тощо. Такі похибки називають *випадковими*. Зменшити їх можливо при збільшенні кількості одних і тих же вимірювань.

Також можуть виникати такі похибки, як *промахи* – істотні відхилення від очікуваного результату. Такі похибки як правило не враховують.

Систематична і випадкова похибки дають повну похибку вимірювання, яку називають *абсолютною* (результуючою) похибкою:

$$\Delta a = \Delta a_{\text{сис}} + \Delta a_{\text{вип}}. \quad (1)$$

Абсолютна похибка вимірювання завжди округлюється з надлишком:

$$\Delta a_1 = 0,17 \approx 0,2,$$

$$\Delta a_2 = 0,21 \approx 0,3.$$

Чисельне значення результату вимірювання теж округлюють так, щоб його остання цифра була б у тому ж розряді, що і цифра похибки (якщо  $a = 10,532$  і  $\Delta a = 0,3$ , то треба записувати  $a = 10,5$ ).

Результат прямого вимірювання записують так:

$$A = a \pm \Delta a, \quad (2)$$

де  $A$  – дійсне значення величини,  $a$  – наближене значення, отримане при вимірюванні,  $\Delta a$  – абсолютна похибка вимірювання. Наприклад,  $A = 10,5 \pm 0,3$  м.

Знання абсолютних похибок вимірювання є важливим, але недостатнім, тому що при однакових абсолютних похибках точність вимірювання може бути різною. Для характеристики точності вимірювання вводиться поняття відносної похибки.

*Відотною похибкою* називають відношення абсолютної похибки вимірювання до наближеного значення величини, що вимірювалась:

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a}. \quad (3)$$

Відносну похибку зазвичай виражають у відсотках. Наприклад,  $\varepsilon_a = 3\%$ .

У випадку *прямого вимірювання* систематична похибка визначається за паспортом (інструкцією) приладу чи установки. Якщо паспорт відсутній можна знайти систематичну похибку у спеціальних довідниках або (за їх відсутністю) систематичну похибку прийняти рівною половині ціни поділки. Випадкова похибка для малого числа вимірювань ( $2 \leq n \leq 20$ ) розраховується за формулою:

$$\Delta a_{\text{вип}} = t_S \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (a_{\text{сер}} - a_i)^2}, \quad (4)$$

де  $t_S$  – нормований коефіцієнт Стьюдента, який визначається в залежності від числа вимірювань та довірчої ймовірності (див. Додатки). В даному посібнику пропонується під час лабораторних робіт виконувати вимірювання тричі ( $n = 3$ ), а довірчу ймовірність прийняти рівною  $P = 0,95$ . Підставивши ці значення у (4), отримаємо:

$$\Delta a_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_{\text{сер}} - a_i)^2}. \quad (5)$$

У випадку *посереднього вимірювання* абсолютна похибка  $\Delta a$  визначається за відотною похибкою:

$$\Delta a = a_{\text{сер}} \varepsilon_a. \quad (6)$$

Відносну похибку посередніх вимірювань визначають за спеціальними формулами, які виводяться безпосередньо для кожного вимірювання наступним чином. Нехай вимірювана фізична величина визначається за формулою

$$a = f(x_1, x_2, \dots), \quad (7)$$



де  $x_1, x_2, \dots$  – фізичні величини, від яких залежить величина  $a$ . Для знаходження відносної похибки вимірювання необхідно прологарифмувати, а потім продиференціювати (7):

$$\varepsilon_a = \frac{d}{dx_1} \ln f + \frac{d}{dx_2} \ln f + \dots \quad (8)$$

Якщо заздалегідь відомо, що при посередньому вимірюванні випадкова похибка набагато перевищує систематичну ( $\Delta a_{\text{вип}} \gg \Delta a_{\text{сис}}$ ), то розрахунок похибок можна суттєво спростити. Для цього дослід виконують кілька разів (причому умови дослід можна змінювати) і кожного разу розраховують величину  $a$ . Абсолютна похибка  $\Delta a \approx \Delta a_{\text{вип}}$  і розраховується в нашому практикумі за формулою (5).

# Порядок виконання лабораторних робіт з механіки

## Загальні вимоги до проведення лабораторного практикуму

Для виконання лабораторних робіт група студентів розподіляється на бригади по двоє-трьох у кожній. Бригада має свій номер, який закріплений за нею на протязі всього практикуму. На кожному занятті кожна бригада виконує свою лабораторну роботу. Список всіх лабораторних робіт, які бригада має виконати протягом семестру, та порядок їх виконання визначається згідно графіка виконання лабораторних робіт.

До занять *студенти допускаються лише після інструктажу з техніки безпеки*, під час якого вказують на вимоги безпеки перед початком, під час та по закінченню роботи. *У лабораторії знаходиться у верхньому одязі, вживати їжу та напої, виконувати будь-які дії без дозволу викладача або лаборанта заборонено!*

Виконання роботи лабораторного практикуму складається з наступних етапів:

- 1) отримання допуску до виконання лабораторної роботи;
- 2) проведення дослідів та виконання вимірювань;
- 3) математична обробка результатів вимірювання;
- 4) захист лабораторної роботи.

## Допуск до виконання лабораторної роботи

На початку заняття після захисту попередньої лабораторної роботи бригада отримує у викладача допуск до виконання наступної лабораторної роботи. *Без дозволу викладача чи лаборанта торкатися експериментальної установки та вимірювальних приладів заборонено!* Для отримання допуску студент повинен:

- мати інструкцію лабораторної роботи;
- знати тему та мету лабораторної роботи, список обладнання, необхідного для її виконання;
- знати принцип роботи експериментальної установки та порядок виконання роботи;
- розуміти фізичні явища, які спостерігаються та вивчаються;
- знати, які фізичні величини необхідно виміряти;
- мати необхідні записи у робочих зошитах.

Звіт про виконання лабораторної роботи подається викладачу під час захисту роботи, але починає оформлюватися до її виконання. На момент допуску у робочому зошиті студента мають бути наступні записи:

**1. Номер та тема роботи.**

**2. Мета роботи та обладнання.** Сформульовані в інструкції до лабораторної роботи.

**3. Схема та опис установки.** Опис установки повинен бути коротким. Не треба переписувати теоретичні відомості та перемальовувати зовнішній вигляд приладів. Достатньо обмежитись функціональною чи електричною схемою установки, короткими підписами біля неї та технічними характеристиками вимірювальних приладів. Якщо у ході роботи необхідні додаткові графіки, схеми чи таблиці, їх теж необхідно привести.

**4. Розрахункові формули.** Під розрахунковими формулами розуміють ті формули, по яким безпосередньо відбуваються розрахунки у даній роботі. Це формули

для розрахунку фізичних величин та розрахунку похибок. Вивід формул та проміжні вирази наводити не потрібно. Під кожною формулою слід вказати назву та одиниці вимірювання всіх фізичних величин, що до неї входять.

**5. Таблиці результатів вимірювання та розрахунків.** Таблиці наведені в інструкції до лабораторної роботи. Над кожною таблицею слід вказати її назву.

Якщо заздалегідь відомо, що випадкові похибки вимірювання мають такий же порядок, що й систематичні ( $\Delta a_{\text{вип}} \approx \Delta a_{\text{сис}}$ ), то для виконання роботи знадобиться дві таблиці: таблиця результатів вимірювання та таблиця результатів розрахунків.

У таблиці результатів вимірювання (таблиця 1) під час проведення досліду заносять виміряні значення фізичних величин та інструментальні похибки. Обробка цих результатів складається з наступних дій:

– розрахунок середнього арифметичного всіх фізичних величин, наприклад:

$$a_{\text{сеп}} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}; \quad (9)$$

– розрахунок абсолютних випадкових похибок вимірювання:

$$\Delta a_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(a_{\text{сеп}} - a_1)^2 + (a_{\text{сеп}} - a_2)^2 + (a_{\text{сеп}} - a_3)^2}; \quad (10)$$

– розрахунок абсолютних результуючих похибок вимірювання:

$$\Delta a = \Delta a_{\text{сис}} + \Delta a_{\text{вип}}. \quad (11)$$

**Таблиця 1. Приклад таблиці результатів вимірювань.**

| №                     | $a$ , см    | $b$ , см    | $c$ , см    |
|-----------------------|-------------|-------------|-------------|
| 1                     | 2,10        | 3,00        | 3,90        |
| 2                     | 1,90        | 3,00        | 4,00        |
| 3                     | 2,00        | 3,00        | 4,10        |
| сеп                   | <b>2,00</b> | <b>3,00</b> | <b>4,00</b> |
| $\Delta_{\text{сис}}$ | 0,05        | 0,05        | 0,05        |
| $\Delta_{\text{вип}}$ | 0,25        | 0,00        | 0,25        |
| $\Delta_{\text{рез}}$ | <b>0,30</b> | <b>0,05</b> | <b>0,30</b> |

Таблицю результатів розрахунків (таблиця 2) заповнюють лише після відповідних розрахунків фізичних величин. Така таблиця як правило, містить 2 строки: назва фізичної величини та її розраховане значення. Формули для розрахунку фізичних величин та формули для розрахунку відносних похибок наведені в інструкціях. Абсолютну похибку вимірювання розраховують за формулою:

$$\Delta V = V_{\text{сеп}} \varepsilon_V. \quad (12)$$

**Таблиця 2. Приклад таблиці результатів розрахунків**

| $V_1$ ,<br>$10^{-6} \text{ м}^3$ | $\varepsilon_{V1}$ ,<br>% | $\Delta V_1$ ,<br>$10^{-6} \text{ м}^3$ | $V_2$ ,<br>$10^{-6} \text{ м}^3$ | $\varepsilon_{V2}$ ,<br>% | $\Delta V_2$ ,<br>$10^{-6} \text{ м}^3$ | $ V_1 - V_2 $ ,<br>$10^{-6} \text{ м}^3$ | $(\Delta V_1 + \Delta V_2)$ ,<br>$10^{-6} \text{ м}^3$ |
|----------------------------------|---------------------------|---|----------------------------------|---------------------------|---|--|--|
| 13,63                            | 3,96                      | 0,54                                    | 13,24                            | 3,02                      | 0,40                                    | <b>0,39</b>                              | <b>0,94</b>  |

Якщо заздалегідь відомо, що випадкові похибки вимірювання набагато перевищують систематичні ( $\Delta a_{\text{вип}} \gg \Delta a_{\text{сис}}$ ), і останніми можна знехтувати ( $\Delta a_{\text{рез}} \approx \Delta a_{\text{вип}}$ ),

а умови досліду не змінювались, то заповнюють *таблиці результатів вимірювання та розрахунків* (таблиця 3). У цьому випадку фізична величина розраховується для кожного з трьох дослідів, а потім знаходиться середнє арифметичне цієї величини. Абсолютну похибку вимірювання знаходять так, як для прямого вимірювання за формулою (10), а відносну похибку за формулою:

$$\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V_{\text{сер}}} \quad (13)$$

**Таблиця 3. Приклад таблиці результатів вимірювань та розрахунків**

| №   | <i>a</i> , см | <i>b</i> , см | <i>c</i> , см | <i>V</i> , 10 <sup>-6</sup> м <sup>3</sup> | $\Delta V$ , 10 <sup>-6</sup> м <sup>3</sup> | $\varepsilon_V$ , % |
|-----|---------------|---------------|---------------|--|--|---------------------|
| 1   | 2,10          | 3,00          | 3,90          | 24,57                                      | <b>2,24</b>                                  | <b>9,50</b>         |
| 2   | 1,90          | 3,00          | 4,00          | 22,80                                      |  |                     |
| 3   | 2,00          | 3,00          | 3,90          | 23,40                                      |  |                     |
| сер | –             | –             | –             | <b>23,59</b>                               |  |                     |

На момент допуску до роботи усі необхідні таблиці повинні бути накреслені у зошиті.

У короткій бесіді викладач з'ясовує розуміння студентом мети роботи, знання тих фізичних явищ, які будуть спостерігатися та тих фізичних законів, які будуть перевірятися в ході роботи, освоєння принципу роботи установки та порядку виконання роботи. Тільки після цього студент отримує допуск до лабораторної роботи, про що засвідчує підпис викладача.

### Проведення експерименту

Бригада проводить експеримент, обов'язково дотримуючись техніки безпеки та інструкції. Працювати з експериментальною установкою слід обережно аби уникнути травмування, пошкодження обладнання та отримання хибного результату. Використовувати слід лише те обладнання, яке вказано в інструкції. У разі відсутності чи несправності приладу треба обов'язково повідомити викладача або лаборанта.

Під час спостережень фізичних явищ слід бути уважними та обов'язково робити записи у робочих зошитах, в яких слід вказати: назву явища, умови виникнення, його опис.

Результати вимірювань фізичних величин заносять до заздалегідь підготовлених таблиць результатів вимірювань. У заголовках таблиць вказано одиниці вимірювання фізичних величин в системі СІ. Якщо одиниці вимірювання приладу позасистемні, то слід перевести їх до системи СІ, перед тим як заносити до таблиці. У таблиці всі числа в межах одного стовпця повинні мати однаковий розряд (наприклад, все округлити до десятих, або до сотих). Якщо під час вимірювань ви отримали промах або некоректний результат, варто повідомити про нього викладача або лаборанта, а враховувати та записувати до таблиці його не слід.

Після вимірювання фізичної величини слід визначити абсолютну систематичну похибку вимірювання приладу (якщо це потрібно). Зробити це можна одним із наступних способів:

1) якщо на приладі вказаний *клас точності* (зведена похибка у відсотках  $\gamma$  – відношення абсолютної систематичної похибки до максимального значення вимірю-

ваної величини -  $\gamma = \frac{\Delta x_{\text{сис}}}{x_{\text{max}}} \cdot 100\%$ ), то абсолютна систематична похибка розраховується за нею;

2) якщо є паспорт або інструкція до приладу, слід скористатися нею для визначення абсолютної систематичної (інструментальної) чи зведеної похибки;

3) в інших випадках за абсолютну систематичну похибку прийняти половину ціни поділки шкали вимірювального приладу.

До таблиць необхідно занести лише покази приладів, за допомогою яких здійснюється вимірювання, та інструментальні похибки цих приладів.

Після виконання всіх вимірювань необхідно привести робоче місце в порядок та показати результати вимірювань викладачу, який засвідчує їх підписом.

### Математична обробка результатів вимірювання

Математичну обробку результатів вимірювань студенти виконують самостійно вдома (якщо на це не відводиться окремого заняття). Вона складається з наступних дій.

**1. Розрахунки необхідних фізичних величин та похибок вимірювання в системі СІ**, які обов'язково повинні бути присутні у зошиті (ці фізичні величини та похибки заносять потім до таблиці результатів розрахунків). Точність обчислень результатів вимірювання має відповідати точності вимірювань. Виконувати обчислення з точністю більшою, ніж це дозволяють експериментальні дані, нераціонально. Надмірна "точність" обчислень призводить до зайвих витрат часу і, крім того, створює хибне враження про велику точність вимірювань. Перед розрахунком фізичної величини необхідно перевести всі виміряні величини у систему СІ та перевірити розмірність.

Для запису чисел слід використовувати *нормалізовану форму запису числа* – запис числа у вигляді добутку правильного десяткового дробу (з відмінною від нуля першою цифрою після коми) і степеня десяти. Наприклад:  $-596,32 = -0,59632 \cdot 10^3$ .

Результати розрахунків заносять до відповідних таблиць.

**2. Графічна обробка результатів вимірювання** (якщо це потрібно). В багатьох випадках при обробці результатів фізичного експерименту слід вдаватися до графічного методу, який дає можливість більш наочно подавати результати експерименту – залежність функції  $y$  (величина, закономірність якої вивчається) від аргументу  $x$  (величина, від зміни якої залежить значення функції), а також графічно знаходити величини  $y$  для таких значень  $x$ , які безпосередньо не вимірювались, наприклад, для значення  $x$ , проміжного між двома вимірюваними  $x_1$  та  $x_2$  (*інтерполяція*).

Мова може йти також про знаходження значень функції  $y = f(x)$  для значень аргументу  $x$ , менших (або більших), ніж найменше (найбільше) з вимірюваних, – *екстраполяцією*. Звичайно, при цьому має бути тверда впевненість у тому, що характер залежності  $y = f(x)$  для областей, де вимірювання не виконувались, такий самий, як і в областях, де вимірювання виконувались.

При побудові графіків найчастіше використовують прямокутну систему координат. Координатні осі використовують як функціональні шкали.

Для побудови графіків слід, насамперед, раціонально обрати масштаб, тобто щоб на графіку цього розміру (аркуш міліметрового паперу) розмістився весь діапазон експериментальних значень фізичних величин, що їх відкладають на координатних осях, і щоб ціна однієї поділки виражалася, по можливості, цілим числом. Одночасно при виборі масштабу слід підпорядковувати точність вимірювання точності відліку за графіком. Потрібно, по можливості, використати всю площу графіка (якщо дослідні дані величин  $x$  і  $y$  набагато відрізняються від нуля, відлік поділок потрібно починати на осях з деяких значень, які трохи менші від одержаних під час досліду).

Звернемо увагу на те, що числа, знайдені внаслідок вимірювання фізичних величин, є *наближеними*. Звідси випливає, що замість точок на графіках треба було б зображати експериментальні дані маленькими прямокутниками, трикутниками тощо, всередині яких і перебувають справжні дані, знайдені в результаті ідеального експерименту.

Під час фізичного практикуму звичайно обмежуються нанесенням точок, а потім креслять плавну криву так, щоб вона проходила якомога ближче до всіх експериментальних точок і щоб приблизно однакове число точок було по обидві сторони лінії. Крива повинна, як правило, лежати в межах похибок вимірювання. Чим менші ці похибки, тим краще крива збігається з експериментальними точками (рис. 1).

Точки перегину, максимуму, мінімуму на експериментальних кривих відповідають якісним змінам у системах, наприклад появі нової фази і т. д. У таких точках порушується рівномірність зміни всіх властивостей системи. В областях, близьких до цих *сингулярних* точок, слід проводити вимірювання значно частіше. Будуючи графіки плавних залежностей, не слід брати багато точок.

Якщо окремі точки значно відхиляються від кривої, то це може свідчити про промахи.

**3. Запис кінцевого результату та висновки.** Метою будь-якої лабораторної роботи може бути або *визначення певної фізичної величини та її порівняння з відомим значенням*, або *перевірка певного фізичного закону чи теоретичної формули*.

У першому випадку, виміряну фізичну величину записують у вигляді:

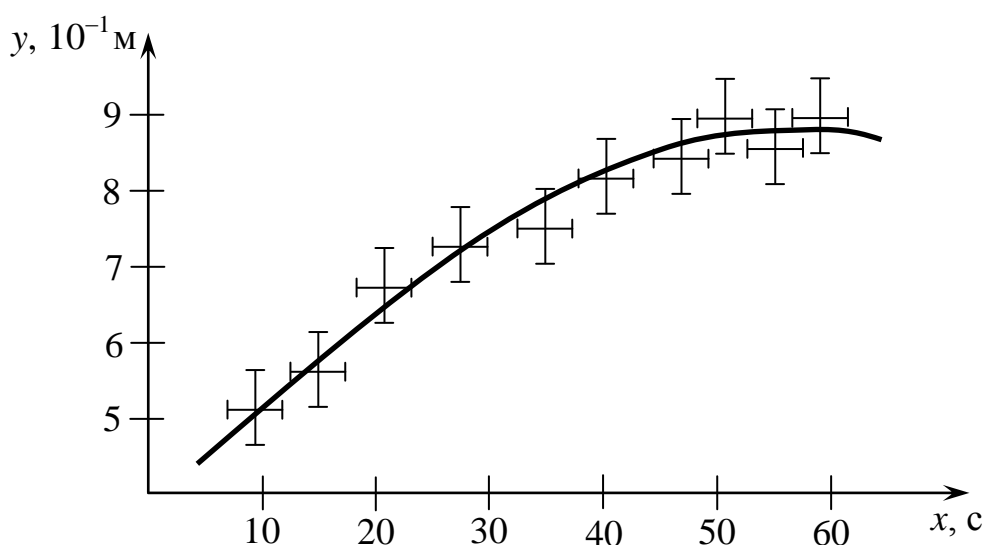


Рис. 1

$$V = V_{\text{сер}} \pm \Delta V$$

$$\varepsilon_V = \dots \%$$
(14)

Якщо отриману величину можна порівняти з відомим табличним значенням  $V_{\text{табл}}$ , то треба перевірити, чи потрапляє це табличне значення в отриманий інтервал значень, тобто чи справджується нерівність:

$$V_{\text{сер}} - \Delta V \leq V_{\text{табл}} \leq V_{\text{сер}} + \Delta V.$$
(15)

Насправді, правильніше порівнювати два інтервали значень: отриманого нами  $(V_{\text{сер}} - \Delta V, V_{\text{сер}} + \Delta V)$  та табличного  $(V_{\text{табл}} - \Delta V_{\text{табл}}, V_{\text{табл}} + \Delta V_{\text{табл}})$ , оскільки табличні значення теж виміряні з певними похибками. Та оскільки методи вимірювання фізичних величин, що використовуються у лабораторному практикумі, набагато менш точні, ніж методи, що використовувались для вимірювання табличних величин, і відповідно отриманий нами інтервал набагато більший табличного, то перевірка за допомогою нерівності (15) є достатньо точною. Якщо нерівність (15) виконується, то робота виконана вірно, якщо ні – під час її виконання були допущенні певні помилки, що призвели до спотворення результату (у цьому разі відшукують помилки, аналізують їх та виконують роботу повторно, якщо це можливо).

У другому випадку, якщо метою роботи була перевірка закону чи теоретичної формули, визначається певна фізична величина  $V_1$ , що входить до цієї формули (наприклад, до формули  $V_1 = abc$ ) та абсолютна похибка  $\Delta V_1$  шляхом посереднього вимірювання. Потім визначають цю ж фізичну величину  $V_2$  та  $\Delta V_2$ , але з іншої формули чи закону (наприклад,  $V_2 = V_{\text{пл+рід}} - V_{\text{рід}}$ ), які вважаються більш надійними (або визначають  $V_1$  та  $V_2$  з одного закону змінюючи початкові умови та перевіряють, чи змінюється ця величина при зміні початкових умов). Далі перевіряють на виконання нерівність:

$$|V_1 - V_2| \leq (\Delta V_1 + \Delta V_2).$$
(16)

Якщо нерівність (16) виконується, то закон, що перевіряється, справджується і робота виконана вірно (вважається, що закон справджується завжди, оскільки мета лабораторного практикуму не відкрити нові закони, а навчити методам експериментальної фізики), якщо не справджується – були допущенні певні помилки при виконанні експерименту.

### **Захист лабораторної роботи**

Для захисту лабораторна робота має бути виконана повністю, усі розрахунки, графіки, таблиці, висновки мають бути у зошиті. Відповіді на контрольні запитання необхідно дати у *письмовому вигляді*. Захист відбувається у формі *бесіди* викладача та студента, по закінченні якої у зошиті (та у журналі групи) виставляється оцінка за виконання лабораторної роботи. Зміст бесіди: аналіз результатів експерименту та відповіді на контрольні запитання.

# Приклад оформлення звіту з лабораторної роботи

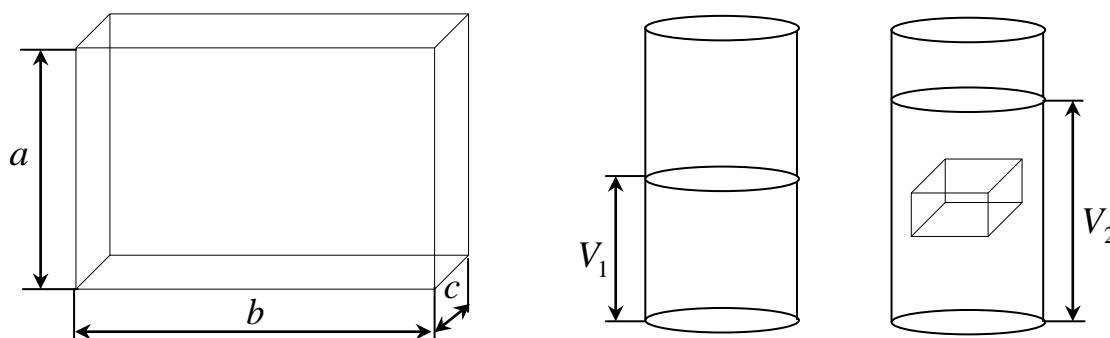
Лабораторна робота №29

## Вимірювання об'єму твердого тіла правильної геометричної форми

**Мета роботи:** виміряти об'єм твердого тіла правильної геометричної форми за допомогою мензурки та порівняти з теоретично розрахованим значенням.

**Обладнання:** тіло правильної геометричної форми (брусок), штангенциркуль, мензурка, посудина з водою.

### Схема та опис установки



Брусок вважаємо прямокутним паралелепіпедом.  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – лінійні розміри бруска,  $V_1$  – об'єм рідини в мензурці без бруска,  $V_2$  – об'єм рідини в мензурці з бруском.

### Розрахункові формули

Формули для розрахунку об'єму тіла:

$$V_{\text{теор}} = abc, \quad V_{\text{експ}} = V_2 - V_1.$$

Формули для розрахунку відносних похибок вимірювання об'єму тіла:

$$\varepsilon_{V_{\text{теор}}} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c}, \quad \varepsilon_{V_{\text{експ}}} = \frac{\Delta V_2 + \Delta V_1}{V_2 - V_1}.$$

Формули для розрахунку абсолютних похибок вимірювання об'єму тіла:

$$\Delta V_{\text{теор}} = V_{\text{теор}} \varepsilon_{V_{\text{теор}}}, \quad \Delta V_{\text{експ}} = V_{\text{експ}} \varepsilon_{V_{\text{експ}}}.$$

### Таблиці результатів вимірювання та розрахунків

Таблиця 1. Результати вимірювань

| №                     | $a$ ,<br>мм  | $b$ ,<br>мм  | $c$ ,<br>мм  | $V_1$ ,<br>мл | $V_2$ ,<br>мл |
|-----------------------|--------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
| 1                     | 21,20        | 30,10        | 39,70        | 20,0          | 44,0          |
| 2                     | 19,80        | 30,70        | 40,10        | 20,0          | 46,0          |
| 3                     | 20,50        | 30,00        | 40,10        | 20,0          | 44,0          |
| сер                   | <b>20,50</b> | <b>30,30</b> | <b>40,00</b> | <b>20,0</b>   | <b>44,6</b>   |
| $\Delta_{\text{сис}}$ | 0,05         | 0,05         | 0,05         | 0,5           | 0,5           |
| $\Delta_{\text{вип}}$ | 1,74         | 0,95         | 0,58         | 0,0           | 2,9           |
| $\Delta_{\text{рез}}$ | <b>1,79</b>  | <b>1,00</b>  | <b>0,63</b>  | <b>0,5</b>    | <b>3,4</b>    |



**Таблиця 2. Результати розрахунків**

| $V_{\text{теор}},$<br>$10^{-4} \text{ м}^3$ | $\varepsilon_{V_{\text{теор}}},$<br>% | $\Delta V_{\text{теор}},$<br>$10^{-4} \text{ м}^3$ | $V_{\text{експ}},$<br>$10^{-4} \text{ м}^3$ | $\varepsilon_{V_{\text{експ}}},$<br>% | $\Delta V_{\text{експ}},$<br>$10^{-4} \text{ м}^3$ | $ V_{\text{теор}} - V_{\text{експ}} ,$<br>$10^{-4} \text{ м}^3$ | $(\Delta V_{\text{теор}} + \Delta V_{\text{експ}}),$<br>$10^{-4} \text{ м}^3$ |
|---|---------------------------------------|--|---|---------------------------------------|--|---|---|
| 0,248                                       | 13,6                                  | 0,034  | 0,246                                       | 15,9                                  | 0,039  | 0,002   | 0,073   |

**Розрахунки**

СІ:

$$a = (20,50 \pm 1,79) \cdot 10^{-3} \text{ м}; \quad b = (30,30 \pm 1,00) \cdot 10^{-3} \text{ м}; \quad c = (40,00 \pm 0,63) \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$V_1 = (20,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-6} \text{ м}^3; \quad V_2 = (44,6 \pm 3,4) \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Перевірка розмірності:

$$[V_{\text{теор}}] = \text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{м} = \text{м}^3; \quad [V_{\text{експ}}] = \text{м}^3 - \text{м}^3 = \text{м}^3.$$

Розрахунок теоретичного значення об'єму:

$$V_{\text{теор}} = 20,50 \cdot 10^{-3} \cdot 30,30 \cdot 10^{-3} \cdot 40,00 \cdot 10^{-3} = 0,248 \cdot 10^{-4} (\text{м}^3).$$

Розрахунок експериментального значення об'єму:

$$V_{\text{експ}} = 44,6 \cdot 10^{-6} - 20,0 \cdot 10^{-6} = 0,246 \cdot 10^{-4} (\text{м}^3).$$

Розрахунок відносних похибок:

$$\varepsilon_{V_{\text{теор}}} = \frac{1,79}{20,50} + \frac{1,00}{30,30} + \frac{0,63}{40,00} = 0,136 = 13,6\%;$$

$$\varepsilon_{V_{\text{експ}}} = \frac{3,4 + 0,5}{44,6 - 20,0} = 0,159 = 15,9\%.$$

Розрахунок абсолютних похибок:

$$\Delta V_{\text{теор}} = 0,248 \cdot 10^{-4} \cdot 0,136 = 0,034 \cdot 10^{-4} (\text{м}^3);$$

$$\Delta V_{\text{експ}} = 0,246 \cdot 10^{-4} \cdot 0,159 = 0,039 \cdot 10^{-4} (\text{м}^3).$$

**Висновки**

У результаті експерименту отримали значення об'єму запропонованого бруска  $V = (0,246 \pm 0,039) \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ , яке узгоджується з теоретичним в межах похибки:  $|V_{\text{т}} - V_{\text{ек}}| < (\Delta V_{\text{т}} + \Delta V_{\text{ек}})$ . Трохи завелике значення відносних похибок можна пояснити нерівною поверхнею бруска (велика випадкова похибка під час вимірювання лінійних розмірів) та впливом капілярних явищ на точне визначення об'єму за допомогою мензурки (поверхня рідини в мензурці нерівна внаслідок змочування стінок).

**Відповіді на контрольні запитання**

1. Об'єм кулі визначається за формулою:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3,$$

де  $R$  – радіус кулі.

2. Ціна поділки приладу – найменше значення величини, яке можна виміряти цим приладом.

# Лабораторна робота №1

## Вимірювання густини речовини твердого тіла правильної геометричної форми

**Мета роботи:** виміряти густину речовини 3-х твердих тіл правильної геометричної форми.

**Обладнання:** штангенциркуль, мікрометр, технічні терези Т-200, набір тягарців, тіла правильної геометричної форми.

### Теоретичні відомості

Густина однорідної речовини твердого тіла чисельно рівна відношенню маси тіла  $m$  до його об'єму  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} . \quad (1.1)$$

Для неоднорідної речовини за формулою (1.1) визначають середню густину речовини.

Об'єм тіла правильної геометричної форми визначають за відомими формулами геометрії. Об'єм прямокутного паралелепіпеда визначається за формулою:

$$V = abc , \quad (1.2)$$

де  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – лінійні розміри паралелепіпеда. Об'єм циліндра визначається за формулою:

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4} , \quad (1.3)$$

де  $d$  – діаметр циліндра,  $h$  – висота. Об'єм кулі визначають за формулою:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi d^3 , \quad (1.4)$$

де  $r$  – радіус кулі,  $d$  – діаметр кулі.

Підставляючи (1.2) – (1.4) в (1.1), дістанемо:

– для прямокутного паралелепіпеда:

$$\rho = \frac{m}{abc} , \quad (1.5)$$

– для циліндра:

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h} , \quad (1.6)$$

– для кулі:

$$\rho = \frac{6m}{\pi d^3} , \quad (1.7)$$

Для вимірювання лінійних розмірів у роботі пропонується використати штангенциркуль та мікрометр, для вимірювання маси – технічні терези Т-200 та набір тягарців.

*Штангенциркуль* (рис. 1.1) – прилад для вимірювання лінійних розмірів з точністю до 0,1 мм. Штангенциркуль складається із сталюї лінійки (штанги) 1 з міліметровими поділками (основна шкала), відносно якої переміщується рамка 2 з ноніусом, і двох пар губок (ніжок) – нерухомих 3, 4 і рухомих 5, 6. При зімкнутих губ-

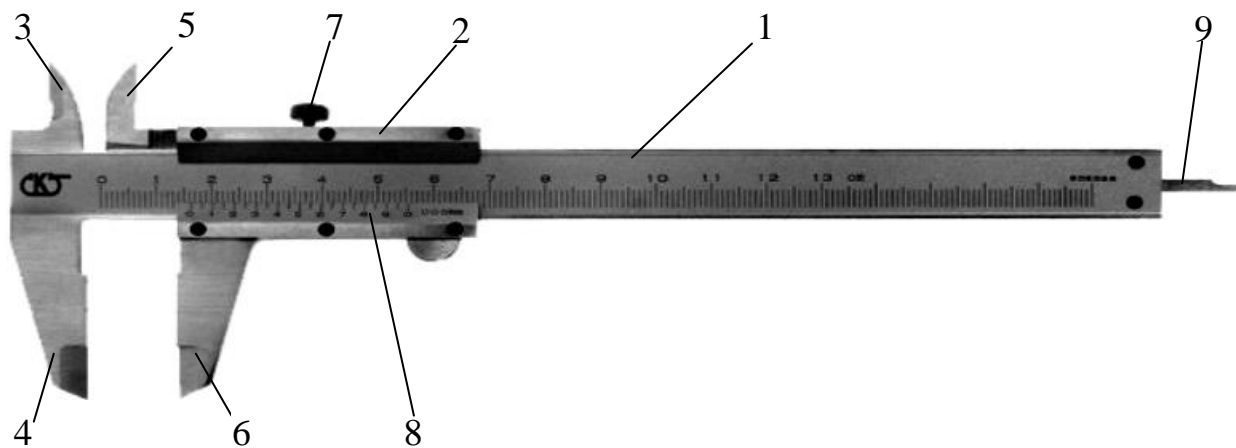
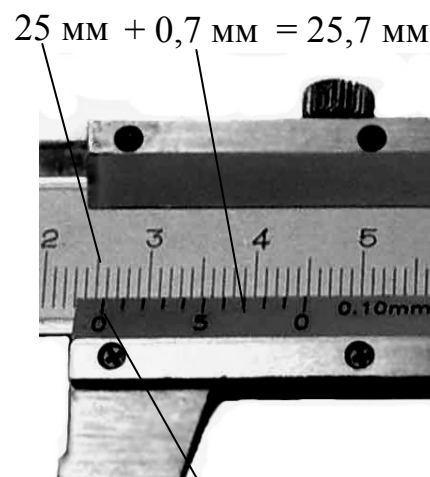


Рис. 1.1

ках відлік за ноніусом дорівнює нулю. Для вимірювання зовнішніх розмірів, між губками 4, 6 затискають деталь. Закріплюють рухому губку на штанзі стопорним гвинтом 7 і роблять відлік за ноніусом 8. *Ноніус* – це додаткова шкала до звичайного масштабу, яка дає змогу підвищити точність вимірювання в 10 разів. Для вимірювання внутрішніх розмірів деталі є калібровані губки 3, 5. Загальна ширина їх при зведених губках найчастіше дорівнює 10 мм; цей розмір треба додавати до відліку за шкалою. Деякі штангенциркулі мають також висувні лінійки 9 для вимірювання глибини не наскрізних отворів.

*Вимірювання проводять наступним чином.* Нульова поділка ноніуса вказує на основній шкалі ціле число міліметрів (наприклад, 25 мм – див. рис. 1.2). Ноніус дозволяє виміряти десяті долі міліметрів. Для цього шукають першу поділку ноніуса, яка збігається з будь-якою поділкою основної шкали (наприклад, це буде 7-а поділка ноніуса). Тоді виміряний лінійний розмір буде рівний 25,7 мм. Якщо нульова поділка ноніуса збігається з поділкою на основній шкалі, то в нашому прикладі (рис. 1.2) довжина буде рівна 26,0 мм.



нульова поділка

Рис. 1.2

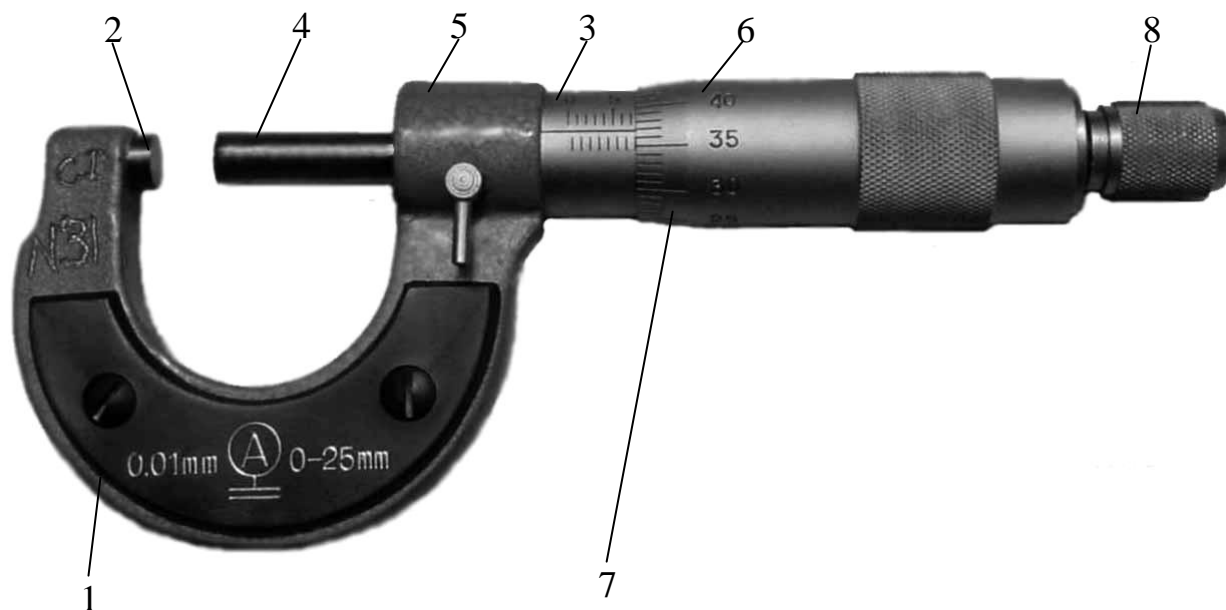
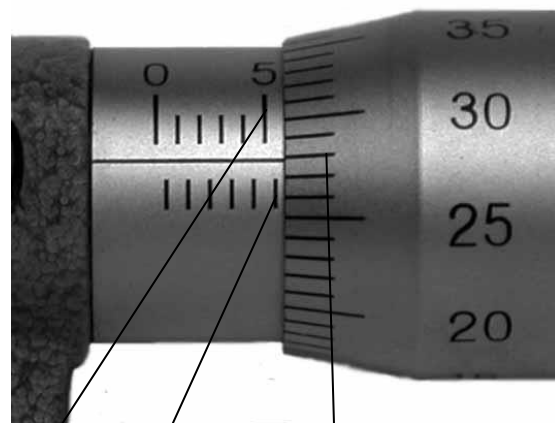


Рис. 1.3

*Мікрометр* (рис. 1.3) – це інструмент для вимірювання лінійних розмірів з точністю до 0,01 мм. Він складається із сталюї скоби 2, що має нерухому опорну п'яту 2, стебла 3, мікрометричного гвинта 4 і стопорного гвинта 5. Мікрометричний гвинт переміщується всередині спеціальної гільзи з різьбою, закріпленою в стеблі 3. На зовнішній поверхні стебла нанесено дві поздовжні шкали, зсунуті одна відносно одної на 0,5 мм. Зовні стебло охоплює барабан 6, з'єднаний з мікрометричним гвинтом. Таким чином, при обертанні барабана обертається і гвинт; при цьому переміщується його вимірювальна поверхня 4. Дія мікрометра ґрунтується на властивості гвинта здійснювати при повороті його поступальне переміщення, пропорційне куту повороту. Скошений обід 7 барабана поділено на 50 однакових поділок. На правому кінці барабана є особливий фрикційний пристрій – тріскачка 8. *При вимірюванні слід обертати барабан тільки за голівку тріскачки!* Деталь при вимірюванні затискається між п'ятою 2 і мікрометричним гвинтом 4. Після того, як досягнуто певного ступеня натиску на деталь (5–6 Н), фрикційна голівка починає проковзувати, даючи характерний тріск. Завдяки цьому затиснута деталь деформується порівняно мало (її розміри не спотворюються) і, крім того, це запобігає псуванню мікрометричного гвинта. Для відлічування показів мікрометра по шкалі стебла визначають ціле число (верхня шкала) і половини (нижня шкала) міліметрів. Для відлічування сотих часток міліметра користуються поділками на барабані.



$$5 \text{ мм} + 0,5 \text{ мм} + 0,28 \text{ мм} = 5,78 \text{ мм}$$

Рис. 1.4

*Наприклад*, на верхній шкалі барабан відлічує 5 мм (рис. 1.4), на нижній шкалі барабан *перетнув* половинку між позначками 5 та (+0,5 мм), а лінія на стеблі мікрометра відлічує на барабані 28-му позначку (+0,28 мм). Тоді вимірювана довжина рівна 5,78 мм.

Основною робочою частиною *технічних терезів Т-200* (рис. 1.5) є рівноплече коромисло 1, на кінці якого за допомогою двох серг 2 і стремен підвішені шальки терезів 3. Посередині коромисла закріплена довга стрілка 6. Коромисло має три тригранні призми: центральною призмою воно спирається на подушку в штоці аретира, який міститься всередині колонки 7, встановленої на станині 4, 5 – рукоятка аретира. *Аретир* – пристрій, який зупиняє



Рис. 1.5

коливання терезів, а також звільняє призми від навантаження, щоб запобігти пошкодженням відповідальних частин під час транспортування та тоді, коли на терезах не виконують зважування. Щоб привести терези в робочий стан, рукояткою 5 відкривають аретир.

Терези – точний вимірювальний прилад. Вони потребують особливо суворого дотримання правил експлуатації. Перед початком зважування терези встановлюють за виском і перевіряють правильність їхньої роботи (однаковість відхилення вправо і вліво стрілки вільних, не навантажених терезів).

Гарячі, сильно охолоджені і мокрі предмети зважувати не рекомендується.

*Класти тягарці на шальки терезів і знімати їх потрібно пінцетом при закритому аретирі. Спочатку кладуть тягарець, маса якого вважається найбільш близькою до маси предмета, що зважується, потім, послідовно замінюючи або додаючи менші тягарці, досягають рівноваги терезів. Аретир повертають рівномірно і повільно.*

Кожні терези розраховані на певне, гранично допустиме навантаження, яке зазначається на терезах.

### Порядок виконання роботи

1. Отримати від викладача три тіла різної геометричної форми (прямокутний паралелепіпед, циліндр і кулю).

2. Виміряти масу  $m$  кожного тіла, за допомогою технічних терезів Т-200. Вимірювання виконати не менше 3 разів. Результати занести до таблиць 1.1, 1.2 і 1.3, відповідно до форми тіла.

3. Зробити вимірювання величин, необхідних для визначення густини даних тіл за допомогою штангенциркуля або мікрометра. Вимірювання виконати не менше 3 разів. Результати занести до таблиць 1.1, 1.2 і 1.3, відповідно до форми тіла.

**Таблиця 1.1. Результати вимірювання для прямокутного паралелепіпеда**

| №                     | $m$ , кг | $a$ , м | $b$ , м | $c$ , м |
|-----------------------|----------|---------|---------|---------|
| 1                     |          |         |         |         |
| 2                     |          |         |         |         |
| 3                     |          |         |         |         |
| сер                   |          |         |         |         |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |          |         |         |         |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |          |         |         |         |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |          |         |         |         |

**Таблиця 1.2. Результати вимірювання для циліндра**

| №                     | $m$ , кг | $d$ , м | $h$ , м |
|-----------------------|----------|---------|---------|
| 1                     |          |         |         |
| 2                     |          |         |         |
| 3                     |          |         |         |
| сер                   |          |         |         |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |          |         |         |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |          |         |         |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |          |         |         |

**Таблиця 1.3. Результати вимірювання для кулі.**

| №                     | $m$ , кг | $d$ , м |
|-----------------------|----------|---------|
| 1                     |          |         |
| 2                     |          |         |
| 3                     |          |         |
| сер                   |          |         |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |          |         |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |          |         |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |          |         |

4. Вписати до таблиць 1.1 – 1.3 систематичні похибки приладів з таблиці 1.1 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами.

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

5. Розрахувати густину речовини  $\rho$  для кожного твердого тіла за формулами (1.5), (1.6) або (1.7) відповідно до форми тіла. Результати розрахунків занести до таблиці 1.4.

6. Розрахувати відносні похибки вимірювання густини за формулами (1.8). Результати розрахунків занести до таблиці 1.4.

$$\varepsilon_{\rho_{\text{пар}}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c}, \quad \varepsilon_{\rho_{\text{цил}}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h}, \quad \varepsilon_{\rho_{\text{кул}}} = \frac{\Delta m}{m} + 3\frac{\Delta d}{d}. \quad (1.8)$$

7. Розрахувати абсолютні похибки вимірювання густини за формулою  $\Delta\rho = \rho\varepsilon_{\rho}$ . Результати розрахунків занести до таблиці 1.4.

8. Вписати до таблиці 1,4 назви речовин, з яких виготовлені тіла, з таблиці 5 додатків вписати табличні значення густин для відповідних речовин. Порівняти отримані результати з табличними даними. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $\rho - \Delta\rho \leq \rho_{\text{табл}} \leq \rho + \Delta\rho$ , та зробити висновок про коректний результат.

**Таблиця 1.4. Результати розрахунків**

| Паралелепіпед,<br>матеріал    |                                     |  |                             | Циліндр,<br>матеріал          |                                     |  |                             | Куля,<br>матеріал             |                                     |  |                             |
|-------------------------------|-------------------------------------|--|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|--|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|--|-----------------------------|
| $\rho$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | $\Delta\rho$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | $\rho_{\text{таб}}$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | $\varepsilon_{\rho}$ ,<br>% | $\rho$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | $\Delta\rho$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | $\rho_{\text{таб}}$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | $\varepsilon_{\rho}$ ,<br>% | $\rho$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | $\Delta\rho$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | $\rho_{\text{таб}}$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | $\varepsilon_{\rho}$ ,<br>% |
|                               |                                     |  |                             |                               |                                     |  |                             |                               |                                     |  |                             |

### Контрольні запитання

1. Дайте визначення густині речовини. Яка розмірність густини речовини в СІ?
2. Від чого залежить густина речовини?
3. Пояснити метод ноніусу.
4. Пояснити метод мікрометричного гвинта.
5. Який порядок зважування на технічних терезах Т-200?
6. Які є методи визначення об'єму тіла неправильної геометричної форми?

## Лабораторна робота №2

### Вивчення рівноприскореного руху за допомогою приладу Атвуда

**Мета роботи:** переконатися, що прискорення тіла при рівноприскореному русі не залежить від переміщення, визначити прискорення вільного падіння.

**Обладнання:** установка FPM-02 (прилад Атвуда).

#### Теоретичні відомості

Основні кінематичні характеристики рівноприскореного руху мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \text{const}; \\ \vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{a}t; \\ \vec{s} &= \vec{v}_0t + \frac{\vec{a}t^2}{2}, \end{aligned}$$

де:  $\vec{a}$  – прискорення,  $\vec{v}_0$  – початкова швидкість,  $\vec{s}$  – переміщення,  $\vec{v}$  – кінцева швидкість,  $t$  – час. Перевірити ці співвідношення можна за допомогою приладу Атвуда, принципова схема якого зображена на рис. 2.1.

Через ролик, закріплений на підшипнику так, щоб він міг обертатись із найменшим опором, проходить нитка із двома однаковими циліндрами на кінцях (тягарцями масою  $M$  кожний). При цьому система знаходиться в стані рівноваги.

Якщо на один з циліндрів покласти невеликий додатковий тягар масою  $m$ , то вся система масою  $2M + m$  одержить під дією прикладених сил сталі прискорення  $a$  і, пересуваючись з цим прискоренням із стану спокою, здійснить за час  $\tau$  переміщення

$$h = \frac{a\tau^2}{2} \quad (2.1)$$

та набуде швидкості

$$v = a\tau. \quad (2.2)$$

На деякій висоті  $H$  закріплене кільце, через яке проходить циліндр, але не проходить додатковий тягар. Коли додатковий тягар буде знятий на кільці, то циліндр здійснить за час  $t$ , тепер вже при *рівномірному* русі, переміщення

$$H = vt. \quad (2.3)$$

Таким чином, задаючи значення  $h$  і  $H$ , та вимірюючи час рівномірного руху  $t$  можна знайти за допомогою рівнянь (2.1) – (2.3) прискорення циліндра

$$a = \frac{H^2}{2ht^2}. \quad (2.4)$$

Оскільки рух циліндра на верхній ділянці шляху є рівноприскореним, то, змінюючи переміщення циліндра, можна переконатися в тому, що його прискорення не змінюється.

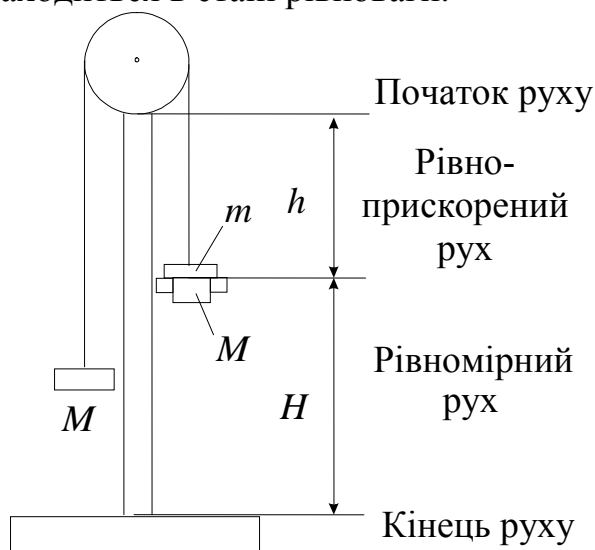


Рис. 2.1

Якщо нехтувати силами тертя, масою нитки, а також вважати нитку нерозтяжною, то, записавши другий закон Ньютона для обох циліндрів під час руху на ділянці рівноприскореного руху, отримаємо:

$$a = \frac{mg}{2M + m}. \quad (2.5)$$

З формул (2.4) – (2.5) можна знайти прискорення вільного падіння:

$$g = \frac{2M + m}{m} \cdot \frac{H^2}{2ht^2}, \quad (2.6)$$

де  $M$  – маса кожного з циліндрів,  $m$  – маса додаткового тягара (вказана на його поверхні),  $h$  – шлях рівноприскореного рух системи тягарців від початкового положення до кільця,  $H$  – шлях рівномірного руху системи тягарців від кільця Р до зупинки,  $t$  – час, за який система пройшла шлях  $H$ .

Загальний вигляд приладу Атвуда зображено на рис. 2.2. На вертикальному штативі, закріпленому на основі, містяться три кронштейни: нерухомий нижній кронштейн 7 та два рухомих кронштейни: середній 6 та верхній 5. За допомогою гвинтів на основі приладу можна встановити основу горизонтально.

На втулці закріплений блок 1 та електромагніт 4. Через блок проходить нитка із закріпленими на її кінцях однаковими циліндрами 2а та 2б. За допомогою електромагніта система утримується в стані спокою. Верхній та середній кронштейни можна переміщувати та фіксувати в довільному положенні, змінюючи таким чином ділянки рівноприскореного та рівномірного рухів. Верхній кронштейн має додаткову поділку, яка полегшує точне узгодження нижньої грані верхнього тягара з початком шляху руху. На середньому кронштейні кріпиться кільце 10 та фотоелектричний датчик 8. Кільце знімає з падаючого циліндра додатковий тягар 3, а фотоелектричний датчик у цей момент утворює електричний імпульс, який сигналізує про початок рівномірного руху циліндрів. Нижній кронштейн містить другий фотоелектричний датчик 9. Після перетинання осі цього датчика нижньою поверхнею циліндра утворюється електричний імпульс, який сигналізує про проходження тягарцями шляху  $H$ . Проміжок часу  $t$  між імпульсами фотоелектричних датчиків вимірюється за допомогою секундоміра на блоці 11.

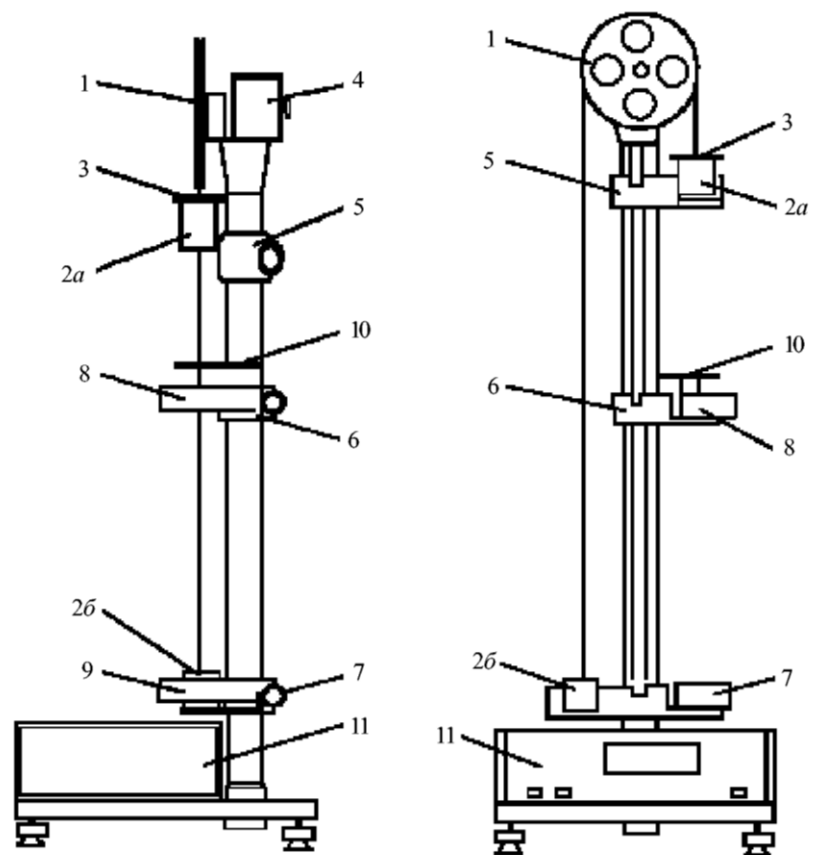


Рис. 2.2



### Порядок виконання роботи

1. Встановити основу приладу горизонтально за допомогою регулюючих ніжок, заземлити прилад, ввімкнути прилад в електричну мережу, натиснути кнопку “СЕТЬ” та перевірити, чи показують нуль індикатори секундоміра.

2. Встановити середній кронштейн  $\delta$  (рис. 2.2) на задане у таблиці 2.3 значення  $H_1$ . Визначити значення  $h_1$  та занести його до таблиці 2.1. Покласти на правий циліндр додатковий тягар  $3$  (рис. 2.2) потрібної маси  $m$  відповідно до таблиці 2.3.

3. Перемістити правий циліндр у верхнє положення та сумістити нижню грань правого циліндра з рисою на верхньому кронштейні.

4. Натиснути кнопку ПУСК та виміряти час  $t_1$  руху правого циліндра на ділянці рівномірного руху. Результати вимірювань занести до таблиці 2.1.

5. Виконати пункти 2 – 4 ще два рази.

6. Виконати пункти 2 – 5 для заданого у таблиці 2.3 значення  $H_2$  та виміряти час  $t_2$ . Результати вимірювань занести до таблиці 2.1.

Таблиця 2.1. Результати вимірювань

| №                     | $t_1, \text{с}$ | $t_2, \text{с}$ | $H_1, \text{м}$ | $h_1, \text{м}$ | $H_2, \text{м}$ | $h_2, \text{м}$ | $M, \text{кг}$ | $m, \text{кг}$ |
|-----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|
| 1                     |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                |                |
| 2                     |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                |                |
| 3                     |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                |                |
| сер                   |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                |                |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                |                |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                |                |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                |                |

7. Вписати до таблиці 2.1 систематичні похибки установки з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

8. Розрахувати прискорення  $a_1$  при першому значенні переміщення  $h_1$  правого циліндра з тягарцем та прискорення  $a_2$  при другому значенні переміщення  $h_2$  за формулою (2.4). Результати розрахунків занести до таблиці 2.2.

9. Розрахувати відносні похибки  $\varepsilon_{a_1}$  та  $\varepsilon_{a_2}$  за формулою (2.7). Результати розрахунків занести до таблиці 2.2.

$$\varepsilon_a = 2 \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta h}{h} + 2 \frac{\Delta t}{t}, \quad (2.7)$$

10. Розрахувати абсолютні похибки  $\Delta a_1$  і  $\Delta a_2$  за формулою  $\Delta a = a \varepsilon_a$ . Результати розрахунків занести до таблиці 2.2.

11. Порівняти виміряні прискорення  $a_1$  та  $a_2$ . Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $|a_1 - a_2| \leq (\Delta a_1 + \Delta a_2)$ . Упевнитися, що прискорення циліндра при рівноприскореному русі не залежить від переміщення.

12. Розрахувати прискорення вільного падіння за формулою (2.6), прийнявши  $H = H_1$ ,  $h = h_1$ ,  $t = t_1$ . Результати розрахунків занести до таблиці 2.2.

13. Розрахувати відносну похибку  $\varepsilon_g$  вимірювання прискорення вільного падіння за формулою (2.8). Результати розрахунків занести до таблиці 2.2.

$$\varepsilon_g = \frac{2\Delta M + \Delta m}{2M + m} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta H}{H} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{2\Delta t}{t}. \quad (2.8)$$

14. Розрахувати абсолютну похибку  $\Delta g$  вимірювання прискорення вільного падіння за формулою  $\Delta g = g\varepsilon_g$ . Результати розрахунків занести до таблиці 2.2.

15. Записати кінцевий результат у вигляді:  $g = g_{\text{сер}} \pm \Delta g$ ;  $\varepsilon = \dots\%$ .

16. Виписати до таблиці 2.2 табличне значення прискорення вільного падіння з додатків. Порівняти отримане значення прискорення вільного падіння з табличним. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $g - \Delta g \leq g_{\text{табл}} \leq g + \Delta g$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання досліду.

**Таблиця 2.2. Результати розрахунків**

| $a_1$ ,<br>м/с <sup>2</sup> | $\Delta a_1$ ,<br>м/с <sup>2</sup> | $\varepsilon_{a1}$ ,<br>% | $a_2$ ,<br>м/с <sup>2</sup> | $\Delta a_2$ ,<br>м/с <sup>2</sup> | $\varepsilon_{a2}$ ,<br>% | $ a_1 - a_2 $ ,<br>м/с <sup>2</sup> | $(\Delta a_1 + \Delta a_2)$ ,<br>м/с <sup>2</sup> | $g$ ,<br>м/с <sup>2</sup> | $\Delta g$ ,<br>м/с <sup>2</sup> | $\varepsilon_g$ ,<br>% | $g_{\text{табл}}$ ,<br>м/с <sup>2</sup> |
|-----------------------------|------------------------------------|---------------------------|-----------------------------|------------------------------------|---------------------------|-------------------------------------|---|---------------------------|----------------------------------|------------------------|---|
|                             |                                    |                           |                             |                                    |                           |                                     |   |                           |                                  |                        |   |

**Таблиця 2.3. Індивідуальні завдання**

| № бригади | $m$ , г | $H_1$ , см | $H_2$ , см |
|-----------|---------|------------|------------|
| 1         | 6       | 26         | 20         |
| 2         | 16      | 26         | 20         |
| 3         | 8       | 26         | 20         |
| 4         | 14      | 26         | 20         |
| 5         | 6       | 30         | 24         |
| 6         | 8       | 30         | 24         |
| 7         | 16      | 30         | 24         |
| 8         | 8       | 25         | 24         |
| 9         | 14      | 25         | 24         |
| 10        | 6       | 25         | 24         |

### Контрольні запитання

1. Дайте означення прямолінійного рівномірного руху. Що таке швидкість?
2. Як залежать переміщення, швидкість та прискорення від часу при рівномірному русі?
3. Дайте означення прямолінійного рівноприскореного руху. Що таке прискорення? Від чого воно залежить?
4. Як залежать переміщення, швидкість та прискорення від часу при рівноприскореному русі?
5. Дайте означення миттєвої швидкості. Що таке середня швидкість?

# Лабораторна робота №3

## Вимірювання коефіцієнта тертя ковзання за допомогою трибметра

**Мета роботи:** виміряти коефіцієнт тертя ковзання за допомогою трибметра, перевірити закон Амонтона-Кулона.

**Обладнання:** плоский трибметр, брусок, додаткові тягарі по 100 г, технічні терези Т-200, набір тягарців, рівень.

### Теоретичні відомості

Тертя ковзання виникає при русі одна відносно одної двох твердих поверхонь, що дотикаються. Відповідно до закону Амонтона-Кулона сила тертя ковзання пропорційна силі нормальної реакції і не залежить ані від площі поверхонь, що дотикаються, ані від швидкості відносного руху:

$$F_{\text{тр}} = \mu N, \quad (3.1)$$

де  $N$  – модуль сили реакції опори,  $\mu$  – коефіцієнт тертя ковзання.

Коефіцієнт тертя  $\mu$  залежить від матеріалу тіл, що взаємодіють, від якості обробки поверхонь, забруднення і змащення. Закон Амонтона-Кулона можна застосовувати для наближеного розрахунку сил тертя при не досить великих швидкостях і тисках.

Досить часто тертя між деталями машин і механізмів є небажаним. Силу тертя ковзання можна зменшити, вносячи між поверхнями, що дотикаються, шар мастила. В цьому випадку сили тертя ковзання замінюються силами внутрішнього тертя, які можуть бути в сотні разів меншими. При наявності змащення також можна застосовувати закон Амонтона-Кулона, але з використанням коефіцієнта в'язкого тертя. Ще одним способом зменшення сили тертя є заміна тертя ковзання тертям кочення.

Для вимірювання сил тертя можна використовувати плоский трибметр (рис. 3.1), що являє собою площину, кут нахилу  $\alpha$  якої може змінюватися. На площині встановлено ролик для нитки, до якої з одного кінця приєднаний брусок масою  $m_0$ , що рухається по площині, а з іншого – чашка масою  $m_ч$  з тягарцями масою  $m_т$ .

Розглянувши сили, які діють на брусок та тягарець (рис. 3.1) при рівномірному русі бруска вгору, а тягарця вниз, можна записати другий закон Ньютона для цих двох тіл:

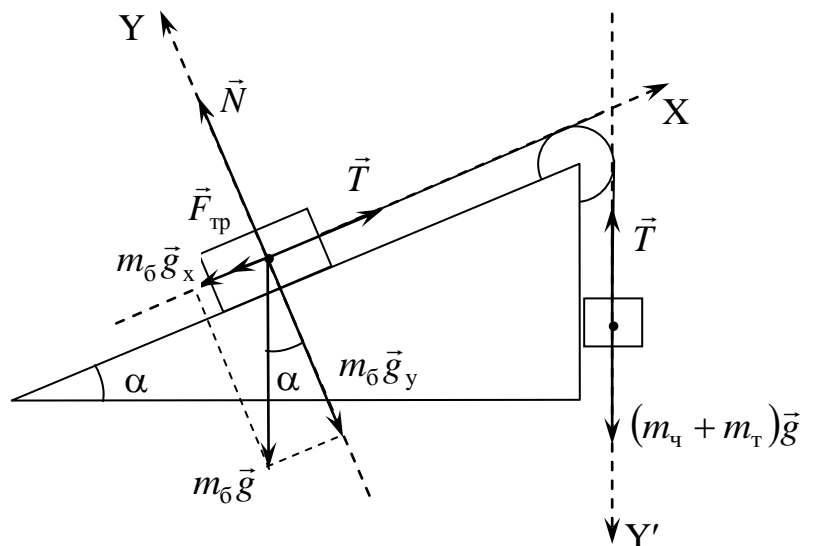


Рис. 3.1

$$\begin{cases} m_6 \vec{g} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0 \\ (m_ч + m_т) \vec{g} + \vec{T} = 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Запишемо (3.2) в проекціях на осі:

$$\begin{cases} N = m_6 g \cos \alpha \\ T = m_6 g \sin \alpha + \mu N \\ T = (m_ч + m_т) g \end{cases} \quad (3.3)$$

Розв'язавши систему рівнянь (3.3) отримаємо

$$\mu = \frac{m_ч + m_т}{m_6 \cos \alpha_1} - \operatorname{tg} \alpha_1. \quad (3.4)$$

Аналогічно виводиться формула для визначення  $\mu$  під час рівномірного руху бруска вниз, а чашки з тягарцями вгору:

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha_2 - \frac{m_ч + m_т}{m_6 \cos \alpha_2}. \quad (3.5)$$

Якщо брусок рухатиметься рівномірно вниз без чашки з тягарцями, то (3.5) набуде вигляду

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha_3. \quad (3.6)$$

Кут нахилу, що визначається рівністю (3.6), називається *кутом тертя*, а умовою збереження системи тіл у спокої за рахунок сил тертя є *нахил площини під кутом менше кута тертя*. Цією умовою широко користуються в техніці, і зокрема, різьба на болтах і гайках, в домкратах і пресах повинна бути менше кута тертя (з урахуванням змащення), щоб гвинти і гайки самі не розкручувалися, домкрати утримували піднятий вантаж, а прес зберігав наданий при закручуванні гвинта тиск.

### Порядок виконання роботи

#### Дослід 1. Вимірювання коефіцієнта тертя ковзання.

1. Виміряти маси бруска  $m_6$  та чашки  $m_ч$ . Результати вимірювань занести до таблиці 3.1.

2. Відпустити затискач трибометра, підняти площину у верхнє положення і затиснути. Покласти брусок на площину, причепити до нього через нитку чашку з тягарцями масою менше  $\frac{1}{2}$  маси бруска. Відпустити затискач і повільно зменшувати кут нахилу площини до тих пір, поки брусок не почне ковзати вгору. Для подолання явища застою постукувати молоточком по пластині. Виміряти  $\alpha_1$  та записати результати вимірювання до таблиці 3.1 (перша строка таблиці). Розрахувати за формулою (3.4) коефіцієнт тертя ковзання  $\mu_1$ .

3. Встановити площину в горизонтальне положення. Підібрати тягарці масою менше  $\frac{1}{4}$  маси бруска. Повільно підіймаючи площину і, постукуючи молоточком по пластині, знайти кут  $\alpha_2$ , при якому брусок починає ковзати вниз по пластині. Виміряти  $\alpha_2$  та записати результати вимірювання до таблиці 3.1 (друга строка таблиці). Розрахувати за формулою (3.5) коефіцієнт тертя ковзання  $\mu_2$ .

4. Покласти брусок без чашки на середину пластини, повільно підіймаючи та постукуючи по пластинці, знайти кут нахилу  $\alpha_3$ , при якому брусок починає ковзати

вниз. Виміряти  $\alpha_3$  та записати результати вимірювання до таблиці 3.1 (третя строка таблиці). За формулою (3.6) знайти  $\mu_3$ .

5. Розрахувати середнє значення  $\mu_{\text{сер}}$  коефіцієнта тертя ковзання. Розрахувати похибки як для прямого вимірювання, нехтуючи інструментальними, за формулами

$$\Delta\mu \approx \Delta\mu_{\text{вип}} = 1,76\sqrt{(\mu_{\text{сер}} - \mu_1)^2 + (\mu_{\text{сер}} - \mu_2)^2 + (\mu_{\text{сер}} - \mu_3)^2}, \quad \varepsilon_{\mu} = \frac{\Delta\mu}{\mu_{\text{сер}}}. \quad (3.7)$$

Результати розрахунків занести до таблиці 3.1.

6. З таблиці 8 додатків виписати до таблиці 3.1 табличне значення коефіцієнт тертя ковзання. Порівняти отриманий результат з табличними даними. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $\mu - \Delta\mu \leq \mu_{\text{табл}} \leq \mu + \Delta\mu$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання дослідів.

**Таблиця 3.1. Результати вимірювань та розрахунків для дослідів 1**

| №   | $m_{\text{б}}$ , КГ | $m_{\text{ч}}$ , КГ | $m_{\text{т}}$ , КГ | $\alpha$ , град | $\mu$ | $\Delta\mu$ | $\varepsilon_{\mu}$ , % | $\mu_{\text{табл}}$ |
|-----|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------|-------|-------------|-------------------------|---------------------|
| 1   |                     |                     |                     |                 |       |             |                         |                     |
| 2   |                     |                     |                     |                 |       |             |                         |                     |
| 3   |                     |                     |                     |                 |       |             |                         |                     |
| сер | —                   | —                   | —                   | —               |       |             |                         |                     |

**Дослід 2. Перевірка закону Амонтона-Кулона.**

1. Встановити трибометр горизонтально за допомогою рівня, помістити на нього брусок з чашкою та навантажити чашку тягарцями так, щоб брусок рухався рівномірно. Занести до таблиці 3.2 маси бруска  $m_{\text{б1}}$  та тягарців  $m_{\text{т1}}$ . Дослід провести три рази.

2. Повторити попередній дослід, навантаживши брусок додатковим тягарем згідно таблиці 3.4. Занести до таблиці 3.2 маси бруска  $m_{\text{б2}}$  та тягарців  $m_{\text{т2}}$ .

**Таблиця 3.2. Результати вимірювань для дослідів 2**

| №                     | $m_{\text{б1}}$ , КГ | $m_{\text{т1}}$ , КГ | $m_{\text{б2}}$ , КГ | $m_{\text{т2}}$ , КГ |
|-----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1                     |                      |                      |                      |                      |
| 2                     |                      |                      |                      |                      |
| 3                     |                      |                      |                      |                      |
| сер                   |                      |                      |                      |                      |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |                      |                      |                      |                      |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |                      |                      |                      |                      |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |                      |                      |                      |                      |

3. Розрахувати коефіцієнти тертя ковзання  $\mu_1$  та  $\mu_2$  за формулою (3.4). Результати розрахунків занести до таблиці 3.3.

4. Розрахувати відносні похибки  $\varepsilon_{\mu1}$  та  $\varepsilon_{\mu2}$ , за формулою (3.7). Результати розрахунків занести до таблиці 3.3.

$$\varepsilon_{\mu} = \frac{\Delta m_{\text{ч}} + \Delta m_{\text{Т}}}{m_{\text{ч}} + m_{\text{Т}}} + \frac{\Delta m_{\text{б}}}{m_{\text{б}}}. \quad (3.7)$$

5. Розрахувати абсолютні похибки  $\Delta\mu_1$  і  $\Delta\mu_2$  за формулою  $\Delta\mu = \mu\varepsilon_{\mu}$ . Результати розрахунків занести до таблиці 3.3.

6. Порівняти отримані значення  $\mu_1$  та  $\mu_2$ . Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $|\mu_1 - \mu_2| \leq (\Delta\mu_1 + \Delta\mu_2)$ , та зробити висновок про те, чи змінюється коефіцієнт тертя ковзання під час зміни сили реакції опори, тобто про справедливість закону Амонтона-Кулона.

**Таблиця 3.3. Результати розрахунків для досліду 2**

| $\mu_1$ | $\Delta\mu_1$ | $\varepsilon_{\mu 1}, \%$ | $\mu_2$ | $\Delta\mu_2$ | $\varepsilon_{\mu 2}, \%$ | $ \mu_1 - \mu_2 $ | $(\Delta\mu_1 + \Delta\mu_2)$ |
|---------|---------------|---------------------------|---------|---------------|---------------------------|-------------------|-------------------------------|
|         |               |                           |         |               |                           |                   |                               |

**Таблиця 3.4. Індивідуальні завдання**

| № бригади   | Маса додаткового тягаря, г |
|-------------|----------------------------|
| 1, 4, 7, 10 | 100                        |
| 2, 5, 8     | 200                        |
| 3, 6, 9     | 300                        |

### Контрольні запитання

1. Що таке явище тертя? Які види тертя ви знаєте?
2. Пояснити виникнення тертя ковзання.
3. Від чого залежить коефіцієнт тертя ковзання?
4. Де використовується і де шкодить явище тертя?
5. Перерахуйте способи зменшення сили тертя.
6. Як сила тертя ковзання залежить від якості обробки поверхонь?

## Лабораторна робота №4

### Вимірювання коефіцієнта тертя кочення за допомогою похилого маятника

**Мета роботи:** виміряти коефіцієнт тертя кочення за допомогою похилого маятника.

**Обладнання:** установка FPM-07, набір пластин та куль для дослідження, мікрометр.

#### Теоретичні відомості

Тертя кочення виникає під час кочення циліндричного або сферичного тіла по поверхні іншого тіла. Шарль Кулон дослідним шляхом встановив, що модуль сили тертя кочення  $\vec{F}_{тр}$  прямо пропорційний модулю сили нормальної реакції  $\vec{N}$  і обернено пропорційний радіусу  $R$  циліндра (кулі, колеса):

$$F_{тр\ коч} = \mu_k \frac{N}{R}, \quad (4.1)$$

де  $\mu_k$  – коефіцієнт тертя кочення. Коефіцієнт тертя кочення не залежить від швидкості кочення і радіусу циліндра, а залежить від матеріалів, з яких виготовлені взаємодіючі тіла, стану їх поверхонь тощо.

Для дослідження тертя кочення в даній роботі використовується метод похилого маятника, запропонований А. С. Ахматовим. Похилий маятник FPM-07 зображений на рис. 4.1. В основі 2 закріплена труба 3, на якій змонтований корпус 4. Корпус з'єднаний з кронштейном 5 за допомогою осі. У кронштейні закріплена колонка 8, на якій підвішена на нитці куля з покажчиком 9. У кронштейні також вставляються зразки 10. Для нахилу маятника використовується ворот 11, для вимірювання кута нахилу маятника – шкала 7, для вимірювання кута відхилення кульки – шкала 6.

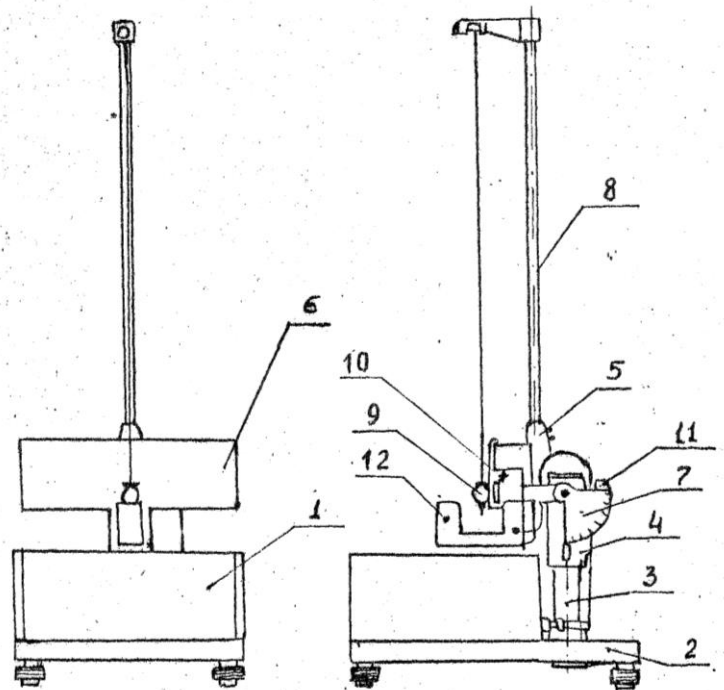


Рис. 4.1

Формулу для розрахунку  $\mu_k$  можна отримати із закону про зміну повної механічної енергії. За  $n$  повних коливань кулька із положення 1 (рис. 4.2) переміститься в положення 3. Зміна повної механічної енергії  $\Delta E$  при цьому буде рівна роботі сил опору  $A$  на подолання деякого шляху  $s$ :

$$\Delta E = A. \quad (4.2)$$

Кінетична енергія в точках 1 і 2 рівна нулю, силами опору середовища і тертя в підвісі маятника нехтуємо. Тому формула (4.2) матиме такий вигляд:

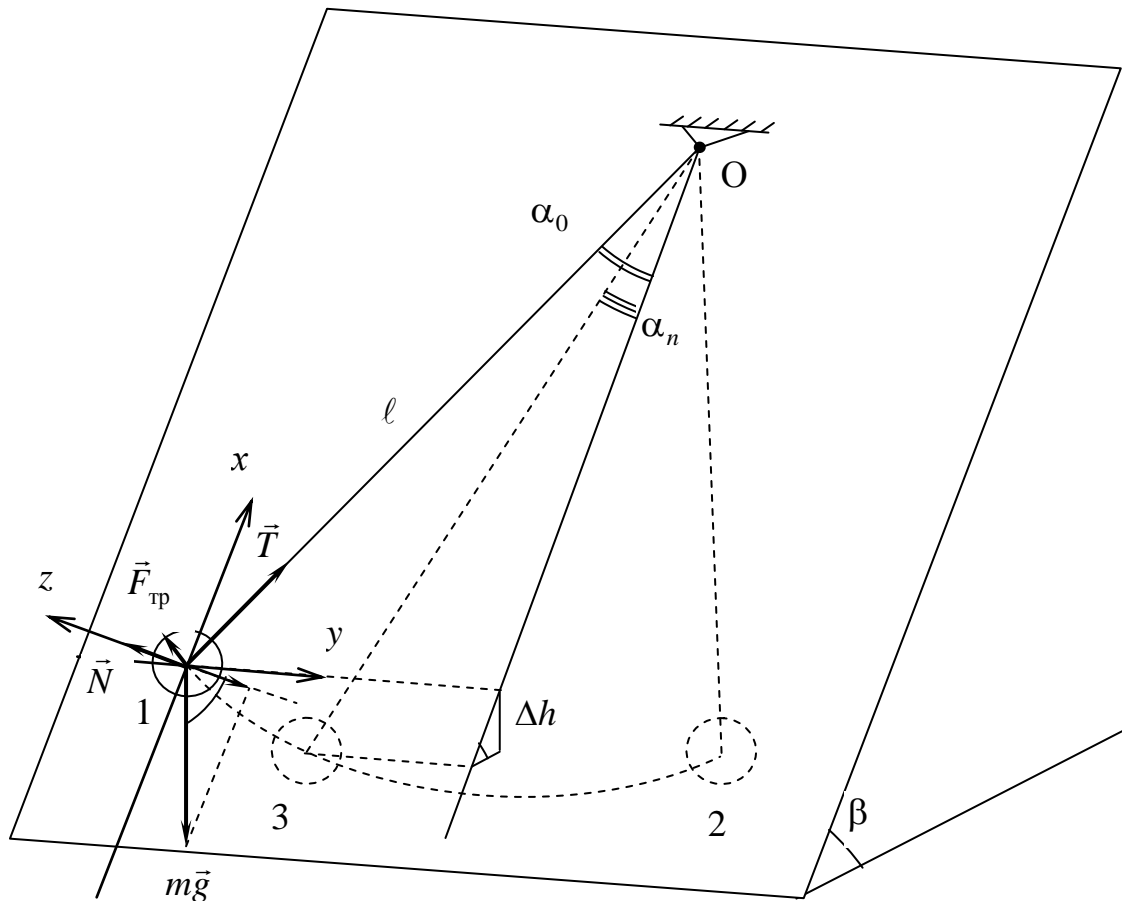


Рис. 4.2

$$mg\Delta h = F_{\text{тр}} s. \quad (4.3)$$

Зміна висоти кульки відносно основи установки дорівнює

$$\Delta h = (\ell \cos \alpha_n - \ell \cos \alpha_0) \sin \beta. \quad (4.4)$$

Враховуючи невелику різницю між  $\alpha_0$  та  $\alpha_n$ , а також їх малість, шлях, що пройшла кулька за  $n$  повних коливань, дорівнює

$$s \approx 2n(\ell \alpha_0 + \ell \alpha_n), \quad (4.5)$$

де  $\alpha_0$  та  $\alpha_n$  в радіанах.

Якщо провести осі координат так, як показано на рис. 4.2 (початок співпадає з центром мас кулі в початковому положенні, осі  $OX$  та  $OY$  знаходяться в площині руху центра мас кулі, а вісь  $OZ$  перпендикулярна до цієї площини), і зобразити сили, які діють на тіло, то можна визначити силу нормальної реакції:

$$N = mg \cos \beta, \quad (4.6)$$

Підставляючи (4.6) в (4.1), а потім (4.1), (4.4), (4.5) в (4.3) і зробивши деякі математичні перетворення, отримаємо

$$\mu_k = \frac{d \operatorname{tg} \beta (\cos \alpha_n - \cos \alpha_0)}{4n(\alpha_0 + \alpha_n)}, \quad (4.7)$$

де  $d$  – діаметр кулі.

Використовуючи формулу для різниці тригонометричних функцій

$$\cos \alpha_n - \cos \alpha_0 = 2 \sin \frac{\alpha_n + \alpha_0}{2} \sin \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{2},$$

а також враховуючи малість кутів  $\alpha_0$  та  $\alpha_n$ , а саме:



$$\sin \frac{\alpha_n + \alpha_0}{2} \approx \frac{\alpha_n + \alpha_0}{2}, \quad \sin \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{2} \approx \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{2} \text{ в радіанах,}$$

формулу (4.7) перепишемо так:

$$\mu_k \approx d \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{8n}, \quad (4.8)$$

де кути  $\alpha_0$  та  $\alpha_n$  в радіанах.

### Порядок виконання роботи

1. За допомогою опорних гвинтів встановити маятник в таке положення, щоб покажчик вказував на нульову позначку шкали б.

2. Закріпити першу кульку та першу пластину з тих, які вказані в таблиці 4.4.

3. За допомогою верхнього кронштейна встановити довжину маятника так, щоб куля дотикалася з геометричним центром поверхні пластини.

4. За допомогою мікрометра виміряти діаметр  $d$  кулі. Результати занести до таблиці 4.1.

5. За допомогою ворота 11 нахилити маятник на заданий в таблиці 4.4 кут  $\beta$ .

6. Відхилити кулю на будь-який кут  $\alpha_0 < 10^\circ$ .

7. Відпустити кулю (**не штовхаючи!**). Після  $n$  повних коливань ( $n$  задається в таблиці 4.2) визначити кут  $\alpha_n$  відхилення кулі від положення рівноваги. Перевести одиниці вимірювання кутів  $\alpha_0$  та  $\alpha_n$  в радіани за формулою  $\alpha(\text{рад}) = \frac{\pi}{180} \alpha(\text{град})$ .

Результати вимірювань занести до таблиці 4.1.

8. Повторити пункти 7 – 8 ще два рази для інших кутів  $\alpha_0$  (але пам'ятаючи, що  $\alpha_0$  не повинен перевищувати  $10^\circ$ ).

9. Розрахувати коефіцієнт тертя кочення за формулою (4.8) для кожного досліду окремо і знайти його середнє значення.

10. Розрахувати похибки вимірювання коефіцієнта тертя кочення за формулами (4.9) як для прямого вимірювання. Вважати випадкову похибку визначення  $\mu_k$  набагато більшою ніж інструментальну (тобто, систематичну похибку не враховувати). Тоді:

$$\Delta \mu_k \approx \Delta \mu_{k \text{ вип}} = 1,76 \sqrt{(\mu_{k \text{ сеп}} - \mu_{k1})^2 + (\mu_{k \text{ сеп}} - \mu_{k2})^2 + (\mu_{k \text{ сеп}} - \mu_{k3})^2};$$

$$\varepsilon_\mu = \frac{\Delta \mu}{\mu} \cdot 100\% \quad (4.9)$$

11. Повторити пункти 6 – 10 для першої кульки та другої пластини. Результати занести до таблиці 4.2.

12. Повторити пункти 6 – 10 для другої кульки та першої пластини. Результати занести до таблиці 4.3.

13. Записати кінцевий результат у вигляді  $\mu = \mu_{\text{сеп}} \pm \Delta \mu$ . Проаналізувати таблицю 9 додатків. З'ясувати у яких межах лежать значення коефіцієнту тертя кочення для різних речовин та порівняти з отриманим вами значенням.

14. Порівняти коефіцієнти тертя кочення для різних речовин та зробити висновок про залежність коефіцієнта тертя кочення від густини речовини. Спробуйте пояснити цю залежність.

**Таблиця 4.1. Результати вимірювань для першої кулі та першої пластини**

| Матеріал кулі _____, _____ |     | матеріал пластини _____ |                  |                  |             |                 |                       |
|----------------------------|-----|-------------------------|------------------|------------------|-------------|-----------------|-----------------------|
| №                          | $n$ | $d$ , м                 | $\alpha_0$ , рад | $\alpha_n$ , рад | $\mu_k$ , м | $\Delta\mu$ , м | $\varepsilon_\mu$ , % |
| 1                          |     |                         |                  |                  |             |                 |                       |
| 2                          |     |                         |                  |                  |             |                 |                       |
| 3                          |     |                         |                  |                  |             |                 |                       |
| сер                        | —   | —                       | —                | —                |             |                 |                       |

**Таблиця 4.2. Результати вимірювань для першої кулі та другої пластини**

| Матеріал кулі _____, _____ |     | матеріал пластини _____ |                  |                  |             |                 |                       |
|----------------------------|-----|-------------------------|------------------|------------------|-------------|-----------------|-----------------------|
| №                          | $n$ | $d$ , м                 | $\alpha_0$ , рад | $\alpha_n$ , рад | $\mu_k$ , м | $\Delta\mu$ , м | $\varepsilon_\mu$ , % |
| 1                          |     |                         |                  |                  |             |                 |                       |
| 2                          |     |                         |                  |                  |             |                 |                       |
| 3                          |     |                         |                  |                  |             |                 |                       |
| сер                        | —   | —                       | —                | —                |             |                 |                       |

**Таблиця 4.3. Результати вимірювань для другої кулі та першої пластини**

| Матеріал кулі _____, _____ |     | матеріал пластини _____ |                  |                  |             |                 |                       |
|----------------------------|-----|-------------------------|------------------|------------------|-------------|-----------------|-----------------------|
| №                          | $n$ | $d$ , м                 | $\alpha_0$ , рад | $\alpha_n$ , рад | $\mu_k$ , м | $\Delta\mu$ , м | $\varepsilon_\mu$ , % |
| 1                          |     |                         |                  |                  |             |                 |                       |
| 2                          |     |                         |                  |                  |             |                 |                       |
| 3                          |     |                         |                  |                  |             |                 |                       |
| сер                        | —   | —                       | —                | —                |             |                 |                       |

**Таблиця 4.4. Індивідуальні завдання**

| № бригади | $\beta$ | $n$ | № кулі | № пластини |
|-----------|---------|-----|--------|------------|
| 1         | 20°     | 6   | 1, 2   | 3, 4       |
| 2         | 30°     | 7   | 1, 3   | 1, 2       |
| 3         | 40°     | 8   | 1, 4   | 1, 3       |
| 4         | 20°     | 9   | 2, 3   | 1, 4       |
| 5         | 30°     | 10  | 2, 4   | 2, 3       |
| 6         | 40°     | 11  | 3, 4   | 1, 2       |
| 7         | 20°     | 12  | 1, 2   | 1, 3       |
| 8         | 30°     | 13  | 1, 3   | 1, 4       |
| 9         | 40°     | 14  | 1, 4   | 2, 3       |
| 10        | 20°     | 15  | 2, 3   | 2, 4       |

### Контрольні запитання

1. У чому полягає явище тертя? Які види тертя ви знаєте?
2. Пояснити виникнення тертя кочення.
3. Чому коефіцієнт тертя кочення має лінійну розмірність?
4. Від чого залежить коефіцієнт тертя кочення і як саме?

# Лабораторна робота №5

## Вимірювання модуля Юнга методом деформації розтягу-стиску

**Мета роботи:** виміряти модуль Юнга нитки методом деформації розтягу за допомогою приладу Лермантова.

**Обладнання:** прилад Лермантова, набір тягарців, мікрометр.

### Теоретичні відомості

Одним з видів пружних деформацій є деформація розтягу-стиску. Характеристикою деформації розтягу-стиску є *механічна напру́га*  $\sigma$  – фізична величина, яка чисельно дорівнює силі пружності  $F_{\text{пр}}$ , що діє на одиницю площі  $S$  перерізу тіла, нормального до напрямку дії цієї сили. Отже,

$$\sigma = \frac{F_{\text{пр}}}{S}. \quad (5.1)$$

Під час зміни механічної напруги  $\sigma$  тіла виникає деформація розтягу-стиску, внаслідок чого змінюється відносне видовження тіла  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}, \quad (5.2)$$

де  $\ell$  – початкова довжина тіла (стержня, нитки та ін),  $\Delta \ell$  – абсолютне видовження цього тіла.

Відповідно до закону Гука *відносне видовження тіла прямо пропорційне механічній нарузі:*

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad (5.3)$$

де  $E$  – модуль Юнга – *коефіцієнт пружної деформації розтягу-стиску, що характеризує пружні властивості речовини.* Підставивши (5.1) і (5.2) в (5.3), отримаємо

$$E = \frac{F_{\text{пр}} \cdot \ell}{S \cdot \Delta \ell}. \quad (5.4)$$

Якщо тілом є сталевий нитка, діаметром  $d$ , на якій підвішений тягарець, масою  $m$ , тоді:

$$S = \frac{\pi d^2}{4}, \quad F_{\text{пр}} = mg. \quad (5.5)$$

Підставивши (5.5) в (5.4), отримаємо

$$E = \frac{4mg\ell}{\pi d^2 \Delta \ell}. \quad (5.6)$$

Для знаходження  $\Delta \ell$  у формулі (5.6), використаємо прилад Лермантова, принципова схема якого зображена на рис. 5.1. Досліджувана сталевий нитка  $1$  своїм верхнім кінцем міцно закріплена на кронштейні  $K$ . До нижнього кінця нитки прикріплено циліндр  $2$ . Деформація повздовжнього розтягу нитки здійснюється під дією тягарців  $3$ . Щоб уникнути впливу прогину кронштейна  $K$  на величину деформації нитки, до кронштейна на двох окремих нитках прикріплено утримувач  $4$ . Завдяки такому кріпленню при перекиданні тягарців із утримувача на підвіс  $5$ , змінюється нава-

нтаження тільки досліджуваної нитки, загальне навантаження на кронштейн  $K$  не змінюється.

На нижньому кронштейні закріплено аретир, який піднімається за допомогою гвинта  $A$ . Звільнити нитку від аретира слід безпосередньо на час проведення вимірювань.

Деформація досліджуваної нитки вимірюється за кутом повороту пластини  $б$ , на кінці якої закріплено дзеркало  $7$ . Світловий промінь з освітлювача  $8$  падає на дзеркало, відбивається і падає на шкалу  $B$ . При повороті пластини  $б$  світловий промінь буде зміщуватись у вертикальному напрямі на величину  $L$ , яка вимірюється за допомогою шкали  $B$ . Тоді абсолютна деформація нитки дорівнює

$$\Delta \ell = \frac{aL}{2b}, \quad (5.7)$$

де  $a$  – довжина пластини  $б$ ,  $b$  – відстань від дзеркала  $7$  до шкали  $B$ . Підставивши (5.7) в (5.6), отримаємо

$$E = \frac{8mg\ell b}{\pi d^2 aL}. \quad (5.8)$$

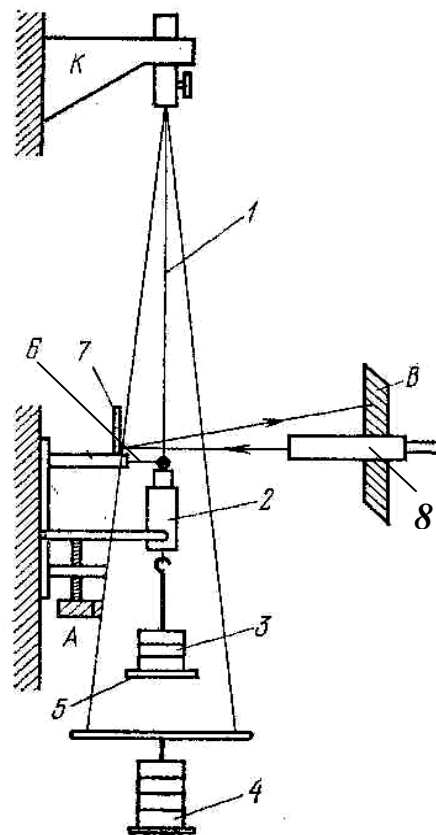


Рис. 5.1

### Порядок виконання роботи

1. Відпустити аретир  $A$ .
2. Шляхом регулювання гвинта на пластині  $б$  досягти того, що  $б$  падаючий на дзеркало промінь та відбитий лежали у горизонтальній площині.
3. Виміряти довжину нитки  $\ell$ . Результати вимірювань занести до таблиці 5.1.
4. Виміряти довжину пластини  $a$ . Результати вимірювань занести до таблиці 5.1.
5. Перекласти на підвіс  $5$  тягарі масою  $m$  відповідно до таблиці 5.3.
6. Виміряти зміщення променя  $L$  по шкалі  $B$ . Результати вимірювань занести до таблиці 5.1.
7. Виміряти відстань  $b$  від дзеркала до шкали. Результати вимірювань занести до таблиці 5.1.
8. Виміряти діаметр нитки  $d$  за допомогою мікрометра. Результати вимірювань занести до таблиці 5.1.
9. Виконати пункти 2 – 8 ще два рази. Результати вимірювань занести до таблиці 5.1.
10. Звільнити нитку від тягарців та підняти аретир.
11. Виписати до таблиці 5.1 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

12. Розрахувати значення модуля Юнга для даної нитки за формулою (5.8). Результати розрахунків занести до таблиці 5.2.

13. Розрахувати похибки вимірювання модуля Юнга за формулами (5.9). Результати розрахунків занести до таблиці 5.2.

$$\varepsilon_E = \frac{\Delta \ell}{\ell} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{2\Delta d}{d} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta m}{m} \quad (5.9)$$

$$\Delta E = E\varepsilon_E$$

14. Порівняти отримані результати з табличними даними (таблиця 6 додатків). Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $E - \Delta E \leq E_{\text{табл}} \leq E + \Delta E$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання досліду.

**Таблиця 5.1. Результати вимірювань**

| №                     | $m$ , кг | $\ell$ , м | $a$ , м | $L$ , м | $b$ , м | $d$ , м |
|-----------------------|----------|------------|---------|---------|---------|---------|
| 1                     |          |            |         |         |         |         |
| 2                     |          |            |         |         |         |         |
| 3                     |          |            |         |         |         |         |
| сер                   |          |            |         |         |         |         |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |          |            |         |         |         |         |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |          |            |         |         |         |         |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |          |            |         |         |         |         |

**Таблиця 5.2. Результати розрахунків**

| $E$ , Па | $\Delta E$ , Па | $\varepsilon_E$ , % | $E_{\text{табл}}$ , Па |
|----------|-----------------|---------------------|------------------------|
|          |                 |                     |                        |

**Таблиця 5.3. Індивідуальні завдання**

| № бригади | $m$ , кг |
|-----------|----------|
| 1, 6      | 0,6      |
| 2, 7      | 0,7      |
| 3, 8      | 0,8      |
| 4, 9      | 0,9      |
| 5, 10     | 1        |

### Контрольні запитання

1. Що таке деформація? Які деформації називають пружними, а які пластичними?
2. Які види пружних деформації ви знаєте? Поясніть їх механізм виникнення.
3. Сформулюйте закон Гука для деформації розтягу-стиску.
4. Поясніть фізичний зміст модуля Юнга.

# Лабораторна робота №6

## Вимірювання прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника з уніфілярним підвісом

**Мета роботи:** виміряти прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника з уніфілярним підвісом.

**Обладнання:** математичний маятник з уніфілярним підвісом, вертикальна дзеркальна шкала, секундомір.

### Теоретичні відомості

*Математичний маятник* являє собою матеріальну точку, підвішену на нескінченно довгій невагомій нерозтяжній нитці. Деяким наближенням до математичного маятника буде пристрій, який складається з невеликої важкої кульки, підвішеної на довгій, тонкій, легкій, мало розтяжній нитці. Практично маса кульки повинна бути набагато більша за масу нитки, а розміри кульки набагато менші за довжину нитки (рис. 6.1).

Якщо кут  $\varphi$  відхилення маятника буде малим (до  $10^\circ$ ), коливання будуть близькими до гармонічних і період коливань буде мати такий вигляд:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad (6.1)$$

де  $T$  – період коливань,  $\ell$  – довжина маятника,  $g$  – прискорення вільного падіння.

З формули (6.1) випливає, що, якщо виміряти довжину маятника та період його коливань, можна визначити прискорення вільного падіння:

$$g = 4\pi^2 \frac{\ell}{T^2}.$$

Але безпосереднє вимірювання довжини підвісу є досить складним завданням, тому що доводиться визначати центр мас кульки та положення точки підвісу. Тому роблять так: беруть маятник довільної довжини  $\ell_1$  і визначають його період коливань  $T_1$ :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}}.$$

Потім укорочують його до довільної довжини  $\ell_2$  і знову визначають період коливань  $T_2$ :

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}.$$

Розв'язуючи систему цих двох рівнянь, визначають прискорення вільного падіння  $g$  в місці проведення експерименту:

$$g = 4\pi^2 \frac{\ell_1 - \ell_2}{T_1^2 - T_2^2}$$

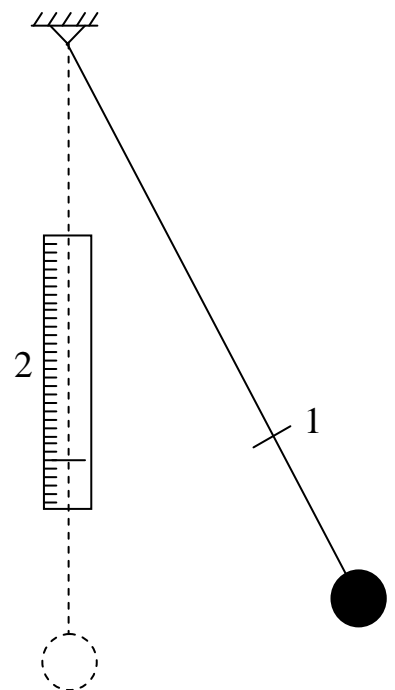


Рис. 6.1

Таким чином, немає потреби вимірювати довжину маятника. Досить виміряти різницю довжин  $\ell = (\ell_1 - \ell_2)$  за допомогою дзеркальної шкали. Тоді,

$$g = \frac{4\pi^2 \ell}{T_1^2 - T_2^2}. \quad (6.2)$$

Для вимірювання різниці довжин маятника  $\ell$  використовують повзунок 1, розташований на нитці, та дзеркальну шкалу 2 (рис. 6.1). Перш за все необхідно визначити позначку шкали, біля якої знаходиться повзунок при першій довжині нитки і позначку, біля якої знаходиться повзунок після укорочення нитки, потім відняти значення цих позначок. Таким чином, різниця довжин  $\ell$  буде рівною різниці значень двох позначок. Враховуючи, що  $T = t/n$ , де  $t$  – час, за який маятник здійснив  $n$  коливань, отримаємо остаточно:

$$g = \frac{4\pi^2 n^2 \ell}{t_1^2 - t_2^2}. \quad (6.3)$$

### Порядок виконання роботи

1. Опустити кульку якомога нижче, відхилити на малий кут ( $\varphi \leq 10^\circ$ ) і визначити час  $t_1$  для  $n$  коливань (кількість коливань  $n$  задано у таблиці 6.3). Визначити значення першої позначки, біля якої знаходиться повзунок. Дослід провести не менше трьох разів, результати занести до таблиці 6.1.

2. Звільнити точку підвісу маятника та укоротити нитку на задане у таблиці 6.3 значення довжини  $\ell$  і, повторюючи попередній пункт, визначити час  $t_2$  для такої ж кількості коливань. Дослід провести не менше трьох разів, результати занести до таблиці 6.1.

4. Виписати до таблиці 6.1 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

5. Розрахувати значення прискорення вільного падіння за формулою (6.3). Результати розрахунків занести до таблиці 6.2.

Таблиця 6.1. Результати вимірювань

| №                     | $\ell$ , м | $t_1$ , с | $t_2$ , с | $n$ |
|-----------------------|------------|-----------|-----------|-----|
| 1                     |            |           |           |     |
| 2                     |            |           |           |     |
| 3                     |            |           |           |     |
| сер                   |            |           |           |     |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |            |           |           |     |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |            |           |           |     |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |            |           |           |     |

6. Розрахувати похибки вимірювання прискорення вільного падіння за формулою (6.4). Результати розрахунків занести до таблиці 6.2.

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta l}{l} + \frac{2(t_1 \Delta t_1 + t_2 \Delta t_2)}{t_1^2 + t_2^2}; \quad \Delta g = g \varepsilon_g. \quad (6.4)$$

7. Записати кінцевий результат у вигляді:  $g = g_{\text{сер}} \pm \Delta g$ ;  $\varepsilon = \dots\%$ .

8. Виписати до таблиці 6.2 табличне значення прискорення вільного падіння з додатків. Порівняти отримані результати з табличними. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $g - \Delta g \leq g_{\text{табл}} \leq g + \Delta g$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання досліду.

**Таблиця 6.2. Результати розрахунків**

| $g$ , м/с <sup>2</sup> | $\Delta g$ , м/с <sup>2</sup> | $\varepsilon_g$ , % | $g_{\text{табл}}$ , м/с <sup>2</sup> |
|------------------------|-------------------------------|---------------------|--------------------------------------|
|                        |                               |                     |                                      |

**Таблиця 6.3. Індивідуальні завдання**

| № бригади | $l$ , см | $n$ |
|-----------|----------|-----|
| 1         | 20       | 40  |
| 2         | 25       | 45  |
| 3         | 30       | 50  |
| 4         | 20       | 55  |
| 5         | 25       | 60  |
| 6         | 30       | 40  |
| 7         | 20       | 45  |
| 8         | 25       | 50  |
| 9         | 30       | 55  |
| 10        | 20       | 60  |

### Контрольні запитання

1. Який рух називається коливальним, гармонічним коливальним?
2. Запишіть рівняння гармонічних коливань, дайте означення таких величин: амплітуда, частота, період, фаза, початкова фаза коливань.
3. Опишіть перетворення енергії при коливаннях математичного маятника.
4. Що таке прискорення вільного падіння і як воно пов'язане з напруженістю гравітаційного поля?
5. Від чого залежить прискорення вільного падіння?



# Лабораторна робота №7

## Вимірювання прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника з біфілярним підвісом

**Мета роботи:** виміряти прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника з біфілярним підвісом.

**Обладнання:** установка FPM-04 (математичний та оборотний маятники).

### Теоретичні відомості

*Математичний маятник* являє собою матеріальну точку, підвішену на невагомій нерозтяжній нитці. Деяким наближенням до математичного маятника буде пристрій, який складається з невеликої важкої кульки, підвішеної на довгій, тонкій, легкій, мало розтяжній нитці. Якщо кулька підвішена не на одній нитці, а на двох, то такий підвіс називають *біфілярним*.

Якщо кут  $\varphi$  відхилення маятника буде малим (до  $10^\circ$ ), коливання будуть близькими до гармонічних і період коливань буде мати такий вигляд:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad (7.1)$$

де  $T$  – період коливань,  $\ell$  – відстань від точки підвісу до положення рівноваги,  $g$  – прискорення вільного падіння.

З цієї формули випливає, що якщо виміряти довжину маятника та період його коливань, можна визначити прискорення вільного падіння:

$$g = 4\pi^2 \frac{\ell}{T^2}. \quad (7.2)$$

Підставивши в (7.2) формулу для періоду коливань:  $T = t/n$ , де  $t$  – час, за який маятник здійснив  $n$  коливань, отримаємо остаточно:

$$g = 4\pi^2 \frac{\ell n^2}{t^2}. \quad (7.3)$$

де  $t$  – час  $n$  коливань.

Експериментальна установка зображена на рис. 7.1. Математичний маятник являє собою металеву кульку 1 на біфілярному підвісі 2. Довжина підвісу вимірюється лінійкою на штативі. Фотодатчик 3 сигналізує про проходження маятником положення рівноваги. Прилад дозволяє виміряти кількість коливань  $n$  та час  $t$ . Прилад вмикається при натисканні кнопки “СЕТЬ”. Кнопка “СБРОС” встановлює нуль на приладах. Натискання кнопки “СТОП” зупиняє прилад.

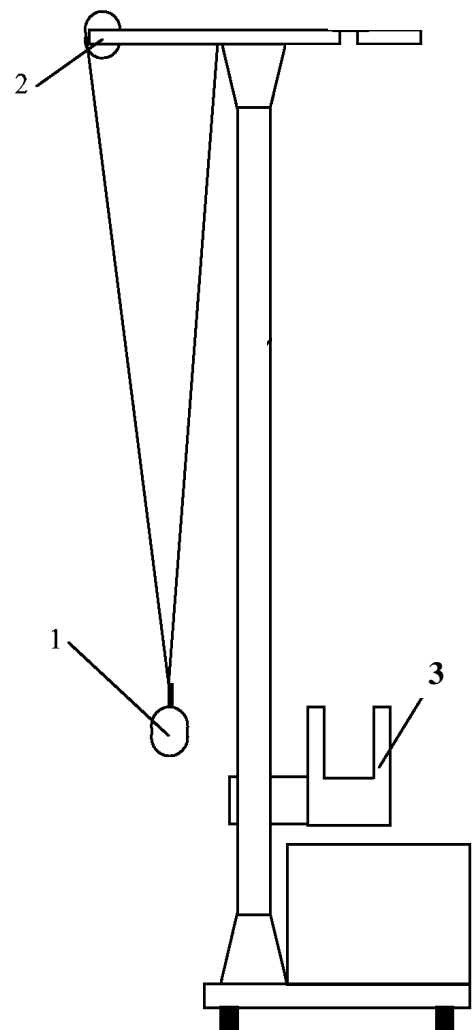


Рис. 7.1

### Порядок виконання роботи

1. За допомогою регулюючих ніжок встановити колону вертикально. Перевірити заземлення приладу та ввімкнути шнур в електричну мережу. Натиснути кнопку “СЕТЬ”, перевіряючи, чи показують всі індикатори нуль, та чи світять лампочки фотоелектричних датчиків.

2. Розмістити фотодатчик та кульку на заданій в таблиці 7.3 довжині так, щоб кулька вільно проходила крізь фотодатчик і не торкалась його.

3. Відхилити кульку на малий кут ( $\leq 10^\circ$ ), натиснути кнопку “СБРОС” та одночасно відпустити кульку, не штовхаючи її.

4. Коли кулька здійснить  $n - 1$  коливань (кількість коливань  $n$  вказано в таблиці 7.3), натиснути кнопку “СТОП”. Так прилад вимірює час  $t$  для  $n$  коливань. Дослід провести не менше трьох разів, результати занести до таблиці 7.1.

5. Вписати до таблиці 7.1 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

**Таблиця 7.1. Результати вимірювань**

| №                     | $n$ | $\ell$ , м | $t$ , с |
|-----------------------|-----|------------|---------|
| 1                     |     |            |         |
| 2                     |     |            |         |
| 3                     |     |            |         |
| сер                   |     |            |         |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |     |            |         |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |     |            |         |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |     |            |         |

**Таблиця 7.2. Результати розрахунків**

| $g$ , м/с <sup>2</sup> | $\Delta g$ , м/с <sup>2</sup> | $\varepsilon_g$ , % | $g_{\text{табл}}$ , м/с <sup>2</sup> |
|------------------------|-------------------------------|---------------------|--------------------------------------|
|                        |                               |                     |                                      |

**Таблиця 7.3. Індивідуальні завдання**

| № бригади | $n$ | $\ell$ , см |
|-----------|-----|-------------|
| 1         | 10  | 35          |
| 2         | 15  | 40          |
| 3         | 20  | 45          |
| 4         | 25  | 50          |
| 5         | 10  | 40          |
| 6         | 15  | 35          |
| 7         | 20  | 50          |
| 8         | 25  | 45          |
| 9         | 15  | 45          |
| 10        | 20  | 40          |

6. Розрахувати прискорення вільного падіння за формулою (7.3), підставляючи середні значення виміряних величин. Результати розрахунків занести до таблиці 7.2.

7. Розрахувати відносну похибку вимірювання прискорення вільного падіння за формулою (7.4). Результати розрахунків занести до таблиці 7.2.

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta \ell}{\ell} + 2 \frac{\Delta t}{t}. \quad (7.4)$$

8. Розрахувати абсолютну похибку вимірювання прискорення вільного падіння за формулою  $\Delta g = g \varepsilon_g$ . Результати розрахунків занести до таблиці 7.2.

9. Записати кінцевий результат у вигляді:  $g = g_{\text{сер}} \pm \Delta g$ ;  $\varepsilon = \dots\%$ . Виписати до таблиці 7.2 табличне значення прискорення вільного падіння з додатків. Порівняти отримані результати з табличними даними. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $g - \Delta g \leq g_{\text{табл}} \leq g + \Delta g$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання досліду.

### Контрольні запитання

1. Який рух називається коливальним, гармонічним коливальним?
2. Запишіть рівняння гармонічних коливань, дайте означення таких величин: амплітуда, частота, період, фаза, початкова фаза коливань.
3. Від чого залежить період коливань математичного маятника?
4. Опишіть перетворення енергії при коливаннях математичного маятника.
5. Що таке прискорення вільного падіння і як воно пов'язане з напруженістю гравітаційного поля?
6. Від чого залежить прискорення вільного падіння?

## Лабораторна робота №8

### Перевірка основного закону обертального руху за допомогою приладу Обербека

**Мета роботи:** перевірити: 1) пропорційність кутового прискорення моменту сили при сталому моменту інерції тіла та 2) пропорційність кутового прискорення моменту інерції тіла при сталому моменту сили.

**Обладнання:** установка FPM-06 (прилад Обербека), штангенциркуль.

#### Теоретичні відомості та принцип роботи приладу

Згідно основного закону динаміки обертального руху:

$$\varepsilon = \frac{M}{I_Z}, \quad (8.1)$$

де  $I_Z$  – момент інерції тіла відносно осі обертання,  $\varepsilon$  – кутове прискорення тіла відносно тієї ж осі,  $M$  – сума моментів прикладених сил відносно тієї ж осі.

Прилад Обербека являє собою маховик, який має хрестоподібну форму (рис.8.1). На вертикальній колоні закріплені два кронштейни 5: нерухомий нижній та рухомий верхній. За допомогою регулюючих гвинтів прилад можна встановити горизонтально. На колоні закріплено диск. Через цей диск перекладено нитку 1, один кінець якої закріплено на диску маховика 2, а на другому кінці закріплені тягарі з масою  $m_0$ . Маховик являє собою 4 металевих стержні 3, на яких нанесені через 1 см риски. На кожному стержні можуть переміщуватися та фіксуватися циліндри 4, масою  $m$ , що дає можливість змінювати момент інерції приладу. Рухомий кронштейн можна переміщувати вздовж колони, та фіксувати у будь-якому положенні, встановлюючи таким чином висоту падіння тягарців. Цю висоту можна вимірювати за допомогою міліметрової шкали 6. Час руху тягарців вимірюється за допомогою двох фотоелектричних датчиків 5, встановлених на кронштейнах, та мілісекундоміра, який вмонтовано в основу приладу.

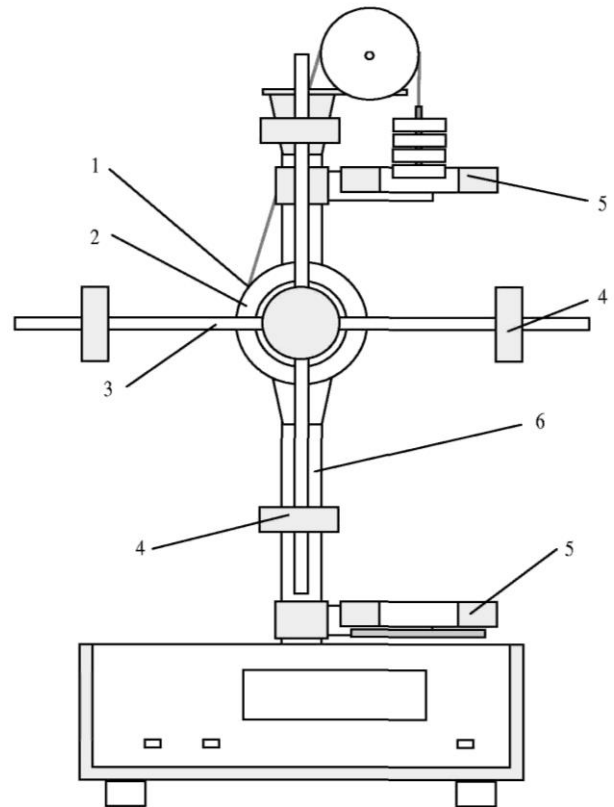


Рис. 8.1

Момент інерції маховика змінюють переміщенням металевих циліндрів 4. Під дією тягарця нитка, розмотуючись, приводить маховик в обертальний рух. На падаючий тягар діють дві сили: сила тяжіння  $m_0 \vec{g}$ , та сила пружності з боку нитки  $\vec{F}$ . Запишемо другий закон Ньютона для тягарця у проєкціях на вісь, напрямлену вертикально вниз:

$$m_0 g - F = m_0 a. \quad (8.2)$$

Звідки,

$$F = m_0 (g - a)$$

Сила  $\vec{F}$  діє також на вал маховика. Її момент відносно осі обертання буде дорівнювати

$$M = Fr = m_0 (g - a)r = I_Z \varepsilon, \quad (8.3)$$

де  $r$  – радіус вала,  $I_Z$  – момент інерції маховика,  $\varepsilon$  – його кутове прискорення.

Якщо вважати, що намотана на диск нитка нерозтяжна і розмотується без тертя ковзання з його поверхні, то прискорення точок вала, як і точок нитки, дорівнює  $a$  (для точок поверхні вала це дотичне прискорення). Якщо тягар  $m_0$  за час  $t$  падає з висоти  $h$ , то його прискорення буде рівним

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (8.4)$$

Треба мати на увазі, що ми при цьому нехтували опором повітря, тобто вважали, що тягарець рухається рівноприскорено. Це прискорення пов'язано з кутовим прискоренням вала  $\varepsilon$  формулою

$$\varepsilon = \frac{a}{r}, \quad (8.5)$$

Підставляючи (8.4) в (8.5), а (8.5) в формулу (8.3), одержимо вираз для визначення моменту інерції маховика:

$$I_Z = \frac{m_0 r^2 (gt^2 - 2h)}{2h}. \quad (8.6)$$

З формул (8.3), (8.4), (8.5) та (8.6) одержуємо значення моменту сил:

$$M = \frac{m_0 r (gt^2 - 2h)}{t^2}. \quad (8.7)$$

Таким чином, встановивши певне значення висоти  $h$ , і вимірявши час падіння  $t$  тягара  $m_0$  з цієї висоти, можна обчислити момент інерції маховика  $I_Z$ , а також момент прикладених до нього сил  $M$ .

При сталому моменті інерції:

$$\frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{M_2}{\varepsilon_2} = I_Z = \text{const}. \quad (8.8)$$

Підставляючи в (8.8) вираз для  $M$  та  $\varepsilon$  отримаємо

$$m_{01} (gt_1^2 - 2h) = m_{02} (gt_2^2 - 2h). \quad (8.9)$$

Для тіл з різними моментами інерції  $I_1$  та  $I_2$ , які обертаються внаслідок падіння з однакової висоти  $h$  одного і того ж тягара масою  $m_0$ , одержимо різні значення часу падіння  $t_1$  та  $t_2$ . Тоді з (8.6) отримаємо

$$I_1 - I_2 = \frac{m_0 r^2 g}{2h} (t_1^2 - t_2^2). \quad (8.10)$$

Різні моменти інерції маховика можна одержати, розташовуючи у першому випадку циліндри масою  $m$  на відстані  $\ell_1$ , а в другому випадку на відстані  $\ell_2$  від осі обертання (циліндри повинні бути встановлені симетрично відносно осі обертання).

Якщо  $I_0$  – момент інерції маховика без циліндрів,  $I'_0$  – момент інерції циліндрів відносно їх власних осей, то згідно *теорему Гюйгенса-Штейнера* моменти інерції маховика в цілому у двох випадках будуть різні:

$$I_1 = I_0 + I'_0 + 4m\ell_1^2, \quad I_2 = I_0 + I'_0 + 4m\ell_2^2, \quad (8.11)$$

де  $m$  – маса циліндра. Тоді

$$I_1 - I_2 = 4m(\ell_1^2 - \ell_2^2). \quad (8.12)$$

Співставляючи (8.10) та (8.12), отримаємо:

$$t_1^2 - t_2^2 = 32h \frac{m}{m_0} \cdot \frac{\ell_1^2 - \ell_2^2}{gd^2}, \quad (8.13)$$

де  $d$  – діаметр вала маховика.

### Порядок виконання роботи

**Дослід 1.** *Перевірка пропорційності кутового прискорення моменту сили.*

1. За допомогою регулюючих ніжок встановити колону вертикально. Перевірити заземлення приладу та ввімкнути шнур в електричну мережу. Натиснути кнопку “СЕТЬ”, перевіряючи, чи показують всі індикатори нуль, та чи світять лампочки фотоелектричних датчиків.

2. Встановити циліндри на відстані  $\ell_1$  (таблиця 8.3) від осі обертання маховика (врахувати, що відстань між позначками на стержнях – 1 см).

3. Прикріпити тягарець масою  $m_{01}$  відповідно до таблиці 8.3.

4. Пересунути верхній кронштейн на висоту  $h$ , задану в таблиці 8.3.

5. Натиснути кнопку “СБРОС”. Перемістити тягарець в верхнє положення (над верхнім кронштейном), натиснути кнопку “ПУСК” та виміряти час руху тягарця  $t_1$ . Занести результати вимірювань до таблиці 8.1.

6. Виконати пункти 3 – 5 для відстаней  $(\ell_1 - 1)$  см та  $(\ell_1 + 1)$  см. Занести результати вимірювань до таблиці 8.1.

7. Виконати пункти 3 – 6 для маси тягарців  $m_{02}$  та виміряти час руху тягарця  $t_2$ . Записати результати вимірювань до таблиці 8.1.

8. Розрахувати величини  $A = m_{01}(gt_1^2 - 2h)$  та  $B = m_{02}(gt_2^2 - 2h)$  відповідно до формули (8.9) для кожного з трьох дослідів окремо і знайти їх середнє арифметичне значення. Результати розрахунків занести до таблиці 8.1.

**Таблиця 8.1. Результати вимірювань та розрахунків для дослідів 1**

| №   | $h$ ,<br>м | $\ell$ ,<br>м | $m_{01}$ ,<br>кг | $t_1$ ,<br>с | $A$ | $\Delta A$ | $\varepsilon_A$ ,<br>% | $m_{02}$ ,<br>кг | $t_2$ ,<br>с | $B$ | $\Delta B$ | $\varepsilon_B$ ,<br>% | $ A - B $ | $(\Delta A + \Delta B)$ |
|-----|------------|---------------|------------------|--------------|-----|------------|------------------------|------------------|--------------|-----|------------|------------------------|-----------|-------------------------|
| 1   |            |               |                  |              |     |            |                        |                  |              |     |            |                        |           |                         |
| 2   |            |               |                  |              |     |            |                        |                  |              |     |            |                        |           |                         |
| 3   |            |               |                  |              |     |            |                        |                  |              |     |            |                        |           |                         |
| сер | –          | –             | –                | –            |     |            |                        | –                | –            |     |            |                        |           |                         |

9. Розрахувати похибки вимірювань величин  $\Delta A$ ,  $\Delta B$ ,  $\varepsilon_A$  та  $\varepsilon_B$  як для прямого вимірювання за формулами:

$$\Delta A_{\text{вип}} = 1,76\sqrt{(A_{\text{сер}} - A_1)^2 + (A_{\text{сер}} - A_2)^2 + (A_{\text{сер}} - A_3)^2},$$

$$\Delta B_{\text{вип}} = 1,76\sqrt{(B_{\text{сер}} - B_1)^2 + (B_{\text{сер}} - B_2)^2 + (B_{\text{сер}} - B_3)^2},$$

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{A}, \quad \varepsilon_B = \frac{\Delta B}{B}.$$

10. Перевірити пропорційність кутового прискорення моменту сили. Для цього перевірити, чи виконується нерівність:  $|A - B| \leq (\Delta A + \Delta B)$ .

**Дослід 2. Перевірка пропорційності кутового прискорення моменту інерції.**

1. Виміряти діаметр  $d$  диска маховика, на який намотано нитку, за допомогою штангенциркуля. Вимірювання провести не менше 3 разів. Результати вимірювань занести до таблиці 8.2.

2. Встановити циліндри на відстані  $\ell_1$  від осі обертання маховика. Масу тягарця  $m_0$  прийняти рівною  $m_{02}$  відповідно до таблиці 8.3.

3. Натиснути кнопку “СБРОС”. Перемістити тягарець у верхнє крайнє положення, натиснути кнопку “ПУСК” та виміряти час руху тягарця  $t_1$ . Записати результати вимірювань до таблиці 8.2.

4. Виконати пункти 2 – 3 для мас тягаря ( $m_0 = m_{02} + 43$ ) г та ( $m_0 = m_{02} + 86$ ) г. Занести результати вимірювань до таблиці 8.2.

5. Виконати пункти 2 – 4 для відстані  $\ell_2$  та виміряти час руху тягарця  $t_2$ . Занести результати вимірювань до таблиці 8.2.

6. Розрахувати величини:  $C = t_1^2 - t_2^2$  та  $D = \frac{16mh(\ell_1^2 - \ell_2^2)}{m_0 d^2 g}$  відповідно до формули (8.13).

**Таблиця 8.2. Результати вимірювань для дослід 2**

| №   | $h$ ,<br>м | $m$ ,<br>кг | $d$ ,<br>м | $m_0$ ,<br>кг | $\ell_1$ ,<br>м | $t_1$ ,<br>с | $C$ | $\Delta C$ | $\varepsilon_C$ ,<br>% | $\ell_2$ ,<br>м | $t_2$ ,<br>с | $D$ | $\Delta D$ | $\varepsilon_D$ ,<br>% | $ C - D $ | $(\Delta C + \Delta D)$ |
|-----|------------|-------------|------------|---------------|-----------------|--------------|-----|------------|------------------------|-----------------|--------------|-----|------------|------------------------|-----------|-------------------------|
| 1   |            |             |            |               |                 |              |     |            |                        |                 |              |     |            |                        |           |                         |
| 2   |            |             |            |               |                 |              |     |            |                        |                 |              |     |            |                        |           |                         |
| 3   |            |             |            |               |                 |              |     |            |                        |                 |              |     |            |                        |           |                         |
| сер | –          | –           | –          | –             | –               | –            |     |            |                        | –               | –            |     |            |                        |           |                         |

7. Розрахувати похибки вимірювань величин  $\Delta C$ ,  $\Delta D$ ,  $\varepsilon_C$  та  $\varepsilon_D$  як для прямого вимірювання за формулами:

$$\Delta C_{\text{вип}} = 1,76\sqrt{(C_{\text{сер}} - C_1)^2 + (C_{\text{сер}} - C_2)^2 + (C_{\text{сер}} - C_3)^2},$$

$$\Delta D_{\text{вип}} = 1,76\sqrt{(D_{\text{сер}} - D_1)^2 + (D_{\text{сер}} - D_2)^2 + (D_{\text{сер}} - D_3)^2},$$

$$\varepsilon_C = \frac{\Delta C}{C}, \quad \varepsilon_D = \frac{\Delta D}{D}.$$

8. Перевірити пропорційність кутового прискорення моменту інерції. Для цього перевірити, чи виконується нерівність:  $|C - D| \leq (\Delta C + \Delta D)$ .

**Таблиця 8.3. Індивідуальні завдання**

| № бригади | $h$ , см | $m_{01}$ , Г | $m_{02}$ , Г | $l_1$ , см | $l_2$ , см |
|-----------|----------|--------------|--------------|------------|------------|
| 1         | 45       | 54+86        | 54+43        | 14         | 12         |
| 2         | 40       | 54+43        | 54+86        | 16         | 15         |
| 3         | 35       | 54+43        | 54+86        | 17         | 13         |
| 4         | 30       | 54+86        | 54+43        | 18         | 14         |
| 5         | 45       | 54+43        | 54+86        | 19         | 16         |
| 6         | 40       | 54+43        | 54+86        | 20         | 17         |
| 7         | 35       | 54+86        | 54+43        | 16         | 15         |
| 8         | 30       | 54+43        | 54+86        | 17         | 13         |
| 9         | 45       | 54+43        | 54+86        | 18         | 14         |
| 10        | 40       | 54+86        | 54+43        | 17         | 13         |

### Контрольні запитання

1. Що таке момент інерції матеріальної точки та тіла відносно осі обертання?
2. Що таке кутова швидкість? Як вона пов'язана з лінійною швидкістю тіла, що обертається?
3. Записати основне рівняння динаміки обертального руху.
4. Як визначається момент інерції відносно осей, які не проходять крізь центр мас тіла?
5. Як визначають зв'язок між кутовим та тангенціальним прискоренням тіла, що обертається?
6. Чому змінюється кутова швидкість обертання маховика при зміні положення циліндрів на стержнях?



# Лабораторна робота №9

## Вимірювання моменту інерції велосипедного колеса методом його обертання

**Мета роботи:** виміряти момент інерції колеса без урахування та з урахуванням сил тертя.

**Обладнання:** установка з велосипедним колесом, технічні терези Т-200, набір тягарців, додаткові тягарці по 50г, секундомір, штангенциркуль.

### Теоретичні відомості

Обертальний рух – це такий рух твердого тіла при якому всі точки тіла обертаються по колах, центри яких знаходяться на нерухомій лінії, жорстко зв'язаній з тілом – осі обертання. Мірою інертності тіла при обертальному русі є момент інерції відносно осі обертання  $I_Z$ , який можна визначити з основного рівняння обертального руху:

$$I_Z \varepsilon = M(\vec{F}),$$

де  $M(\vec{F})$  — момент сил, які діють на тіло відносно тієї ж осі,  $\varepsilon$  — кутове прискорення.

Основною частиною приладу (рис. 9.1) є велосипедне колесо К, яке може обертатися з малим тертям навколо горизонтальної осі ZZ'.

Колесо має співвісний з ним циліндр Ц, на який намотується нитка з прикріпленим до неї тягарем масою  $m$ . Під дією сили тяжіння тягар буде опускатися, приводячи колесо в обертальний рух навколо осі ZZ'. При цьому сила реакції нитки  $\vec{T}$ , створює момент  $M(\vec{T})$ , який разом з моментом сил тертя  $M(\vec{F}_{\text{тр}})$  зумовлює прискорене обертання колеса, та прискорений рух тягаря.

Для руху тягаря маємо рівняння:

$$ma = mg - T, \tag{9.1}$$

де

$$m = m_T - m_0,$$

де  $m_T$  – маса тягаря,  $m_0$  – маса підставки.

Прискорення руху тягаря:

$$a = \frac{2h}{t^2}, \tag{9.2}$$

де  $h$  – шлях, пройдений при повному опусканні тягаря,  $t$  – час опускання тягаря.

Враховуючи, що прискорення тягаря  $a$  за відсутності ковзання нитки дорівнює обертальному прискоренню точок поверхні циліндру Ц, отримаємо

$$a = r\varepsilon, \tag{9.3}$$

де  $r = d/2$  – радіус циліндра,  $d$  – його діаметр. За відсутності тертя момент інерції колеса

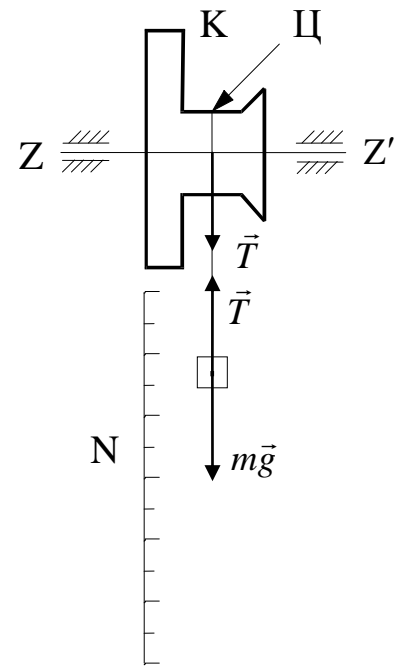


Рис. 9.1

$$I_{z0}\varepsilon = M(\vec{T}), \quad (9.4)$$

де,

$$M(\vec{T}) = Tr. \quad (9.5)$$

Тоді з рівнянь (9.1) – (9.5) можна отримати наближене значення моменту інерції  $I_{z0}$ :

$$I_{z0} = \frac{md^2}{4} \left( \frac{g}{2h} t^2 - 1 \right). \quad (9.6)$$

Цим виразом користуються для обчислення *моменту інерції колеса без урахування сил тертя*.

Наявність сили тертя можна урахувати таким чином. При опусканні тягарця з висоти  $h$  (на повну довжину нитки) його потенціальна енергія перетворюється в кінетичну енергію системи та роботу проти сил тертя:

$$mgh = E_K + M(\vec{F}_{\text{тр}})\varphi, \quad (9.7)$$

де  $M(\vec{F}_{\text{тр}})$  – момент сил тертя,  $\varphi$  – повний кут обертання колеса,  $E_K$  – кінетична енергія системи.

Після того, як тягар опуститься на повну довжину  $h$ , колесо буде продовжувати обертатися; нитка при цьому буде намотуватися на циліндр. В результаті тягар підніметься на висоту  $h_1 < h$ .

Очевидно, що

$$E_K = mgh_1 + M(\vec{F}_{\text{тр}})\varphi_1, \quad (9.8)$$

де  $\varphi_1$  – повний кут обертання колеса при підніманні тягаря.

Враховуючи, що  $h = r\varphi$ , а  $h_1 = r\varphi_1$ , одержуємо

$$M(\vec{F}_{\text{тр}}) = \frac{mgr(h - h_1)}{(h + h_1)}. \quad (9.9)$$

Ця формула дозволяє обчислити величину моменту сил тертя. Вважаючи його відомим, можна записати для моменту інерції:

$$I_{zT}\varepsilon = M(\vec{T}) - M(\vec{F}_{\text{тр}}). \quad (9.10)$$

Рівняння (9.9) і (9.10) дають

$$I_{zT} = \frac{md^2}{4} \left[ \frac{gt^2}{2h} \left( 1 - \frac{h - h_1}{h + h_1} \right) - 1 \right]. \quad (9.11)$$

Цим виразом користуються для обчислення моменту інерції колеса з урахуванням сил тертя.

### Порядок виконання роботи

1. Виміряти діаметр  $d$  циліндра Ц. Результати занести до таблиці 9.1.
2. Визначити згідно таблиці 9.2 та записати масу тягаря  $m_T$  та задану висоту  $h$ .
3. Встановити тягар з підставкою на задану висоту  $h$ .
4. Надавши тягарю можливість опускатися без початкової швидкості (**не штовхаючи!!!**), виміряти секундоміром час  $t$  опускання тягаря та висоту його подальшого підйому  $h_1$  за шкалою N. Результати занести до таблиці 9.1.

5. Обчислити  $I_{Z_0}$  та  $I_{Z_T}$  за формулами (9.6) та (9.11) відповідно. Вимірювання та обчислення провести не менш трьох разів.

6. Розрахувати похибки  $\Delta I_{Z_0}$  та  $\Delta I_{Z_T}$  як для прямого вимірювання за формулою

$$\Delta I = 1,76 \sqrt{|I_{\text{сер}} - I_1|^2 + |I_{\text{сер}} - I_2|^2 + |I_{\text{сер}} - I_3|^2}, \quad \varepsilon_I = \frac{\Delta I}{I}.$$

7. Перевірити, чи виконується нерівність:  $|I_{Z_0} - I_{Z_T}| \leq (\Delta I_{Z_0} + \Delta I_{Z_T})$  та оцінити, чи можна нехтувати силами тертя.

**Таблиця 9.1. Результати вимірювань та розрахунків**

| №                                       | $m_T$ ,<br>кг                  | $h$ ,<br>м                              | $d$ ,<br>м                 | $t$ ,<br>с                                   | $h_1$ ,<br>м   | $I_{Z_0}$ ,<br>кг·м <sup>2</sup> | $I_{Z_T}$ ,<br>кг·м <sup>2</sup> |
|---|--------------------------------|---|----------------------------|--|--|----------------------------------|----------------------------------|
| 1                                       |                                |   |                            |  |  |                                  |                                  |
| 2                                       |                                |   |                            |  |  |                                  |                                  |
| 3                                       |                                |   |                            |  |  |                                  |                                  |
| сер                                     | —                              | —                                       | —                          | —  | —  |                                  |                                  |
| $\Delta I_{Z_0}$ ,<br>кг·м <sup>2</sup> | $\varepsilon_{I_{Z_0}}$ ,<br>% | $\Delta I_{Z_T}$ ,<br>кг·м <sup>2</sup> | $\varepsilon_{I_T}$ ,<br>% | $ I_{Z_0} - I_{Z_T} $ ,<br>кг·м <sup>2</sup> | $(\Delta I_{Z_0} + \Delta I_{Z_T})$ ,<br>кг·м <sup>2</sup> |                                  |                                  |
|   |                                |   |                            |  |  |                                  |                                  |

**Таблиця 9.2. Індивідуальні завдання**

| № бригади | $m_T$ , г | $h$ , см |
|-----------|-----------|----------|
| 1         | 100       | 80       |
| 2         | 150       | 80       |
| 3         | 200       | 80       |
| 4         | 100       | 75       |
| 5         | 150       | 75       |
| 6         | 200       | 75       |
| 7         | 100       | 70       |
| 8         | 150       | 70       |
| 9         | 200       | 70       |
| 10        | 100       | 65       |

### Контрольні запитання

1. Дайте означення обертального руху.
2. Що таке кутова швидкість, кутове прискорення, як вони напрямлені?
3. Як пов'язані між собою лінійні та кутові характеристики (швидкості та прискорення) обертального руху?
4. Запишіть основне рівняння динаміки обертального руху.
5. Що таке момент сили, момент інерції?
6. Як обчислити момент інерції точки, тіла правильної форми?
7. Від чого залежить момент інерції тіла довільної форми?

# Лабораторна робота №10

## Вимірювання моменту інерції тіла за допомогою фізичного маятника

**Мета роботи:** визначити моменти інерції тіл правильної та неправильної геометричної форми.

**Обладнання:** тіла правильної геометричної форми, тіло неправильної геометричної форми, секундомір, технічні терези Т-200 та Т-1000, набір тягарців, лінійка.

### Теоретичні відомості

*Моментом інерції твердого тіла відносно осі* називають величину, яка характеризує його інертні властивості при обертальному русі. Момент інерції залежить не тільки від маси тіла, а також від його форми, розмірів, положення осі обертання. Момент інерції  $I_Z$  матеріальної точки маси  $m$  відносно осі  $Z$  дорівнює

$$I_Z = mr^2,$$

де  $r$  – відстань від точки до осі.

Для тіл правильної геометричної форми момент інерції можна визначити простим інтегруванням по об'єму тіла:

$$I_Z = \rho \int_V r^2 dV,$$

де  $\rho$  – густина тіла,  $r$  – відстань від елементарного об'єму  $dV$ , який розглядають як матеріальну точку, до осі обертання.

Таким чином, можна одержати формули *моментів інерції кулі, циліндра, стержня відносно їх осей симетрії*. Наприклад, для тонкого однорідного стержня момент інерції відносно центральної осі  $Z_C$  (тобто, осі, що проходить через його центр мас, т. С), перпендикулярної до осі стержня, визначається виразом:

$$I_C = \frac{1}{12} m \ell^2, \quad (10.1)$$

де  $m$  – маса,  $\ell$  – довжина стержня.

Для однорідної пластини, довжина якої  $\ell$  такого ж порядку, як і ширина  $a$ , момент інерції відносно центральної осі, перпендикулярної до пластини, дорівнює

$$I_C = \frac{m}{12} (a^2 + \ell^2). \quad (10.2)$$

Момент інерції однорідного диску, радіуса  $R$  відносно осі, що проходить через його центр перпендикулярно до площини диску дорівнює

$$I_C = \frac{1}{2} m R^2 \quad (10.3)$$

Момент інерції  $I_Z$  відносно іншої осі  $Z$ , паралельної до центральної осі  $Z_C$ , можна обчислити за **теоремою Штейнера**:

$$I_Z = I_C + md^2.$$

В цій формулі  $d$  – відстань між осями  $Z$  та  $Z_C$  (рис. 10.1).

Таким чином, остаточно отримаємо теоретичне значення моменту інерції:

– пластини: 
$$I_Z = \frac{m}{12}(a^2 + \ell^2 + d^2); \quad (10.4)$$

– стержня: 
$$I_Z = \frac{m}{12}(\ell^2 + d^2). \quad (10.5)$$

– диску: 
$$I_Z = \frac{m}{2}(R^2 + d^2). \quad (10.6)$$

Момент інерції тіла довільної форми можна визначити дослідним шляхом, вимірявши період коливань фізичного маятника. *Фізичним маятником* називають тверде тіло, яке має нерухому горизонтальну вісь обертання, що не проходить через його центр мас, та знаходиться під дією тільки сили тяжіння. Період малих коливань фізичного маятника дорівнює

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_Z}{mgd}}. \quad (10.7)$$

Тобто, вимірявши масу тіла  $m$ , відстань  $d$  від центра мас до осі обертання та період коливань  $T$ , можна знайти момент інерції відносно осі обертання:

$$I_Z = \frac{mgdT^2}{4\pi^2}. \quad (10.8)$$

Так як  $T = \frac{t}{n}$ , де  $t$  – час, за який тіло здійснює  $n$  – коливань, то дослідне значення моменту інерції твердого тіла правильної геометричної форми:

$$I_Z = \frac{mgdt^2}{4\pi^2 n^2}. \quad (10.9)$$

### Порядок виконання роботи

#### Дослід 1. Визначення моменту інерції тіла правильної геометричної форми

1. Закріпити тіло, відповідно до таблиці 10.4, на осі обертання, відхилити від положення рівноваги на малий кут  $<10^\circ$  та виміряти час  $t$  заданої в таблиці 10.4 кількості коливань  $n$ . Досліди повторити 3 рази. Результати вимірювань занести до таблиці 10.1.

2. Виміряти розміри (для стержня – довжину, для пластини – довжину и ширину, для диску – радіус) та масу тіла  $m$ . Результати вимірювань занести до таблиці 10.1.

3. Визначити положення центра мас тіла, нехтуючи зміною його положення за рахунок свердлення (вважаємо, що центр мас тіла співпадає з його геометричним центром). З геометричних міркувань (див. рис 10.1) обчислити відстань  $d$  та занести до таблиці 10.1.

4. Вписати до таблиці 10.1 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

5. Визначити  $I_{\text{досл}}$  за формулою (10.9), а також  $I_{\text{теор}}$  за формулою (10.4), (10.5) або (10.6) в залежності від форми тіла. Результати розрахунків занести до таблиці 10.3.

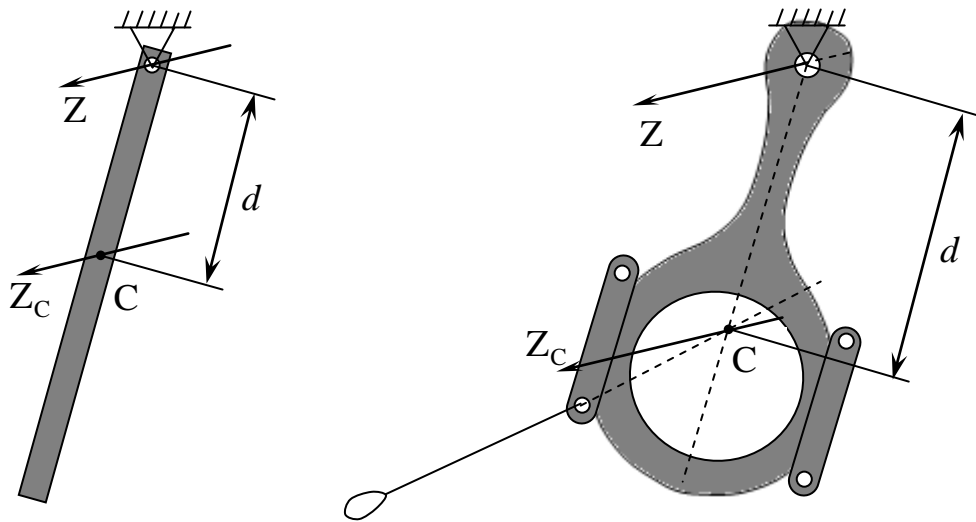


Рис. 10.1

6. Обчислити відносні похибки за формулами (10.10) – (10.13). Результати розрахунків занести до таблиці 10.3.

$$\varepsilon_{I_{\text{досл}}} = \frac{2\Delta t}{t} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta d}{d}, \quad (10.10)$$

$$\varepsilon_{I_{\text{теор}}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{2a\Delta a + 2\ell\Delta\ell + 2d\Delta d}{a^2 + \ell^2 + d^2} \quad (\text{для пластини}), \quad (10.11)$$

$$\varepsilon_{I_{\text{теор}}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\ell\Delta\ell + 2d\Delta d}{\ell^2 + d^2} \quad (\text{для стержня}), \quad (10.12)$$

$$\varepsilon_{I_{\text{теор}}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{2R\Delta R + 2d\Delta d}{R^2 + d^2} \quad (\text{для кулі}), \quad (10.13)$$

7. Обчислити відносні похибки за формулою  $\Delta I = I\varepsilon_I$ . Результати розрахунків занести до таблиці 10.3.

8. Порівняти теоретичні та експериментальні результати. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $|I_{\text{теор}} - I_{\text{досл}}| \leq (\Delta I_{\text{теор}} + \Delta I_{\text{досл}})$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання дослідів.

Таблиця 10.1. Результати вимірювань для дослідів 1

| №                | n | t, с | m, кг | d, м | ℓ, м<br>(для стержня і пластини) | a, м<br>(для пластини) | R, м<br>(для кулі) |
|------------------|---|------|-------|------|----------------------------------|------------------------|--------------------|
| 1                |   |      |       |      |                                  |                        |                    |
| 2                |   |      |       |      |                                  |                        |                    |
| 3                |   |      |       |      |                                  |                        |                    |
| сер              |   |      |       |      |                                  |                        |                    |
| Δ <sub>сис</sub> |   |      |       |      |                                  |                        |                    |
| Δ <sub>вип</sub> |   |      |       |      |                                  |                        |                    |
| Δ <sub>рез</sub> |   |      |       |      |                                  |                        |                    |

## Дослід 2. Визначення моменту інерції тіла довільної форми

1. Визначити час  $t$  заданої в таблиці 4 кількості коливань  $n$  як і для тіла правильної форми. Визначити масу тіла  $m$ . Досліди повторити 3 рази. Результати вимірювань занести до таблиці 10.2.

2. Для щоб визначити центр мас, необхідно підвісити тіло в двох точках (по черзі), що не лежать на одній прямій. Кожного разу провести уявну вертикальну лінію з точки підвісу. На перетині двох уявних прямокутних ліній буде знаходитись центр мас тіла неправильної геометричної форми (на рис. 10.1 - точка С) . Виміряти відстань  $d$  від центра мас до точки підвісу та занести до таблиці 10.2.

Таблиця 10.2. Результати вимірювань для дослідів 2

| №                     | $n$ | $t$ , с | $m$ , кг | $d$ , м |
|-----------------------|-----|---------|----------|---------|
| 1                     |     |         |          |         |
| 2                     |     |         |          |         |
| 3                     |     |         |          |         |
| сер                   |     |         |          |         |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |     |         |          |         |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |     |         |          |         |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |     |         |          |         |
|                       |     |         |          |         |

4. Обчислити  $I_Z$  за формулою (10.9). Обчислити відносну похибку за формулою (10.10), а також абсолютну похибку за формулою  $\Delta I = I \varepsilon_I$ . Результати розрахунків занести до таблиці 10.3.

5. Записати кінцевий результат розрахунку моменту інерції тіла неправильної геометричної форми у вигляді  $I = I \pm \Delta I$ .

Таблиця 10.3. Результати розрахунків

| Дослід 1                                   |   |  |  |   |  |  |  | Дослід 2                       |                                       |                            |
|--|---|--|--|---|--|--|--|--------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| $I_{\text{досл}}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\Delta I_{\text{досл}}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\varepsilon_{I_{\text{досл}}}$ ,<br>% | $I_{\text{теор}}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\Delta I_{\text{теор}}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\varepsilon_{I_{\text{теор}}}$ ,<br>% | $ I_{\text{д}} - I_{\text{т}} $ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $(\Delta I_{\text{д}} + \Delta I_{\text{т}})$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $I_Z$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\Delta I_Z$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\varepsilon_{I_Z}$ ,<br>% |
|  |   |  |  |   |  |  |  |                                |                                       |                            |

Таблиця 10.4. Індивідуальні завдання

| № бригади | Форма тіла для дослідів 1 | $n$ |
|-----------|---------------------------|-----|
| 1         | Стержень                  | 4   |
| 2         | Пластина                  | 4   |
| 3         | Диск                      | 5   |
| 4         | Стержень                  | 5   |
| 5         | Пластина                  | 6   |
| 6         | Диск                      | 6   |
| 7         | Стержень                  | 7   |
| 8         | Пластина                  | 7   |
| 9         | Диск                      | 8   |
| 10        | Стержень                  | 8   |

### **Контрольні запитання**

1. Яку фізичну властивість тіла характеризує момент інерції?
2. Як обчислюється момент інерції матеріальної точки відносно осі?
3. Як обчислюються моменти інерції тіл правильної геометричної форми?
4. Від чого залежить момент інерції твердого тіла?
5. Сформулюйте теорему Штейнера.
6. Що таке фізичний маятник?
7. Запишіть формулу для визначення періоду коливань фізичного маятника.



# Лабораторна робота №11

## Визначення моментів інерції тіл за допомогою крутильного маятника

**Мета роботи:** визначити моменти інерції тіла правильної геометричної форми відносно його головних осей інерції та порівняти отримані результати з теоретичними розрахунками; визначити момент інерції тіла відносно довільної осі, що проходить через центр мас.

**Обладнання:** установка FPM-05 (крутильний маятник), набір тіл, штангенциркуль, мікрометр, технічні терези Т-200, набір тягарців, лінійка.

### Теоретичні відомості

В роботі визначається момент інерції тіла відносно осі, що проходить через його центр мас, за допомогою крутильних коливань. Для їх здійснення необхідно тіло закріпити на пружній нитці вертикально так, щоб лінія, вздовж якої натягнута нитка, проходила через центр мас тіла (рис. 11.1). Таке тіло називають *крутильним маятником*. При його відхиленні на деякий кут  $\varphi$  нитка зазнає деформації кручення. При цьому виникає момент сил пружності  $M(\vec{F}_{\text{пр}})$ , який намагається повернути тіло до положення рівноваги. Цей момент відносно осі обертання  $ZZ$  у відповідності до закону Гука для пружних деформацій кручення має вигляд:

$$M_Z = -D\varphi. \quad (11.1)$$

де  $D$  – модуль кручення нитки, який характеризує пружні властивості тіла під час деформації кручення. Внаслідок дії моменту сил пружності тіло здійснюватиме коливальний рух, який можна розглядати як обертальний зі зміною напрямку обертання.

Підставивши (11.1) в основне рівняння динаміки обертального руху, отримаємо

$$I_Z \varepsilon = M_Z, \quad (11.2)$$

Де:  $I_Z$  – момент інерції тіла,  $\varepsilon = \ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$  – кутове прискорення тіла (друга похідна від кутового переміщення  $\varphi$  за часом), отримаємо

$$\ddot{\varphi} + \frac{D}{I_Z} \varphi = 0. \quad (11.3)$$

Рівняння (11.3) – однорідне диференціальне рівняння другого порядку. Воно описує гармонічні коливання тіла. З (11.3) можна визначити період цих коливань:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_Z}{D}}. \quad (11.4)$$

Вимірявши період  $T$  коливань, з (11.4) можна визначити момент інерції тіла:

$$I_Z = \frac{DT^2}{4\pi^2}. \quad (11.5)$$

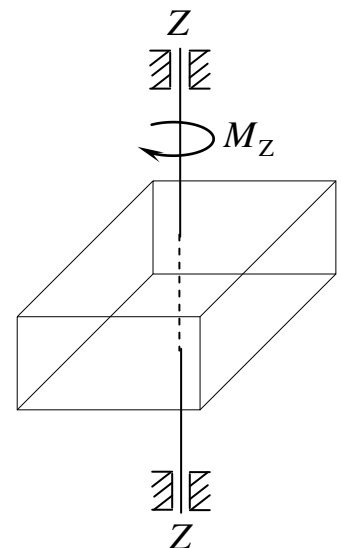


Рис. 11.1

Для визначення теоретичного значення модуля кручення нитки  $D$  використовують його зв'язок з модулем зсуву:

$$D = \frac{\pi d^4}{32\ell} G, \quad (11.6)$$

де  $d$  – діаметр нитки,  $\ell$  – довжина нитки,  $G$  – модуль зсуву, який характеризує пружні властивості тіла під час деформації зсуву (кручення розглядають як зсув окремих шарів матеріалу). Модуль зсуву в свою чергу пов'язаний з модулем Юнга співвідношенням:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \quad (11.7)$$

де  $E$  – модуль Юнга, який характеризує пружні властивості тіла під час деформації розтягу (стиску),  $\mu$  – коефіцієнт Пуассона, який характеризує пружні властивості тіла під час зміни розмірів тіла в поперечному напрямі. Якщо знехтувати зміною розмірів тіла в поперечному напрямі, то  $\mu \approx 1/2$ . Тоді з (11.7)  $G \approx 1/3E$  і вираз для модуля кручення нитки матиме вигляд:

$$D = \frac{\pi d^4}{96\ell} E. \quad (11.8)$$

Визначення моменту інерції тіла саме відносно осі, що проходить через центр мас (центральної осі), важливо, оскільки: *по-перше*, знаючи момент інерції тіла відносно такої осі за теоремою Штейнера можна визначити момент інерції відносно будь-якої іншої паралельної осі, а *по-друге*, це дозволить серед усіх осей, що проходять через центр мас, виділити головні осі інерції тіла. *Головні осі інерції тіла* – це три взаємно перпендикулярні осі, які проходять через центр мас і є вільними (при обертанні тіла навколо них осі не зазнають деформацій). Для тіла правильної геометричної форми головні осі співпадають з осями симетрії. Момент інерції навколо однієї з головних осей найбільший, навколо другої – найменший, навколо третьої – має проміжне значення.

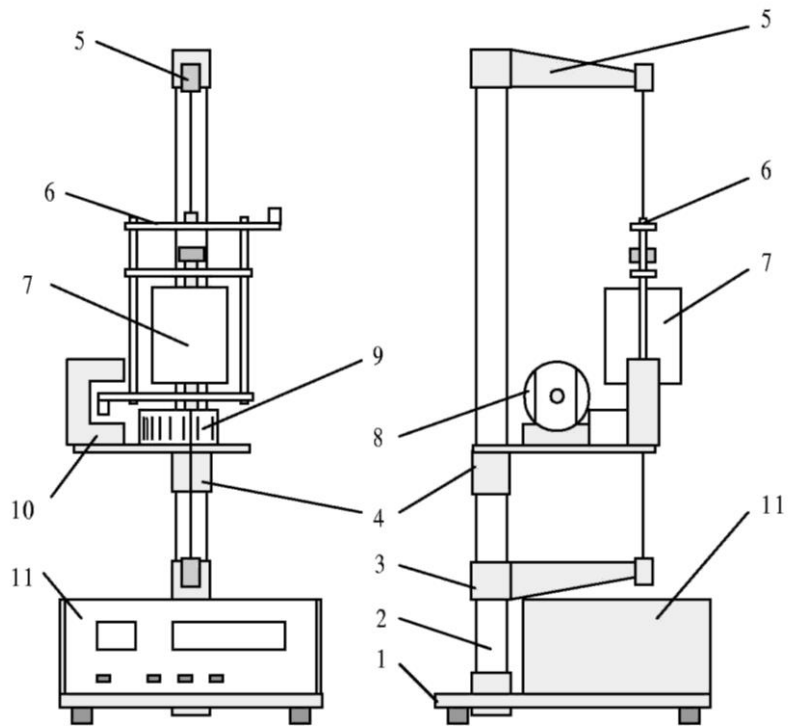


Рис. 11.2

Експериментальна установка для визначення моментів інерції тіл відносно головних осей зображена на рис. 11.2. На основі 1 закріплена колона 2 з трьома кронштейнами 3, 4, 5. Через кронштейни 3 і 5 натягнута стальна нитка, до якої прикріплена рамка 6. У рамці можуть бути закріплені тіла довільної форми 7. На кронштейні 4 кріпляться електромагніт 8, який утримує рамку в початковому положенні, ку-

това шкала 9 і фотодатчик 10, який дозволяє визначити час певної кількості коливань.

Установка дозволяє визначити період крутильних коливань тіла  $T$  за формулою

$$T = \frac{t}{n}, \quad (11.9)$$

де  $t$  – час  $n$  коливань. Підставивши (11.9) і (11.8) в (11.5), отримаємо експериментальне значення для моменту інерції тіла відносно центральної осі:

$$I_Z = \frac{Ed^4 t^2}{384\pi n^2 \ell}. \quad (11.10)$$

Оскільки тіло здійснює крутильні коливання разом з рамкою, то на основі адитивності моменту інерції можна записати:

$$I_Z = \frac{Ed^4 t^2}{384\pi n^2 \ell} - I_p, \quad (11.11)$$

де  $I_Z$  – момент інерції тіла,  $I_p$  – момент інерції рамки.

Теоретично момент інерції для прямокутного паралелепіпеда з ребрами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  відносно центральної осі  $Z$ , що перетинає грань з ребрами  $a$  та  $b$  можна розрахувати за формулою:

$$I_Z = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2); \quad (11.12)$$

### Порядок виконання роботи

1. За допомогою регулюючих ніжок встановити колону вертикально. Перевірити заземлення приладу та ввімкнути шнур в електричну мережу. Натиснути клавішу “СЕТЬ”, перевіряючи, чи показують всі індикатори нуль, та чи світять лампочки фотоелектричних датчиків.

2. Виміряти діаметр  $d$  та довжину (відстань між точками підвісу)  $\ell$  нитки. Вимірювання провести не менше трьох разів. Результати вимірювань занести до таблиці 11.1.

3. Виміряти масу  $m$  та лінійні розміри  $a$ ,  $b$ ,  $c$  прямокутного паралелепіпеда, відповідно до таблиці 11.4. Вимірювання провести не менше трьох разів. Результати вимірювань занести до таблиці 11.1.

4. Повернути рамку та закріпити за допомогою електромагніту.

5. Натиснути кнопку “СБРОС”. Натиснути кнопку “ПУСК” та виміряти час  $t_0$  для  $n$  коливань ( $n$  задано в таблиці 11.4). Вимірювання провести не менше трьох разів. Результати вимірювань занести до таблиці 11.2.

6. Надійно закріпити тіло у рамці так, щоб лінія, вздовж якої натягнута рамка, співпадала з головною віссю паралелепіпеда.

7. Повернути рамку з тілом та закріпити за допомогою електромагніту.

8. Натиснути кнопку “СБРОС”. Натиснути кнопку “ПУСК” та виміряти час  $t_1$  для  $n$  коливань ( $n$  задано в таблиці 11.3). Вимірювання провести не менше трьох разів. Результати вимірювань занести до таблиці 11.2.

9. Виписати до таблиць 11.1 – 11.2 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

10. Розрахувати момент інерції рамки  $I_p$  за формулою (11.10). Результати розрахунків занести до таблиці 11.3.

11. Розрахувати експериментальне значення моменту інерції паралелепіпеда  $I_{\text{експ}}$  за формулою (11.11). Модуль Юнга для сталі  $E = 216$  ГПа. Результати розрахунків занести до таблиці 11.3.

**Таблиця 11.1. Результати вимірювань параметрів маятника і тіла**

| №                     | $n$ | $d$ , м | $\ell$ , м | $m$ , кг | $a$ , м | $b$ , м | $c$ , м |
|-----------------------|-----|---------|------------|----------|---------|---------|---------|
| 1                     |     |         |            |          |         |         |         |
| 2                     |     |         |            |          |         |         |         |
| 3                     |     |         |            |          |         |         |         |
| сер                   |     |         |            |          |         |         |         |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |     |         |            |          |         |         |         |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |     |         |            |          |         |         |         |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |     |         |            |          |         |         |         |

**Таблиця 11.2. Результати вимірювань часу коливань**

| №                     | $t_0$ , с | $t_1$ , с | $t_2$ , с | $t_3$ , с | $t$ , с |
|-----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|---------|
| 1                     |           |           |           |           |         |
| 2                     |           |           |           |           |         |
| 3                     |           |           |           |           |         |
| сер                   |           |           |           |           |         |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |           |           |           |           |         |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |           |           |           |           |         |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |           |           |           |           |         |

**Таблиця 11.3. Результати розрахунків**

| $I_p$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $I_{\text{експ}}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\Delta I_{\text{експ}}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\varepsilon_{I_{\text{експ}}}$ ,<br>% | $I_{\text{теор}}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\Delta I_{\text{теор}}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\varepsilon_{I_{\text{теор}}}$ ,<br>% | $ I_{\text{експ}} - I_{\text{теор}} $ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $(\Delta I_{\text{ек}} + \Delta I_{\text{т}})$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> |
|--------------------------------|--|---|--|--|---|--|--|---|
|                                |  |   |  |  |   |  |  |   |
| $I_2$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\Delta I_2$ ,<br>кг · м <sup>2</sup>      | $\varepsilon_{I_2}$ ,<br>%                        | $I_3$ ,<br>кг · м <sup>2</sup>         | $\Delta I_3$ ,<br>кг · м <sup>2</sup>      | $\varepsilon_{I_3}$ ,<br>%                        | $I$ ,<br>кг · м <sup>2</sup>           | $\Delta I$ ,<br>кг · м <sup>2</sup>                            | $\varepsilon_I$ ,<br>%  |
|                                |  |   |  |  |   |  |  |   |

12. Розрахувати теоретичне значення моменту інерції паралелепіпеда  $I_{\text{теор}}$  за формулою (11.12). Результати розрахунків занести до таблиці 11.3.

13. Розрахувати відносні похибки, за формулами (11.16) – (11.17). Результати розрахунків занести до таблиці 11.3.

$$\varepsilon_{I_{\text{експ}}} = \left( \frac{4\Delta d}{d} + \frac{\Delta \ell}{\ell} + 2 \frac{t\Delta t + t_p \Delta t_p}{t - t_p} \right), \quad (11.16)$$

$$\varepsilon_{I_{\text{теор}}} = \left( \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{a\Delta a + b\Delta b}{a^2 + b^2} \right), \quad (11.17)$$

14. Розрахувати абсолютні похибки за формулою  $\Delta I = I\varepsilon_I$ . Результати розрахунків занести до таблиці 11.3.

15. Перевірити рівність теоретичного та експериментального значень моментів інерції. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $|I_{I_{\text{експ}}} - I_{I_{\text{теор}}}| \leq (\Delta I_{I_{\text{експ}}} + \Delta I_{I_{\text{теор}}})$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання досліду. Зробити висновок про правильність теоретичних міркувань.

16. Повторити пункти 6 – 9, 13 – 14 для інших двох головних осей інерції паралелепіпеда. Відповідно виміряти  $t_2$  та  $t_3$  та визначити експериментальні значення  $I_2$  та  $I_3$ .

17. Повторити пункти 6 – 9, 13 – 14 для будь-якої неголовної осі інерції паралелепіпеда. Відповідно виміряти  $t$  та визначити експериментальні значення  $I$ .

18. Проаналізувати отримані результати та визначити, відносно яких осей обертання буде найбільш стійким. Порівняти момент інерції відносно неголовної осі з моментами інерції відносно головних осей та зробити висновки.

**Таблиця 11.4. Індивідуальні завдання**

| № бригади | № тіла | $n$ |
|-----------|--------|-----|
| 1         | 1      | 4   |
| 2         | 2      | 4   |
| 3         | 3      | 4   |
| 4         | 1      | 5   |
| 5         | 2      | 5   |
| 6         | 3      | 5   |
| 7         | 1      | 6   |
| 8         | 2      | 6   |
| 9         | 3      | 6   |
| 10        | 1      | 7   |

### Контрольні запитання

1. Що називається моментом інерції абсолютно твердого тіла? Який його фізичний зміст?
2. Які види деформацій твердих тіл існують?
3. Сформулюйте та запишіть закон Гука для різних видів деформацій.
4. Що таке головні осі інерції?
5. Що таке вільні осі обертання?

# Лабораторна робота №12

## Вивчення плоского руху за допомогою маятника Максвелла

**Мета роботи:** ознайомитись з плоским рухом на прикладі маятника Максвелла, експериментально виміряти момент інерції маятника Максвелла та порівняти з теоретичним значенням.

**Обладнання:** установка FPM-03 (маятник Максвелла), технічні терези Т-200, набір феритових кілець, штангенциркуль.

### Теоретичні відомості та принцип роботи приладу

*Маятником Максвелла* (рис. 12.1) називають диск, жорстко насаджений на стержень і підвішений на двох паралельних нерозтяжних нитках. Намотавши нитки на стержень, можна надати маятнику потенціальну енергію відносно його нижнього положення, що визначається довжиною цих ниток. Якщо маятник відпустити з верхнього положення, то, обертаючись, він почне здійснювати рух під дією прикладених сил: поступальний – вниз, обертальний – навколо власної осі симетрії. В нижньому положенні (коли нитки повністю розмотані) відбувається “удар” і маятник починає рухатися вгору. Потім рух маятника сповільнюється, він зупиняється і починає рухатися вниз і т. д. Таким чином, маятник Максвелла здійснює коливання в одній площині, які є прикладом *плоского (плоско-паралельного) руху*.

Для того, щоб визначити момент інерції маятника відносно його осі симетрії, запишемо динамічні рівняння його руху в проекціях на вертикальну вісь, що проходить через центр мас:

$$\begin{cases} ma = mg - 2T \\ I_0 \varepsilon = M(\vec{T}) \\ a = r\varepsilon \\ M(\vec{T}) = 2rT \end{cases}, \quad (12.1)$$

де  $r$  – радіус стержня,  $m$  – маса маятника. В рівняннях (12.1) нехтуємо силою тертя ковзання маятника відносно нитки. З рівнянь (12.1) отримаємо, що

$$a = \frac{g}{1 + \frac{I}{mr^2}}. \quad (12.2)$$

Вважаючи рух маятника рівнозміним, з кінематичних рівнянь отримаємо:

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (12.3)$$

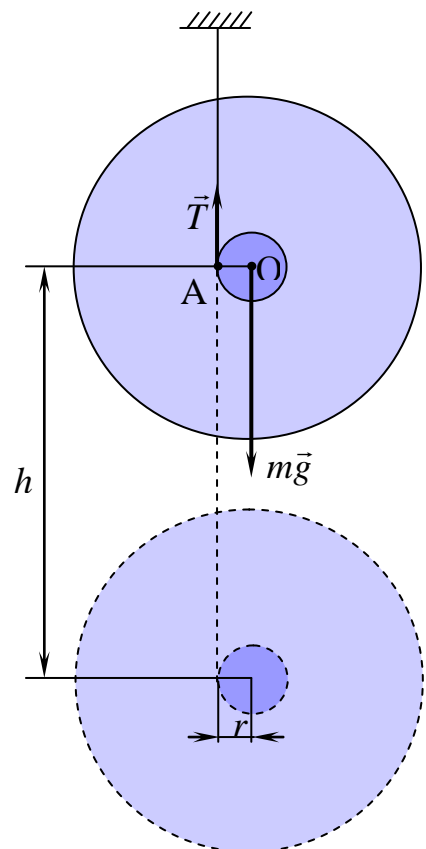


Рис. 12.1

Прирівнявши праві частини рівнянь (12.2) та (12.3), можна отримати експериментальне значення моменту інерції маятника відносно власної осі симетрії:

$$I_0 = \frac{md_{\text{ос}}^2}{4} \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (12.4)$$

В (12.4) не враховано товщину нитки, що намотується на стержень.

Для вивчення руху маятника Максвелла та експериментального визначення його моменту інерції за формулою (12.4) пропонується установка, зображена на рис. 12.2.

На вертикальній колоні закріплено два кронштейни. На верхньому нерухомому кронштейні розміщені вороток 1 для кріплення і регулювання біфілярного підвісу, електромагніт 2 для фіксування маятника у верхньому положенні і фотодатчик 3, який вмикає секундомір. На рухомому кронштейні розміщений фотодатчик 4, який вмикає секундомір. При натисканні на кнопку "ПУСК" вмикається електромагніт і маятник починає рухатися вгору–вниз, тим самим здійснюючи коливання. Секундомір вимірює час, рівний половині періоду коливань маятника.

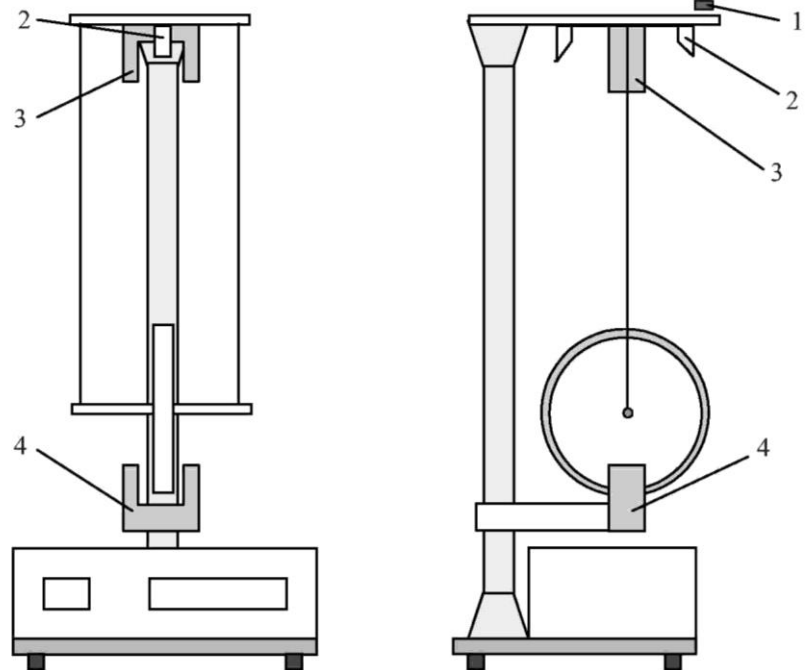


Рис. 12.2

Масу та момент інерції маятника можна змінювати за допомогою змінних кілець, які надіваються на диск. Вісь маятника має бути горизонтальною. Довжина ниток (висота падіння) визначається за допомогою шкали, нанесеної на колоні.

Маятник Максвелла складається з трьох елементів: осі, диска та кільця. Тому його момент інерції можна теоретично розрахувати як суму моментів інерції цих елементів:

$$I = I_0 + I_{\text{д}} + I_{\text{к}}. \quad (12.5)$$

Моментом інерції осі знехтуємо, а моменти інерції інших елементів рівні:

$$I_{\text{д}} = \frac{m_{\text{д}} d_{\text{д}}^2}{8}, \quad (12.6)$$

$$I_{\text{к}} = \frac{m_{\text{к}}}{8} (d_{\text{д}}^2 + d_{\text{к}}^2), \quad (12.7)$$

де  $m_{\text{д}}$ ,  $m_{\text{к}}$  – маси відповідно диска та кільця;  $d_{\text{д}}$ ,  $d_{\text{к}}$  – їх діаметри. З (12.5) – (12.7) отримаємо теоретичне значення моменту інерції маятника Максвелла:

$$I_{\text{д}} = \frac{1}{8} (m_{\text{д}} d_{\text{д}}^2 + m_{\text{к}} (d_{\text{д}}^2 + d_{\text{к}}^2)). \quad (12.8)$$

### Порядок виконання роботи

1. Встановити основу приладу горизонтально за допомогою регулюючих ніжок, заземлити прилад, ввімкнути прилад в електричну мережу, натиснути кнопку “СЕТЬ” та перевірити, чи показують нуль індикатори вимірювача, а також чи свіяться лампочки фотоелектричного датчика.

2. Виміряти діаметри диска  $d_d$ , кільця  $d_k$  та осі  $d_{oc}$ . Вимірювання провести три рази. Занести результати вимірювань до таблиці 12.1.

3. Надіти на диск кільце відповідно до таблиці 12.2.

4. Виміряти довжину ниток (висоту падіння)  $h$ . Вимірювання провести три рази. Занести результати вимірювань до таблиці 12.1.

5. Перемістити маятник у верхнє положення, намотуючи нитки на вісь маятника.

**Намотувати нитки слід, обережно розміщуючи виток біля витка в один шар!** При дотику кільця маятника з електромагнітом намотування нитки слід зупинити і дати можливість електромагніту притягнути маятник, інакше при подальшому обертанні маятника він затиснеться механічно!

6. Натиснути кнопку “СБРОС”. Натиснути кнопку “ПУСК”. Зняти покази часу руху маятника  $t$  з секундоміра на корпусі. Записати результати вимірювань до таблиці 12.1.

7. Виконати пункти 5 – 6 ще два рази при різних довжинах ниток маятника. Для цього необхідно скористатися воротом 1 (див. рис. 12.2) Записати результати вимірювань до таблиці 12.1.

8. Розрахувати експериментальне значення моменту інерції маятника  $I_{експ}$  за формулою (12.4) та теоретичне значення  $I_{теор}$  за формулою (12.8) для кожного з трьох дослідів. Записати результати вимірювань до таблиці 12.1.

Таблиця 12.1. Результати вимірювань та розрахунків

| №  | $h$ ,<br>м                      | $d_d$ ,<br>м                               | $d_k$ ,<br>м                    | $d_{oc}$ ,<br>м                             | $t$ ,<br>с  | $I_{експ}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $I_{теор}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> |
|--|---------------------------------|--|---------------------------------|---|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1  |                                 |  |                                 |   |   |                                     |                                     |
| 2  |                                 |  |                                 |   |   |                                     |                                     |
| 3  |                                 |  |                                 |   |   |                                     |                                     |
| сер  | —                               | —  | —                               | —   | —   |                                     |                                     |
| $\Delta I_{експ}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\varepsilon_{I_{експ}}$ ,<br>% | $\Delta I_{теор}$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $\varepsilon_{I_{теор}}$ ,<br>% | $ I_{ек} - I_{т} $ ,<br>кг · м <sup>2</sup> | $(\Delta I_{ек} + \Delta I_{т})$ ,<br>кг · м <sup>2</sup> |                                     |                                     |
|  |                                 |  |                                 |   |   |                                     |                                     |

9. Розрахувати похибки як для прямого вимірювання за формулами:

$$\Delta I = 1,76 \sqrt{(I_{сер} - I_1)^2 + (I_{сер} - I_2)^2 + (I_{сер} - I_3)^2}, \quad \varepsilon_I = \frac{\Delta I}{I}.$$

10. Перевірити рівність теоретичного та експериментального значень моментів інерції. Для цього перевірити, чи виконується нерівність:  $|I_{експ} - I_{теор}| \leq (\Delta I_{експ} + \Delta I_{теор})$  та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання дослідів.



*Таблиця 12.2. Індивідуальні завдання.*

| № бригади   | № кільця |
|-------------|----------|
| 1, 4, 7, 10 | 1        |
| 2, 5, 8     | 2        |
| 3, 6, 9     | 3        |

### **Контрольні запитання**

1. Що таке момент інерції абсолютно твердого тіла? Що він характеризує і від чого залежить?
2. Опишіть перетворення енергії під час коливань маятника Максвелла.
3. Запишіть закон збереження енергії для маятника Максвелла на початку руху, в кінці руху та у проміжному положенні.
4. Чому маятник після того, як досягне нижньої точки, знову підіймається вгору?

# Лабораторна робота №13

## Визначення швидкості кулі за допомогою балістичного маятника

**Мета роботи:** визначити швидкість кулі за допомогою балістичного маятника.

**Обладнання:** установка ФРМ-09 (балістичний маятник), куля для пострілу, технічні терези Т-200, набір тягарців.

### Теоретичні відомості

Загальний вигляд приладу показано на рис. 13.1. На основі встановлено колону. За допомогою кронштейнів 3 закріплено вертикальний дріт 1, на якому підвішений маятник. Маятник складається з двох стержнів 2, на кінцях яких закріплені диски 6, вкриті пластиліном, та двох пересувних тягарців 4. На середньому кронштейні закріплений стріляючий пристрій 5, а також прозорий екран з кутовою шкалою 7, яка дозволяє виміряти кут повороту маятника. Фотоелектричний датчик 8, з'єднаний з мілісекундоміром, встановлений на основі приладу, дозволяє вимірювати час десяти коливань маятника. При пострілі із стріляючого пристрою куля потрапляє в диск маятника, і він відхиляється від положення рівноваги на кут  $\alpha$ . При цьому кінетична енергія маятника з кулею:

$$E_k = (I_M + I_k) \frac{\omega_M^2}{2},$$

яку він одержує в момент удару, переходить в потенціальну енергію пружної деформації закрученого дроту

$$E_{II} = \frac{k\alpha^2}{2}.$$

За законом збереження механічної енергії:

$$(I_M + I_k) \frac{\omega_M^2}{2} = \frac{k\alpha^2}{2}, \quad (13.1)$$

де  $I_k = m_k r^2$  – момент інерції кулі,  $I_M$  – момент інерції маятника,  $m_k$  – маса кулі,  $r$  – відстань від осі обертання до центру кулі в місці її прикріплення до пластиліну,  $\omega_M$  – кутова швидкість маятника в момент удару,  $\alpha$  – кут відхилення маятника,  $k$  – модуль кручення дроту.

З закону збереження моменту імпульсу системи маятник-куля, вважаючи удар повністю непружним, отримаємо

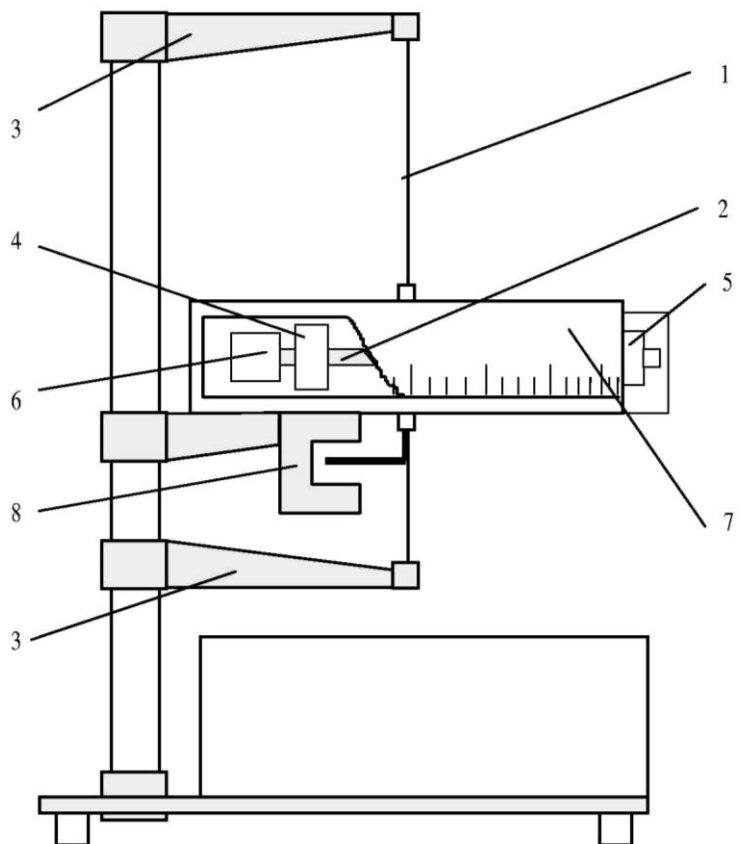


Рис. 13.1

$$m_k v_k r = (I_M + I_k) \omega_M, \quad (13.2)$$

де  $v_k$  – швидкість кулі.

Враховуючи, що  $I_k \ll I_M$ , систему рівнянь (13.1) – (13.2) можна записати так:

$$\begin{cases} I_M \omega_M^2 = k \alpha^2 \\ m_k v_k r = I_M \omega_M \end{cases}, \quad (13.3)$$

З системи рівнянь (13.3) знаходимо вираз для швидкості кулі:

$$v_k = \frac{\alpha I_M}{m_k r} \sqrt{\frac{k}{I_M}}. \quad (13.4)$$

В (13.4) невідомими є момент інерції маятника  $I_M$  та модуль кручення дроту  $k$ . Їх можна знайти, спостерігаючи крутильні коливання маятника та вимірюючи їх період при двох різних положеннях пересувних тягарців.

Рівняння руху (гармонічних коливань) маятника при цьому може бути записане у вигляді:

$$I_M \ddot{\alpha} = -k \alpha.$$

де  $\alpha$  – кут повороту маятника,  $\ddot{\alpha}$  – кутове прискорення. Розв'язуючи це рівняння, можна отримати період коливань крутильного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_M}{k}}. \quad (13.5)$$

Встановивши тягарці спочатку на відстані  $\ell_1$ , а потім на відстані  $\ell_2$  від осі обертання і вимірявши в кожному випадку періоди коливань  $T_1$  та  $T_2$ , отримаємо

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{M1}}{k}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{M2}}{k}}. \quad (13.6)$$

З (13.6) отримаємо

$$\frac{I_{M1}}{I_{M2}} = \frac{T_1^2}{T_2^2}, \quad (13.7)$$

З (13.7) враховуючи, що  $\Delta I = I_{M1} - I_{M2}$ , отримаємо

$$I_M = I_{M1} = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} \Delta I_M. \quad (13.8)$$

$\Delta I_M$  можна знайти, врахувавши, що момент інерції  $I_M$  маятника складається з моментів інерції стержнів з дисками  $I_0$  та моментів інерції двох пересувних тягарців масою  $m_T$  кожний, розташованих на відстані  $\ell$  від осі обертання:

$$\begin{aligned} I_{M1} &= I_0 + 2m_T \ell_1^2 \\ I_{M2} &= I_0 + 2m_T \ell_2^2 \end{aligned} \quad (13.9)$$

Тоді, враховуючи (13.9), вираз (13.8) перепишемо так:

$$I_M = 2m_T \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} (\ell_1^2 - \ell_2^2). \quad (13.10)$$

З (13.5) отримаємо також, що

$$\sqrt{\frac{k}{I_M}} = \frac{2\pi}{T_1}. \quad (13.11)$$

Підставивши (13.10) та (13.11) в (13.4), отримаємо

$$v_k = \frac{4\pi\alpha m_T T_1 (\ell_1^2 - \ell_2^2)}{m_k r (T_1^2 - T_2^2)}, \quad (13.12)$$

де:  $\alpha$  – кут відхилення маятника при пострілі в радіанах,  $m_T$  – маса пересувного тягарця,  $\ell_1$  – положення тягарців в момент пострілу,  $\ell_2$  – друге положення тягарців,  $T_1, T_2$  – періоди коливань балістичного маятника при першому та другому положеннях тягарців відповідно. Враховуючи, що  $T = \frac{t}{N}$ , де  $t$  – час, за який маятник здійснює  $N$  коливань, отримаємо остаточно:

$$v_k = \frac{4\pi\alpha m_T t_1 (\ell_1^2 - \ell_2^2) N}{m_k r (t_1^2 - t_2^2)} \quad (13.13)$$

### Порядок виконання роботи

1. Встановити основу приладу горизонтально за допомогою регулюючих ніжок, заземлити прилад, ввімкнути прилад в електричну мережу, натиснути кнопку “СЕТЬ” та перевірити, чи показують нуль індикатори приладу.

2. Встановити пересувні тягарі в задане у таблиці 13.2 положення  $\ell_1$ . Встановити маятник в нульове положення.

3. Зробити постріл (куля має залишитись на маятнику) та виміряти максимальний кут відхилення маятника  $\alpha$ , та відстань  $r$  від центру мас кулі до осі обертання. Результати вимірювань занести до таблиці 13.1.

4. Встановити секундомір на нуль.

5. Відхилити маятник на кут  $\alpha$ , та відпустити маятник, натиснути кнопку “СБРОС” та натиснути кнопку “ПУСК”. Виміряти час  $t_1$  заданої у таблиці 13.2 кількості коливань обертання. Дослід провести 3 рази. Результати вимірювань занести до таблиці 13.1, але пам’ятаючи, що одиниці вимірювання кута  $\alpha$  слід перевести в радіани за формулою  $\alpha(\text{рад}) = \frac{\pi}{180} \alpha(\text{град})$ .

6. Встановити пересувні тягарці на відстані  $\ell_2$  від дроту та повторити дії згідно пунктам 4 – 5. Виміряти час  $t_2$  та занести до таблиці 13.1.

7. Обчислити  $v_k$  за формулою (13.13). Результати розрахунків занести до таблиці 13.1.

Таблиця 13.1. Результати вимірювань та розрахунків

| №   | $N$ | $\ell_1$ ,<br>м | $\ell_2$ ,<br>м | $r$ ,<br>м | $\alpha$ ,<br>рад | $t_1$ ,<br>с | $t_2$ ,<br>с | $v_k$ ,<br>м/с | $\Delta v_k$ ,<br>м/с | $\epsilon_v$ ,<br>% |
|-----|-----|-----------------|-----------------|------------|-------------------|--------------|--------------|----------------|-----------------------|---------------------|
| 1   |     |                 |                 |            |                   |              |              |                |                       |                     |
| 2   |     |                 |                 |            |                   |              |              |                |                       |                     |
| 3   |     |                 |                 |            |                   |              |              |                |                       |                     |
| сер |     | –               | –               | –          | –                 | –            | –            |                |                       |                     |

8. Розрахувати похибки як для прямого вимірювання за формулами:

$$\Delta v_k = \Delta v_{k \text{ вип}} = 1,76 \sqrt{(v_{k \text{ сер}} - v_{k1})^2 + (v_{k \text{ сер}} - v_{k2})^2 + (v_{k \text{ сер}} - v_{k3})^2}, \quad \varepsilon_v = \frac{\Delta v_k}{v_k}.$$

9. Записати кінцевий результат вимірювання у вигляді  $v_k = v_{k \text{ сер}} \pm \Delta v_k$ .

Таблиця 13.2. Індивідуальні завдання

| № бригади | $\ell_1, \text{см}$ | $\ell_2, \text{см}$ | $N$ |
|-----------|---------------------|---------------------|-----|
| 1         | 8                   | 7                   | 5   |
| 2         | 7                   | 6                   | 5   |
| 3         | 6                   | 5                   | 5   |
| 4         | 5                   | 4                   | 5   |
| 5         | 8                   | 7                   | 6   |
| 6         | 7                   | 6                   | 6   |
| 7         | 6                   | 5                   | 6   |
| 8         | 5                   | 4                   | 6   |
| 9         | 8                   | 7                   | 7   |
| 10        | 7                   | 6                   | 7   |

### Контрольні запитання

1. Сформулюйте закон збереження повної механічної енергії системи.
2. Сформулюйте закон збереження моменту імпульсу механічної системи.
3. Запишіть формулу кінетичної енергії при обертальному русі.
4. Що характеризує момент інерції тіла? Від чого він залежить?
5. Як обчислити момент інерції матеріальної точки, твердого тіла, системи тіл?
6. Сформулюйте теорему Штейнера.
7. Опишіть перетворення механічної енергії при крутильних коливаннях.
8. Що таке кутова та лінійна швидкість тіла при обертальному русі.

# Лабораторна робота №14

## Вимірювання прискорення вільного падіння за допомогою оборотного маятника

**Мета:** виміряти прискорення вільного падіння за допомогою оборотного маятника.

**Обладнання:** установка FPM-04 (математичний та оборотний маятники).

### Теоретичні відомості та принцип роботи установки

*Фізичним маятником* називають тверде тіло яке має нерухому горизонтальну вісь обертання, що не проходить через його центр мас та знаходиться під дією тільки сили тяжіння. Період малих коливань фізичного маятника дорівнює

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_Z}{mgd}}, \quad (14.1)$$

де  $I_Z$  – момент інерції фізичного маятника відносно осі обертання  $Z$ ,  $m$  – маса маятника,  $d$  – відстань від осі обертання до центра мас.

Якщо фізичний маятник підвішений на тонкій, довгій, нерозтяжній нитці, то його можна вважати *математичним маятником*. Період малих коливань такого маятника навколо точки підвісу визначається формулою

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad (14.2)$$

де  $\ell$  – довжина нитки математичного маятника.

З будь-яким фізичним маятником можна співставити деякий математичний маятник так, щоб їх періоди співпадали. Для цього довжина математичного маятника повинна бути рівною (дивись формули (14.1) – (14.2)):

$$\ell = L = \frac{I_Z}{md}. \quad (14.3)$$

Величину  $L$ , яка визначається формулою (14.3), називають *зведеною довжиною фізичного маятника*.

Для будь-якого фізичного маятника можна вказати таку пару осей, періоди малих коливань відносно яких однакові, а відстань між ними рівна зведеній довжині (рис. 14.1). Тобто, для будь-якої осі, відносно якої фізичний маятник здійснює коливання з деяким періодом, існує інша паралельна вісь, відносно якої маятник здійснює коливання з таким же періодом.

Фізичний маятник, що має дві точки підвісу (А та В на рис. 14.1), що переміщуються вздовж лінії, яка проходить через центр мас (т. С на рис. 14.1), називають *оборотним маятником*. Переміщуючи точки підвісу, можна досягти того, що при підвішуванні маятника на будь-якій з них періоди коливань будуть однаковими. Відстань між цими точками підвісу і буде

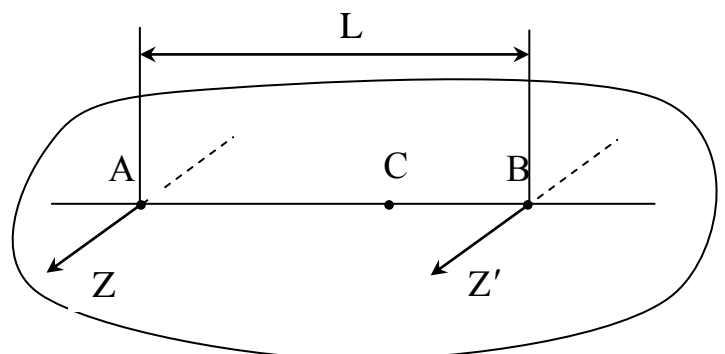


Рис. 14.1

рівною зведеної довжині оборотного маятника. Якщо виміряти зведену довжину  $L$  та період коливань  $T$  оборотного маятника, то з формули (14.2) можна визначити прискорення вільного падіння:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}. \quad (14.4)$$

Період коливань  $T$  визначають за формулою:

$$T = \frac{t}{n}, \quad (14.5)$$

де  $t$  – час  $n$  коливань.

Експериментальна установка, зображена на рис. 14.2. Оборотний маятник складається зі стержня 4, на якому кріпляться дві рухомі опорні призми 5 і два тягаря 6, переміщення яких змінює положення центра мас маятника. Фотодатчик 7 сигналізує про проходження маятником положення рівноваги. Прилад дозволяє виміряти кількість та час коливань. Прилад вмикається при натисканні кнопки “СЕТЬ”. Кнопка “СБРОС” встановлює нуль на приладах. Натискання кнопки “СТОП” зупиняє прилад.

Тягарі краще закріплювати несиметрично, щоб один з них знаходився біля кінця стержня, інший – біля середини (рис. 14.3). Призми слід закріпити по різні сторони від центра мас маятника.

Для вимірювання прискорення вільного падіння оборотний маятник необхідно підвісити спочатку на призмі С, а потім на призмі D, та виміряти відповідно періоди коливань  $T_1$  та  $T_2$ . В ідеальному випадку розташування призм відносно центра мас O (тобто відстані  $a$  та  $b$ ) необхідно підібрати так, щоб  $T_1 = T_2$  (на рис. 3 показано саме такий випадок). Тоді відстань між призмами  $a + b = L$  і прискорення вільного падіння можна визначити за формулою (14.4).

Однак реально підібрати точне розташування призм дуже важко і практично завжди  $T_1 \neq T_2$ . У цьому випадку періоди коливань при двох довільно розташованих призмах

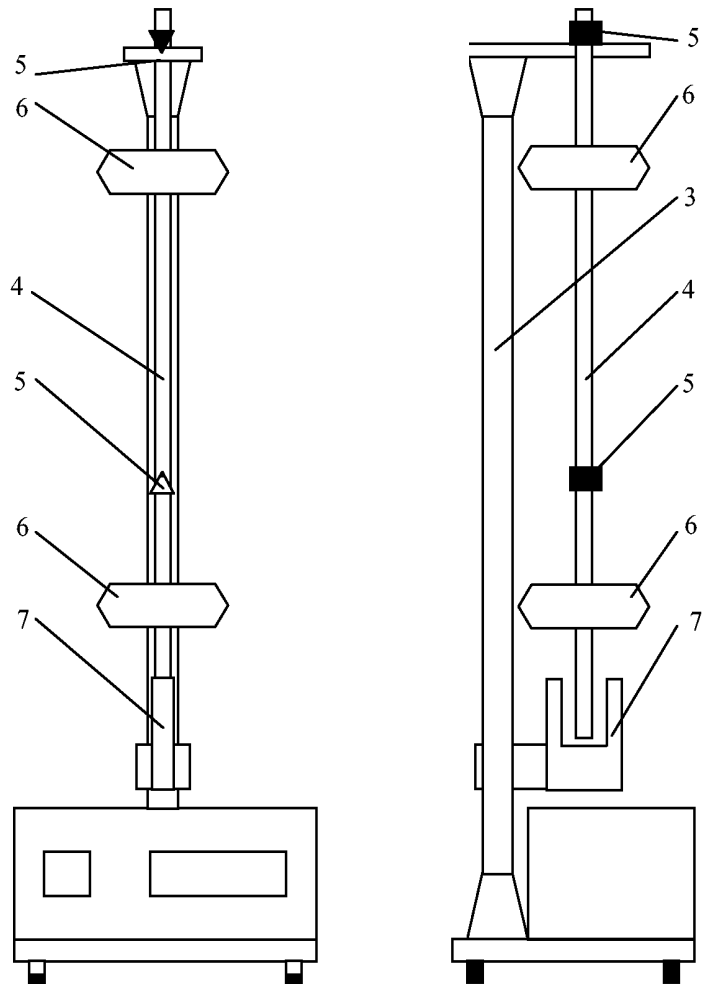


Рис. 14.2

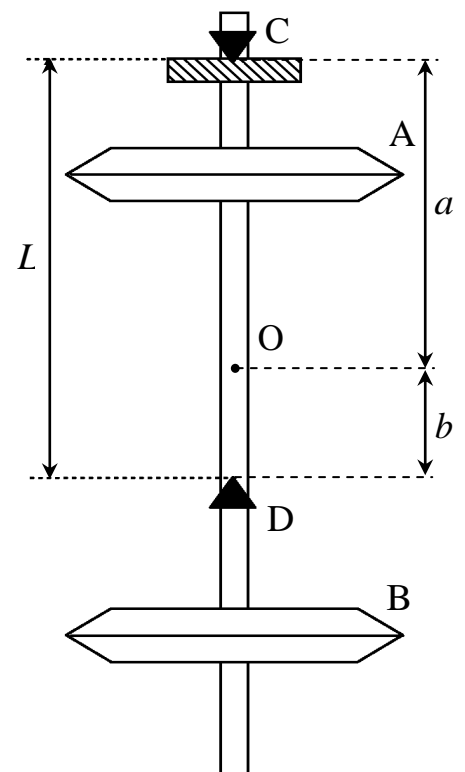


Рис. 14.3

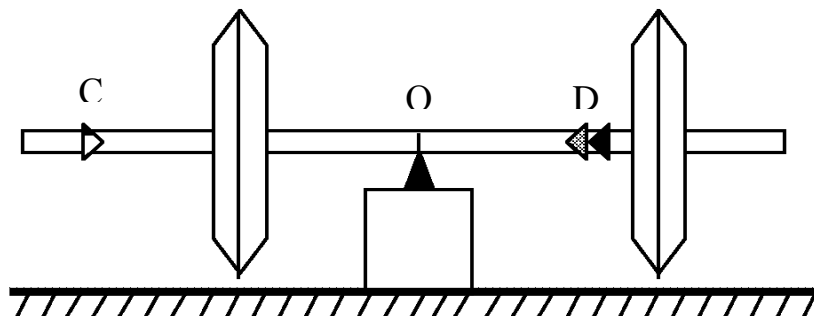


Рис. 14.4

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ma^2}{mga}},$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + mb^2}{mgb}},$$
(14.6)

де  $I_0$  – момент інерції маятника відносно осі, що проходить через центр мас. Виключивши  $I_0$  з системи рівнянь (14.6), можна отримати:

$$g = 4\pi^2 \frac{a^2 - b^2}{aT_1^2 - bT_2^2},$$
(14.7)

або

$$g = 4\pi^2 n^2 \frac{a^2 - b^2}{at_1^2 - bt_2^2}.$$
(14.8)

Для того, щоб визначити відстані  $a$  та  $b$ , необхідно розвернути маятник горизонтально, покласти на призму та зрівноважити, як показано на рис. 14.4.

### Порядок виконання роботи

1. За допомогою регулюючих ніжок встановити колону вертикально. Перевірити заземлення приладу та ввімкнути шнур в електричну мережу. Натиснути клавішу “СЕТЬ”, перевіряючи, чи показують всі індикатори нуль, та чи світять лампочки фотоелектричних датчиків.

2. Закріпити призми та тягарі на оборотному маятнику. Відстані тягаря А та тягаря В від одного з кінців стержня наведено у таблиці 14.2. Одну призму (С) слід помістити ближче до вільного кінця стержня, другу (D) – між тягарцями.

3. Підвісити маятник на призмі С (рис. 14.3). Пересунути кронштейни так, щоб нижній кінець маятника перетинав оптичну вісь фотодатчика.

4. Відхилити маятник на малий кут  $< 10^\circ$ .

5. Натиснути кнопку “СБРОС” і відпустити маятник, не штовхаючи.

6. Коли маятник здійснить  $n-1$  коливань (кількість коливань  $n$  наведено у таблиці 14.2), натиснути кнопку “СТОП”. Таким чином прилад вимірює час  $t_1$  для  $n$  коливань. Результати вимірювань занести до таблиці 14.1.

7. Перевернути маятник та підвісити його на призмі D. Пересунути кронштейни так, щоб нижній кінець маятника перетинав оптичну вісь фотодатчика.

8. Виміряти час  $t_2$  для  $n$  коливань. Результати вимірювань занести до таблиці 14.1.



9. Визначити положення центра мас маятника (т. О – див. рис. 14.4) та відстані до призми  $a$  та  $b$ . Вимірювання провести не менше трьох разів. Результати вимірювань занести до таблиці 14.1.

10. Пересунути тягар А, або тягар В (на ваш вибір) на одну-дві позначки у будь-якому напрямку. Виконати пункти 3 – 9 та занести результати вимірювання до таблиці 14.1 (дослід №2).

11. Виконати пункт 10 ще раз та занести результати вимірювання до таблиці 14.1 (дослід №3).

12. Визначити прискорення вільного падіння за формулою (14.8) для кожного з трьох дослідів окремо та розрахувати середнє значення прискорення вільного падіння. Результати розрахунків занести до таблиці 14.1.

13. Розрахувати абсолютну  $\Delta g$  та відносну  $\varepsilon_g$  похибки як для прямого вимірювання:  $\Delta g = \Delta g_{\text{вип}} = 1,76\sqrt{(g_{\text{сер}} - g_1)^2 + (g_{\text{сер}} - g_2)^2 + (g_{\text{сер}} - g_3)^2}$ ;  $\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g_{\text{сер}}}$ .

14. Записати кінцевий результат у вигляді:  $g = g_{\text{сер}} \pm \Delta g$ ;  $\varepsilon = \dots\%$ .

15. Виписати до таблиці 14.1 табличне значення прискорення вільного падіння з додатків. Порівняти отримане значення прискорення вільного падіння з табличним. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $g - \Delta g \leq g_{\text{табл}} \leq g + \Delta g$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання досліду.

**Таблиця 14.1. Результати вимірювань та розрахунків**

| № досліду | $n$ | $t_1$ ,<br>с | $t_2$ ,<br>с | $a$ ,<br>м | $b$ ,<br>м | $g$ ,<br>м/с <sup>2</sup> | $\Delta g$ ,<br>м/с <sup>2</sup> | $\varepsilon_g$ ,<br>% | $g_{\text{табл}}$ ,<br>м/с <sup>2</sup> |
|-----------|-----|--------------|--------------|------------|------------|---------------------------|----------------------------------|------------------------|---|
| 1         |     |              |              |            |            |                           |                                  |                        |   |
| 2         |     |              |              |            |            |                           |                                  |                        |   |
| 3         |     |              |              |            |            |                           |                                  |                        |   |
| сер       |     | –            | –            | –          | –          |                           |                                  |                        |   |

**Таблиця 14.2. Індивідуальні завдання**

| № бригади | Відстань до призми С, см | Відстань до тягара А, см | Відстань до призми D, см | Відстань до тягара В, см | $n$ |
|-----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----|
| 1         | 1                        | 5                        | 30                       | 41                       | 4   |
| 2         | 2                        | 6                        | 31                       | 42                       | 5   |
| 3         | 3                        | 5                        | 32                       | 43                       | 6   |
| 4         | 4                        | 7                        | 33                       | 44                       | 7   |
| 5         | 5                        | 8                        | 34                       | 45                       | 8   |
| 6         | 1                        | 5                        | 35                       | 41                       | 4   |
| 7         | 2                        | 6                        | 30                       | 42                       | 5   |
| 8         | 3                        | 5                        | 31                       | 43                       | 6   |
| 9         | 4                        | 7                        | 32                       | 44                       | 7   |
| 10        | 5                        | 8                        | 33                       | 45                       | 8   |

### **Контрольні запитання**

1. Що таке фізичний, математичний та оборотний маятники? Чим вони відрізняються між собою?
2. Виведіть формули для періодів та частот фізичного та математичного маятників.
3. Чи змінюється період коливань при зміщенні тягарців? Чому?

# Лабораторна робота №15

## Перевірка закону збереження імпульсу

**Мета роботи:** перевірити закон збереження імпульсу.

**Обладнання:** пристрій для вивчення закону збереження імпульсу, технічні терези Т-200, набір тягарців, лінійка, письмовий та копіювальний папір.

### Теоретичні відомості

Для перевірки закону збереження імпульсу використовується пристрій, зображений на рис. 15.1.

Корпус 1 пристрою закріплюється у муфті лабораторного штатива за допомогою ручки 2. Поперек корпуса є жолоб, в який укладаються снаряди. В середині корпусу вміщена плоска пружина 3, яка служить для встановлення та закріплення снарядів. Снаряди 4, 5 являють собою пластмасові циліндри однакових діаметрів та мас, але різного кольору. В один із снарядів 5 встановлена пружина. Другий снаряд 4 має виступ, який при з'єднанні снарядів стискає пружину. На протилежних кінцях снарядів є стержні з різьбою, на яких закріплюються змінні тягарці 6, 7. При натискуванні на кнопку 8 відбувається одночасний пуск снарядів. На корпусі приладу є рухомий покажчик 9 із виском, який призначений для фіксації середньої лінії під час дослідів. Середня лінія проходить через центр стиснутої пружини, яка співпадає із кінцевою виточкою снаряда із пружиною.

На початку дослідів снаряди знаходяться в стані спокою, потім під час пострілу вони одержують імпульси в горизонтальному напрямі (рис. 15.2). Згідно закону збереження імпульсу, загальний імпульс системи тіл до і після пострілу залишається незмінним:

$$0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2. \quad (15.1)$$

В проекції на горизонтальну вісь отримуємо:

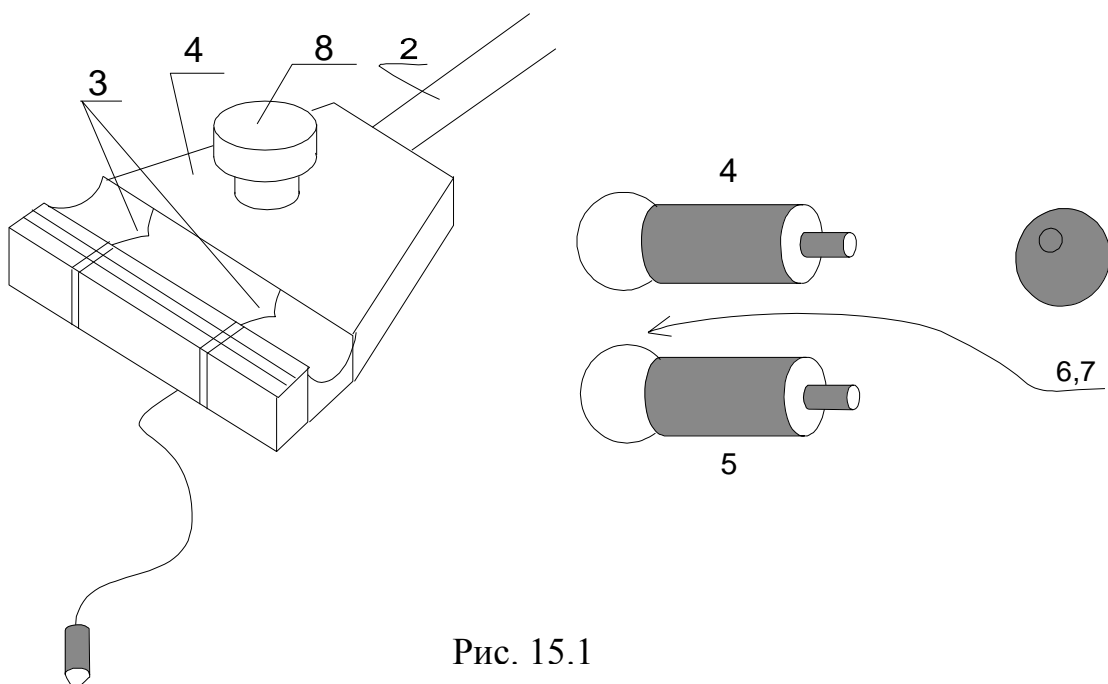


Рис. 15.1

$$m_1 v_1 = m_2 v_2, \quad (15.2)$$

де  $v_1$  та  $v_2$  – модулі швидкостей в горизонтальному напрямі, одержаних тілами в результаті взаємодії.

Нехтуючи опором повітря, вважаючи рух тіл в горизонтальному напрямі рівномірним, отримуємо

$$s_1 = v_1 t_1, \quad s_2 = v_2 t_2, \quad (15.3)$$

де  $s_1$  та  $s_2$  – віддалі до точок падіння снарядів, виміряні від середньої лінії ліворуч та праворуч. Снаряди падають з однакової висоти, форми їх однакові. Тому час падіння з висоти  $h$  однаковий ( $t_1 = t_2$ ). На підставі цього з (15.3) маємо:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{s_1}{s_2}. \quad (15.4)$$

З (15.2) та (15.4) отримаємо

$$m_1 s_1 = m_2 s_2. \quad (15.5)$$

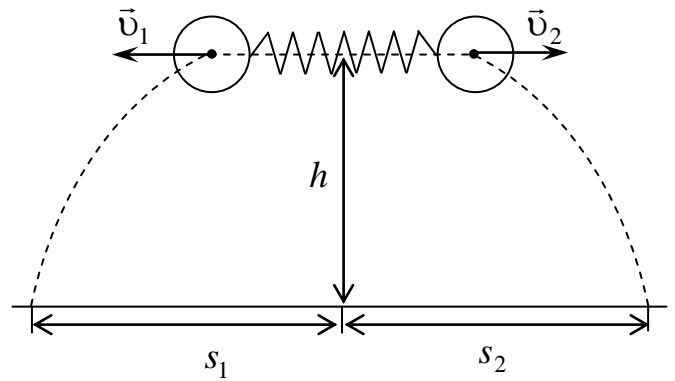


Рис. 15.2

### Порядок виконання роботи

1. Визначити маси снарядів  $m_1$  та  $m_2$  за допомогою терезів. Результати занести до таблиці 15.1.

2. Встановити снаряди в зарядний пристрій і провести три постріли. Визначити за допомогою копювального паперу  $s_1$  та  $s_2$ . Результати занести до таблиці 15.1. Результати розрахунків занести до таблиці 15.2.

Таблиця 15.1. Результати вимірювань

| №                     | $m_1$ , КГ | $m_2$ , КГ | $s_1$ , М | $s_2$ , М |
|-----------------------|------------|------------|-----------|-----------|
| 1                     |            |            |           |           |
| 2                     |            |            |           |           |
| 3                     |            |            |           |           |
| сер                   |            |            |           |           |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |            |            |           |           |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |            |            |           |           |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |            |            |           |           |

3. Вписати до таблиці 15.1 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

4. Розрахувати середні значення величин  $A_1 = m_1 s_1$  та  $A_2 = m_2 s_2$ .

5. Розрахувати відносну похибку за формулою (15.6). Результати розрахунків занести до таблиці 15.2.

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta s_1}{s_1}. \quad (15.6)$$

6. Розрахувати абсолютну похибку за формулою  $\Delta A = A \varepsilon_A$ . Результати розрахунків занести до таблиці 15.2.

7. Перевірити, чи виконується нерівність  $|A_1 - A_2| \leq (\Delta A_1 + \Delta A_2)$ , та зробити висновки про виконання закону збереження імпульсу.

**Таблиця 15.2. Результати розрахунків**

| $A_1$ | $\Delta A_1$ | $\varepsilon_{A_1}, \%$ | $A_2$ | $\Delta A$ | $\varepsilon_{B_2}, \%$ | $ A_1 - A_2 $ | $(\Delta A_1 + \Delta A_2)$ |
|-------|--------------|-------------------------|-------|------------|-------------------------|---------------|-----------------------------|
|       |              |                         |       |            |                         |               |                             |

### Контрольні запитання

1. Що називається імпульсом тіла, імпульсом сили, як вони пов'язані між собою?
2. Сформулюйте закон збереження імпульсу системи тіл.
3. Вкажіть умови, при яких виконується закон збереження імпульсу системи тіл.
4. Сформулюйте закон про зміну імпульсу системи тіл.
5. Наведіть приклади прояву та використання закону про зміну та збереження імпульсу.

# Лабораторна робота №16

## Вивчення пружного та непружного ударів двох куль

**Мета роботи:** перевірити закони збереження імпульсу та повної механічної енергії при пружному ударі; перевірити справедливості закону збереження імпульсу при непружному ударі.

**Обладнання:** установка FPM-08, технічні терези Т-200, набір тягарців.

### Теоретичні відомості

Прикладом застосування законів збереження енергії і імпульсу може бути явище удару. *Удар* – зміна стану тіл внаслідок короткочасної взаємодії при зіткненні. Час взаємодії тіл при ударі дуже малий і становить соті частки секунди. Одним із найпростіших видів удару є центральний удар двох куль. *Центральний удар* – це такий, при якому лінія удару проходить через центри куль. *Лінія удару* – пряма, проведена нормально до елемента поверхні зіткнення куль у момент удару.

Удари поділяються на абсолютно пружний (пружний) і абсолютно непружний (непружний).

*Непружний* удар спостерігається при зіткненні двох тіл з пластичних матеріалів або пластичного і пружного тіл. *Непружним* ударом називається удар, після якого швидкості тіл, що співударяються, стають однаковими. Закон збереження імпульсу для непружного удару записують у вигляді:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}, \quad (16.1)$$

де  $m_1$  – маса тіла, яке рухається зі швидкістю  $\vec{v}_1$ ,  $m_2$  – маса тіла, що рухається зі швидкістю  $\vec{v}_2$ ,  $\vec{v}$  – швидкість руху тіл після удару.

Оскільки сили взаємодії між кулями неконсервативні, то для розглядуваної системи закон зміни механічної енергії можна записати так:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = A, \quad (16.2)$$

де  $A$  – робота неконсервативних сил (робота непружної деформації).

*Пружний* удар спостерігається при взаємодії двох тіл, виготовлених з пружних матеріалів (наприклад, двох кульок, виготовлених із деяких видів пластмас).

Процес пружного удару відбувається в два етапи. *Перший етап:* після початку зіткнення сили, що діють на кульки, збільшуються із зростанням деформацій. Збільшення деформації супроводжується зміною швидкості кульок. Тіла, що мали більшу швидкість, уповільнюватимуть свій рух, а тіла з меншою швидкістю прискорюватимуться. При досягненні максимальної деформації швидкості кульок дорівнюватимуть одна одній. З моменту, який характеризує початок другого етапу пружного удару, значення деформацій зменшується. При цьому сили деформацій розштовхують кульки. Після того, як деформації зникнуть, кульки розійдуться, повністю відновлять свою попередню форму і рухатимуться з різними швидкостями. Таким чином, *в кінці другого етапу* весь запас потенціальної енергії пружно деформованих тіл знову перетворюється в кінетичну енергію.

Отже, абсолютно пружним називають удар, в результаті якого не відбувається перетворення кінетичної енергії системи взаємодіючих тіл в інші види енергії. Закон збереження механічної енергії для двох тіл можна записати у вигляді:

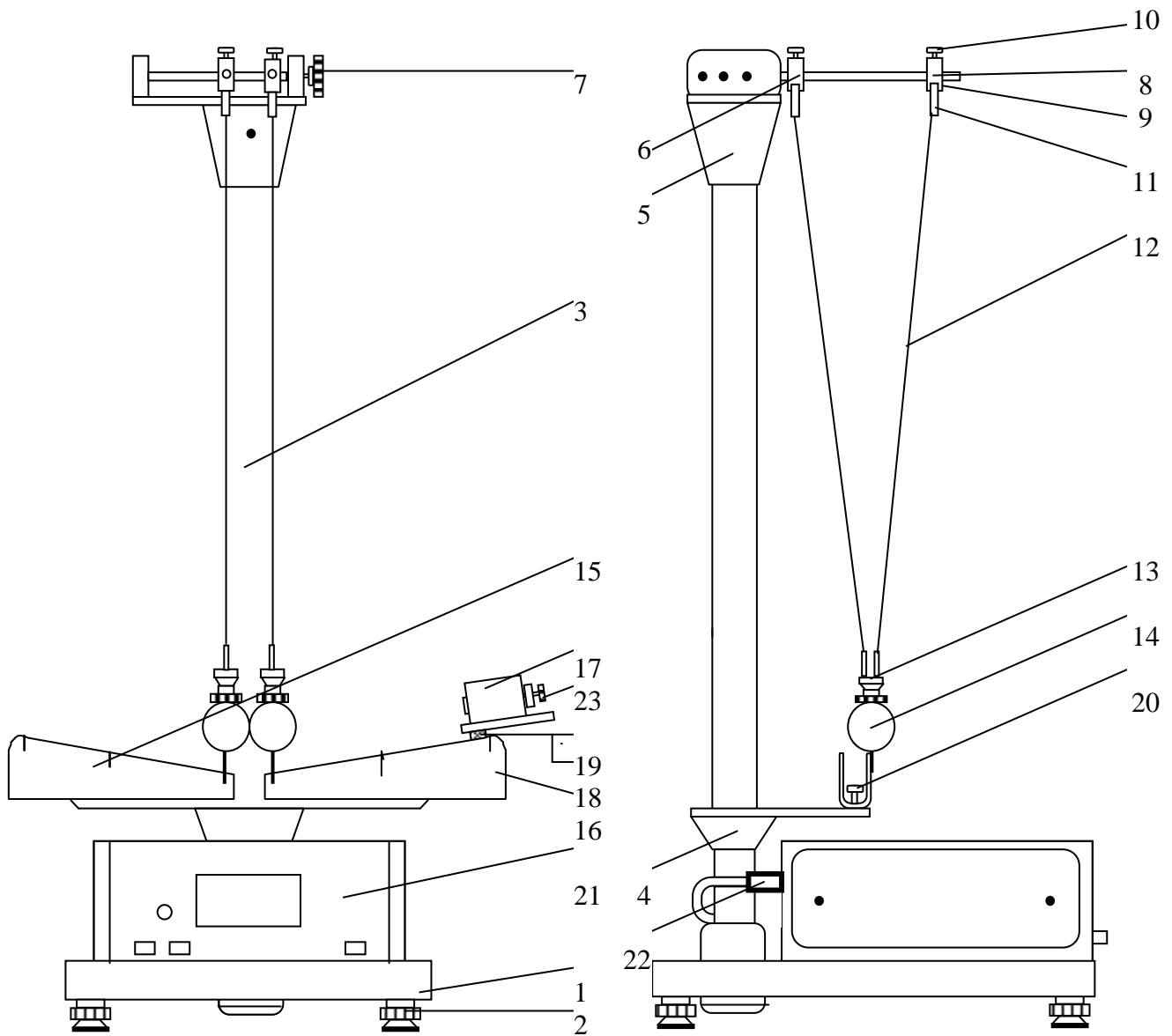


Рис. 16.1

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \quad (16.3)$$

де  $u_1$  і  $u_2$  – швидкості тіл після удару.

Закон збереження імпульсу для пружного удару:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2, \quad (16.4)$$

Визначити модуль швидкості кулі до та після удару можна, виходячи з закону про збереження повної механічної енергії кулі. Так, для кулі маси  $m$ , відведеної на кут  $\alpha$ , маємо

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2. \quad (16.5)$$

Звідки

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (16.6)$$

Висота підняття кулі (див. рис. 16.2):

$$h = \ell(1 - \cos \alpha) = 2\ell \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (16.7)$$

Підставивши (16.7) в (16.6), отримаємо

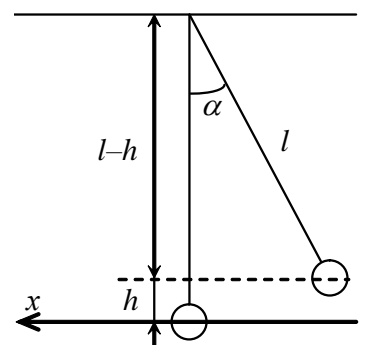


Рис. 16.2

$$v = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (16.8)$$

З урахуванням (16.8) формула для знаходження модуля імпульсу тіла у нашому випадку матиме вигляд:

$$p = 2m\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (16.9)$$

а формула для розрахунку кінетичної енергії тіла:

$$E_k = E_n = mgh = mgl \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (16.10)$$

Загальний вигляд приладу для вивчення зіткнення куль зображено на рис. 16.1. Основа приладу 1 має ніжки 2, які дозволяють встановити 1 горизонтально. На основі закріплена колона 3 з двома кронштейнами (4, 5). На верхньому кронштейні закріплені стержні 6 та вороток 7, який дозволяє змінювати відстань між кулями. На стержнях 6 розміщені рухомі тримачі 8 із втулками 9, які фіксуються за допомогою гвинтів 10 і дозволяють кріпити підвіси 11; через ці підвіси проведені провідники 12, які підводять напругу до підвісів 13 і куль 14. На нижньому кронштейні закріплені шкали (15, 16) та електромагніт 17. Гвинти (18, 19) дозволяють фіксувати положення електромагніта, а вороток 23 регулювати його силу. Положення шкал фіксується гайками 20. На основі приладу закріплено секундомір 21.

### Порядок виконання роботи

#### Дослід 1. Вивчення пружного удару

1. За допомогою регулюючих ніжок встановити колону вертикально. Перевірити заземлення приладу та ввімкнути шнур в електричну мережу. Натиснути клавішу “СЕТЬ”, перевіряючи, чи показують всі індикатори нуль, та чи світять лампочки фотоелектричних датчиків.

2. Праву кулю відвести в бік електромагніта і заблокувати в цьому положенні, ліву кулю встановити нерухомо в нульовому положенні. Занести значення кутів  $\alpha_1$  та  $\alpha_2$  до таблиці 16.1.

3. Натиснути клавішу “СБРОС”. Натиснути клавішу “ПУСК”.

4. Після зіткнення куль спостерігати, на які кути  $\alpha'_1$  та  $\alpha'_2$  відскочать кулі. Результати занести до таблиць 16.1.

Таблиця 16.1. Результати вимірювань для дослідів 1.

| №                     | $\alpha_1$ ,<br>град | $\alpha_2$ ,<br>град | $\alpha'_1$ ,<br>град | $\alpha'_2$ ,<br>град | $\ell$<br>м | $m_1$<br>кг | $m_2$<br>кг |
|-----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------|-------------|-------------|
| 1                     |                      |                      |                       |                       |             |             |             |
| 2                     |                      |                      |                       |                       |             |             |             |
| 3                     |                      |                      |                       |                       |             |             |             |
| сер                   |                      |                      |                       |                       |             |             |             |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |                      |                      |                       |                       |             |             |             |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |                      |                      |                       |                       |             |             |             |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |                      |                      |                       |                       |             |             |             |



5. Повторити пункти 2 – 4 ще двічі заносючи результати в таблицю 16.1.

8. Визначити довжину підвісів  $\ell$ , вимірявши відстань між стержнем верхнього кронштейна і центром кулі. Результати вимірювань занести до таблиці 16.1.

9. На терезах тричі виміряти масу кулі. Результати занести до таблиці 16.1.

10. Вписати до таблиці 16.1 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

11. Розрахувати за формулою (16.9) модулі векторів імпульсів кожної з двох куль до удару ( $p_{1x}, p_{2x}$ ) та після удару ( $p'_{1x}, p'_{2x}$ ). Враховуючи напрям кожного вектора (вважати, що вісь  $x$  направлена так, як на рис. 16.2, занести до таблиці 16.2 значення проєкцій векторів.

12. Розрахувати проєкцію загального імпульсу системи двох куль до удару  $p_x = p_{1x} + p_{2x}$  та після удару  $p'_x = p'_{1x} + p'_{2x}$ . Результати розрахунків занести до таблиці 16.2.

13. Розрахувати за формулою (16.10) значення кінетичних енергій кожної з двох куль до удару ( $E_{к1}, E_{к2}$ ) та після удару ( $E'_{к1}, E'_{к2}$ ). Результати розрахунків занести до таблиці 16.2.

14. Розрахувати загальну кінетичну енергію системи двох куль до удару  $E = E_1 + E_2$  та після удару  $E' = E'_1 + E'_2$ . Результати розрахунків занести до таблиці 16.2.

**Таблиця 16.2. Результати розрахунків для досліду 1.**

|                           |                             |   |                      |                             |                               |                   |   |                            |
|---------------------------|-----------------------------|---|----------------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------|---|----------------------------|
| $p_{1x},$<br>кг·м/с       | $\Delta p_{1x},$<br>кг·м/с  | $\varepsilon_{p_{1x}},$<br>%            | $p_{2x},$<br>кг·м/с  | $\Delta p_{2x},$<br>кг·м/с  | $\varepsilon_{p_{2x}},$<br>%  | $p_x,$<br>кг·м/с  | $\Delta p_x,$<br>кг·м/с                 | $\varepsilon_{p_x},$<br>%  |
|                           |                             |   |                      |                             |                               |                   |   |                            |
| $p'_{1x},$<br>кг·м/с      | $\Delta p'_{1x},$<br>кг·м/с | $\varepsilon_{p'_{1x}},$<br>%           | $p'_{2x},$<br>кг·м/с | $\Delta p'_{2x},$<br>кг·м/с | $\varepsilon_{p'_{2x}},$<br>% | $p'_x,$<br>кг·м/с | $\Delta p'_x,$<br>кг·м/с                | $\varepsilon_{p'_x},$<br>% |
|                           |                             |   |                      |                             |                               |                   |   |                            |
| $E_{к1},$<br>Дж           | $\Delta E_{к1},$<br>Дж      | $\varepsilon_{E1},$<br>%                | $E_{к2},$<br>Дж      | $\Delta E_{к2},$<br>Дж      | $\varepsilon_{E2},$<br>%      | $E_{к},$<br>Дж    | $\Delta E_{к},$<br>Дж                   | $\varepsilon_{E},$<br>%    |
|                           |                             |   |                      |                             |                               |                   |   |                            |
| $E'_{к1},$<br>Дж          | $\Delta E'_{к1},$<br>Дж     | $\varepsilon_{E'1},$<br>%               | $E'_{к2},$<br>Дж     | $\Delta E'_{к2},$<br>Дж     | $\varepsilon_{E'2},$<br>%     | $E'_{к},$<br>Дж   | $\Delta E'_{к},$<br>Дж                  | $\varepsilon_{E'},$<br>%   |
|                           |                             |   |                      |                             |                               |                   |   |                            |
| $ p_x - p'_x ,$<br>кг·м/с |                             | $(\Delta p_x + \Delta p'_x),$<br>кг·м/с |                      |                             | $ E_{к} - E'_{к} ,$<br>Дж     |                   | $(\Delta E_{к} + \Delta E'_{к}),$<br>Дж |                            |
|                           |                             |   |                      |                             |                               |                   |   |                            |

15. Розрахувати похибки вимірювання імпульсів та кінетичних енергій окремих тіл за формулами (16.11) – (16.12). Результати розрахунків занести до таблиці 16.2.

$$\varepsilon_{px} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta \ell}{2\ell} + \frac{\Delta \alpha}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}, \quad \Delta p_x = p \varepsilon_{px}, \quad (16.11)$$

$$\varepsilon_E = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta \ell}{\ell} + \frac{\Delta \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}, \quad \Delta E = E \varepsilon_E. \quad (16.12)$$

16. Розрахувати похибки вимірювання імпульсів та кінетичних енергій системи тіл за формулами:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{p_1 + p_2}, \quad \Delta p = p \varepsilon_p, \quad \varepsilon_E = \frac{\Delta E_{k1} + E_{k2}}{E_{k1} + E_{k2}}, \quad \Delta E = E \varepsilon_E.$$

Результати розрахунків занести до таблиці 16.2.

17. Перевірити виконання законів збереження імпульсу та енергії при пружному ударі. Для цього перевірити, чи виконуються нерівності  $|p - p'| \leq (\Delta p + \Delta p')$  та  $|E - E'| \leq (\Delta E + \Delta E')$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання досліду.

### Дослід 2. Вивчення непружного удару.

1. Замінити одну з куль на пластилінову.
2. Праву кулю відвести в бік електромагніта і заблокувати в цьому положенні, ліву кулю встановити нерухомо в нульовому положенні. Занести значення кутів  $\alpha_1$  та  $\alpha_2$  до таблиці 16.3.
3. Натиснути клавішу “СБРОС”. Натиснути клавішу “ПУСК”.
4. Після зіткнення куль спостерігати, на який кут  $\alpha'$  відскочать кулі. Результати занести до таблиці 16.3.
5. Повторити пункти 2 – 4 ще двічі заносючи результати до таблиці 16.3.
8. Визначити довжину підвісів  $\ell$ , вимірявши відстань між стержнем верхнього кронштейна і центром кулі. Результати вимірювань занести до таблиці 16.3.
9. На терезах тричі визначити масу кулі. Результати занести до таблиці 16.3.

Таблиця 16.3 Результати вимірювань для досліду 2

| №                     | $\alpha_1$ , град | $\alpha_2$ , град | $\alpha'$ , град | $\ell$ , м | $m_1$ , кг | $m_2$ , кг |
|-----------------------|-------------------|-------------------|------------------|------------|------------|------------|
| 1                     |                   |                   |                  |            |            |            |
| 2                     |                   |                   |                  |            |            |            |
| 3                     |                   |                   |                  |            |            |            |
| сер                   |                   |                   |                  |            |            |            |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |                   |                   |                  |            |            |            |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |                   |                   |                  |            |            |            |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |                   |                   |                  |            |            |            |

10. Виписати до таблиці 16.3 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

11. Розрахувати за формулою (16.9) модулі векторів імпульсів кожної з двох куль до удару ( $p_{1x}, p_{2x}$ ) та імпульс тіл після удару ( $p'_x$ ). Враховуючи напрям кожного вектора (вважати, що вісь  $x$  направлена так, як на рис. 16.2, занести до таблиці 16.2 значення проекцій векторів. Результати розрахунків занести до таблиці 16.4.

12. Розрахувати проекцію загального імпульсу системи двох куль до удару  $p_x = p_{1x} + p_{2x}$ . Результати розрахунків занести до таблиці 16.4.

13. Розрахувати за формулою (16.10) значення кінетичних енергій кожної з двох куль до удару ( $E_{к1}, E_{к2}$ ) та енергію куль після удару ( $E'_к$ ). Результати розрахунків занести до таблиці 16.4.

14. Розрахувати загальну кінетичну енергію системи двох куль до удару  $E = E_1 + E_2$ . Результати розрахунків занести до таблиці 16.4.

15. Розрахувати похибки вимірювання імпульсів та кінетичних енергій системи тіл за формулами (16.13) – (16.14). Результати розрахунків занести до таблиці 16.4.

16. Перевірити виконання закону збереження імпульсу. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $|p - p'| \leq (\Delta p + \Delta p')$  та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання досліду.

**Таблиця 4. Результати розрахунків для досліду 2.**

|                       |                        |                                     |                 |                              |                          |                         |                       |                                       |               |                              |                          |
|-----------------------|------------------------|-------------------------------------|-----------------|------------------------------|--------------------------|-------------------------|-----------------------|---------------------------------------|---------------|------------------------------|--------------------------|
| $p_{1x},$<br>кг·м/с   |                        | $\Delta p_{1x},$<br>кг·м/с          |                 | $\varepsilon_{p_{1x}},$<br>% |                          | $p_{2x},$<br>кг·м/с     |                       | $\Delta p_{2x},$<br>кг·м/с            |               | $\varepsilon_{p_{2x}},$<br>% |                          |
| $p_x,$<br>кг·м/с      |                        | $\Delta p_x,$<br>кг·м/с             |                 | $\varepsilon_{p_x},$<br>%    |                          | $p',$<br>кг·м/с         |                       | $\Delta p',$<br>кг·м/с                |               | $\varepsilon_{p'},$<br>%     |                          |
| $E_{к1},$<br>Дж       | $\Delta E_{к1},$<br>Дж | $\varepsilon_{E1},$<br>%            | $E_{к2},$<br>Дж | $\Delta E_{к2},$<br>Дж       | $\varepsilon_{E2},$<br>% | $E_{к},$<br>Дж          | $\Delta E_{к},$<br>Дж | $\varepsilon_E,$<br>%                 | $E'_к,$<br>Дж | $\Delta E'_к,$<br>Дж         | $\varepsilon_{E'},$<br>% |
| $ p - p' ,$<br>кг·м/с |                        | $(\Delta p + \Delta p'),$<br>кг·м/с |                 |                              |                          | $ E_{к} - E'_к ,$<br>Дж |                       | $(\Delta E_{к} + \Delta E'_к),$<br>Дж |               |                              |                          |

### Контрольні запитання

1. Що називається ударом? лінією удару?
2. Дайте означення пружного і непружного ударів.
3. Опишіть процеси перетворення енергії при пружному та непружному ударах.
4. Чи виконуються закони збереження імпульсу та повної механічної енергії при пружному та непружному ударах? Відповідь поясніть.
5. Як розрахувати швидкості куль після пружного та непружного ударів?

# Лабораторна робота №17

## Перевірка рівняння Бернуллі для стаціонарного потоку рідини

**Мета роботи:** перевірити рівняння Бернуллі для стаціонарного потоку води за допомогою трубки змінного перерізу та визначити число Рейнольдса.

**Обладнання:** установка для перевірки рівняння Бернуллі, посудина з водою, посудина для зливання води, мензурка, секундомір.

### Теоретичні відомості

У роботі перевіряється одне з основних рівнянь у гідродинаміці – рівняння Бернуллі. Гідродинаміка – розділ механіки рідин і газів (гідроаеромеханіки), в якому вивчається рух нестисливих рідин та взаємодія їх з твердими тілами. Вивчаючи рух рідин, користуються поняттям *ідеальної рідини*, тобто нестисливої рідини, позбавленої внутрішнього тертя. Також використовують поняття *лінія течії* та *трубка течії*. *Лінія течії* – лінія, дотична до якої в кожній точці збігається з вектором швидкості. Частину рідини, обмежену лініями течії, називають *трубкою течії*. Частинки рідини рухаються по лініям течії в межах певної трубки течії. Потік рідини називають *стаціонарним*, якщо розподіл швидкостей потоку в усіх точках трубки з часом не змінюється. Також виділяють ламінарний та турбулентний потоки. При *ламінарному* потоці окремі шари рідини неначе ковзають один відносно одного і не перемішуються, а швидкості частинок в будь-якому перерізі паралельні між собою. При *турбулентному* потоці швидкість частинок змінюється хаотично як за величиною, так і за напрямом, внаслідок чого відбувається інтенсивне перемішування шарів рідини.

Для стаціонарного ламінарного потоку ідеальної рідини для довільного перерізу трубки течії сума динамічного, гідравлічного та статичного тисків є величиною сталою, тобто

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const} . \quad (17.1)$$

Рівняння (17.1) називають рівнянням Бернуллі. Воно є окремим випадком закону збереження повної механічної енергії, записаного для одиниці об'єму рідини, яка рухається у трубці течії. Рівняння Бернуллі можна застосовувати для реальних рідин, в'язкість яких невелика.

Якщо трубка течії має різні перерізи, але її вісь розташована горизонтально ( $h = \text{const}$ ), тоді рівняння (17.1) матиме вигляд:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2, \quad (17.2)$$

де  $v_1$  і  $p_1$  – швидкість потоку та тиск в одному перерізі (наприклад, у широкому), а

$v_2$  і  $p_2$  – у другому перерізі (наприклад, у вузькому). Повні тиски  $\left( p + \frac{\rho v^2}{2} \right)$  для

довільних перерізів у цьому разі залишаються незмінними. З (17.2) випливає, що для перерізів, де швидкість потоку  $v$  більша, статичний тиск  $p$  менший і навпаки. Оскільки в трубці змінного перерізу швидкість потоку більша там, де площа перері-

зу менша (що впливає з рівняння нерозривності потоку  $v_1 S_1 = v_2 S_2$ ), то перехід рідини з широкої частини трубки у вузьку супроводжується збільшенням швидкості, а, отже, й зменшенням тиску, а саме:

$$\frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) = p_1 - p_2. \quad (17.3)$$

З (17.3) можна визначити швидкість рідини в вузькому перерізі:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2}}. \quad (17.4)$$

Використовуючи рівняння нерозривності потоку можна записати, що

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2}, \quad (17.5)$$

де  $d_1$  і  $d_2$  – діаметри трубки у широкій та вузькій її частинах. Підставивши (17.5) в (17.4), отримаємо:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4}}. \quad (17.6)$$

Швидкість потоку  $v_2$  можна визначити також з кінематичних співвідношень для стаціонарного руху матеріальних точок:

$$v_2 = \frac{4V}{\pi t d_2^2}, \quad (17.7)$$

де  $V$  – об'єм рідини, що витекла за час  $t$  з трубки діаметром  $d_2$ . Рівність швидкостей, розрахованих за формулами (17.6) і (17.7) підтверджує справедливість рівняння Бернуллі для даної рідини та трубки.

Експериментальна установка для перевірки рівняння Бернуллі зображена на рис.17.1. Трубка 1 змінного перерізу закріплена на штативі 2. Найбільший діаметр трубки 40 мм, а найменший 4 мм. У цих місцях трубка сполучається з диференціальним ртутним манометром 3. Замість ртутного манометра можна використати водяний манометр. Якщо меж вимірювання водяного манометра недостатньо, то слід використати два водяні манометри, з'єднані послідовно.

До ширшого кінця трубки 1 за допомогою шлангу подається вода з крану або посудини, розміщеної вище установки. Від вузького кінця шланг відводять до раковини або посудини. Плавний перехід від найбільшого до найменшого перерізів трубки сприяє збереженню ламінарного потоку рідини. У місцях різких змін перерізу виникають завихрення, турбулентні потоки, і розпо-

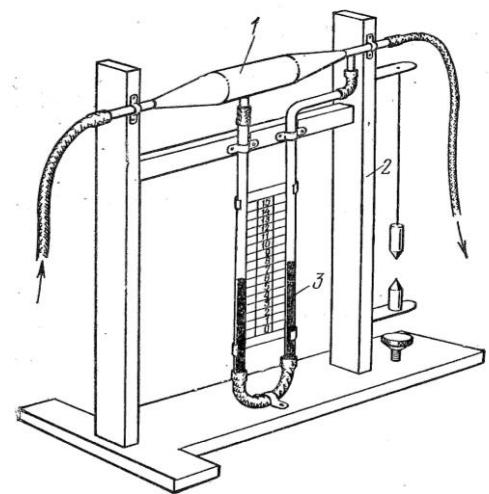


Рис. 17.1

діл тисків у перерізах трубки не підкоряється рівнянню Бернуллі. Тому турбулентності треба уникати.

Оскільки для даної установки  $\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 \ll 1$ , то вираз (17.6) матиме наступний вигляд:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}. \quad (17.8)$$

Якщо різницю тисків ( $p_1 - p_2$ ) вимірювати манометром (наприклад двома водяними манометрами з'єднаними послідовно), тоді

$$p_1 - p_2 = \rho gh, \quad (9)$$

де  $h$  – різниця рівнів манометра (для двох з'єднаних манометрів – сума різниць рівнів манометрів). Підставивши (17.9) в (17.8) матимемо:

$$v_2 = \sqrt{2gh}. \quad (17.10)$$

Якщо використовувати ртутний манометр, то  $p_1 - p_2 = (\rho' - \rho)gh$ , де  $\rho'$  – густина ртуті;  $\rho$  – густина води. Тоді формула (17.10) набуде вигляду:

$$v_2 = \sqrt{2 \frac{(\rho' - \rho)}{\rho} gh}.$$

Утворення вихрів у трубці та перехід ламінарного потоку у турбулентний зумовлено дією доцентрових сил, які викривлюють рух частинок. Цьому протидіють сили в'язкості, які намагаються зберегти ламінарний характер потоку. Відносну роль сил інерції та сил в'язкості характеризує безрозмірне *число Рейнольдса*

$$Re = \frac{\rho dv}{\eta}, \quad (17.11)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт в'язкості рідини. Для води  $\eta = 10^{-3}$  Па·с. При малих значеннях числа Рейнольдса потік можна вважати ламінарним (переважають сили в'язкості), а при великих – турбулентним (переважають сили інерції). Існує певне критичне значення числа Рейнольдса  $Re_{кр}$ , яке залежить від багатьох факторів (трубки, рідини, умов протікання тощо). Якщо  $Re < Re_{кр}$  потік ламінарний, якщо  $Re \geq Re_{кр}$  потік турбулентний. Різні автори наводять різні значення для  $Re_{кр}$ . В роботі приймемо, що  $Re_{кр} = 2300$ . Число Рейнольдса використовують для порівняння потоків. Різні потоки, які характеризуються однаковими числами Рейнольдса, поведуть себе подібним чином.

### Порядок виконання роботи

#### Дослід 1. Перевірка рівняння Бернуллі

1. Встановити трубку змінного перерізу горизонтально. Гумовим шлангом ширший кінець сполучити з водопровідним краном або посудиною з водою, а від вужчого кінця відвести шланг до раковини чи посудини.

2. Повільно відкриваючи кран, встановити стаціонарну течію води у трубці. За допомогою манометра (манометрів) виміряти різницю рівнів ртуті (води)  $h$ . Результати вимірювань занести до таблиці 17.1.

3. Ввімкнути секундомір і одночасно перенести кінець зливного шлангу у мензурку. Через час  $t$ , заданий у таблиці 17.3, вимкнути секундомір і одночасно перенести кінець зливного шлангу у посудину. Закрити водопровідний кран. Виміряти об'єм води у мензурці  $V$ . Результати вимірювань занести до таблиці 17.1.

4. Повторити пункти 2 – 3 ще два рази.

5. Виписати до таблиці 17.1 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

6. Розрахувати теоретичне значення для швидкості потоку води у вужчій частині трубки  $v_{\text{теор}}$  за формулою (17.10) та експериментальне значення  $v_{\text{експ}}$  за формулою (17.7). Результати розрахунків занести до таблиці 17.2.

7. Розрахувати похибки вимірювань за формулами (17.12). Результати розрахунків занести до таблиці 17.2.

$$\varepsilon_{v_{\text{теор}}} = \frac{\Delta h}{2h}, \quad \varepsilon_{v_{\text{експ}}} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta t}{t}, \quad \Delta v = v \varepsilon_v. \quad (17.12)$$

8. Порівняти теоретичне та експериментальне значення швидкості потоку. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $|v_{\text{експ}} - v_{\text{теор}}| \leq (\Delta v_{\text{експ}} + \Delta v_{\text{теор}})$ , та зробити висновок про справедливість рівняння Бернуллі.

### Дослід 2. Визначення числа Рейнольдса

1. Розрахувати число Рейнольдса за формулою (17.11). Швидкість прийняти рівною експериментальному значенню, а густину води  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Результати розрахунків занести до таблиці 17.2.

2. Розрахувати похибки вимірювання за формулами (17.13). Результати розрахунків занести до таблиці 17.2.

$$\varepsilon_{\text{Re}} = \frac{\Delta v_{\text{експ}}}{v_{\text{експ}}}, \quad \Delta \text{Re} = \text{Re} \varepsilon_{\text{Re}}. \quad (17.13)$$

3. Порівняти  $\text{Re}$  і  $\text{Re}_{\text{кр}}$  та зробити висновки про характер потоку.

Таблиця 17.1. Результати вимірювань

| №                     | $t, \text{с}$ | $h, \text{м}$ | $V, \text{м}^3$ |
|-----------------------|---------------|---------------|-----------------|
| 1                     |               |               |                 |
| 2                     |               |               |                 |
| 3                     |               |               |                 |
| сер                   |               |               |                 |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |               |               |                 |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |               |               |                 |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |               |               |                 |

**Таблиця 17.2. Результати розрахунків**

| $v_{\text{теор}}$ ,<br>м/с | $\Delta v_{\text{теор}}$ ,<br>м/с | $\varepsilon_{v_{\text{теор}}}$ ,<br>% | $v_{\text{експ}}$ ,<br>м/с | $\Delta v_{\text{експ}}$ ,<br>м/с | $\varepsilon_{v_{\text{експ}}}$ ,<br>% | $ v_{\text{Т}} - v_{\text{ек}} $ ,<br>м/с | $(\Delta v_{\text{Т}} - \Delta v_{\text{ек}})$ ,<br>м/с | Re | $\Delta Re$ | $\varepsilon_{Re}$ ,<br>% |
|----------------------------|-----------------------------------|--|----------------------------|-----------------------------------|--|---|---|----|-------------|---------------------------|
|                            |                                   |  |                            |                                   |  |   |   |    |             |                           |

**Таблиця 3. Індивідуальні завдання**

| № бригади | $t$ , с |
|-----------|---------|
| 1, 6, 9   | 4       |
| 2, 7, 10  | 5       |
| 3, 8, 5   | 6       |
| 4, 9      | 7       |

### Контрольні запитання

1. Яку течію називають стаціонарною?
2. Що таке лінія та трубка течії?
3. Що таке ламінарний і турбулентний потоки? Чим вони відрізняються?
4. Який вигляд мають рівняння неперервності потоку для нестисливої та стислої рідин?
5. Що таке число Рейнольдса та що воно показує?



# Лабораторна робота №18

## Дослідження коливальної системи з двома ступенями вільності

**Мета роботи:** спостерігати вільні синфазні, протифазні коливання, биття, вимушені коливання; перевірити теоретичні розрахунки для цих коливань експериментально; зняти амплітудно-частотну характеристику вимушених коливань.

**Обладнання:** експериментальна установка FPM-13.

### Теоретичні відомості

Коливальна система з двома ступенями вільності, яка використовується в роботі, являє собою два фізичних маятника, з'єднаних пружним зв'язком (рис. 18.1). Положення коливальної системи у будь-який момент часу  $t$  визначається двома незалежними координатами  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$ , що являють собою кути відхилення маятників від положення рівноваги. Тому така коливальна система має два ступеня вільності.

Маятники являють собою металеві стержні з прикріпленими на них масивними тілами масами  $m_1$  та  $m_2$ . Моменти інерції стержнів враховувати не будемо, оскільки вони набагато менші, ніж моменти інерції тіл. Тому моменти інерції першого та другого маятників відповідно рівні

$$\begin{aligned} I_1 &= m_1 \ell_1^2 \\ I_2 &= m_2 \ell_2^2 \end{aligned} \quad (18.1)$$

де  $\ell_1, \ell_2$  – відстані від центра мас тіла до осі обертання маятників. На відстані  $a$  від осі обертання маятники зв'язані пружиною, а на відстані  $b$  від осі обертання до одного з маятників може бути прикладена зовнішня сила  $\vec{F}(t)$ .

Для виводу рівняння *вільних коливань* використаємо основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі:

$$I_Z \varepsilon = \sum M(\vec{F}). \quad (18.2)$$

Якщо знехтувати масами та моментами інерції стержнів, то для першого маятника основне рівняння запишемо так:

$$m_1 \ell_1^2 \ddot{\varphi}_1 = -m_1 g \ell_1 \sin \varphi_1 + F_1 a \cos \varphi_1, \quad (18.3)$$

де  $\ddot{\varphi}_1 = \varepsilon_1$  – кутове прискорення, перший доданок справа – момент сили тяжіння першого маятника відносно осі обертання, а другий – момент сили пружності, що виникає із-за дії пружини на маятник. Скориставшись законом Гука для пружних деформацій, можна записати вираз для модуля сили  $\vec{F}_1$ :

$$F_1 = k \Delta x, \quad (18.4)$$

де  $k$  – коефіцієнт жорсткості пружини,  $\Delta x$  – зміна довжини пружини. У відповідності з рис. 18.1 вираз (18.4) можна переписати так:

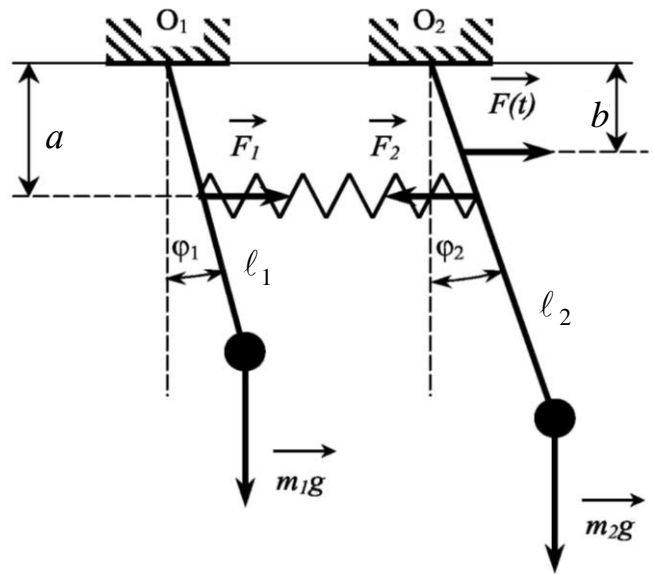


Рис. 18.1

$$F_1 = ka(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2). \quad (18.5)$$

В роботі вивчаються малі коливання, тому вважатимемо, що  $\sin\varphi \approx 0$ ,  $\cos\varphi \approx 1$ . Враховуючи вище сказане та підставивши (18.5) в (18.3), отримаємо *рівняння для вільних коливань першого маятника*:

$$\ddot{\varphi}_1 + \left( \frac{g}{\ell_1} + \frac{ka^2}{m_1\ell_1^2} \right) \varphi_1 - \frac{ka^2}{m_1\ell_1^2} \varphi_2 = 0. \quad (18.6)$$

Аналогічно отримаємо *рівняння для вільних коливань другого маятника*:

$$\ddot{\varphi}_2 + \left( \frac{g}{\ell_2} + \frac{ka^2}{m_2\ell_2^2} \right) \varphi_2 - \frac{ka^2}{m_2\ell_2^2} \varphi_1 = 0. \quad (18.7)$$

(18.6) – (18.7) – система лінійних однорідних диференціальних рівнянь другого порядку відносно функцій  $\varphi_1 = \varphi_1(t)$  та  $\varphi_2 = \varphi_2(t)$ . Цю систему рівнянь можна спростити, якщо розглядати абсолютно однакові маятники ( $\ell_1 = \ell_2 = \ell$ ,  $m_1 = m_2 = m$ ). Тому наведені вище рівняння можна переписати так:

$$\begin{cases} (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2) + \frac{g}{\ell}(\varphi_1 + \varphi_2) = 0 \\ (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) + \left( \frac{g}{\ell} + \frac{2ka^2}{m\ell^2} \right) (\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \end{cases}. \quad (18.8)$$

Якщо розглянути ці рівняння відносно нових змінних  $\psi = \varphi_1 + \varphi_2$ ,  $\eta = \varphi_1 - \varphi_2$ , то отримаємо

$$\begin{cases} \ddot{\psi} + \frac{g}{\ell}\psi = 0 \\ \ddot{\eta} + \left( \frac{g}{\ell} + \frac{2ka^2}{m\ell^2} \right) \eta = 0 \end{cases}. \quad (18.9)$$

(18.9) – являє собою систему рівнянь, яка описує гармонічні коливання системи з двох зв'язаних маятників. Перше рівняння описує *синфазні* коливання маятників, друге рівняння – *протифазні*. З (18.9) можна отримати вирази для циклічної частоти синфазних та протифазних коливань:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{\ell}},$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{\ell} + \frac{2ka^2}{m\ell^2}}.$$

Таким чином, коливання кожного маятника можна описати за допомогою суперпозиції двох гармонічних коливань: синфазних  $\psi(t)$  та протифазних  $\eta(t)$ :

$$\begin{cases} \varphi_1 = A\sin(\omega_c t + \alpha_c) + B\sin(\omega_n t + \alpha_n) \\ \varphi_2 = A\sin(\omega_c t + \alpha_c) - B\sin(\omega_n t + \alpha_n) \end{cases}, \quad (18.10)$$

де амплітуди  $A$ ,  $B$  та початкові фази  $\alpha_c$ ,  $\alpha_n$  визначаються із початкових умов зв'язаних маятників і залежать від початкових фаз першого та другого маятників  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  та їх циклічних частот  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ . Відповідно періоди синфазних та протифазних коливань дорівнюють

$$T_c = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\ell}}, \quad (18.11)$$

$$T_{\pi} = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\ell} + \frac{2ka^2}{m\ell^2}}. \quad (18.12)$$

**Синфазні коливання** – коливання, з однаковими за фазами. Вони можуть бути отримані, якщо пружина, що з'єднує маятники, не буде деформуватися під час їх руху. Цього можна досягти, якщо обидва маятника в початковий момент часу відхилити в одну сторону на однаковий кут та надати їм однакові початкові швидкості. **Частота синфазних коливань визначається виразом (18.10).**

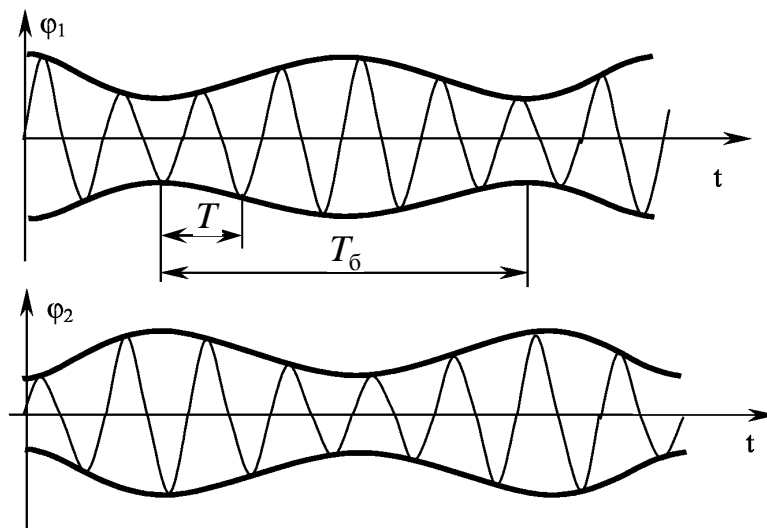


Рис. 18.2

**Противазні коливання** – коливання, що мають протилежні фази. Їх можна отримати, якщо в початковий момент часу маятники відхилити у протилежні сторони на однакові кути і надати їм рівні за величиною, але протилежно направлені початкові швидкості. **Частота протифазних коливань визначається виразом (18.11).**

Якщо параметри коливальної системи підібрати так, що

$$\frac{2k}{m}a^2 \ll g\ell, \quad (18.13)$$

то в цьому випадку  $\omega_c \approx \omega_{\pi}$  (дивись (18.10) – (18.11)). Тому при довільному відхиленні коливальної системи з положення рівноваги відбуватимуться **биття** – коливання з амплітудою, що змінюється періодично за гармонічним законом (рис. 18.2). Найбільш наочно биття можна спостерігати, якщо в початковий момент часу один з маятників відхилити, інший підтримувати в положення рівноваги, а потім обидва маятника відпустити.

Період коливань  $T$  маятників під час биття та період биття  $T_{\text{б}}$  не залежать від способу збудження коливальної системи і визначаються так:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_{\pi} + \omega_c} = \frac{T_c T_{\pi}}{T_c + T_{\pi}}, \quad T_{\text{б}} = \frac{2\pi}{\omega_{\pi} - \omega_c} = \frac{T_c T_{\pi}}{T_c - T_{\pi}}. \quad (18.14)$$

Якщо на коливальну систему діятиме зовнішня сила  $\vec{F}(t)$  за гармонічним законом  $F(t) = F_0 \sin \omega_b t$ , де  $F_0$ ,  $\omega_b$  – амплітуда та циклічна частота зовнішньої сили, то в системі відбуватимуться **вимушені коливання** з частотою  $\omega_b$ .

Якщо частота вимушених коливань  $\omega_b$  близька до однієї з частот  $\omega_c$  або  $\omega_{\pi}$ , то в системі спостерігатиметься резонанс і амплітуда коливань маятників

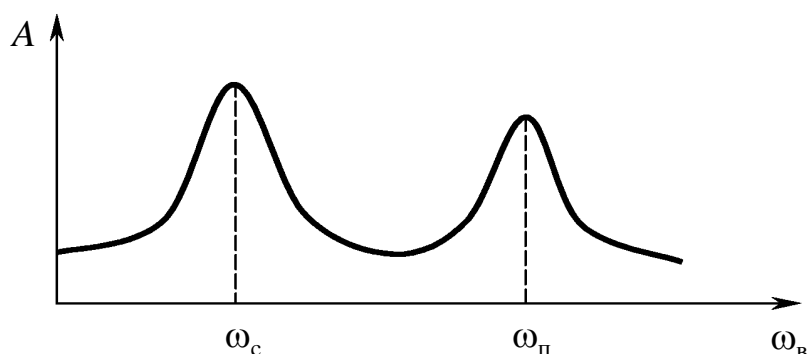


Рис. 18.3

досягне максимуму (рис. 18.3). Залежність  $A(\omega_b)$  називають амплітудно-частотною характеристикою коливань (АЧХ). Чим менші сили тертя в системі, тим вищою буде амплітуда під час резонансу.

Для дослідження вільних та вимушених коливань зв'язаних маятників в роботі використовується експериментальна установка ФРМ-13 (рис. 18.4). До основи 1 приладу прикріплено колону 2, на якій закріплено втулку 3 та кронштейн 4. На стержні 5 втулки 3 навантажені шарнірні вузли 6, з'єднані зі стержнем 9 і двома маятниками, кожен з яких складається зі стержнів 7 і масивної шайби 8. За допомогою стержня 9 через пружину 10 здійснюється збудження коливальної системи маятників. На стержні 7 нанесені поділки з інтервалом 5 см. Маятники скріплені між собою за допомогою пружин 11.

Вимушені коливання маятників відбуваються наступним чином. На валу електродвигуна розміщений диск, з'єднаний зі стержнем 9 так, що при обертанні диска стержень здійснює гармонічні коливання і через пружини 10 передає їх задньому

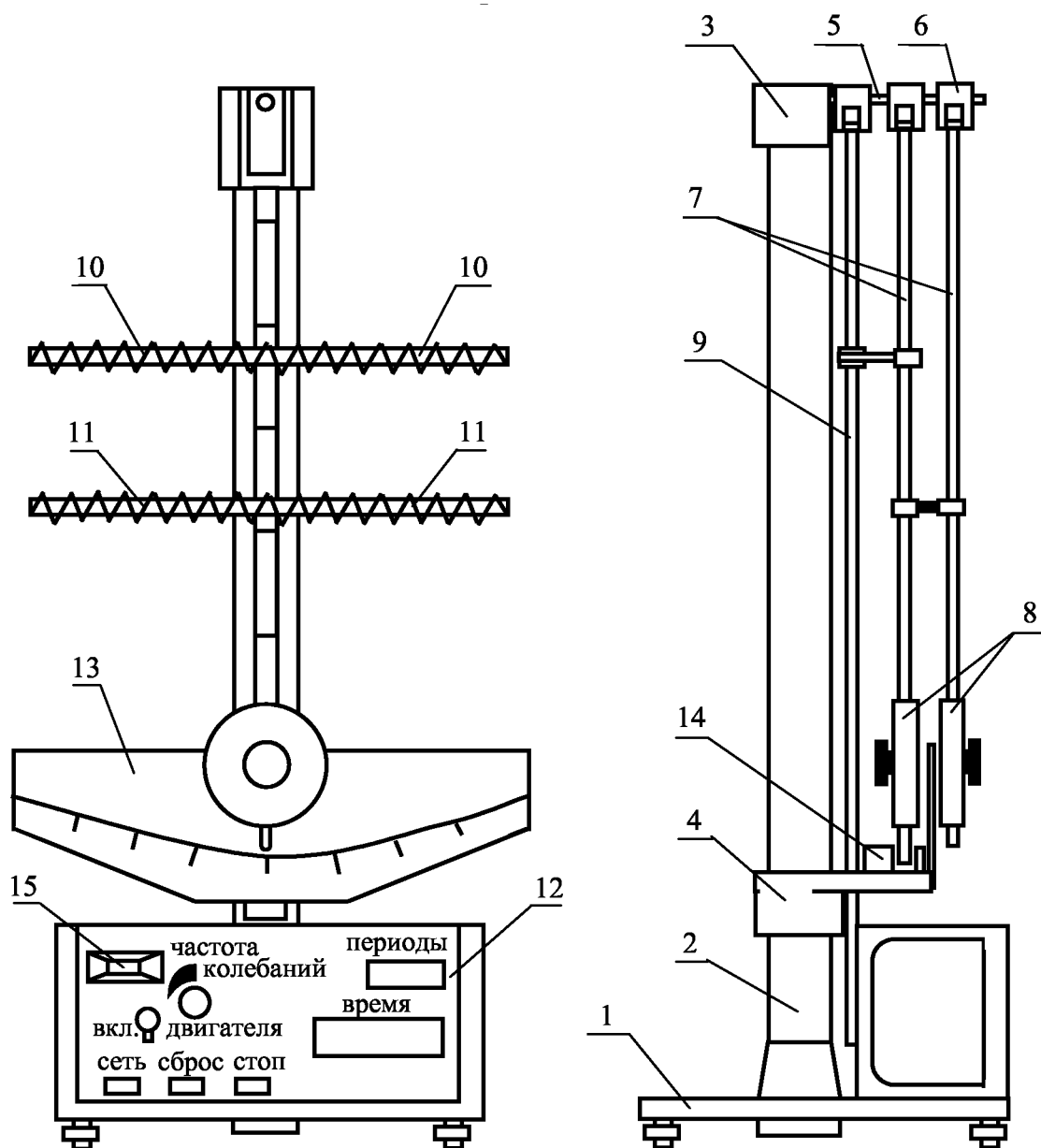


Рис. 18.4

маятнику, який в свою чергу через пружини 11 залучає до коливального процесу передній маятник.

До кронштейна 4 прикріплена шкала 13, яка дозволяє визначити амплітуду коливань маятників, а також фотоелектричний датчик 14, який дозволяє визначити кількість коливань  $n$  та час коливань  $t$  заднього маятника. Знаючи ці величини, можна визначити період коливань за формулою

$$T = \frac{t}{n}. \quad (18.15)$$

### Порядок виконання роботи

#### Дослід 1. Вивчення вільних синфазних коливань зв'язаних маятників

1. За допомогою регулюючих ніжок встановити колону вертикально. Перевірити заземлення приладу та ввімкнути шнур в електричну мережу. Натиснути клавішу “СЕТЬ”, перевіряючи, чи показують всі індикатори нуль, та чи світять лампочки фотоелектричних датчиків.

2. Від'єднати пружини 10 від заднього маятника.

3. Встановити обойму, за допомогою якої кріпляться пружини 11, на відстані  $a$ , а шайби 8, масою  $m$  – на відстані  $\ell$  від осі обертання (відстань  $\ell$  вимірюється від осі обертання до центра шайби). Величини  $m$ ,  $a$  та  $\ell$  наведені у таблиці 18.7.

4. Натиснути кнопку “СЕТЬ”. Натиснути кнопку “СБРОС”. Відхилити обидва маятника на кут  $\alpha_c$ , заданий у таблиці 18.2, та відпустити. Після того, як маятники здійснять 9 коливань, натиснути кнопку “СТОП”. Таким чином секундомір виміряє час 10 коливань. Вимірювання провести не менше 3 разів, результати вимірювання занести до таблиці 18.1.

Таблиця 18.1. Результати вимірювань для дослідів 1

| №                     | $n$ | $\ell$ , м | $t$ , с |
|-----------------------|-----|------------|---------|
| 1                     |     |            |         |
| 2                     |     |            |         |
| 3                     |     |            |         |
| сер                   |     |            |         |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |     |            |         |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |     |            |         |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |     |            |         |

5. Вписати до таблиці 18.1 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

6. Визначити експериментальні значення періоду  $T_{\text{сексп}}$  синфазних коливань за формулою (18.15). Результати розрахунків занести до таблиці 18.2.

7. Визначити теоретичне значення періоду  $T_{c\text{теор}}$  синфазних коливань за формулою (18.11). Результати розрахунків занести до таблиці 18.2.

8. Розрахувати похибки вимірювань за формулами:

$$\varepsilon_{T_{c\text{теор}}} = \frac{\Delta \ell}{\ell}, \quad \varepsilon_{T_{c\text{експ}}} = \frac{\Delta t}{t}, \quad \Delta T = T \varepsilon_T.$$

Результати розрахунків занести до таблиці 18.2.

9. Перевірити рівність теоретичного та експериментального значень циклічної частоти. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $|T_{c\text{ек}} - T_{c\text{т}}| \leq (\Delta T_{c\text{ек}} + \Delta T_{c\text{т}})$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання досліду.

**Таблиця 18.2. Результати розрахунків для досліду 1**

| $T_{c\text{ек}},$<br>с | $\Delta T_{c\text{ек}},$<br>с | $\varepsilon_{T_{c\text{ек}}},$<br>% | $T_{c\text{т}},$<br>с | $\Delta T_{c\text{т}},$<br>с | $\varepsilon_{T_{c\text{т}}},$<br>% | $ T_{c\text{ек}} - T_{c\text{т}} ,$<br>с | $\Delta(T_{c\text{ек}} + \Delta T_{c\text{т}}),$<br>с |
|------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|-----------------------|------------------------------|-------------------------------------|--|---|
|                        |                               |                                      |                       |                              |                                     |  |   |

**Дослід 2. Вивчення вільних протифазних коливань зв'язаних маятників**

1. Натиснути кнопку “СБРОС”. Відхилити маятники у протилежні сторони на кут  $\alpha_{п}$ , заданий у таблиці 18.7, та відпустити. Виміряти час 10 коливань. Вимірювання провести не менше 3 разів, результати вимірювання занести до таблиці 18.3.

**Таблиця 18.3. Результати вимірювань для досліду 2**

| №                     | $n$ | $\ell, \text{м}$ | $a, \text{м}$ | $t, \text{м}$ |
|-----------------------|-----|------------------|---------------|---------------|
| 1                     |     |                  |               |               |
| 2                     |     |                  |               |               |
| 3                     |     |                  |               |               |
| сер                   |     |                  |               |               |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |     |                  |               |               |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |     |                  |               |               |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |     |                  |               |               |

2. Вписати до таблиці 18.3 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

3. Визначити експериментальні значення періоду  $T_{п\text{експ}}$  протифазних коливань за формулою (18.15). Результати розрахунків занести до таблиці 18.4.

4. Визначити теоретичне значення циклічної частоти  $\omega_{п\text{теор}}$  протифазних коливань за формулою (18.12). Сумарний коефіцієнт пружності пружин  $II$  прийняти рівним  $k = 16,6 \text{Н/м}$ . Результати розрахунків занести до таблиці 18.4.

5. Розрахувати похибки вимірювань за формулами

$$\varepsilon_{T_{\text{п теор}}} = \frac{3\Delta\ell}{\ell} + \frac{2\Delta a}{a}, \quad \varepsilon_{T_{\text{п експ}}} = \frac{\Delta t}{t}, \quad \Delta T = T\varepsilon_T.$$

Результати розрахунків занести до таблиці 18.4.

6. Перевірити рівність теоретичного та експериментального значень циклічної частоти. Для цього перевірити, чи виконується нерівність  $|T_{\text{ек}} - T_{\text{т}}| \leq (\Delta T_{\text{ек}} + \Delta T_{\text{т}})$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання досліду.

**Таблиця 18.4. Результати розрахунків для досліду 2**

| $T_{\text{п ек}},$<br>с | $\Delta T_{\text{п ек}},$<br>с | $\varepsilon_{T_{\text{п ек}}},$<br>% | $T_{\text{п т}},$<br>с | $\Delta T_{\text{п т}},$<br>с | $\varepsilon_{T_{\text{п т}}},$<br>% | $ T_{\text{п ек}} - T_{\text{п т}} ,$<br>с | $(\Delta T_{\text{п ек}} + \Delta T_{\text{п т}}),$<br>с |
|-------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|--|--|
|                         |                                |                                       |                        |                               |                                      |  |  |

**Дослід 3. Вивчення биття коливань зв'язаних маятників**

1. Відхилити однією рукою передній маятник на кут  $\alpha$ , заданий у таблиці 18.7, одночасно другою рукою притримати задній маятник у положенні рівноваги та одночасно відпустити маятники. Уважно слідкувати за рухом переднього маятника. У момент, коли передній маятник ненадовго зупиниться в положенні рівноваги, натиснути кнопку “СБРОС”. Після того, коли передній маятник після запуску секундоміра зупиниться ненадовго в 10-й раз, натиснути кнопку “СТОП”. Таким чином секундомір виміряє час  $t$  10-ти коливань. 10 – кількість коливань амплітуди. Кількість коливань маятників  $n$  показуватиме табло “ПЕРИОДЫ”. Вимірювання провести не менше 3 разів, результати вимірювання занести до таблиці 18.5.

**Таблиця 18.5. Результати вимірювань для досліду 3**

| №                     | $n$ | $n_0$ | $t, \text{с}$ |
|-----------------------|-----|-------|---------------|
| 1                     |     |       |               |
| 2                     |     |       |               |
| 3                     |     |       |               |
| сер                   |     |       |               |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |     |       |               |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |     |       |               |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |     |       |               |

2. Вписати до таблиці 18.5 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76\sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

3. Визначити експериментальні значення періоду коливань маятників  $T_{\text{експ}}$  та періоду биття  $T_{\text{б експ}}$  за формулою (18.15). Результати розрахунків занести до таблиці 18.6.

4. Визначити теоретичні значення періоду коливань маятників  $T_{\text{експ}}$  та періоду биття  $T_{\text{б експ}}$  за формулами (18.14). Результати розрахунків занести до таблиці 18.6.

5. Розрахувати похибки вимірювань за формулами:

$$\varepsilon_{T_{\text{теор}}} = \frac{\Delta T_{\text{п теор}}}{T_{\text{п теор}}} + \frac{\Delta T_{\text{с теор}}}{T_{\text{с теор}}} + \frac{\Delta T_{\text{с теор}} + \Delta T_{\text{п теор}}}{T_{\text{с теор}} + T_{\text{п теор}}},$$

$$\varepsilon_{T_{\text{теор}}} = \frac{\Delta T_{\text{п теор}}}{T_{\text{п теор}}} + \frac{\Delta T_{\text{с теор}}}{T_{\text{с теор}}} + \frac{\Delta T_{\text{с теор}} + \Delta T_{\text{п теор}}}{T_{\text{с теор}} - T_{\text{п теор}}},$$

$$\varepsilon_{T_{\text{експ}}} = \varepsilon_{T_{\text{б експ}}} = \frac{\Delta t}{t}, \quad \Delta T = T\varepsilon_T$$

Результати розрахунків занести до таблиці 18.6.

6. Перевірити рівність теоретичного та експериментального значень періоду коливань та періоду биття. Для цього перевірити, чи виконуються нерівності  $|T_{\text{експ}} - T_{\text{теор}}| \leq (\Delta T_{\text{експ}} + \Delta T_{\text{теор}})$  та  $|T_{\text{б експ}} - T_{\text{б теор}}| \leq (\Delta T_{\text{б експ}} + \Delta T_{\text{б теор}})$ , та зробити висновок про коректний результат та правильність виконання досліду.

Таблиця 18.6. Результати розрахунків для досліду 3.

| $T_T$ ,<br>с           | $\Delta T_T$ ,<br>с           | $\varepsilon_{T_T}$ ,<br>%           | $T_{\text{ек}}$ ,<br>с  | $\Delta T_{\text{ек}}$ ,<br>с  | $\varepsilon_{T_{\text{ек}}}$ ,<br>%  | $ T_T - T_{\text{ек}} $ ,<br>с            | $(\Delta T_T + \Delta T_{\text{ек}})$ ,<br>с            |
|------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|-------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|---|---|
|                        |                               |                                      |                         |                                |                                       |   |   |
| $T_{\text{бт}}$ ,<br>с | $\Delta T_{\text{бт}}$ ,<br>с | $\varepsilon_{T_{\text{бт}}}$ ,<br>% | $T_{\text{бек}}$ ,<br>с | $\Delta T_{\text{бек}}$ ,<br>с | $\varepsilon_{T_{\text{бек}}}$ ,<br>% | $ T_{\text{бт}} - T_{\text{бек}} $ ,<br>с | $(\Delta T_{\text{бт}} + \Delta T_{\text{бек}})$ ,<br>с |
|                        |                               |                                      |                         |                                |                                       |   |   |

Таблиця 18.7. Індивідуальні завдання

| № бригади | $m$ , г | $l$ , см | $a$ , см | $\alpha_c$ , град | $\alpha_{\text{п}}$ , град | $\alpha$ , град |
|-----------|---------|----------|----------|-------------------|----------------------------|-----------------|
| 1         | 100     | 35       | 15       | 6                 | 8                          | 7               |
| 2         | 150     | 35       | 20       | 7                 | 9                          | 10              |
| 3         | 200     | 35       | 25       | 8                 | 10                         | 6               |
| 4         | 100     | 40       | 15       | 9                 | 6                          | 8               |
| 5         | 150     | 40       | 20       | 10                | 7                          | 9               |
| 6         | 200     | 40       | 25       | 6                 | 8                          | 7               |
| 7         | 100     | 45       | 15       | 7                 | 9                          | 10              |
| 8         | 150     | 45       | 20       | 8                 | 10                         | 6               |
| 9         | 200     | 45       | 25       | 9                 | 6                          | 8               |
| 10        | 100     | 50       | 30       | 10                | 7                          | 9               |

#### Дослід 4. Спостереження вимушених коливань зв'язаних маятників

1. Приєднати пружини 10 до заднього маятника та ввімкнути тумблер “ВКЛ. ДВИГАТЕЛЯ”.

2. Повернути ручку “ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ” на малий кут ( $\sim 5^\circ$ ) та зачекати хвилину для того, щоб частота вимушених коливань зрівнялася з власною частотою коливань маятників. Визначити амплітуду коливань маятників.

3. Якщо повторювати пункт 2 декілька разів, то можна помітити, що кожного разу при зміні періода вимушених коливань  $T_{\text{в}}$  амплітуда коливань  $A$  буде змінюва-



тися відповідно до АЧХ, зображеній на рис. 18.3. Максимум амплітуди буде спостерігатися два рази. Ці амплітуди відповідатимуть періодам вимушених коливань, рівних  $T_n$  та  $T_c$ .

### Контрольні запитання

1. Які коливання називаються синфазними, протифазними, биттям?
2. Чи змінився б період биття, якщо б у досліді 3 ми не підтримували рукою задній маятник в положенні рівноваги, а відхилили його в протилежний бік на кут  $5^\circ$ ? Відповідь поясніть.
3. Що таке резонанс коливань та при яких умовах він відбувається?
4. Скільки резонансних частот має коливальна система з двома ступенями вільності?
5. Як за допомогою установки визначити жорсткість пружини?

## Лабораторна робота №19 Вивчення гіроскопічного ефекту

**Мета роботи:** визначити кутову швидкість прецесії, момент імпульсу та момент інерції гіроскопа.

**Обладнання:** установка FPM-10 (гіроскоп).

### Теоретичні відомості

*Гіроскоп* – симетричне тверде тіло, яке обертається з великою швидкістю навколо власної осі, що є однією з вільних осей. Гіроскоп має три ступені вільності, якщо він закріплений так, що може здійснювати будь-який поворот навколо нерухомої точки (центру підвісу). Якщо центр мас гіроскопа співпадає з центром підвісу і тертя у місцях закріплення осей досить мале, то можна вважати сумарний момент зовнішніх сил, що діють на гіроскоп, рівним нулю. Гіроскоп, сумарний момент зовнішніх сил якого рівний нулю, називають *вільним*.

Прикладом вільного гіроскопа, що має три ступені вільності, може бути гіроскоп, закріплений на карданному підвісі (рис. 19.1). *Карданний підвіс* складається з двох обойм, зовнішня з яких вільно повертається навколо осі GK, а внутрішня – навколо осі DE. Вісь AB гіроскопа C спирається на внутрішню обойму карданного підвісу. Точка O – центр гіроскопа.

Нехай до осі AB гіроскопа прикладена зовнішня сила  $\vec{F}$  (рис. 19.2). Момент  $\vec{M}$  цієї сили напрямлений перпендикулярно осі AB вздовж диску C. Під дією цієї сили за деякий час  $dt$  головний момент імпульсу  $\vec{L}$  дістає приріст  $d\vec{L}$

$$d\vec{L} = \vec{M} dt, \quad (19.1)$$

Зміну вектора  $\vec{L}$  під дією зовнішніх сил називають *прецесією*. За час  $dt$  вісь гіроскопа повернеться на кут  $d\varphi$

$$d\varphi = \frac{dL}{L \sin \alpha} = \frac{M dt}{L \sin \alpha}, \quad (19.2)$$

де  $\alpha$  – кут між вектором моменту імпульсу  $\vec{L}$  та віссю прецесії  $OO'$ . Звідки

$$M = L \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha. \quad (19.3)$$

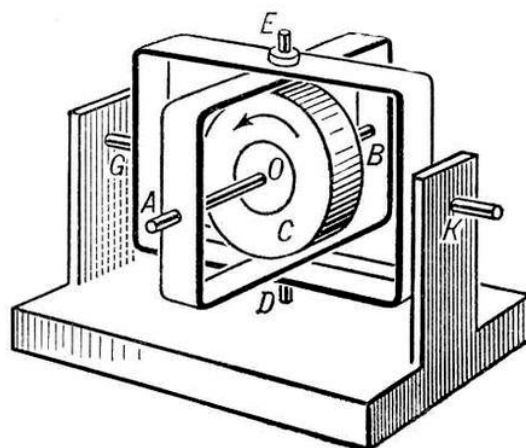


Рис. 19.1

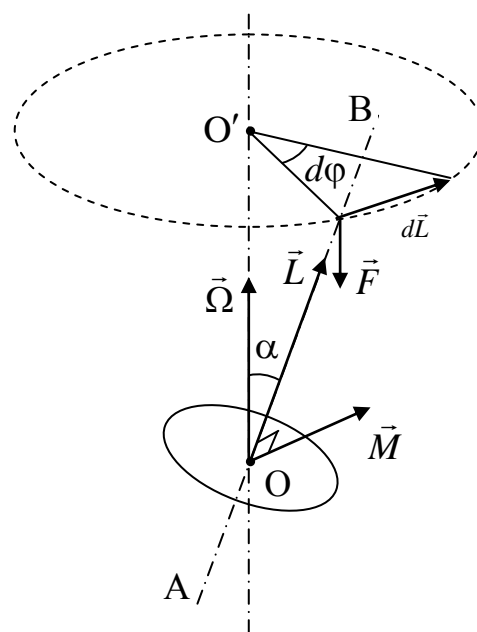


Рис. 19.2

В (19.3)  $\Omega = \frac{d\varphi}{dt}$  – кутова швидкість прецесії гіроскопа. Тому

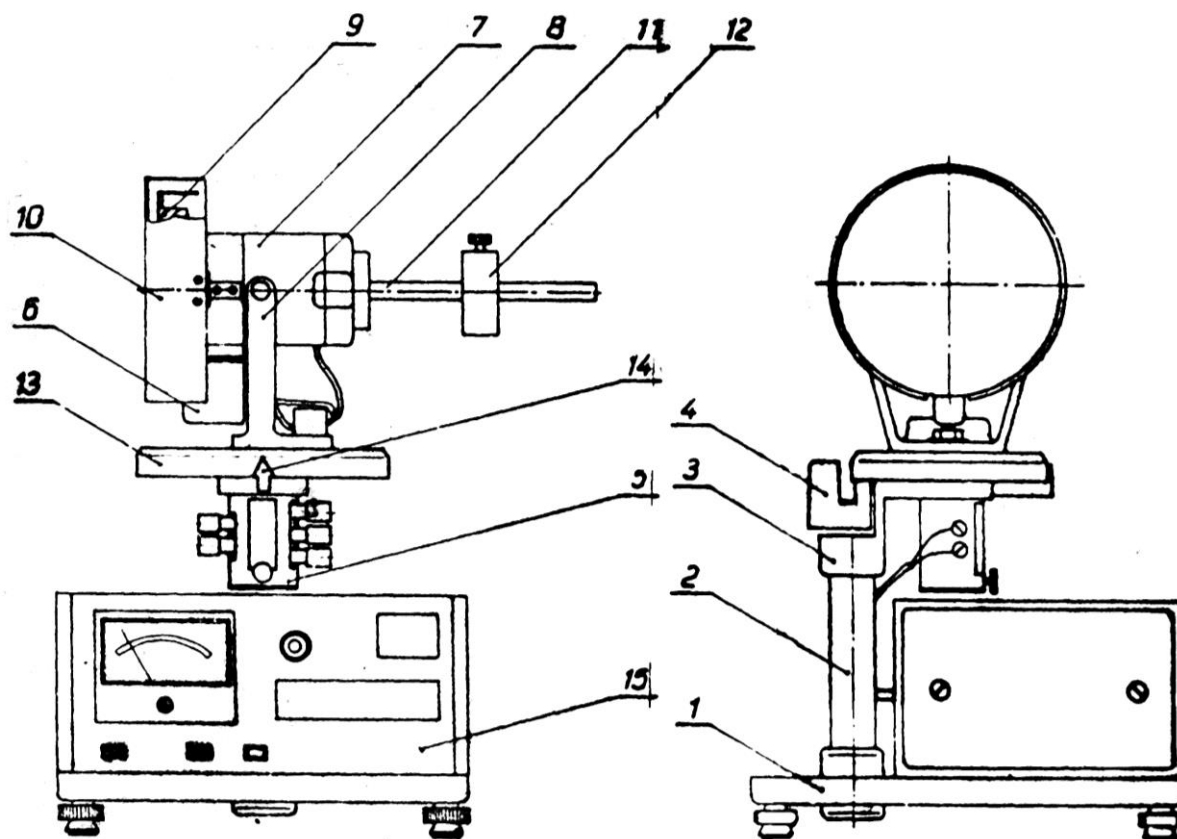


Рис. 19.3

$$M = L\Omega \sin \alpha. \quad (19.4)$$

Зовнішній вигляд лабораторної установки FPM–10 по вивченню гіроскопічного ефекту наведено на рис. 19.3. На основі 1 закріплена вертикальна колона 2, на якій встановлений кронштейн 3 з закріпленими на ньому фотоелектричним датчиком 4 та зовнішньою втулкою обертального з'єднання 5. Обертальний вузол дозволяє гіроскопу обертатися навколо вертикальної осі та забезпечує живлення фотоелектричного датчика 6 і двигуна 7, змонтованих на кронштейні 8. На осі двигуна закріплений диск 9 (власне сам гіроскоп), захищений екраном 10. Диск 9 має відмітки, за якими датчик 6 визначає частоту обертання. На важелі 11 з лінійкою може закріплюватися тягар 12. Кут повороту гіроскопа навколо вертикальної осі вказує на диску 13 стрілка 14. Цей кут вимірюється за допомогою датчика 4. Установка вмикається натисканням на кнопку СЕТЬ. Ручка на лицьовій панелі встановлює частоту обертання. Кнопка СБРОС запускає електронний секундомір та вимірювач кута прецесії. Кнопка СТОП зупиняє вимірювання кута прецесії та часу повороту.

Для установки FPM–10 кут  $\alpha = 90^\circ$ , тому формула (19.4) матиме вигляд:

$$L = \frac{M}{\Omega}. \quad (19.5)$$

Момент сили  $M$ , що діє на вісь гіроскопа створюється тягарем 12 і визначається формулою

$$M = mg(x - x_0), \quad (19.6)$$

де  $m$  – маса тягаря,  $x_0$  та  $x$  – початкове та кінцеве положення тягаря (визначається за лінійкою на важелі 11). Кутова швидкість  $\Omega$  прецесії визначається як

$$\Omega = \frac{\varphi}{t}, \quad (19.7)$$

де  $\varphi$  – кут в радіанах, на який повертається вісь гіроскопа внаслідок прецесії за час  $t$ .

Момент інерції гіроскопа визначається формулою

$$I = \frac{L}{\omega}, \quad (19.8)$$

де  $\omega$  – частота обертання гіроскопа.

### Порядок виконання роботи

1. За допомогою регулюючих ніжок встановити колону вертикально. Перевірити заземлення приладу та ввімкнути шнур в електричну мережу. Натиснути кнопку СЕТЬ, перевіряючи, чи показують всі індикатори нуль, та чи світять лампочки фотоелектричних датчиків. **Ручку регулювання частоти обертання гіроскопа встановити на нуль (в крайнє ліве положення)!**

2. Визначити масу тягаря  $m$ . Переміщенням тягаря 12 по лінійці 11 знайти положення рівноваги гіроскопа  $x_0$ . Результати вимірювань занести до таблиці 19.1.

3. Встановити частоту обертання  $\omega$  гіроскопа відповідно до таблиці 19.3. **Увага! Під час обертання гіроскопа дотримуватися техніки безпеки!**

4. Встановити положення  $x_0$  тягаря 12, задане в таблиці 19.3. При цьому вільний кінець лінійки 11 обережно підтримувати рукою.

5. Відпустити важіль 11 та спостерігати прецесію гіроскопа. Зафіксувати напрям обертання осі гіроскопа (за годинниковою стрілкою чи проти).

6. Натиснути кнопку СБРОС для того, щоб ввімкнути секундомір. Коли на табло з'явиться значення кута  $\varphi - 10$  ( $\varphi$  заданий у таблиці 19.3), натиснути кнопку СТОП. У цьому випадку секундомір виміряє час  $t$  повороту гіроскопа на кут  $\varphi$ . Результати вимірювань занести до таблиці 19.1. **Під час проведення дослідів слідкувати, щоб частота обертання гіроскопа  $\omega$  не змінювалась!**

7. Виконати пункти 2 – 6 ще два рази. Результати вимірювань занести до таблиці 19.1.

8. Розрахувати момент сили, що діє на вісь гіроскопа за формулою (19.6), кутову швидкість прецесії гіроскопа за формулою (19.7), момент імпульсу гіроскопа за формулою (19.5) та момент інерції гіроскопа за формулою (19.8). Результати розрахунків занести до таблиці 19.2.

9. Вписати до таблиць 19.1 систематичні похибки приладів з таблиці 11 додатків. Розрахувати середні арифметичні значення вимірюваних величин, а також випадкові та результуючі похибки вимірювання за формулами

$$\Delta x_{\text{вип}} = 1,76 \sqrt{(x_{\text{сер}} - x_1)^2 + (x_{\text{сер}} - x_2)^2 + (x_{\text{сер}} - x_3)^2}, \quad \Delta x_{\text{рез}} = \Delta x_{\text{сис}} + \Delta x_{\text{вип}},$$

де замість  $x$  слід підставляти вимірювані величини.

10. Розрахувати похибки вимірювання за формулами

$$\varepsilon_M = \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta x}{x - x_0}; \quad \Delta M = M\varepsilon_M;$$

$$\varepsilon_\Omega = \frac{\Delta\varphi}{\varphi} + \frac{\Delta t}{t}; \quad \Delta\Omega = \Omega\varepsilon_\Omega;$$

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta\Omega}{\Omega}; \quad \Delta L = L\varepsilon_L;$$

$$\varepsilon_I = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta\omega}{\omega}; \quad \Delta I = I\varepsilon_I;$$

Результати розрахунків занести до таблиці 19.2.

11. Записати кінцевий результат вимірювання: кутову швидкість прецесії, момент імпульсу та момент інерції гіроскопа у формі:  $x = x_{\text{сер}} \pm \Delta x_{\text{рез}}$ ,  $\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{сер}}}$ , де  $x$  – будь-яка з розрахованих величин.

**Таблиця 19.1. Таблиця результатів вимірювання**

| №                     | $m$ , кг | $x_0$ , м | $x$ , м | $\varphi$ , рад | $t$ , с | $\omega$ , с <sup>-1</sup> |
|-----------------------|----------|-----------|---------|-----------------|---------|----------------------------|
| 1                     |          |           |         |                 |         |                            |
| 2                     |          |           |         |                 |         |                            |
| 3                     |          |           |         |                 |         |                            |
| сер                   |          |           |         |                 |         |                            |
| $\Delta_{\text{сис}}$ |          |           |         |                 |         |                            |
| $\Delta_{\text{вип}}$ |          |           |         |                 |         |                            |
| $\Delta_{\text{рез}}$ |          |           |         |                 |         |                            |

**Таблиця 19.2. Таблиця результатів розрахунків**

| $M$ ,<br>Н·м | $\varepsilon_M$ ,<br>% | $\Delta M$ ,<br>Н·м | $\Omega$ ,<br>с <sup>-1</sup> | $\varepsilon_\Omega$ ,<br>% | $\Delta\Omega$ ,<br>с <sup>-1</sup> | $L$ ,<br>Дж·с | $\varepsilon_L$ ,<br>% | $\Delta L$ ,<br>Дж·с | $I$ ,<br>кг·м <sup>2</sup> | $\varepsilon_I$ ,<br>% | $\Delta I$ ,<br>кг·м <sup>2</sup> |
|--------------|------------------------|---------------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|---------------|------------------------|----------------------|----------------------------|------------------------|-----------------------------------|
|              |                        |                     |                               |                             |                                     |               |                        |                      |                            |                        |                                   |

**Таблиця 19.3. Індивідуальні завдання**

| № бригади | $\omega$ , об/хв | $x$ , см | $\varphi$ , град |
|-----------|------------------|----------|------------------|
| 1         | 5000             | 8        | 70               |
| 2         | 6000             | 9        | 80               |
| 3         | 7000             | 10       | 90               |
| 4         | 8000             | 11       | 100              |
| 5         | 9000             | 12       | 110              |
| 6         | 5000             | 9        | 90               |
| 7         | 6000             | 10       | 100              |
| 8         | 7000             | 11       | 110              |
| 9         | 8000             | 12       | 70               |
| 10        | 9000             | 8        | 80               |

### **Контрольні запитання**

1. Що називають гіроскопом? Вільним гіроскопом?
2. Поясніть, чому вектор моменту зовнішньої сили направлений перпендикулярно осі гіроскопа?
3. Як залежить кутова швидкість прецесії гіроскопа від положення тягаря? Чому не відбувається прецесія урівноваженого гіроскопа?
4. Від чого залежить напрямок прецесії гіроскопа?
5. Як буде поводити себе гіроскоп під час намагання повернути його навколо вертикальної осі за диск  $I_3$ ? Чому?

## Додатки

### Деякі фізичні сталі

Гравітаційна стала

$$G = (6,67428 \pm 0,00067) 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$$

Прискорення вільного падіння:

– на полюсі

$$g_{\text{пол}} = 9,83235 \text{ м/с}^2$$

– на екваторі

$$g_{\text{екв}} = 9,78049 \text{ м/с}^2$$

– середнє

$$g_{\text{сер}} = 9,80665 \text{ м/с}^2$$

*Таблиця 1. Множники та приставки СІ*

| Назва приставки | Позначення |            | Множник    |
|-----------------|------------|------------|------------|
|                 | Українське | Міжнародне |            |
| тера            | Т          | T          | $10^{12}$  |
| гіга            | Г          | G          | $10^9$     |
| мега            | М          | M          | $10^6$     |
| кіло            | к          | k          | $10^3$     |
| гекто           | г          | h          | $10^2$     |
| дека            | да         | da         | $10^1$     |
| деци            | д          | d          | $10^{-1}$  |
| санти           | с          | c          | $10^{-2}$  |
| мілі            | м          | m          | $10^{-3}$  |
| мікро           | мк         | $\mu$      | $10^{-6}$  |
| нано            | н          | n          | $10^{-9}$  |
| піко            | п          | p          | $10^{-12}$ |

*Таблиця 2. Нормований коефіцієнт Стюдента*

| Кількість вимірювань | Довірча ймовірність |      |      |      |      |      |       |       |       |
|----------------------|---------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
|                      | 0,1                 | 0,2  | 0,4  | 0,6  | 0,8  | 0,9  | 0,95  | 0,98  | 0,99  |
| 2                    | 0,16                | 0,33 | 0,73 | 1,38 | 3,08 | 6,31 | 12,70 | 31,80 | 63,70 |
| 3                    | 0,14                | 0,29 | 0,62 | 1,06 | 1,89 | 2,92 | 4,30  | 6,96  | 9,92  |
| 4                    | 0,14                | 0,28 | 0,58 | 0,98 | 1,64 | 2,35 | 3,18  | 4,54  | 5,84  |
| 5                    | 0,13                | 0,27 | 0,57 | 0,94 | 1,53 | 2,13 | 2,78  | 3,75  | 4,60  |
| 6                    | 0,13                | 0,27 | 0,56 | 0,92 | 1,48 | 2,02 | 2,57  | 3,36  | 4,03  |
| 7                    | 0,13                | 0,27 | 0,55 | 0,90 | 1,44 | 1,94 | 2,45  | 3,14  | 3,71  |
| 8                    | 0,13                | 0,26 | 0,54 | 0,90 | 1,42 | 1,89 | 2,36  | 3,00  | 3,50  |
| 9                    | 0,13                | 0,26 | 0,54 | 0,90 | 1,40 | 1,86 | 2,31  | 2,90  | 3,36  |
| 10                   | 0,13                | 0,26 | 0,54 | 0,88 | 1,38 | 1,83 | 2,26  | 2,82  | 3,25  |
| 12                   | 0,13                | 0,26 | 0,54 | 0,87 | 1,36 | 1,80 | 2,20  | 2,72  | 3,11  |
| 14                   | 0,13                | 0,26 | 0,54 | 0,87 | 1,35 | 1,77 | 2,16  | 2,65  | 3,01  |
| 16                   | 0,13                | 0,26 | 0,54 | 0,87 | 1,34 | 1,75 | 2,13  | 2,60  | 2,95  |
| 18                   | 0,13                | 0,26 | 0,53 | 0,86 | 1,33 | 1,74 | 2,11  | 2,57  | 2,90  |
| 20                   | 0,13                | 0,26 | 0,53 | 0,86 | 1,33 | 1,73 | 2,09  | 2,54  | 2,86  |

**Таблиця 3. Густина деяких газів**

| Речовина        | Густина речовини, кг/м <sup>3</sup> | Речовина | Густина речовини, кг/м <sup>3</sup> |
|-----------------|-------------------------------------|----------|-------------------------------------|
| Азот            | 1,250                               | Кисень   | 1,429                               |
| Водень          | 0,089                               | Метан    | 0,717                               |
| Вуглекислий газ | 1,977                               | Неон     | 0,900                               |
| Гелій           | 0,178                               | Повітря  | 1,293                               |

**Примітка:** при температурі 0°C, якщо не вказано у дужках

**Таблиця 4. Густина деяких рідин**

| Речовина           | Густина речовини, кг/м <sup>3</sup> | Речовина              | Густина речовини, кг/м <sup>3</sup> |
|--------------------|-------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|
| Азот (-196°C)      | 850                                 | Мазут                 | 890 – 1000                          |
| Алюміній (660,4°C) | 2400                                | Масло соняшникове     | 926                                 |
| Ацетон             | 781                                 | Мед                   | 1345                                |
| Бензин             | 710 – 750                           | Молоко                | 1280                                |
| Бензол             | 879                                 | Нафта                 | 730 – 940                           |
| Вода (4°C)         | 1000                                | Олово (400°C)         | 6800                                |
| Вода (100°C)       | 958                                 | Повітря (-194°C)      | 960                                 |
| Водень (-253°C)    | 70                                  | Платина (1775°C)      | 19000                               |
| Гелій (-271°C)     | 150                                 | Ртуть                 | 13546                               |
| Гліцерин           | 1260                                | Свинець (400°C)       | 10500                               |
| Гас                | 790 – 820                           | Скипидар              | 860                                 |
| Ефір етиловий      | 710                                 | Спирт етиловий (0°C)  | 789                                 |
| Золото (1100°C)    | 17240                               | Спирт метиловий (0°C) | 792                                 |
| Кисень (-182°C)    | 1100                                | Толуол                | 870                                 |
| Кров               | 1050                                | Хлороформ             | 1483                                |

**Примітка:** при температурі 20°C, якщо не вказано у дужках

**Таблиця 5. Густина деяких твердих тіл**

| Речовина        | Густина речовини, кг/м <sup>3</sup> | Речовина   | Густина речовини, кг/м <sup>3</sup> |
|-----------------|-------------------------------------|------------|-------------------------------------|
| Азот (-252°C)   | 1026                                | Мідь       | 8940                                |
| Алмаз           | 3400 – 3600                         | Молібден   | 10200                               |
| Алюміній        | 2700                                | Натрій     | 968                                 |
| Бетон           | 1800 – 2800                         | Нікель     | 8900                                |
| Береза сира     | 880                                 | Ніхром     | 8100 – 8400                         |
| Береза суха     | 650                                 | Олово      | 7300                                |
| Бронза          | 8700 – 8900                         | Осмій      | 22610                               |
| Ванадій         | 6110                                | Папір      | 700 – 1200                          |
| Віск            | 960 – 980                           | Парафін    | 870 – 920                           |
| Вісмут          | 9800                                | Пінопласт  | 40 – 220                            |
| Водень (-262°C) | 81                                  | Платина    | 21460                               |
| Вольфрам        | 19300                               | Поліетилен | 920                                 |



|                  |             |                |             |
|------------------|-------------|----------------|-------------|
| Гума             | 910 – 1400  | Поліхлорвініл  | 1200 – 1800 |
| Дуб сирий        | 1020        | Свинець        | 11340       |
| Дуб сухий        | 760         | Сіль поварена  | 2200        |
| Дюралюміній      | 2700 – 2900 | Скло віконне   | 2400 – 2700 |
| Ебоніт           | 1200 – 1400 | Скло органічне | 1200        |
| Залізо           | 7874        | Склотекстоліт  | 1700 – 1800 |
| Золото           | 19320       | Сосна сира     | 860         |
| Калій            | 862         | Сосна суха     | 520         |
| Каніфоль         | 1070        | Срібло         | 10500       |
| Капрон           | 1100 – 1200 | Сталь          | 7700 – 7800 |
| Кисень (– 252°C) | 1426        | Тополя сира    | 750         |
| Клен сирий       | 960         | Тополя суха    | 480         |
| Клен сухий       | 750         | Уран           | 19040       |
| Константан       | 8900        | Фарфор         | 2200 – 2500 |
| Крейда           | 1800 – 2600 | Хром           | 7190        |
| Кремній          | 2328        | Цегла          | 1800        |
| Латунь           | 8300 – 8700 | Цинк           | 7130        |
| Липа суха        | 450         | Цукор рафінад  | 1600        |
| Липа сира        | 790         | Чугун          | 7000 – 7800 |
| Лід (0°C)        | 917         | Ялина сира     | 800         |
| Літій            | 539         | Ялина суха     | 450         |
| Магній           | 1740        | Янтар          | 1100        |

**Примітка:** при температурі 20°C, якщо не вказано у дужках

**Таблиця 6. Модуль Юнга деяких речовин**

| Речовина               | Модуль Юнга,<br>ГПа | Речовина | Модуль Юнга,<br>ГПа |
|------------------------|---------------------|----------|---------------------|
| Алюміній               | 70                  | Свинець  | 17                  |
| Дерево вздовж волокон  | 10 – 12             | Сталь    | 216                 |
| Дерево поперек волокон | 0,5 – 1,0           | Скло     | 56                  |
| Залізо                 | 200                 | Титан    | 112                 |
| Золото                 | 79                  | Хром     | 240 – 250           |
| Мідь                   | 110                 | Цинк     | 80                  |
| Оргскло                | 2,9                 | Чугун    | 115 – 150           |

**Таблиця 7. Межа міцності деяких речовин**

| Речовина | Межа міцності,<br>ГПа | Речовина | Межа міцності,<br>ГПа |
|----------|-----------------------|----------|-----------------------|
| Алюміній | 0,05 – 0,11           | Срібло   | 0,14                  |
| Залізо   | 0,17 – 0,21           | Сталь    | 0,38 – 0,47           |
| Золото   | 0,14                  | Скло     | 0,06 – 0,12           |
| Оргскло  | 0,08                  | Цинк     | 0,11                  |
| Свинець  | 0,016                 | Чугун    | 0,25 – 0,55           |

**Таблиця 8. Коефіцієнт тертя ковзання деяких речовин**

| Речовина         | Коефіцієнт тертя ковзання | Речовина           | Коефіцієнт тертя ковзання |
|------------------|---------------------------|--------------------|---------------------------|
| Дерево по дереву | 0,20 – 0,50               | Сталь по сталі     | 0,03 – 0,09               |
| Дерево по сталі  | 0,3 – 0,6                 | Сталь по пластмасі | 0,18 – 0,35               |
| Лід по льоду     | 0,028                     | Шина по асфальту   | 0,50 – 0,70               |
| Метал по металу  | 0,15 – 0,20               | Шина по ґрунту     | 0,40 – 0,50               |
| Сталь по льоду   | 0,015                     | Шина по льоду      | 0,15 – 0,20               |

**Таблиця 9. Коефіцієнт тертя кочення деяких речовин**

| Речовина            | Коефіцієнт тертя кочення, см | Речовина            | Коефіцієнт тертя кочення, см |
|---------------------|------------------------------|---------------------|------------------------------|
| Дерево по дереву    | 0,05 – 0,08                  | Підшипник кульковий | 0,001 – 0,004                |
| Дерево по сталі     | 0,03 – 0,04                  | Сталь по сталі      | 0,05                         |
| Підшипник роликовий | 0,0025 – 0,01                | Сталь по дереву     | 0,15 – 0,25                  |

**Таблиця 10. Значення тригонометричних функцій**

| $\alpha$ , град | $\sin(\alpha)$ | $\operatorname{tg}(\alpha)$  | -               | $\alpha$ , град | $\sin(\alpha)$ | $\operatorname{tg}(\alpha)$  | -               |
|-----------------|----------------|------------------------------|-----------------|-----------------|----------------|------------------------------|-----------------|
| 0               | 0,0000         | 0,0000                       | 90              | 45              | 0,7071         | 1,0000                       | 45              |
| 1               | 0,0175         | 0,0175                       | 89              | 46              | 0,7193         | 1,0355                       | 44              |
| 2               | 0,0349         | 0,0349                       | 88              | 47              | 0,7314         | 1,0724                       | 43              |
| 3               | 0,0523         | 0,0524                       | 87              | 48              | 0,7431         | 1,1106                       | 42              |
| 4               | 0,0698         | 0,0699                       | 86              | 49              | 0,7547         | 1,1504                       | 41              |
| 5               | 0,0872         | 0,0875                       | 85              | 50              | 0,7660         | 1,1918                       | 40              |
| 6               | 0,1045         | 0,1051                       | 84              | 51              | 0,7771         | 1,2349                       | 39              |
| 7               | 0,1219         | 0,1228                       | 83              | 52              | 0,7880         | 1,2799                       | 38              |
| 8               | 0,1392         | 0,1405                       | 82              | 53              | 0,7986         | 1,3270                       | 37              |
| 9               | 0,1564         | 0,1584                       | 81              | 54              | 0,8090         | 1,3764                       | 36              |
| 10              | 0,1736         | 0,1763                       | 80              | 55              | 0,8192         | 1,4281                       | 35              |
| 11              | 0,1908         | 0,1944                       | 79              | 56              | 0,8290         | 1,4826                       | 34              |
| 12              | 0,2079         | 0,2126                       | 78              | 57              | 0,8387         | 1,5399                       | 33              |
| 13              | 0,2250         | 0,2309                       | 77              | 58              | 0,8480         | 1,6003                       | 32              |
| 14              | 0,2419         | 0,2493                       | 76              | 59              | 0,8572         | 1,6643                       | 31              |
| 15              | 0,2588         | 0,2679                       | 75              | 60              | 0,8660         | 1,7321                       | 30              |
| 16              | 0,2756         | 0,2867                       | 74              | 61              | 0,8746         | 1,8040                       | 29              |
| 17              | 0,2924         | 0,3057                       | 73              | 62              | 0,8829         | 1,8807                       | 28              |
| 18              | 0,3090         | 0,3249                       | 72              | 63              | 0,8910         | 1,9626                       | 27              |
| 19              | 0,3256         | 0,3443                       | 71              | 64              | 0,8988         | 2,0503                       | 26              |
| 20              | 0,3420         | 0,3640                       | 70              | 65              | 0,9063         | 2,1445                       | 25              |
| 21              | 0,3584         | 0,3839                       | 69              | 66              | 0,9135         | 2,2460                       | 24              |
| 22              | 0,3746         | 0,4040                       | 68              | 67              | 0,9205         | 2,3559                       | 23              |
| -               | $\cos(\alpha)$ | $\operatorname{ctg}(\alpha)$ | $\alpha$ , град | -               | $\cos(\alpha)$ | $\operatorname{ctg}(\alpha)$ | $\alpha$ , град |

| $\alpha$ , град | $\sin(\alpha)$ | $\operatorname{tg}(\alpha)$  | -               | $\alpha$ , град | $\sin(\alpha)$ | $\operatorname{tg}(\alpha)$  | -               |
|-----------------|----------------|------------------------------|-----------------|-----------------|----------------|------------------------------|-----------------|
| 23              | 0,3907         | 0,4245                       | 67              | 68              | 0,9272         | 2,4751                       | 22              |
| 24              | 0,4067         | 0,4452                       | 66              | 69              | 0,9336         | 2,6051                       | 21              |
| 25              | 0,4226         | 0,4663                       | 65              | 70              | 0,9397         | 2,7475                       | 20              |
| 26              | 0,4384         | 0,4877                       | 64              | 71              | 0,9455         | 2,9042                       | 19              |
| 27              | 0,4540         | 0,5095                       | 63              | 72              | 0,9511         | 3,0777                       | 18              |
| 28              | 0,4695         | 0,5317                       | 62              | 73              | 0,9563         | 3,2709                       | 17              |
| 29              | 0,4848         | 0,5543                       | 61              | 74              | 0,9613         | 3,4874                       | 16              |
| 30              | 0,5000         | 0,5774                       | 60              | 75              | 0,9659         | 3,7321                       | 15              |
| 31              | 0,5150         | 0,6009                       | 59              | 76              | 0,9703         | 4,0108                       | 14              |
| 32              | 0,5299         | 0,6249                       | 58              | 77              | 0,9744         | 4,3315                       | 13              |
| 33              | 0,5446         | 0,6494                       | 57              | 78              | 0,9781         | 4,7046                       | 12              |
| 34              | 0,5592         | 0,6745                       | 56              | 79              | 0,9816         | 5,1446                       | 11              |
| 35              | 0,5736         | 0,7002                       | 55              | 80              | 0,9848         | 5,6713                       | 10              |
| 36              | 0,5878         | 0,7265                       | 54              | 81              | 0,9877         | 6,3138                       | 9               |
| 37              | 0,6018         | 0,7536                       | 53              | 82              | 0,9903         | 7,1154                       | 8               |
| 38              | 0,6157         | 0,7813                       | 52              | 83              | 0,9925         | 8,1443                       | 7               |
| 39              | 0,6293         | 0,8098                       | 51              | 84              | 0,9945         | 9,5144                       | 6               |
| 40              | 0,6428         | 0,8391                       | 50              | 85              | 0,9962         | 11,4301                      | 5               |
| 41              | 0,6561         | 0,8693                       | 49              | 86              | 0,9976         | 14,3007                      | 4               |
| 42              | 0,6691         | 0,9004                       | 48              | 87              | 0,9986         | 19,0811                      | 3               |
| 43              | 0,6820         | 0,9325                       | 47              | 88              | 0,9994         | 28,6363                      | 2               |
| 44              | 0,6947         | 0,9657                       | 46              | 89              | 0,9998         | 57,2900                      | 1               |
| -               | $\cos(\alpha)$ | $\operatorname{ctg}(\alpha)$ | $\alpha$ , град | -               | $\cos(\alpha)$ | $\operatorname{ctg}(\alpha)$ | $\alpha$ , град |

Таблиця 11. Характеристики деяких засобів вимірювання

| Засіб вимірювання                             | Діапазон значень                                | Ціна поділки | Абсолютна інструментальна похибка                                     |
|---|---|--------------|---|
| Лінійка вимірювальна металева або пластмасова | 150; 300 мм                                     | 1 мм         | 0,1 мм  |
|   | 500 мм  | 1 мм         | 0,15 мм   |
|   | 1000 мм   | 1 мм         | 0,2 мм  |
| Лінійка вимірювальна дерев'яна                | 200; 250; 300;<br>400; 500; 600;<br>750 мм      | 1 мм         | 0,1 мм на кожні 100 мм  |
| Кутники креслярські                           | 110; 130; 160;<br>180; 205; 220;<br>250; 300 мм | 1 мм         | 0,1 мм (для дерев'яних),<br>0,2 мм (для пластмасових) на кожні 100 мм |
| Рулетки                                       | 1 м   | 5 мм         | 1 мм  |
|   | 1,5; 2 м  |              | 3 мм  |
| Штангенциркуль                                | 125; 200 мм                                     | 0,1 мм       | 0,1 мм  |
|   | 320; 500 мм                                     | 0,05 мм      | 0,05 мм   |
| Мікрометр                                     | 5; 10; 25 мм                                    | 0,01 мм      | 4 мкм   |

| Засіб вимірювання                | Верхня межа вимірювання   | Ціна поділки                             | Абсолютна інструментальна похибка  |
|----------------------------------|---|--|--|
| Індикатор годинникового типу     | 2; 5; 10 мм   | 0,01 мм                                  | 6 мкм (в межах 0,1мм) або 10 мкм (в межах 1мм)   |
| Мензурки                         | 1000 мл<br>500 мл<br>250 мл<br>100 мл<br>50 мл  | 50 мл<br>25 мл<br>25 мл<br>10 мл<br>5 мл | 25 мл<br>12,5 мл<br>5 мл<br>5 мл<br>2,5 мл   |
| Терези технічні                  | 5000; 1000;<br>200 г  | –  | 3 значення ціни поділки шкали  |
| Тягарі загального призначення    | 500 г<br>200 г<br>100 г<br>50 г<br>20 г<br>10 г<br>5 г<br>2 г<br>1 г<br>500 мг<br>200 мг<br>100 мг<br>10; 20; 50 мг | –  | 80 мг<br>60 мг<br>40 мг<br>30 мг<br>20 мг<br>12 мг<br>8 мг<br>6 мг<br>4 мг<br>3 мг<br>2 мг<br>1 мг<br>1 мг |
| Секундомір механічний            | 60 мин  | 0,2 с                                    | 0,2 с  |
| <b>Лабораторні установки ФРМ</b> |   |  |  |
| – електронний секундомір         | 99,999 с  | 0,001 с                                  | 0,02 с   |
| – шкали для визначення довжини   | 500 мм<br>60; 90; 240 мм  | 1; 50 мм<br>10 мм                        | 2 мм<br>2 мм   |
| – шкали для визначення кута      | 15°<br>11°<br>30°; 90°; 120°<br>360°  | 0,25°<br>0,5°<br>1°<br>10°               | 0,125°<br>0,25°<br>0,5°<br>5°  |
| – маса тіл                       | –   | –  | 0,02 г   |

## Література

1. Бушок Г. Ф., Венгер Є. Ф. Курс фізики: У 3 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика та термодинаміка: Навч. посіб. – К.: Вища школа, 2002. – 375 с.
2. Дущенко В. П., Кучерук І. М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1987. – 431 с.
3. Загальна фізика. Лабораторний практикум: Навчальний посібник / Заг. ред. І. Т. Горбачука. – К.: Вища школа, 1992. – 509 с.
4. Лабораторный практикум по физике: Учеб. пособие для студентов вузов / Под ред. К. А. Барсукова и Ю. И. Уханова. – М.: Высш. шк., 1988. – 351 с.
5. Механика. Колебания и волны. Молекулярная физика: Лабораторный практикум / Под ред. И. И. Коваленко. – Санкт-Петербург: СПбГУАП, 2001. – 124 с.
6. Общий физический практикум. Механіка / Под ред. А.Н.Матвеева, Д. Ф. Киселева. – М.: Издательство МГУ, 1991. – 272 с.
7. Попко Ю. М., Князева Л. А. Руководство к практикуму по физике: Учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов / Под ред. З. В. Волковой. – М., 1959. – 443 с.
8. Руководство к лабораторным занятиям по физике / Под ред. Л. Л. Гольдина. – М.: Наука, 1973. – 688 с.
9. Савельев И. В. Курс общей физики. Том 1. Механика, колебания и волны, молекулярная физика. – М.: Наука, 1970. – 511 с.
10. Савчук В. П. Обработка результатов измерений. Физическая лаборатория. Ч1. Учеб. пособие для студентов вузов. – Одесса: ОНПУ, 2002. – 54 с.
11. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Учеб. пособие: Для вузов. В 5 т. Т. I. Механика. – М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2005. – 560 с.
12. Уродов В. И., Стриженов В. С. Практикум по физике. – М.: Высшая школа, 1973. – 382 с.
13. Физические величины: справочник/А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский и др.; Под. ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. – М.; Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
14. Фридман А. Э. Основы метрологии. Современный курс. – С.-Пб.: НПО «Профессионал», 2008. – 284 с.





