

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАКИ УКРАЇНИ
Херсонський державний університет
Кафедра фізики та методики її навчання

Коробова І. В., Бабенко М. О.

**Методичні рекомендації до самостійної
роботи студентів
напряму підготовки «Фізика*»
заочної та екстернатної форм навчання
з дисципліни
«Загальна фізика. Механіка»**

Херсон - 2014

УДК 531.0
ББК 22.3я73
К 66

К 66 Коробова І. В. Методичні рекомендації до самостійної роботи студентів напряму підготовки «Фізика*» заочної та екстернатної форм навчання з дисципліни «Загальна фізика. Механіка» / І. В. Коробова, М. О. Бабенко. – Херсон : ...

Рецензент: доктор пед. наук, професор М. М. Сидорович

Обговорено на засіданні кафедри фізики та методики її навчання
Протокол № 2 від 07.10.2013 р.

Схвалено науково-методичною радою ХДУ
Протокол № 1 від 21.10.2014 р.

Рекомендовано до друку Вченою радою ХДУ
Протокол № 3 від 27.10.2014 р.

Для студентів вищих навчальних закладів напрямів підготовки «Фізика*», «Математика*» денної, заочної та екстернатної форм навчання. Може бути корисним для викладачів загальноосвітніх навчальних закладів.

© Коробова І. В., 2014

© Бабенко М. О., 2014

Вступ

Самостійна робота студентів триває протягом семестру (два навчальних модуля). Форми звіту: виконана контрольна робота (розв'язки задач з механіки) в окремому зошиті.

Форми та термін звітності оголошується на першому занятті, що проводиться на вступній сесії.

Лекційний модуль (6 год.)

№ п/п	Тема лекції	Кількість годин
1.	<p>Кінематика матеріальної точки (радіус-вектор, переміщення, шлях; векторний, координатний та природний способи опису різних видів руху).</p> <p style="text-align: center;"><u>План</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Задачі кінематики. 2. Система відліку. 3. Способи вивчення руху матеріальної точки. 4. Швидкість при різних способах завдання руху: а) векторному; б) координатному; в) природному. 5. Середня та середня шляхова швидкість. 6. Прискорення як кінематична характеристика нерівномірного руху. 7. Прискорення при векторному способі завдання руху. 8. Прискорення в декартових координатах. 9. Прискорення при природному способі завдання руху. 10. Класифікація рухів за нормальним та тангенціальним прискоренням. 11. Прискорення, швидкість та переміщення при рівнозмінному русі. 	2
2.	<p>Кінематика твердого тіла.</p> <p style="text-align: center;"><u>План</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Кількість ступенів вільності твердого тіла. 2. Види руху твердого тіла. Їх характеристика. 3. Поступальний рух, його властивості. 4. Обертання навколо нерухомої осі: а) означення та кінематичне рівняння обертального руху; б) кутова швидкість та кутове прискорення; в) швидкість та кут повороту при рівнозмінному обертанні. 5. Швидкість точок тіла при обертальному русі. 6. Прискорення точок тіла при обертальному русі. 7. Уявлення про сферичний рух, кутову швидкість та кутове прискорення. 8. Розкладання вільного руху на поступальний та сферичний. 	2
3.	<p>Динаміка матеріальної точки та твердого тіла, що рухається поступально.</p> <p style="text-align: center;"><u>План</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Завдання динаміки. Сила як міра взаємодії тіл. 2. Властивості сил та їх вимірювання. 	2

	3. Перетворення системи сил, прикладених до твердого тіла, до найпростішого виду. 4. Пара сил. Момент пари сил. 5. Закони Ньютона, I та II задачі динаміки. 6. Принцип відносності Галілея. 7. Сили тертя та пружності. 8. Закон Гука для розтягу-зсуву. Діаграма розтягу. 9. Всесвітнє тяжіння. Закон всесвітнього тяжіння. 10. Прискорення вільного падіння. Еквівалентність гравітаційної та інертної маси. 11. Рух точок змінної маси.	
	Усього:	6

Практичний модуль (4 год.)

№ п/п	Тема практичного заняття	Кількість годин
1.	Кінематика матеріальної точки (радіус-вектор, переміщення, шлях; векторний, координатний та природний способи опису різних видів руху). Кінематичні закони рівноприскореного та рівномірного прямолінійного руху. <p style="text-align: center;"><u>Задачі:</u></p> Ауд.: Дії над векторами; Чертов: 1,6; 1.24; 1.11; 1.22; 1.23; Волькенштейн: 1.24; 1.36. Дом.: Волькенштейн: 1.1; 1.2; 1.22; 1.8-1.15. Чертов: 1.7; 1.25; Цедрик: 1.24.	2
2.	Динаміка матеріальної точки (1, 2, 3 закони Ньютона, закон Всесвітнього тяжіння, сила тертя, сила пружності). <p style="text-align: center;"><u>Задачі:</u></p> Ауд.: Цедрик: 2.7; 2.17; 2.19; 2.14; 2.23; Дом.: Волькенштейн: 2.21 - 2.29; 2.30-2.35; Цедрик: 2.15; 2.13; 2.9; 2.23; 2.26; 2.27.	2
	Усього:	4

Лабораторний модуль (6 год.)

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Вступ, техніка безпеки. Теорія похибок	1
2	№ 1. Вимірювання густини речовини твердого тіла правильної геометричної форми	1
3	№ 17. Перевірка рівняння Бернуллі для стаціонарного потоку рідини	1
4	№ 4. Вимірювання коефіцієнту тертя кочення за допомогою похилого маятника	1
5	№ 18. Дослідження коливальної системи з двома ступенями вільності	1
6	Захист робіт	1
	РАЗОМ	6

Модуль самостійної роботи (164 год.)

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Матерія і рух, простір і час. Матеріальна єдність світу. Предмет і методи фізики. Зміст і структура фізики. Зв'язок фізики з іншими науками та її роль у пізнанні навколишнього світу	8
2	Предмет і завдання класичної механіки. Історичний огляд розвитку механіки. Фізичні величини та їх вимірювання. Система одиниць. Розмірність фізичних величин	8
3	Завдання динаміки. Перший закон Ньютона, його наслідки. Інерціальні системи відліку. Механічна сила. Сили в природі. Фундаментальні взаємодії. Другий закон динаміки. Маса і її вимірювання. Адитивність та закон збереження маси. Третій закон динаміки. Імпульс. Закон збереження імпульсу. Рух тіла зі змінною масою. Рівняння Мещерського та Ціолковського. Реактивний рух	8
4	Перетворення Галілея і їх наслідки. Принцип відносності Галілея. Межі застосування механіки Ньютона	8
5	Момент імпульсу матеріальної точки, момент сили, момент інерції. Закон про зміну моменту імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу матеріальної точки.	8
6	Робота, потужність, енергія. Потенціальні і непотенціальні сили. Зв'язок сили з потенціальною енергією. Збереження повної енергії матеріальної точки в полі потенціальних сил. Застосування законів збереження до пружного та непружного ударів	8
7	Системи матеріальних точок. Зовнішні і внутрішні сили. Замкнута система. Рух системи матеріальних точок. Центр мас, його координати. Рух центра мас. Закон збереження імпульсу і його наслідки	8
8	Енергія системи матеріальних точок. Консервативні та неконсервативні сили. Закон збереження механічної енергії в консервативній системі. Момент імпульсу системи матеріальних точок, закон збереження моменту імпульсу замкнутої системи матеріальних точок. Зв'язок законів збереження з симетрією простору і часу. Роль законів збереження у фізиці	8
9	Тверде тіло як система матеріальних точок. Абсолютно тверде тіло (АТТ), поступальний і обертальний рух абсолютно твердого тіла	8
10	Поняття про миттєві осі обертання. Ступені вільності і зв'язки. Обертання АТТ навколо нерухомої осі, момент сили відносно осі. Момент інерції і момент імпульсу твердого тіла	8
11	Основне рівняння динаміки обертального руху. Пара сил, момент пари. Теорема Штейнера. Рівняння моментів. Кінетична енергія тіла, що обертається. Закон збереження моменту імпульсу твердого тіла і його наслідки	8
12	Обертання твердого тіла навколо нерухомої точки. Вільні осі обертання. Гіроскоп	8
13	Умови рівноваги твердого тіла. Види рівноваги. Центр тяжіння	8
14	Сили тертя. В'язке тертя. Рух тіла у в'язкому середовищі.	6

	Формула Стокса. Сухе тертя. Тертя спокою, ковзання та кочення. Значення сил тертя в природі і техніці	
15	Пружні властивості твердих тіл. Види пружних деформацій. Закон Гука. Модулі пружності, коефіцієнт Пуассона. Пружність і пластичність. Енергія і густина енергії пружної деформації	6
16	Рух планет, закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння. Гравітаційна стала та її вимірювання. Важка та інертна маси, їх еквівалентність	6
17	Поле тяжіння. Напруженість і потенціал поля тяжіння. Теорема Остроградського – Гаусса. Застосування законів збереження енергії і моменту імпульсу до руху тіл в центральному гравітаційному полі. Космічні швидкості	6
18	Задачі гідроаеромеханіки. Тиск у рідинах та газах. Закон Паскаля. Закон Архімеда. Умови плавання тіл. Ідеальна рідина. Стаціонарний рух рідини. Рівняння нерозривності. Рівняння Бернуллі. Формула Торічеллі. Реакція рідини, що витікає	6
19	Рух в'язкої рідини. Формула Пуазейля. Ламінарна та турбулентна течії. Число Рейнольдса	6
20	Рух тіл у рідинах та газах; сила лобового опору. Підйомна сила крила літака	6
21	Неінерціальні системи відліку. Сили інерції. Сили інерції у рухомих поступально НІСВ та в НІСВ, що рівномірно обертаються. Відцентрова сила інерції. Сила Коріоліса. сила. Прояв сил інерції на Землі. Маятник Фуко	6
22	Коливальний рух. Гармонійні коливання. Кінематичні характеристики коливального руху. Зв'язок коливального та обертального рухів. Векторні діаграми. Додавання коливань. Биття. Фігури Ліссажу	6
23	Природа звуку. Джерела і приймачі звуку. Об'єктивні і суб'єктивні характеристики звуку. Швидкість звуку. Ефект Доплера в акустиці. Ультразвук та його застосування. Поняття про інфразвук	6
	РАЗОМ	164

Індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання студентів мають дві складові: інваріантну та варіативну.

До інваріантної складової входить домашня контрольна робота.

До варіативної складової входять завдання за вибором студента: виготовлення саморобного приладу з механіки; пошук та презентація додаткового матеріалу з механіки: а) історичного змісту; б) матеріалу, потрібного для майбутньої професії вчителя; в) новини науки і техніки тощо.

Методи навчання

Комплексне використання різноманітних методів організації і здійснення навчально-пізнавальної діяльності студентів та методів стимулювання і мотивації їх навчання, що сприяють розвитку творчих засад особистості майбутнього вчителя фізики з урахуванням індивідуальних особливостей учасників навчального процесу й спілкування.

З метою формування професійних компетенцій широко впроваджуються як традиційні, так і інноваційні методи навчання, що забезпечують комплексне оновлення традиційного педагогічного процесу.

Це такі методи, як:

- проблемне викладання;
- евристична бесіда;
- інтерактивні методи (робота в малих групах, мозковий штурм);
- комп'ютерна підтримка навчального процесу тощо.

Методи контролю

Педагогічний контроль здійснюється з дотриманням вимог об'єктивності, індивідуального підходу, систематичності і системності, всебічності та професійної спрямованості контролю.

Використовуються такі методи контролю (усного, письмового), які мають сприяти підвищенню мотивації студентів - майбутніх учителів фізики до навчально-пізнавальної діяльності. Відповідно до специфіки фахової підготовки перевага надається усному, письмовому і тестовому контролю.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	добре	
74-81	C		
64-73	D		
60-63	E	задовільно	
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

Критерії оцінювання знань та вмінь студентів

Бали	Критерії оцінювання
1 (FX) незадовільно 0-34 балів	Знання з даної дисципліни повністю відсутні
2 (X) незадовільно 35-59 балів	Студент не знає до кінця жодного питання; плутається в основних питаннях; не володіє термінологією з даної дисципліни, допускає помилки у записах формул і формулюванні законів; не в змозі математично обґрунтувати зв'язки між величинами; не може пояснити результати фізичного експерименту та їх теоретично обґрунтувати; не може конкретизувати фізичні закономірності та навести їх приклади у житті; не вміє аналізувати фізичні задачі та розв'язувати їх.
3 (E) задовільно 60-63 балів	Студент демонструє знання і вміння на репродуктивному рівні: правильно формулює правила, дає визначення, наводить закони; вміє записати окремі закони у вигляді формул та здійснити графічну інтерпретацію окремих випадків; порушує логіку викладу матеріалу; користується математичним апаратом в окремих випадках; не вміє пов'язувати теорію з практикою і творчо застосовувати знання; має прогалини у знаннях і вміннях з розв'язування задач та використанні фізичного експерименту.
3,5 (D) задовільно 64-73 балів	Студент у цілому відповіді дає правильні, але не повні; є порушення у логіці викладу матеріалу; базовим термінологічним апаратом користується досить впевнено, але допускає помилки при розв'язуванні задач достатнього рівня складності; не вміє аналізувати результати розв'язування задач та виконання експерименту; має певні навички у веденні дискусії з викладачем.
4 (C) добре 74-81 балів	Студент понятійним апаратом користується досить впевнено; вміє теоретично обґрунтувати результати експерименту та пояснити сутність фізичних закономірностей; володіє логікою викладу матеріалу; має навички перекодування інформації з вербальної форми в графічну та аналітичну і навпаки; вміє розв'язувати задачі високого рівня складності, але допускає помилки; грамотно коментує отримані результати; вміє конкретизувати й узагальнити матеріал.
4,5 (B) добре 82-89 балів	Студент на всі питання дає правильні, лаконічні й вичерпні відповіді; демонструє знання матеріалу технічного і прикладного характеру; вміє користуватися математичним апаратом при розв'язуванні задач і виведенні формул; володіє технікою фізичного експерименту та умінням інтерпретувати одержані результати.
5 (A) відмінно 90 – 100 балів	Студент демонструє бездоганні знання теоретичного і прикладного матеріалу, уміння розв'язувати складні задачі і пропонує нестандартні підходи до їх розв'язання та постановки і виконання експерименту; відповідає на всі додаткові запитання екзаменатора, виявляє уміння вести з ним дискусію; проявляє креативні здібності при всіх типах робіт: викладенні матеріалу, постановці експерименту, розв'язуванні задач.

Рекомендована література

Базова

1. Дущенко В.П., Кучерук І.М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Вища школа, 1987. – 431 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. – М.: Наука, 1987. – 432 с.
3. Александров Н.В., Яшкин А.Я. Курс общей физик. Механика. – М.: Просвещение, 1978. – 416 с.
4. Загальний курс фізики: зб.задач / [І.П.Гаркуша, І.Т.Горбачук, В.П.Курінний та ін.]; За заг.ред. І.П.Гаркуші. – К.: Техніка, 2004. – 560 с.
5. Волькенштейн В.С. Сборник зада по общему курсу физики. – М.: Наука, 1985. – 384 с.
6. Івашина Ю.К., Міма Л.С., Павлова Е.О. Методичні вказівки до розв'язування задач з кінематики: методичні рекомендації. – Херсон: Айлант, 2000. – 20 с.
7. Івашина Ю.К., Міма Л.С., Павлова Е.О. Методичні вказівки до розв'язування задач з динаміки: методичні рекомендації. – Херсон: Айлант, 2000. – 24 с.
8. Бабенко М.О. Лабораторний практикум з механіки: Навчальний посібник для студентів напрямів підготовки: Фізика*, Математика* денної, заочної та екстернатної форм навчання / М.О.Бабенко, І.В.Коробова. – Херсон : Видавництво ХДУ, 2010. – 112 с.
9. Бабенко М. О. Лабораторні роботи з механіки: для студентів напрямів підготовки «Фізика*», «Математика*» денної, заочної та екстернатної форм навчання / М. О. Бабенко, І. В. Коробова. – Херсон : Грінь Д. С., 2012. – 84 с.

Допоміжна

10. Дущенко В.Г., Барановський В.М. Фізичний практикум: Ч.І. – К.: Вища школа, 1984. – 315 с.
11. Загальна фізика: Лабораторний практикум: Навчальний посібник / В.М. Барановський, ... – К.: Вища школа, 1992. – 509 с.
12. Бушок Г.Ф., Півень Г.Ф. Курс фізики. Ч.І. – К.: Вища школа, 1981. – 408 с.
13. Архангельский М.М. Курс физики. Механика. – М.: Просвещение, 1975. – 424 с.
14. Тарг М.С. Краткий курс теоретической механики.
15. Хайкин С.Э. Физические основы механики. – М.: Наука, 1971. – 752 с.
16. Сборник задач по курсу общей физики. Под ред. М.С. Цедрика. – М.: Просвещение, 1989. – 271 с.
17. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1981. – 496 с.

INTERNET – ресурси:

САЙТ: <http://prfz.p.ht/>

Методика розв'язування задач

Загальний алгоритм розв'язування задач

I. Розуміння постановки задачі.

Треба ясно - Уважно прочитайте умову задачі.

зрозуміти - Що дається? Що треба знайти?

задачу. - Чи достатня умова для визначення невідомого?

- Усвідомте фізичну суть задачі.

- Зробіть малюнок.

- Використайте відповідні позначення.

II. Складання плану розв'язання.

Треба знайти зв'язок між відомими і невідомими. - Розгляньте невідоме!

- Чи не зустрічалася вам раніше задача з таким самим або подібним невідомим?

- Чи можна застосувати її результати? Чи можна використати метод її розв'язування?

- Чи всі дані вами використані?

- Чи взяли ви до уваги всі суттєві поняття, які містяться в задачі?

III. Здійснення плану.

Треба здійснити план розв'язання. - Здійснюючи план розв'язування контролюйте кожний свій крок.

- Чи зможете ви довести, що зроблений вами крок правильний?

IV. Вивчення одержаного розв'язання.

Розв'язання перевірити і оцінити критично - Чи є правдоподібним одержаний результат?

- Чи зможете ви це довести?

- Чи можна зробити перевірку?

- Чи можна одержати той же результат іншим способом?

Правила розв'язування задач з кінематики:

1. Зробити схематичний малюнок на якому показати траєкторію руху точки і вибрану систему відліку.
2. Визначити вид руху вздовж кожної з координатних осей.
3. Для кожної осі показати на малюнку всі кінематичні характеристики руху: початкова швидкість, прискорення, кінцева швидкість, переміщення.
4. Записати кінематичний закон руху у векторній формі і в проєкціях на вибрані осі координат.

5. Розв'язати отриману систему рівнянь і знайти шукану величину.

Методика розв'язування графічних задач з кінематики

Для розв'язування графічних задач треба знати графіки найпростіших елементарних функцій і вміти їх досліджувати. Цей матеріал учні вже вивчали на уроках математики.

Учнів треба навчити:

1. читати графіки;
2. графічно представляти умову задачі для наступного визначення за графіком певної фізичної величини;
3. за графіком залежності однієї фізичної величини від іншої будувати графіки залежностей між іншими фізичними величинами.

Звернути увагу учнів на те, що залежність координати і переміщення від часу у рівноприскореному русі квадратична; формули координати і переміщення для такого руху – це квадратичні функції, графіками яких будуть параболи.

$$y = ax^2 + vx + c \quad \text{- квадратична функція}$$

$$\left. \begin{aligned} S_x &= v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \\ x &= x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \end{aligned} \right\} \text{квадратичні функції}$$

З математики відомо, що якщо $a > 0$, то гілки параболи спрямовані вгору;

якщо $a < 0$ – то вниз.

Для переміщення і координати це означає, що, якщо проекція прискорення $a_x > 0$, то гілки параболи будуть спрямовані вгору; якщо $a_x < 0$ – то вниз.

Для побудови графіку треба спочатку визначити, яким значенням t відповідає $S_x = 0$ або $x = 0$. Таким чином можна знайти і час, якому відповідає вершина параболи.

Якщо $t = 0$, то $S_x = 0$ і $x = x_0$.

Методика розв'язання задач з теми «Відносність руху. Перехід від однієї системи відліку до іншої»

Запишемо закон додавання переміщень і швидкостей.

$$\vec{S}_{внс} = \vec{S}_{врс} + \vec{S}_{рс} \qquad \vec{S}_{абс} = \vec{S}_{пер} + \vec{S}_{від}$$

$\vec{v}_{внс} = \vec{v}_{врс} + \vec{v}_{рс}$ або $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{рс}$, якщо позначити нерухому систему К, а рухому К'.

Звернути увагу на такі висновки.

1. Швидкості, переміщення, координати для одного й того самого тіла різні у різних системах відліку.
 2. Не залежать від вибору системи відліку тільки час t і прискорення \vec{a} .
 3. При розв'язуванні задач з кінематики треба всі фізичні величини, які входять в певні кінематичні рівняння, брати в одній системі відліку (СВ).
 4. Перехід від однієї системи відліку до іншої здійснюється за допомогою закону додавання швидкостей.
- Спочатку треба виконати такі вправи, які будуть виступати як поелементна підготовка учнів до розв'язування задач на закон додавання швидкостей.

Правила розв'язування задач на закон додавання швидкостей

1. Зробити схематичний малюнок, на якому показати задані тіла і швидкості їх руху.
2. З'ясувати, рух якого тіла буде розглядатися в данній задачі.
3. Вибрати тіла, відносно яких буде розглядатися рух данного тіла і зв'язати з ним нерухому і рухому системи відліку.
4. Швидкостям, що показані на малюнку, присвоїти буквені індекси.
5. З'ясувати в якій системі відліку раціональніше розв'язувати задачу.
6. У вибраній системі відліку записати у векторній і скалярній формі необхідні кінематичні рівняння, з яких можна знайти шукану величину.
7. Записати закон додавання швидкостей у векторній формі і у проєкціях на вибрані осі координат. Якщо вектори швидкостей напрямлені під кутом одне до одного, то дозволяється геометричне розв'язання одержаного трикутника швидкостей.
8. Розв'язати всі одержані рівняння і знайти шукану величину.

Методика виконання вправ з динаміки.

Для розв'язування задач з динаміки є правила, які мають характер алгоритмічних приписів.

Правила розв'язування задач з динаміки

1. Зробити схематичний малюнок.
2. Встановити характер руху тіла і з'ясувати ті умови, при яких можливий даний вид руху.
3. Показати на малюнку напрям руху тіла (або прискорення) і співнапрямити з ним додатній напрям координатної осі.
4. З'ясувати, які тіла діють на дане тіло і зобразити діючі сили на малюнку, враховуючи їх порівняльні чисельні значення.
5. Якщо сили діють під кутом одна до одної, доцільно вибрати прямокутну систему координат і розкласти сили на складові по осям координат.
6. Записати рівняння руху в векторній формі і в проекціях на осі координат

а) Для рівномірного прямолінійного руху:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = 0 \end{cases}$$

б) Для рівноприскореного прямолінійного руху та руху по колу:

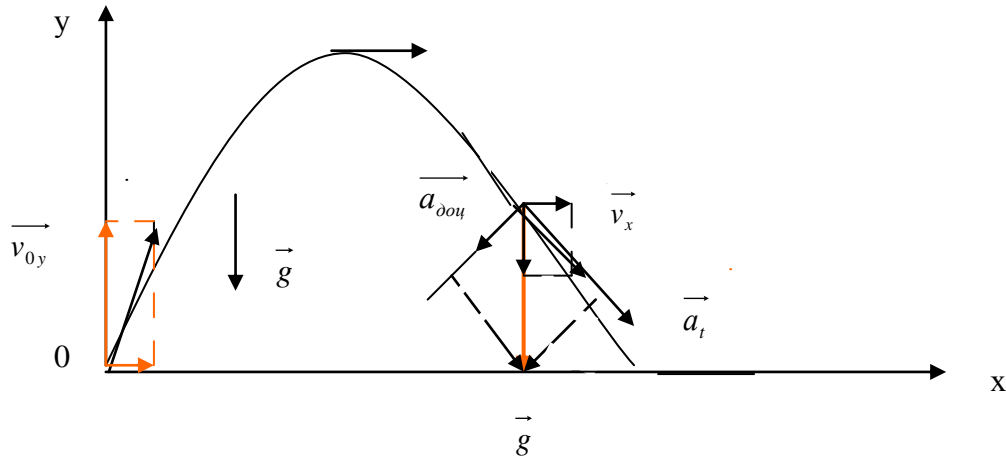
$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

$$\begin{cases} ma_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} \\ ma_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} \end{cases}$$

7. Якщо розглядається система зв'язаних тіл, то треба з'ясувати, які тіла (які сили) діють на кожне тіло системи і рівняння руху записати для кожного тіла системи.
8. Якщо за умовою задачі треба знайти сили, які діють на в'язі (сили натягу канатів, ниток; силу тиску на опору, вагу тіла), то записують третій закон Ньютона: з якою силою в'язь діє на тіло, з аткою ж силою тіло діє на в'язь.

Методика розв'язування задач на рух тіла, кинутого горизонтально та під кутом до горизонту

Розглянути теорію руху тіла під кутом до горизонту



Вздовж осі ОХ сили не діють → рух рівномірний.
Вздовж осі ОУ – рух з прискоренням g .

$$v_x = v_{0x} \qquad x = v_{0x}t$$

$$v_y = v_{0y} + g_y t \qquad y = v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha \qquad v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha \qquad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

У даному випадку рух по параболі нерівномірний → є доцентрове прискорення і тангенціальне. Повне прискорення - вектор \vec{g} .

$$g = \sqrt{a_{\text{доц}}^2 + a_{\tau}^2}$$

$$a_{\tau} = g \cos \beta$$

$$a_{\text{доц}} = a_n = g \sin \beta$$

Радіус кривізни траєкторії:

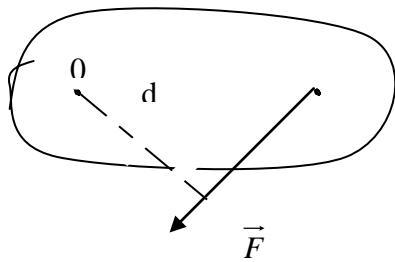
$$a_n = \frac{v^2}{R} ; \qquad R = \frac{v^2}{a_n}$$

Методика розв'язування задач на рівновагу тіл, які не обертаються

Звернути увагу на те, що при розв'язуванні задач на статику діють правила розв'язування задач з динаміки, тільки замість II Закону Ньютона на перше місце виходить I закон, який описує рівновагу тіл.

Статика – частина механіки, в якій вивчається рівновага тіл.

Умова рівноваги тіл, які мають вісь обертання – це правило моментів.



Момент сили – це фізична величина, яка дорівнює добутку модуля сили на її плече:

$$M = Fd$$

За годинниковою стрілкою: $M > 0$

Проти годинникової стрілки: $M < 0$

Правило моментів: Тіло знаходиться в рівновазі, якщо алгебраїчна сума моментів сил, прикладених до нього, дорівнює 0:

$$M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0.$$

Правила розв'язування задач на визначення центра тяжіння системи тіл

1. Зробити схематичний малюнок.
2. на малюнку показати всі сили тяжіння, які діють на кожне тіло системи.
3. Показати передбачне (умовне) положення центра тяжіння системи і зв'язати з ним вісь обертання.
4. Система тіл під дією прикладених сил тяжіння відносно цієї осі буде перебувати у рівновазі. Записати правило моментів сил.
5. Доцільно один з відрізків позначити через x , записати плечі всіх сил через X , розв'язати одержані рівняння і знайти шукану величину.

Методика розв'язування задач на закон збереження імпульсу

1. Якщо система незамкнута:

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} &= \frac{\vec{v} - v_0}{t} \\ \vec{F} &= m\vec{a} \\ \vec{F} &= \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{t} \end{aligned} \right\} \vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

$\vec{p} = m\vec{v}$ - імпульс тіла;

$\vec{F}t$ - імпульс сили.

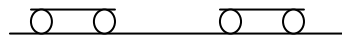
- Що називають замкнутою системою?

Це сукупність тіл, які взаємодіють між собою, але не взаємодіють з іншими тілами.

- Як дається поняття про закон збереження імпульсу?

2. Замкнута система:

Розглядається система візків:



$$\underline{\vec{F}_1 = -\vec{F}_2} \quad (\text{III з. Н.})$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_1 t &= m_1 \vec{v}'_1 - m_1 \vec{v}_1 \\ \vec{F}_2 t &= m_2 \vec{v}'_2 - m_2 \vec{v}_2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} m_1 \vec{v}'_1 - m_1 \vec{v}_1 &= - \left(m_2 \vec{v}'_2 - m_2 \vec{v}_2 \right) \\ m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 &= m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \end{aligned}$$

Імпульс
системи
після

...

Імпульс
системи до
взаємодії

Правила розв'язування задач на закон збереження та зміни імпульсу

1. Зробити схематичний малюнок на якому вказати положення системи тіл *до* і *після* взаємодії.
2. Показати на малюнку швидкості або імпульси тіл *до* і *після* взаємодії, вибрати систему відліку та показати додатній напрямок координатних осей.
3. З'ясувати чи є данна система тіл замкнутою, або, якщо вона не замкнута, чи можна знайти такий напрям, в якому систему можна вважати замкнутою.
4. Записати закон збереження імпульсів в векторній і скалярній формі для того напрямку, в якому систему можна вважати замкнутою.
5. Якщо необхідно записати потрібні рівняння, розв'язати систему рівнянь і знайти шукану величину.
6. Якщо систему не можна вважати замкнутою у будь-якому напрямі, то відбувається зміна імпульсу системи тіл і ця зміна імпульсу системи дорівнює імпульсу діючих на тіло зовнішніх сил, тобто:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}t.$$

Про застосування законів збереження при розв'язуванні механічних задач

При розв'язуванні задач на закони збереження в механіці треба мати на увазі, що як імпульс, так і енергія тіла залежить від системи відліку. Тому під час складання рівнянь, які відображають закони збереження імпульсу та енергії, необхідно розглядати рух всіх тіл в одній інерціальній системі відліку.

Закон збереження імпульсу зв'язує початкове і кінцеве значення імпульсу замкнутої системи і дозволяє виключити з розгляду внутрішні сили. Тому цей закон застосовується при розв'язуванні задач, в яких сили взаємодії між окремими тілами системи є змінними величинами, причому характер їх зміни з часом складний або взагалі невідомий. До таких задач можна віднести задачі на розрив одного тіла на частини або з'єднання декількох тіл в одне; задачі на удар і на рух одних тіл по поверхні інших.

Якщо в системі відбувається швидка зміна імпульсів завдяки взаємодії тіл, то тривалість взаємодії вважається нескінченно малою. Це дозволяє застосувати закон збереження імпульсу навіть в тих випадках, коли на систему діють зовнішні сили. Тому, наприклад, не враховують дію сили тяжіння і сили опору на тіла, які знаходяться у поверхні Землі, при їх зіткненнях або розривах.

Про застосування закону збереження енергії

Закон збереження механічної енергії має місце в замкнених системах, в яких діють тільки сили тяжіння і пружності (консервативні сили).

Якщо на тіло або систему тіл діють зовнішні сили, то зміна повної механічної енергії дорівнює роботі цих сил.

Якщо діючими силами є сили опору, то механічна енергія повністю або частково перетворюється у внутрішню енергію, і мірою цього перетворення є робота сил опору.

Правила розв'язування задач на закон збереження і перетворення енергії

1. Зробити схематичний малюнок, на якому вказати два стани системи та нульовий рівень відліку потенціальної енергії.
2. З'ясувати, яку енергію має тіло в першому і другому станах. Записати, чому дорівнює повна механічна енергія в кожному стані: W_1 і W_2 .
3. Для замкнутої системи в якій діють тільки сили тяжіння і сили пружності, записати закон збереження механічної енергії: $W_1 = W_2$.
4. Для незамкнутої системи записати, що зміна механічної енергії дорівнює роботі зовнішніх сил:

$$W_2 - W_1 = A$$

$$\Delta W = A.$$

Методика розв'язування задач на механічні коливання

Основні поняття:

- Зміщення (x) – відхилення від положення рівноваги.
- Амплітуда (A) – максимальне зміщення.
- Гармонічні коливання – якщо вони відбуваються під дією $F \sim x$ та протилежно напрямлені.
- Період коливання (T) і частота коливань (ν)

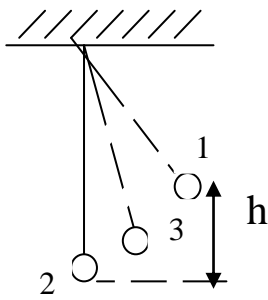
$$T = \frac{1}{\nu} \quad c = \frac{1}{\Gamma\text{ц}} \quad \Gamma\text{ц} = \frac{1}{c}$$

- Швидкість і прискорення при коливанні:
 - при $x=A$ і $x=-A \rightarrow v=0$; $a=a_{\max}$
 - при $x=0 \rightarrow v=v_{\max}$; $a=0$.
 - V і a – змінюються періодично

- Енергія при коливальному русі:

Виконується закон збереження повної механічної енергії:

- Виконується закон зберігання повної механічної енергії:



$$W = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \quad \text{- у будь-якій точці.}$$

$$\frac{A}{v_{\max}} = \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{- для пружинного маятника.}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{для математичного маятника.}$$

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t \quad \left(\frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega \rightarrow 2\pi\nu \right).$$

Методика розв'язування задач на гідростатику

Задачі на гідро- і аеростатику за методами розв'язання поділяються на 2 основні групи:

1. задачі на розрахунок тиску і сил тиску;
2. задачі, в яких використовують закон Архімеда.

Розв'язання задач першої групи пов'язано з застосуванням закону Паскаля і його наслідків:

$$p = \rho gh \quad \text{- гідростатичний тиск на глибині } h;$$

$p = p_0 + \rho gh$ - повний тиск в будь-якій точці рідини де p_0 - тиск на її поверхні;

$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$ - умова рівноваги різнорідних рідин у сполучених посудинах.

Розв'язання задач другої групи пов'язано із застосуванням закону Архімеда і законів динаміки і статyki.

$$F_{\text{арх}} = P_{\text{рід}} = \rho_{\text{рід}} g V \quad \text{- архімедова сила;}$$

$F_{арх} = F_{тяж}$ - тіло плаває всередині або на поверхні рідини;

$F_{арх} > F_{тяж}$ - тіло вспливає;

$F_{арх} < F_{тяж}$ - тіло тоне.

Приклади розв'язування задач

Задача № 1. Першу половину шляху машина йшла зі швидкістю $40 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Потім вона стала рухатися під кутом $180^\circ (30^\circ)$ до початкового напрямку руху зі швидкістю $60 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Чому дорівнює середня шляхова швидкість руху і середня швидкість переміщення машини на всьому шляху?

1)

$$l_1 = \frac{l}{2}$$

$$v_1 = 40 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$\alpha_1 = 180^\circ$$

$$\alpha_2 = 30^\circ$$

$$l_2 = \frac{l}{2}$$

$$v_2 = 60 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$v_{\text{сер.шл}} = ?$$

$$v_{\text{сер.пер}} = ?$$

$$v_{\text{сер.шл}} = \frac{l}{t_1 + t_2}$$

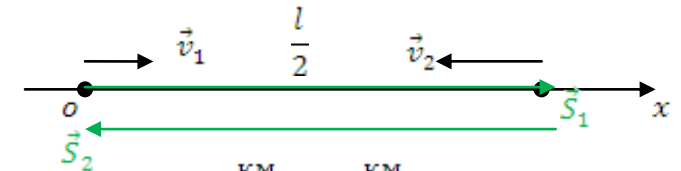
$$v_{\text{сер.шл}} = \frac{l}{\frac{l}{2v_1} + \frac{l}{2v_2}}$$

$$v_{\text{сер.шл}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} \quad (1)$$

$$v_{\text{сер.пер}} = \frac{\vec{S}}{t}$$

$$\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 = 0$$

$$v_{\text{сер.пер}} = 0 \quad (2)$$



$$v_{\text{сер.шл}} = \frac{2 \cdot 40 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot 60 \frac{\text{км}}{\text{год}}}{100 \frac{\text{км}}{\text{год}}} = 48 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$v_{\text{сер.пер}} = 0.$$

2)

$$v_{\text{сер.шл}} = \frac{l}{t_1 + t_2}$$

$$v_{\text{сер.шл}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} \quad (1)$$

$$\vec{v}_{\text{сер.пер}} = \frac{\vec{S}}{t}$$

$$v_{\text{сер.пер}} = \frac{S}{t_1 + t_2}$$

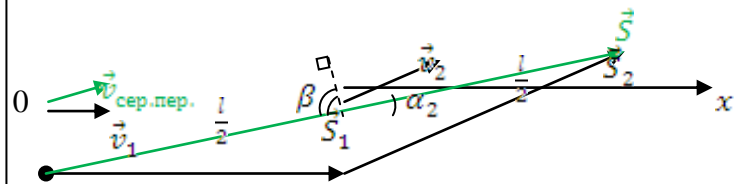
$$v_{\text{сер.пер}} = \frac{S}{\frac{l}{2v_1} + \frac{l}{2v_2}}$$

$$S = 2 \cdot \frac{l}{2} \sin \beta = l \sin \beta$$

$$\beta = \frac{180^\circ - \alpha_2}{2} = 75^\circ$$

$$v_{\text{сер.пер}} = \frac{2v_1v_2 \sin \beta}{v_1 + v_2}$$

$$v_{\text{сер.пер}} = v_{\text{сер.шл}} \sin \beta$$



$$v_{\text{сер.шл}} = 48 \frac{\text{КМ}}{\text{ГОД}}$$

$$v_{\text{сер.пер}} = 48 \frac{\text{КМ}}{\text{ГОД}} \sin 75^\circ \approx 48 \frac{\text{КМ}}{\text{ГОД}} \cdot 0,9659 \approx 46 \frac{\text{КМ}}{\text{ГОД}}$$

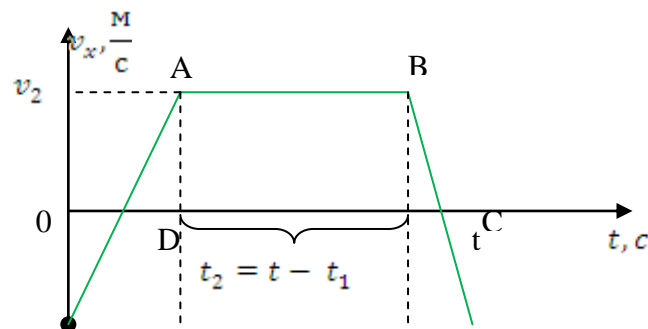
Задача № 2. Відстань між двома станціями потяг пройшов з середньою швидкістю $v_{\text{сер}} = 20 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ за $t=1200 \text{ с}$. Розгін та гальмування разом тривали $t_1 = 240 \text{ с}$, а інший час потяг рухався рівномірно. Яка була швидкість потяга при рівномірному русі?

$$v_{\text{сер}} = 20 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

$$t = 1200 \text{ с}$$

$$t_1 = 240 \text{ с}$$

$v_2 = ?$

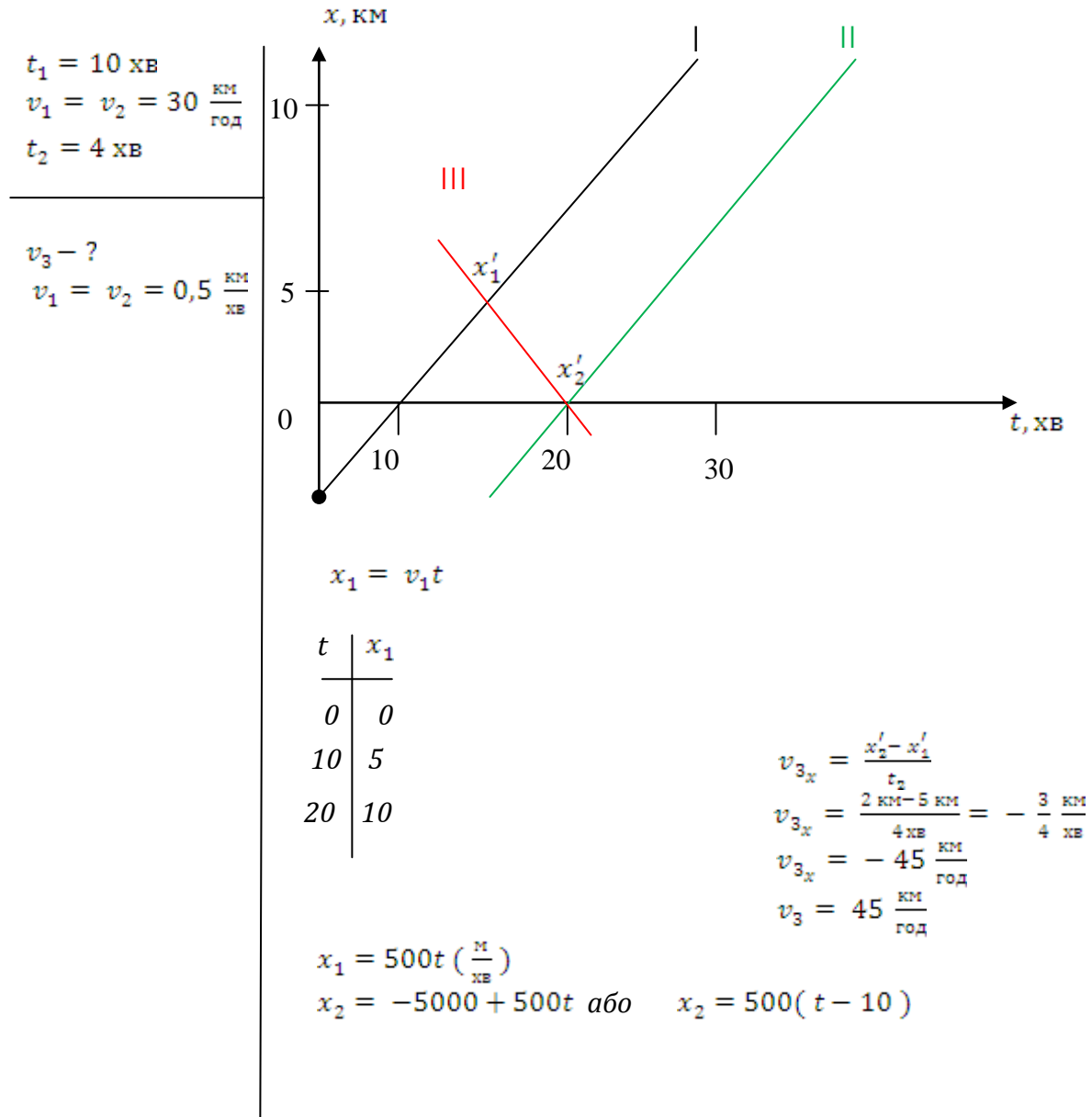


$$l = v_{\text{сер}} t; \quad l = S_{OABC} = \frac{OC+AB}{2} \cdot DA = \frac{t+(t-t_1)}{2} \cdot v_2;$$

$$v_{\text{сер}} t = \frac{2t-t_1}{2} \cdot v_2; \quad \boxed{v_2 = \frac{2v_{\text{сер}} t}{2t-t_1}}$$

$$v_2 = \frac{2 \cdot 20 \frac{\text{М}}{\text{с}} \cdot 1200 \text{ с}}{2 \cdot 1200 \text{ с} - 240 \text{ с}} \approx 22,2 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

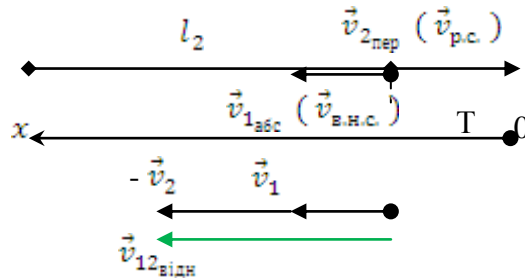
Задача № 3. Від Москви до Пушкіно з інтервалом 10 хв вийшли два електропоїзди із швидкостями $30 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. З якою швидкістю рухався поїзд, що йшов до Москви, якщо він зустрів ці поїзди через 4 хв один після другого? Розв'язати задачу графічно.



Задача № 4. Пасажир електропоїзда, що рухається із швидкістю $15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, помітив, що зустрічний поїзд довжиною 210 м пройшов повз нього за 6 с. Визначити швидкість зустрічного поїзда.

$$\begin{aligned} v_1 &= 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \\ l_2 &= 210 \text{ м} \\ t &= 6 \text{ с} \end{aligned}$$

$$v_2 - ?$$



Будемо розглядати рух пасажирів, якого можна прийняти за матеріальну точку, відносно Землі (НСВ) та зустрічного поїзда відносно Землі.

Із зустрічним поїздом зв'яжемо рухому систему відліку (РСВ). Відносно цієї системи пасажир здійснює переміщення, яке дорівнює довжині зустрічного поїзда (l_2).

$$\vec{S}_{\text{в.р.с.}} = \vec{v}_{\text{в.р.с.}} t \text{ або } \vec{S}_{12} = \vec{v}_{12} t$$

$$S_{12} = v_{12} t$$

$$l_2 = v_{12} t$$

$$\vec{v}_{\text{в.н.с.}} = \vec{v}_{\text{в.р.с.}} + \vec{v}_{\text{р.с.}}$$

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{12} + \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

$$v_{12x} = v_1 - (-v_2)$$

$$v_{12x} = (v_1 + v_2)$$

$$v_{12} = (v_1 + v_2)$$

$$l_2 = (v_1 + v_2) t$$

$$l_2 = v_1 t + v_2 t$$

$$v_2 = \frac{l_2 - v_1 t}{t}$$

$$v_2 = \frac{l}{t} - v_1$$

$$v_2 = \frac{210 \text{ м}}{6 \text{ с}} - 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

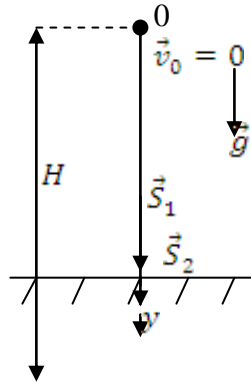
Задача № 5. Тіло вільно падає з висоти 80 м. Яке його переміщення за останню секунду падіння?

$$H = 80 \text{ м}$$

$$t_2 = 1 \text{ с}$$

$$g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$S_2 = ?$$



$$S_2 = H - S_1$$

$$S_1 = \frac{g t_1^2}{2} = \frac{g(t - t_2)^2}{2}$$

$$S = H = \frac{g t^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$S_2 = H - \frac{g(\sqrt{\frac{2H}{g}} - t_2)^2}{2}$$

$$s_2 = 80 \text{ м} - \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 9 \text{ с}^2}{2} = 35 \text{ м}$$

Задачі для самостійного розв'язування

Рух з постійною швидкістю

1. Автомобіль рухався з одного пункту в інший з постійною швидкістю $50 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, а назад зі швидкістю $70 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте середню швидкість на всьому шляху руху. [$58 \frac{\text{км}}{\text{год}}$]

2. Пролітаючи над пунктом А, пілот вертольота наздогнав повітряну кулю, яку зносило вітром за курсом літака. Через 1 год пілот повернув назад і зустрів повітряну кулю 20 Км від пункту А. Чому дорівнює швидкість вітру, якщо потужність двигуна вертольота залишалася постійною? [$17 \frac{\text{км}}{\text{год}}$]

3. Катер, що має швидкість v , здійснив дві поїздки тривалістю t_1 і t_2 на відстань S і назад. Перша поїздка здійснена по річці, що має швидкість течії u , а друга по озеру. У скільки разів час руху по озеру більше часу руху катера по річці? [$1 - \frac{u^2}{v^2}$]

4. Тіло пройшло шлях S_m за t_c . Першу половину часу воно рухалося зі швидкістю $v_1 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, другу половину часу зі швидкістю $v_2 = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Чому дорівнює середня швидкість тіла на всьому шляху? [$20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$]

Рівноприскорений рух

1. Поїзд, рушаючи з місця, рухається рівноприскорено і, пройшовши третю частину свого шляху до наступної зупинки, досяг швидкості $80 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Потім він рухався рівномірно, а на останній третині шляху - рівносповільнено. Яка середня швидкість потягу між зупинками? [$48 \frac{\text{км}}{\text{год}}$]

2. Точка рухається вздовж осі x і координата точки в залежності від часу змінюється за законом $x = a + bt + ct^2$ (a, b, c - деякі постійні величини). Маса точки m . За яким законом при цьому змінюється прискорення точки? [$2c$]

3. Рух двох велосипедистів задані рівняннями: $x_1 = 6 + 2t$; $x_2 = 0,5t^2$. Через скільки секунд від одночасного початку руху велосипедистів другий досягне першого? [6с]

4. Трамвай, рухаючись від зупинки рівноприскорено, пройшов шлях 30 м за 10 с. Яку швидкість він придбав в кінці шляху? [$6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$]

Вільне падіння

1. Тіло кинуто вертикально вгору зі швидкістю $40 \frac{м}{с}$. Як відноситься шлях до переміщення через 6 с після початку руху? $[\frac{5}{3}]$
2. Тіло падає з висоти h . Розділіть цю висоту на три відрізки так, щоб на проходження кожного з них було потрібно однаковий час. Визначте довжину другого і третього відрізків. $[\frac{h}{3}; \frac{5h}{9}]$
3. Тіло падає з деякої висоти, причому його початкова швидкість дорівнює нулю. За останні дві секунди падіння воно пролетіло $\frac{2}{3}$ всього шляху. Визначте повний час падіння тіла. $[3 + \sqrt{3}]$

Криволінійний рух

1. Тіло кинуто вгору під кутом до горизонту з початковою швидкістю v_0 . Модуль зміни швидкості під час польоту становив $v_0\sqrt{3}$. Визначити максимальну висоту траєкторії тіла. $[\frac{3v_0^2}{8g}]$
2. Тіло кинуто під кутом 60° до горизонту зі швидкістю $10 \frac{м}{с}$. Визначте кут до горизонту, під яким видно тіло з точки кидання за 1 с до моменту падіння. $[45^\circ]$
3. Тіло кинуто під кутом 45° до горизонту зі швидкістю $10 \frac{м}{с}$. Який кут між напрямком векторів швидкості та прискорення через $\sqrt{2}$ с після початку руху? $[45^\circ]$
4. Тіло кинуто з деякою початковою швидкістю під кутом до горизонту. З урахуванням тертя повітря чому дорівнює прискорення тіла a у верхній точці траєкторії? $[a = g]$

Рух по колу

1. Чому дорівнює кутова швидкість обертання штучного супутника Землі, що рухається по коловій орбіті з періодом обертання $T = 88 \text{ хв}$ на висоті $H \ll R_3$? $[1,19 \cdot 10^{-3} \frac{1}{с}]$
2. Хвилинка стрілка годинника в 3 рази довше секундної. Яке

співвідношення між лінійними швидкостями кінців хвилинної ($v_{x\epsilon}$) і секундної (v_c) стрілок Ви вважаєте правильним? [$v_c = 20v_{x\epsilon}$]

Лабораторні роботи

Вимірювання фізичних величин та оцінка похибок вимірювання

Поняття про вимірювання та похибки вимірювань. Одним з основних етапів фізичного експерименту є вимірювання фізичних величин. *Вимірювання* – це процес знаходження значення фізичної величини за допомогою засобів вимірювання.

Будь-яке вимірювання неможливо виконати абсолютно точно; під час вимірювань завжди отримують наближені значення фізичних величин. Відхилення виміряного значення фізичної величини від істинного, яке виникає під час вимірювань, називають *похибкою вимірювань*. Виділяють наступні *види похибок вимірювання*: абсолютна та відносна.

Абсолютна похибка вимірювання Δ_a визначається як половина інтервалу, центром якого є виміряне значення фізичної величини a , в який з деякою ймовірністю потрапляє істинне значення. Абсолютна похибка вимірюється у тих же одиницях, що й фізична величина і округлюється з надлишком: $\Delta_{a1} = 0,117 \approx 0,12$; $\Delta_{a2} = 0,221 \approx 0,23$. Чисельне значення результату вимірювання округлюють так, щоб його остання цифра була у тому ж розряді, що і цифра абсолютної похибки вимірювання (якщо $a = 9,532$ і $\Delta_a = 0,31$, то треба записувати $a = 9,53$). Результат вимірювання записують у вигляді $a = a_{\text{вим}} \pm \Delta_a$, наприклад, $a = (9,53 \pm 0,31)\text{м}$.

Відносною похибкою вимірювання ε_a називають відношення абсолютної похибки вимірювання до виміряного значення фізичної величини:

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta_a}{a} . \quad (1.2.1)$$

Відносна похибка – безрозмірна фізична величина, може бути виражена у відсотках, наприклад, $\varepsilon_a = 0,0325$ або $\varepsilon_a = 3,25\%$.

Виділяють наступні *види вимірювань*: пряме, посереднє, сукупне та сумісне.

Пряме вимірювання – це процес знаходження значення фізичної величини безпосередньо за допомогою засобу вимірювання (наприклад, вимірювання довжини лінійкою, температури – термометром, напруги – вольтметром).

Похибки прямих вимірювань обумовлені наступними чинниками.

По-перше, у кожному засобі вимірювання вже при його виготовленні виникають похибки вимірювання. Окрім цього, у вибраному методі вимірювання можуть бути не враховані деякі фактори, що впливають на результат вимірювання. Ці похибки вимірювання є незмінними на протязі всього вимірювання для даного методу вимірювання та для даної вимірювальної установки і називаються *систематичними*. У більшості

випадків систематичною вважають *інструментальну* похибку, яку встановлює Державний стандарт. Інструментальні похибки вимірювання визначається за паспортом (інструкцією) приладу чи установки. У паспорті або на шкалі приладу часто вказують *зведену похибку вимірювання* (клас точності), яка дорівнює відношенню систематичної похибки вимірювання приладу до значення діапазону вимірювань цим приладом у відсотках:

$$\gamma_a = \frac{\Delta_{a_{\text{сис}}} \cdot 100\%}{a_{\text{max}}}. \quad (1.2.2)$$

Якщо паспорт відсутній можна знайти систематичну похибку у спеціальних довідниках або (за їх відсутністю) систематичну похибку можна прийняти рівною половині ціни поділки приладу.

Зменшити систематичні похибки можливо лише при використанні більш точних методів та вимірювальних установок.

По-друге, похибки можуть виникати і без будь-якої закономірності при повторному вимірюванні однієї фізичної величини. Причиною цього є непередбачений вплив навколишнього середовища, недосконалість наших органів чуття тощо. Такі похибки називають *випадковими*.

Для малого числа вимірювань ($2 \leq n \leq 20$) випадкову похибку вимірювання деякої величини a можна оцінити за формулою:

$$\Delta_{a_{\text{вип}}} = t_s \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{a} - a_i)^2}, \quad (1.2.3)$$

де t_s – нормований коефіцієнт Стьюдента, який визначається в залежності від числа вимірювань та довірчої ймовірності (див. Додатки); \bar{a} – середнє арифметичне значення величини a . Якщо виконувати вимірювання тричі ($n=3$), а довірчу ймовірність прийняти рівною $P=0,95$. Тоді $t_s = 4,30$. Підставивши ці значення у (1.2.3), отримаємо:

$$\Delta_{a_{\text{вип}}} = 1,76 \sqrt{(\bar{a} - a_1)^2 + (\bar{a} - a_2)^2 + (\bar{a} - a_3)^2}. \quad (1.2.4)$$

Зменшити випадкову похибку вимірювання можливо при збільшенні кількості одних і тих же вимірювань.

По-третє, можуть виникати *промахи* – істотні відхилення від очікуваного результату. Промахи, як правило, не враховують.

У загальному випадку абсолютна похибка вимірювання $\Delta_a = \Delta_{a_{\text{сис}}} + \Delta_{a_{\text{вип}}}$. Але на практиці можуть бути наступні випадки визначення Δ_a .

1) Якщо під час повторення одних і тих же вимірювань покази приладу не змінюються, то це свідчить про те, що систематична похибка набагато перевищує випадкову. Тоді абсолютна похибка $\Delta_a \approx \Delta_{a_{\text{сис}}}$.

2) Якщо ж покази приладу змінюються при повторенні одних і тих же вимірювань, то більш суттєвою є випадкова похибка. Тоді абсолютна похибка $\Delta_a \approx \Delta_{a_{\text{вип}}}$.

Посереднє вимірювання – це процес знаходження значення фізичної величини за допомогою відомої функціональної залежності її з іншими

фізичними величинами, які знаходяться експериментально (наприклад, вимірювання електричного опору за допомогою амперметра і вольтметра).

У випадку посереднього вимірювання абсолютна похибка Δ_a величини a може бути визначена двома методами.

Метод 1. Якщо дослід виконують кілька разів (при цьому умови досліду і методи вимірювання можуть бути різними) і кожного разу в результаті посереднього вимірювання отримали різні значення фізичної величини, то абсолютна похибка $\Delta_a = \Delta_{\text{авип}}$.

Метод 1. Якщо дослід виконується лише один раз, або під час декількох посередніх вимірювань отримали одне і теж значення фізичної величини, то спочатку визначають відносну похибку за спеціальними формулами, які виводяться безпосередньо для кожного вимірювання наступним чином. Нехай вимірювана фізична величина a визначається за формулою

$$a = f(b_1, b_2, \dots, b_m), \quad (1.2.5)$$

де b_1, b_2, \dots, b_m – фізичні величини, від яких залежить величина a . Для знаходження відносної похибки вимірювання необхідно прологарифмувати вираз (1.2.5), а потім знайти повний диференціал цього логарифма:

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta_a}{a} \approx \left| \frac{\partial(\ln f)}{\partial b_1} \right| \Delta_{b_1} + \left| \frac{\partial(\ln f)}{\partial b_2} \right| \Delta_{b_2} + \dots + \left| \frac{\partial(\ln f)}{\partial b_m} \right| \Delta_{b_m}. \quad (1.2.6)$$

Формули для розрахунку відносних похибок в деяких випадках наведені в таблиці 1.2.1.

Таблиця 1.2.1. Формули для розрахунку відносних похибок в найбільш простих випадках

Формула для посереднього вимірювання	Формула для розрахунку відносної похибки
$a = bc; a = \frac{b}{c}$	$\varepsilon_a = \frac{\Delta_b}{b} + \frac{\Delta_c}{c}$
$a = b \pm c$	$\varepsilon_a = \frac{\Delta_b + \Delta_c}{b \pm c}$
$a = b^n$, де n – ціле число	$\varepsilon_a = \frac{n\Delta_b}{b}$
$a = nb$, де n – ціле число	$\varepsilon_a = \frac{\Delta_b}{b}$

Якщо відома відносна похибка ε_a , то абсолютна похибка визначається за формулою:

$$\Delta_a = a\varepsilon_a. \quad (1.2.7)$$

Сукупне вимірювання – це процес знаходження значень однієї фізичної величини, але одразу для декількох тіл в результаті проведення експерименту з певною їх сукупністю (наприклад, масу трьох тіл можна визначити під час зважування їх окремо, потім першого і другого, другого і третього, першого і

третього і всіх трьох тіл одночасно; потім складають систему рівнянь і з неї визначають маси усіх тіл). Сукупне вимірювання можна проводити різними методами чи засобами. Важливо, щоб вимірювалась одна і та ж фізична величина для одних і тих же тіл. Похибку при таких вимірюваннях можна оцінити так, як і для прямих вимірювань.

Сумісне вимірювання – це процес знаходження значення фізичної величини за допомогою функціональної залежності її з іншими фізичними величинами, яка не відома і також встановлюється експериментально (наприклад, визначення функціональної залежності між температурою стержня та його довжиною, та вимірювання на основі цієї залежності коефіцієнта лінійного розширення).

При сумісних вимірюваннях декількох фізичних величин виконують *апроксимацію* експериментальних точок деякою функцією залежності однієї фізичної величини від інших. Це дає можливість знаходити значення функції для таких значень аргументів, які не вимірювались або не можуть бути виміряні: проміжного значення аргументу між двома вимірюваними (*інтерполяція*) або менших (більших), ніж найменше (найбільше) з вимірюваних (*екстраполяція*). Звичайно, при цьому має бути тверда впевненість у тому, що характер функціональної залежності для областей, де вимірювання не виконувались, такий самий, як і в областях, де вимірювання виконувались.

Апроксимацію виконують при використанні методів математичної статистики, наприклад *методу найменших квадратів*. Проте, наближено визначити функціональну залежність можна наступним чином. Якщо передбачається апроксимувати прямою лінією, то її проводять так, щоб усі експериментальні точки були на мінімальній відстані від прямої. Рівняння прямої має вигляд: $y = ax + b$. Тобто в ході сумісного вимірювання необхідно визначити коефіцієнти a та b . Перший з них рівний тангенсу кута нахилу прямої до осі абсцис, а другий – рівний відстані від початку координат до точки перетину прямої з віссю ординат. Похибки сумісних вимірювань Δ_a , Δ_b можна оцінити так, як для посередніх вимірювань.

Отриману функцію записують у вигляді $y = \underset{\pm\Delta_a}{a} x + \underset{\pm\Delta_b}{b}$. Якщо передбачається не лінійна (ступінна, показникова, логарифмічна тощо) залежність між вимірюваними фізичними величинами, то її слід звести до лінійної методами логарифмування та розкладання в ряд Тейлора.

Порядок виконання робіт лабораторного практикуму з фізики

Загальні вказівки. Для виконання робіт лабораторного практикуму з фізики групу студентів бажано розподілити на бригади по двоє-троє у кожній. Бригада має свій номер, який закріплений за нею на протязі всього практикуму. На кожному занятті кожна бригада виконує свою роботу. Список

всіх робіт, які бригада має виконати протягом семестру, та порядок їх виконання визначається згідно графіка виконання робіт.

До занять *студенти допускаються лише після інструктажу з техніки безпеки*, під час якого вказують на вимоги безпеки перед початком, під час та по закінченню роботи. Виконання роботи лабораторного практикуму може складатися з наступних *етапів*:

- 1) допуск до виконання роботи;
- 2) проведення експерименту та виконання вимірювань;
- 3) математична обробка результатів вимірювання;
- 4) графічна обробка результатів вимірювання (якщо потрібно);
- 5) запис кінцевого результату та висновки;
- 6) захист роботи.

Робота виконується у відповідності до інструкції, по завершенню роботи студент надає викладачу звіт.

Допуск до виконання роботи. На початку заняття бригада отримує у викладача допуск до виконання наступної роботи. *Без дозволу викладача чи лаборанта торкатися експериментальної установки та вимірювальних приладів заборонено!* Для отримання допуску студент повинен:

- знати завдання до роботи та перелік обладнання, необхідного для його виконання;
- знати принцип роботи експериментальної установки та порядок виконання роботи;
- розуміти фізичні явища, які спостерігаються та вивчаються;
- знати, які фізичні величини необхідно виміряти;
- мати необхідні записи у робочих зошитах.

Звіт про виконання лабораторної роботи подається викладачу під час захисту роботи, але починає оформлюватися до її виконання. На момент допуску у звіті студента мають бути наступні записи:

1. *Номер та тема роботи.*
2. *Мета роботи.*
3. *Обладнання.*

4. *Схема та опис установки.* Опис установки повинен бути коротким. Не треба переписувати теоретичні відомості та перемальовувати зовнішній вигляд приладів! Достатньо обмежитись функціональною чи електричною схемою установки, короткими підписами біля неї та технічними характеристиками вимірювальних приладів. Якщо у ході роботи необхідні додаткові графіки, схеми чи таблиці, їх теж необхідно привести.

5. *Розрахункові формули.* Під розрахунковими формулами розуміють ті формули, по яким безпосередньо відбуваються розрахунки у даній роботі. Це формули для розрахунку фізичних величин та розрахунку похибок. Вивід формул та проміжні вирази наводити не потрібно! Під кожною формулою слід вказати назву та одиниці вимірювання всіх фізичних величин, що до неї входять.

6. *Таблиця результатів вимірювань та розрахунків*, які наведені в інструкції до роботи.

7. *Відповіді на контрольні запитання*, які наведені в інструкції до роботи.

У короткій бесіді викладач з'ясовує розуміння студентом мети роботи, знання фізичних явищ, які будуть спостерігатися та фізичних законів, які будуть перевірятися в ході роботи, освоєння принципу роботи установки та порядку виконання роботи. Тільки після цього студент отримує допуск до роботи, про що засвідчує підпис викладача.

Проведення експерименту та виконання вимірювань. Бригада проводить експеримент, обов'язково дотримуючись техніки безпеки та інструкції. Працювати з експериментальною установкою слід обережно, аби уникнути травмування, пошкодження обладнання та отримання хибного результату. Використовувати слід лише те обладнання, яке вказано в інструкції. У разі відсутності чи несправності приладу треба обов'язково повідомити викладача або лаборанта.

Під час спостережень фізичних явищ слід бути уважними та обов'язково робити записи у робочих зошитах, в яких слід вказати: назву явища, умови виникнення, його опис.

Результати прямих вимірювань фізичних величин заносять до заздалегідь підготовлених таблиць результатів вимірювань. У заголовках таблиць необхідно вказати одиниці вимірювання фізичних величин в системі СІ. У таблиці всі числа в межах одного стовпця повинні мати однаковий розряд (наприклад, все округлити до десятих, або до сотих). Якщо під час вимірювань ви отримали промах або некоректний результат, варто повідомити про нього викладача або лаборанта, а враховувати та записувати до таблиці його не слід.

Після вимірювання фізичної величини слід визначити систематичну похибку вимірювання приладу (якщо це потрібно) та занести її до таблиці.

Після виконання всіх вимірювань необхідно привести робоче місце в порядок та показати результати вимірювань викладачу, який засвідчує їх підписом.

Математична обробка результатів вимірювань. Усі розрахунки фізичних величин та похибок обов'язково повинні бути присутні у зошиті (результати розрахунків заносять потім до відповідних таблиць). Виконувати обчислення з точністю більшою, ніж це дозволяють експериментальні дані, нераціонально. Надмірна точність обчислень призводить до зайвих витрат часу і, крім того, створює хибне враження про велику точність вимірювань. Перед розрахунком фізичної величини необхідно перевірити, щоб усі виміряні фізичні величини були переведені до системи СІ, а також перевірити їх розмірність.

Для запису чисел слід використовувати *нормалізовану форму запису числа* – запис числа у вигляді добутку правильного десяткового дробу (з першою цифрою від 1 до 9) і степеня десяти. Округлювати рекомендується до сотих. Наприклад: $-596,32 \approx -5,96 \cdot 10^2$.

Графічна обробка результатів вимірювання (якщо потрібно). В багатьох випадках при обробці результатів фізичного експерименту слід вдаватися до графічного методу, який дає можливість більш наочно подавати результати експерименту – залежність функції (величина, закономірність якої вивчається) від аргументу (величина, від зміни якої залежить значення функції).

При побудові графіків найчастіше використовують прямокутну систему координат. Координатні осі використовують як функціональні шкали.

Для побудови графіків слід, насамперед, раціонально обрати масштаб, тобто: щоб на графіку розмістився весь діапазон експериментальних значень фізичних величин, що їх відкладають на координатних осях, і щоб ціна однієї поділки виражалася, по можливості, цілим числом. Одночасно при виборі масштабу слід підпорядковувати точність вимірювання точності відліку за графіком. Потрібно, по можливості, використати всю площу графіка (якщо дослідні дані набагато відрізняються від нуля, відлік поділок потрібно починати на осях з деяких значень, які трохи менші від одержаних під час дослідження).

Звернемо увагу на те, що числа, знайдені внаслідок вимірювання фізичних величин, є *наближеними*. Звідси випливає, що замість точок на графіках експериментальні дані необхідно зображати у вигляді перетину двох ліній (+), кожна з яких відповідає вимірюваному інтервалу значень. Лінія повинна перетинати більшість плюсів (рис. 1.3.1).

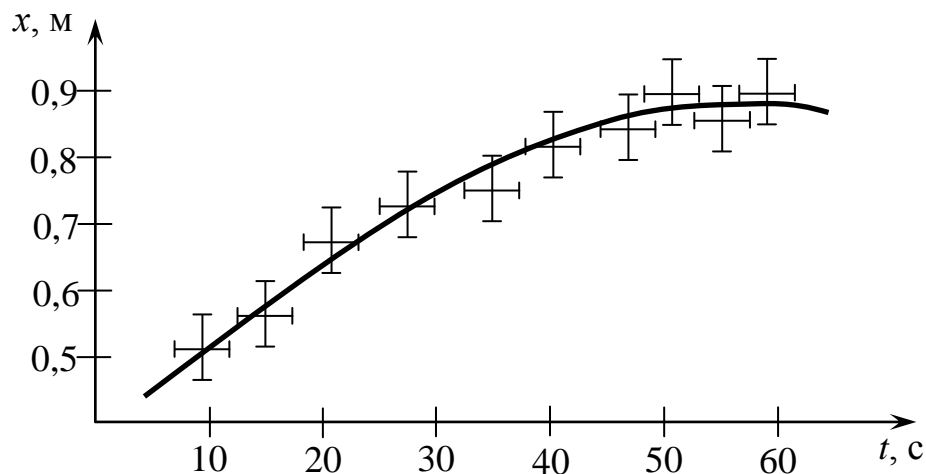


Рис. 1.3.1. Приклад графіку функції $x(t)$

Точки перегину, максимуму, мінімуму на експериментальних кривих відповідають якісним змінам у системах, наприклад появи нової фази і т. д. У таких точках порушується рівномірність зміни всіх властивостей системи. В областях, близьких до цих точок, слід проводити вимірювання значно частіше. Будуючи графіки плавних залежностей, не слід брати багато точок.

Якщо окремі точки значно відхиляються від кривої, то це може свідчити про промахи.

Запис кінцевого результату та висновки. Завданням до роботи-практикуму може бути або визначення певної фізичної величини та її порівняння з відомим значенням, або перевірка певного фізичного закону чи теоретичної формули.

У першому випадку виміряну фізичну величину записують разом з похибкою. Якщо отриману величину можна порівняти з відомим табличним значенням $a_{\text{табл}}$, то треба перевірити, чи потрапляє це табличне значення в отриманий інтервал значень, тобто чи справджується нерівність:

$$a - \Delta_a \leq a_{\text{табл}} \leq a + \Delta_a. \quad (1.3.1)$$

Насправді, правильніше порівнювати два інтервали значень: отриманого нами $(a - \Delta_a, a + \Delta_a)$ та табличного $(a_{\text{табл}} - \Delta_{a_{\text{табл}}}, a_{\text{табл}} + \Delta_{a_{\text{табл}}})$, оскільки табличні значення теж виміряні з певними похибками. Та оскільки методи вимірювання фізичних величин, що використовуються у лабораторному практикумі, набагато менш точні, ніж методи, що використовувались для вимірювання табличних величин, і відповідно отриманий нами інтервал набагато більший табличного, то перевірка за допомогою нерівності (1.3.1) є достатньо точною. Якщо нерівність (1.3.1) виконується, то робота виконана вірно, якщо ні – під час її виконання були допущені певні помилки, що призвели до спотворення результату (у цьому разі відшуковують помилки, аналізують їх та виконують роботу повторно, якщо це можливо).

У другому випадку, якщо метою роботи була перевірка закону чи теоретичної формули, визначається певна фізична величина a_1 , що входить до цієї формули та абсолютна похибка Δ_{a_1} . Потім визначають цю ж фізичну величину a_2 та Δ_{a_2} , але з іншої формули чи закону, які вважаються більш надійними (або визначають a_1 та a_2 з одного закону змінюючи початкові умови та перевіряють, чи змінюється ця величина при зміні початкових умов). Далі перевіряють на виконання нерівність:

$$|a_1 - a_2| \leq (\Delta_{a_1} + \Delta_{a_2}). \quad (1.3.2)$$

Якщо нерівність (1.3.2) виконується, то закон, що перевіряється, справджується і робота виконана вірно (вважається, що закон справджується завжди, оскільки мета лабораторного практикуму не відкрити нові закони, а навчити методам експериментальної фізики), якщо не справджується – були допущені певні помилки при виконанні експерименту.

Захист лабораторної роботи. Для захисту лабораторна робота має бути виконана повністю, усі розрахунки, графіки, таблиці, висновки мають бути у звіті. Захист відбувається у формі *бесіди* викладача та студента, по закінченні якої у зошиті (та у журналі групи) виставляється сумарна оцінка за виконання лабораторної роботи, яка має три складові: оцінка за підготовку до роботи (допуск), оцінка за процес її виконання та оцінка письмового звіту.

Приклад оформлення звіту з лабораторної роботи

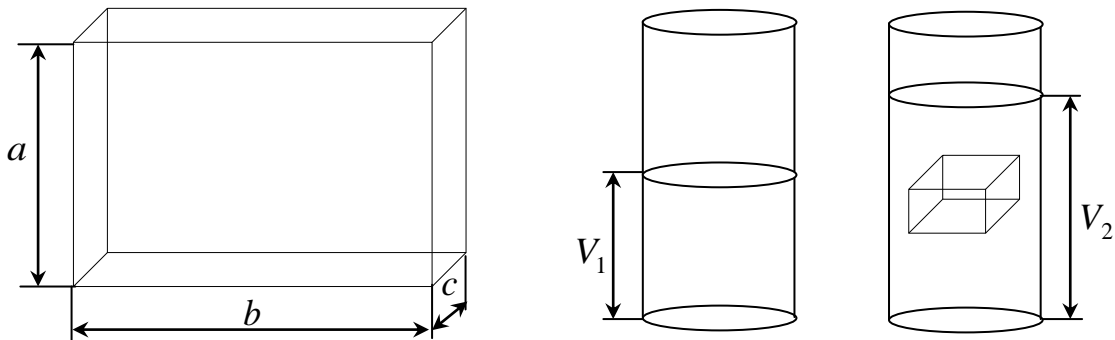
Лабораторна робота №29

Вимірювання об'єму твердого тіла правильної геометричної форми

Мета роботи: а) виміряти об'єм твердого бруска, що має форму прямокутного паралелепіпеда експериментально за допомогою мензурки; б) розрахувати об'єм теоретично, визначивши геометричні розміри бруска за допомогою штангенциркуля; в) порівняти експериментальне та теоретичне значення об'єму.

Обладнання: брусок, штангенциркуль, мензурка, посудина з водою.

Схема та опис установки. a , b , c – лінійні розміри бруска, V_1 – об'єм рідини в мензурці без бруска, V_2 – об'єм рідини в мензурці з бруском.



Розрахункові формули.

Формули для розрахунку об'єму тіла:

$$V_T = abc, \quad V_{ек} = V_2 - V_1.$$

Формули для розрахунку відносних похибок вимірювання об'єму тіла:

$$\varepsilon_{V_T} = \frac{\Delta_a}{a} + \frac{\Delta_b}{b} + \frac{\Delta_c}{c}, \quad \varepsilon_{V_{ек}} = \frac{\Delta_{V_2} + \Delta_{V_1}}{V_2 - V_1}.$$

Результати вимірювань та розрахунків.

№	$a, 10^{-3} \text{ м}$	$b, 10^{-3} \text{ м}$	$c, 10^{-3} \text{ м}$	$V_1, 10^{-6} \text{ м}^3$	$V_2, 10^{-6} \text{ м}^3$		
1	21,20	30,30	39,70	20,0	44,0		
2	19,80	30,30	40,10	20,0	46,0		
3	20,50	30,30	40,10	20,0	44,0		
сер	20,50	30,30	40,00	20,0	44,6		
Δ	1,74	0,05	0,58	0,5	2,9		
$V_T, 10^{-5} \text{ м}^3$	$\varepsilon_{V_T}, \%$	$\Delta_{V_T}, 10^{-5} \text{ м}^3$	$V_{ек}, 10^{-5} \text{ м}^3$	$\varepsilon_{V_{ек}}, \%$	$\Delta_{V_{ек}}, 10^{-5} \text{ м}^3$	$ V_T - V_{ек} , 10^{-5} \text{ м}^3$	$(\Delta_{V_T} + \Delta_{V_{ек}}), 10^{-5} \text{ м}^3$
2,48	10,1	0,25	2,46	13,8	0,34	0,02	0,59

Розрахунок середніх арифметичних значень вимірюваних величин:

$$a_{сер} = \frac{21,20 + 19,80 + 20,50}{3} \cdot 10^{-3} = 20,50 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$c_{\text{сер}} = \frac{39,70 + 40,10 + 40,10}{3} \cdot 10^{-3} = 40,00 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$V_{2\text{сер}} = \frac{44,0 + 46,0 + 44,0}{3} \cdot 10^{-6} = 44,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Розрахунок абсолютних похибок вимірюваних величин:

$$\Delta_a = \Delta_{a_{\text{вип}}} = 1,76 \sqrt{(20,50 - 21,20)^2 + (20,50 - 19,80)^2 + (20,50 - 20,50)^2} \cdot 10^{-3} = 1,74 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\Delta_b = \Delta_{b_{\text{сис}}} = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\Delta_c = \Delta_{c_{\text{вип}}} = 1,76 \sqrt{(40,00 - 39,70)^2 + (40,00 - 40,10)^2 + (40,00 - 40,10)^2} \cdot 10^{-3} = 0,58 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\Delta_{V1} = \Delta_{V1_{\text{сис}}} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$\Delta_{V2} = \Delta_{V2_{\text{вип}}} = 1,76 \sqrt{(44,6 - 44,0)^2 + (44,6 - 46,0)^2 + (44,6 - 44,0)^2} \cdot 10^{-6} = 2,9 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

Перевірка розмірності:

$$[V_T] = \text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{м} = \text{м}^3;$$

$$[V_{\text{ек}}] = \text{м}^3 - \text{м}^3 = \text{м}^3.$$

Розрахунок теоретичного значення об'єму:

$$V_T = 20,50 \cdot 10^{-3} \cdot 30,30 \cdot 10^{-3} \cdot 40,00 \cdot 10^{-3} = 2,48 \cdot 10^{-5} \text{ (м}^3\text{)}.$$

Розрахунок експериментального значення об'єму:

$$V_{\text{ек}} = 44,6 \cdot 10^{-6} - 20,0 \cdot 10^{-6} = 2,46 \cdot 10^{-5} \text{ (м}^3\text{)}.$$

Розрахунок відносних похибок розрахованих величин:

$$\varepsilon_{V_T} = \frac{1,74}{20,50} + \frac{0,05}{30,30} + \frac{0,58}{40,00} = 0,101 = 10,1\% ;$$

$$\varepsilon_{V_{\text{ек}}} = \frac{2,9 + 0,5}{44,6 - 20,0} = 0,138 = 13,8\% .$$

Розрахунок абсолютних похибок:

$$\Delta_{V_T} = 2,48 \cdot 10^{-5} \cdot 0,101 = 0,25 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3;$$

$$\Delta_{V_{\text{ек}}} = 2,46 \cdot 10^{-4} \cdot 0,138 = 0,34 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 .$$

Порівняння результатів, отриманих теоретично та експериментально:

$$|V_T - V_{\text{ек}}| < (\Delta V_T + \Delta V_{\text{ек}});$$

$$2,48 - 2,46 = 0,02;$$

$$0,25 + 0,34 = 0,59;$$

$$0,02 < 0,59.$$

Висновки. У результаті експерименту отримали значення об'єму запропонованого бруска $V_{\text{ек}} = (2,46 \pm 0,34) \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$, яке узгоджується з теоретичним $V_T = (2,48 \pm 0,25) \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$ в межах похибки:

$|V_T - V_{ек}| < (\Delta V_T + \Delta V_{ек})$. Трохи завелике значення відносних похибок можна пояснити:

а) нерівною поверхнею бруска (велика випадкова похибка під час вимірювання лінійних розмірів);

б) впливом капілярних явищ на точне визначення об'єму за допомогою мензурки (поверхня рідини в мензурці нерівна внаслідок змочування стінок).

Лабораторна робота № 1 Вимірювання густини речовини твердого тіла правильної геометричної форми

Мета роботи: 1) виміряти густину речовини трьох твердих тіл правильної геометричної форми: прямокутного паралелепіпеду, циліндру, кулі; 2) порівняти отримані значення густини з табличними даними.

Обладнання: тверді тіла правильної геометричної форми (прямокутний паралелепіпед, циліндр, куля), штангенциркуль, мікромметр, терези.

Теоретичні відомості. *Густина однорідної речовини* твердого тіла чисельно рівна відношенню маси тіла до його об'єму:

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (3.1.1)$$

Для *неоднорідної* речовини за формулою (3.1.1) визначають *середню густину речовини*.

Об'єм тіла правильної геометричної форми визначають за відомими формулами геометрії. Об'єм прямокутного паралелепіпеду визначається за формулою:

$$V = abc, \quad (3.1.2)$$

де a , b , c – лінійні розміри паралелепіпеду. Об'єм циліндра визначається за формулою:

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4}, \quad (3.1.3)$$

де d – діаметр циліндра, h – висота. Об'єм кулі визначають за формулою:

$$V = \frac{1}{6} \pi d^3, \quad (3.1.4)$$

де r – радіус кулі, d – діаметр кулі. Підставляючи (2) – (4) в (1), дістанемо:

$$\text{– для прямокутного паралелепіпеду: } \rho = \frac{m}{abc}; \quad (3.1.5)$$

$$\text{– для циліндра: } \rho = \frac{4m}{\pi d^2 h}; \quad (3.1.6)$$

$$\text{– для кулі: } \rho = \frac{6m}{\pi d^3}. \quad (3.1.7)$$

Відповідно до (3.1.5) – (3.1.7) формули для розрахунку відносних похибок матимуть наступний вигляд:

– для прямокутного паралелепіпеда: $\varepsilon_\rho = \frac{\Delta_m}{m} + \frac{\Delta_a}{a} + \frac{\Delta_b}{b} + \frac{\Delta_c}{c}$; (3.1.8)

– для циліндра: $\varepsilon_\rho = \frac{\Delta_m}{m} + \frac{2\Delta_d}{d} + \frac{\Delta_h}{h}$; (3.1.9)

– для кулі: $\varepsilon_\rho = \frac{\Delta_m}{m} + \frac{3\Delta_d}{d}$. (3.1.10)

Порядок виконання роботи

1. Виміряти масу m кожного з тіл за допомогою терезів не менше трьох разів.

2. Виміряти лінійні розміри (a, b, c, d, h) кожного з тіл за допомогою штангенциркуля або мікрометра не менше трьох разів.

3. Розрахувати середні арифметичні значення усіх вимірних величин.

4. Визначити абсолютні похибки Δ прямих вимірювань усіх величин.

5. Розрахувати густину речовини ρ , відносну ε_ρ та абсолютну Δ_ρ похибки вимірювання густини для трьох досліджуваних тіл.

6. Записати результати розрахунків густини. Виписати табличні значення густини $\rho_{\text{таб}}$ речовини для трьох досліджуваних тіл, порівняти з виміряними та зробити висновок про коректність результатів вимірювань. При відхиленнях розрахованого значення густини від табличного спробуйте пояснити чому так сталося.

Таблиця 3.1.1. Результати вимірювань та розрахунків

№	Паралелепіпед				Циліндр			Куля			
	m	a	b	c	m	d	h	m	d		
1											
2											
3											
сер											
Δ											
Паралелепіпед				Циліндр				Куля			
Матеріал				Матеріал				Матеріал			
ρ	Δ_ρ	ε_ρ	$\rho_{\text{таб}}$	ρ	Δ_ρ	ε_ρ	$\rho_{\text{таб}}$	ρ	Δ_ρ	ε_ρ	$\rho_{\text{таб}}$

Контрольні запитання та завдання

1. Дати визначення поняттю «густина речовини».

2. Від чого залежить густина речовини?

3. Що таке однорідна та неоднорідна речовина?

4. Як визначити густину речовини тіла неправильної геометричної форми?

5. Які ще є методи вимірювання густини речовини?

6. Пояснити метод ноніусу.

7. Пояснити метод мікрометричного гвинта.

Лабораторна робота №4 Вимірювання коефіцієнта тертя кочення

Мета роботи: 1) спостерігати явище тертя кочення; 2) виміряти коефіцієнт тертя кочення за допомогою похилого маятника.

Обладнання: установка FPM-07 (похилий маятник), набір пластин та куль, мікрометр.

Теоретичні відомості. Тертя кочення виникає під час кочення циліндричного або сферичного тіла по поверхні іншого тіла. Ш. Кулон дослідним шляхом встановив, що модуль сили тертя кочення $\vec{F}_{\text{тр}}$ прямо пропорційний модулю сили нормальної реакції \vec{N} і обернено пропорційний радіусу R циліндра (кулі, колеса):

$$F_{\text{тр коч}} = \mu_{\text{к}} \frac{N}{R}, \quad (3.4.1)$$

де $\mu_{\text{к}}$ – коефіцієнт тертя кочення. Коефіцієнт тертя кочення не залежить від швидкості кочення і радіусу циліндра, а залежить від матеріалів, з яких виготовлені взаємодіючі тіла, стану їх поверхонь тощо.

Для дослідження тертя кочення в даній роботі використовується *метод похилого маятника*, запропонований А. С. Ахматовим. Похилим називають математичний маятник, у якого площина коливання кульки нахилена під кутом до горизонту, що дає змогу кульці котитися по спеціальній пластині (рис. 3.4.1).

Формулу для розрахунку $\mu_{\text{к}}$ можна отримати із *закону про зміну повної механічної енергії*. За n повних коливань кулька із положення 1 переміститься в положення 3. Зміна повної механічної енергії ΔE при цьому буде рівна роботі сил опору A на подолання деякого шляху s :

$$\Delta E = A. \quad (3.4.2)$$

Кінетична енергія в точках 1 і 2 рівна нулю, силами опору середовища і тертя в підвісі маятника нехтуємо. Тому формула (3.4.2) матиме такий вигляд:

$$mg\Delta h = F_{\text{тр}}s. \quad (3.4.3)$$

Зміна висоти кульки відносно основи установки дорівнює

$$\Delta h = (\ell \cos \alpha_n - \ell \cos \alpha_0) \sin \beta. \quad (3.4.4)$$

Враховуючи невелику різницю між α_0 та α_n , а також їх малість, шлях, що пройшла кулька за n повних коливань, дорівнює

$$s \approx 2n(\ell \alpha_0 + \ell \alpha_n), \quad (3.4.5)$$

де α_0 та α_n в радіанах.

Якщо провести осі координат так, як показано на рис. 3.4.1 (початок співпадає з центром мас кулі в початковому положенні, осі OX та OY знаходяться в площині руху центра мас кулі, а вісь OZ перпендикулярна до цієї площини), і зобразити сили, які діють на тіло, то можна визначити силу нормальної реакції:

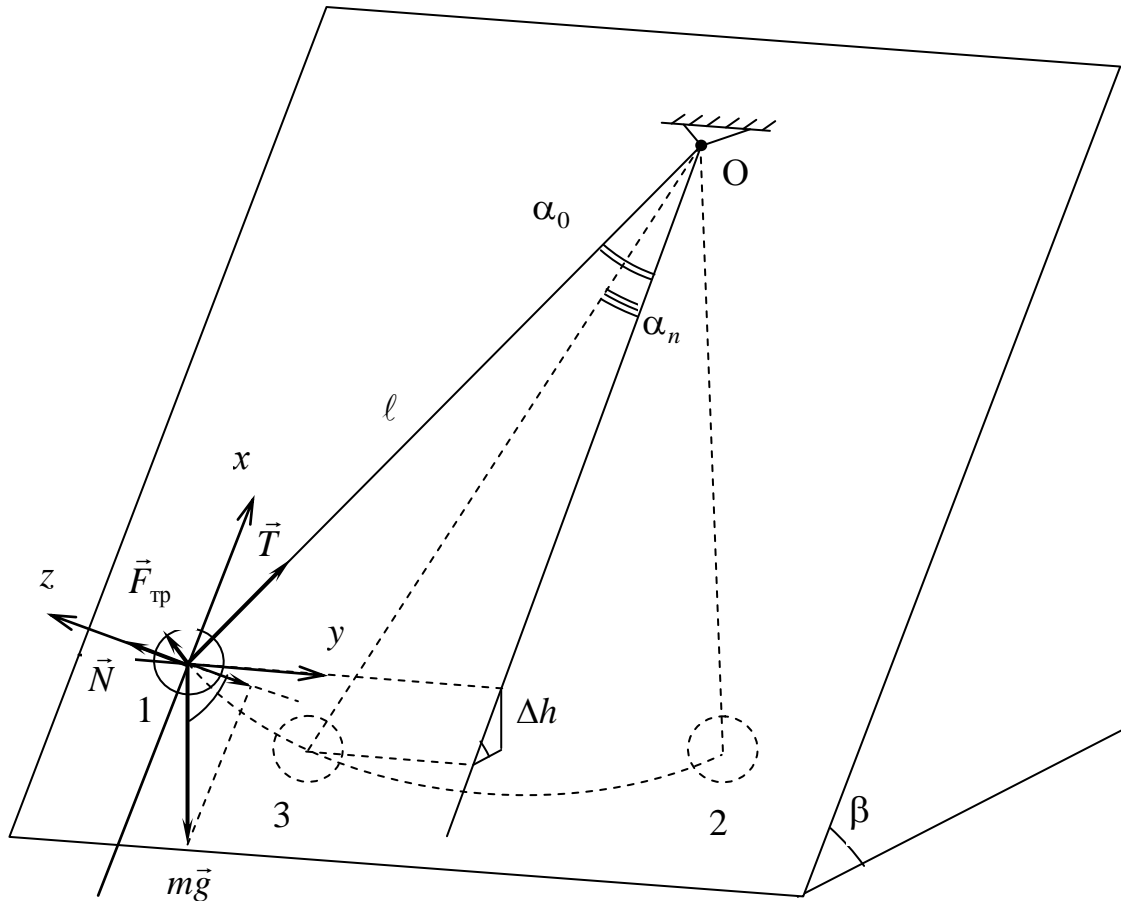


Рис. 3.4.1. Принципова схема похилого маятника

$$N = mg \cos \beta, \quad (3.4.6)$$

Підставляючи (3.4.6) в (3.4.1), а потім (3.4.1), (3.4.4), (3.4.5) в (3.4.3) і зробивши деякі математичні перетворення, отримаємо

$$\mu_k = \frac{d \operatorname{tg} \beta (\cos \alpha_n - \cos \alpha_0)}{4n(\alpha_0 + \alpha_n)}, \quad (3.4.7)$$

де d – діаметр кулі. Використовуючи формулу для різниці тригонометричних функцій

$$\cos \alpha_n - \cos \alpha_0 = 2 \sin \frac{\alpha_n + \alpha_0}{2} \sin \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{2},$$

а також враховуючи малість кутів α_0 та α_n , а саме:

$$\sin \frac{\alpha_n + \alpha_0}{2} \approx \frac{\alpha_n + \alpha_0}{2}, \quad \sin \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{2} \approx \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{2} \text{ в радіанах,}$$

формулу (3.4.7) перепишемо так:

$$\mu_k \approx d \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{8n}, \quad (3.4.8)$$

де кути α_0 та α_n в радіанах.

Порядок виконання роботи

1. Закріпити першу кульку та першу пластину з тих, які вказані в індивідуальних завданнях. За допомогою верхнього кронштейна встановити довжину маятника так, щоб куля дотикалася з геометричним центром поверхні пластини. Нахилити маятник на кут β , що заданий в індивідуальних завданнях.

2. Виміряти діаметр d кулі за допомогою мікрометра не менше трьох разів.

3. Відхилити кулю на будь-який кут $\alpha_0 < 10^\circ$. Відпустити кулю (**не штовхаючи!**). Після n повних коливань (n задається в індивідуальних завданнях) визначити кут α_n відхилення кулі від положення рівноваги. Перевести одиниці вимірювання кутів α_0 та α_n в радіани за формулою $\alpha(\text{рад}) = \frac{\pi}{180} \alpha(\text{град})$.

4. Повторити попередній пункт ще два рази для інших кутів α_0 (але пам'ятаючи, що α_0 не повинен перевищувати 10°).

5. Повторити пункти 2 – 4 для першої кульки та другої пластини, а потім для другої кульки та першої пластини.

6. Для першої кулі та першої пластини розрахувати коефіцієнт тертя кочення для кожного досліду окремо і знайти його середнє значення μ_k . Розрахувати абсолютну похибку $\Delta\mu$ як для прямого вимірювання, а також відносну похибку ε_μ . Аналогічні розрахунки провести і для інших куль і пластин.

7. Записати результати вимірювання для трьох пар «куля-пластина». Порівняти отримані значення з табличними. Порівняти коефіцієнти тертя кочення для різних речовин та зробити висновок про залежність коефіцієнта тертя кочення від речовини.

Таблиця 3.4.1. Результати вимірювань та розрахунків

№	n	d	α_0	α_n	μ_k	$\Delta\mu$	ε_μ
Матеріал кулі:				Матеріал пластини:			
1							
2							
3							
сер	–	–	–	–			
Матеріал кулі:				Матеріал пластини:			
1							
2							
3							
сер	–	–	–	–			
Матеріал кулі:				Матеріал пластини:			
1							

2							
3							
сер	–	–	–	–			

Таблиця 3.4.2. Індивідуальні завдання

№ бригади	β	n	№ кулі	№ пластини
1, 6	20°	6	1, 2	3, 4
2, 7	30°	7	3, 4	2, 1
3, 8	40°	8	1, 4	1, 3
4, 9	20°	9	2, 3	1, 4
5, 10	30°	10	2, 4	2, 3

Контрольні запитання та завдання

1. У чому полягає явище тертя? Які є види тертя?
2. Пояснити виникнення тертя кочення.
3. Чому коефіцієнт тертя кочення має лінійну розмірність?
4. Від чого залежить коефіцієнт тертя кочення і як саме?
5. Де використовується і де шкодить тертя кочення?

Лабораторна робота №10
Перевірка рівняння Бернуллі для стаціонарного
потoku рідини

Мета роботи: 1) спостерігати стаціонарний потік рідини; 2) перевірити рівняння Бернуллі для стаціонарного потоку води за допомогою трубки змінного перерізу; 3) визначити число Рейнольдса для даного потоку рідини.

Обладнання: трубка змінного перерізу, посудина з водою, посудина для зливання води, мензурка, манометр, секундомір.

Теоретичні відомості. У роботі перевіряється одне з основних рівнянь у гідродинаміці – рівняння Бернуллі. Гідродинаміка – розділ механіки рідин і газів (гідроаеромеханіки), в якому вивчається рух нестисливих рідин та взаємодія їх з твердими тілами. Вивчаючи рух рідин, користуються поняттям *ідеальної рідини*, тобто нестисливої рідини, позбавленої внутрішнього тертя. Також використовують поняття *лінія течії* та *трубка течії*. *Лінія течії* – лінія, дотична до якої в кожній точці збігається з вектором швидкості. Частину рідини, обмежену лініями течії, називають *трубкою течії*. Частинки рідини рухаються по лініям течії в межах певної трубки течії. Потік рідини називають *стаціонарним*, якщо розподіл швидкостей потоку в усіх точках трубки з часом не змінюється. Також виділяють ламінарний та турбулентний потоки. При *ламінарному* потоці окремі шари рідини неначе ковзають один відносно одного і не перемішуються, а швидкості частинок в будь-якому перерізі паралельні між собою. При *турбулентному* потоці швидкість частинок змінюється хаотично як за величиною, так і за напрямом, внаслідок чого відбувається інтенсивне перемішування шарів рідини.

Для стаціонарного ламінарного потоку ідеальної рідини для довільного перерізу трубки течії сума динамічного, гідравлічного та статичного тисків є величиною сталою, тобто

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const} . \quad (3.10.1)$$

Рівняння (3.10.1) називають рівнянням Бернуллі. Воно є окремим випадком закону збереження повної механічної енергії, записаного для одиниці об'єму рідини, яка рухається у трубці течії. Рівняння Бернуллі можна застосовувати для реальних рідин, в'язкість яких невелика.

Якщо трубка течії має різні перерізи, але її вісь розташована горизонтально ($h = \text{const}$), тоді рівняння (3.10.1) матиме вигляд:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2, \quad (3.10.2)$$

де v_1 і p_1 – швидкість потоку та тиск в одному перерізі (наприклад, у широкому), а v_2 і p_2 – у другому перерізі (наприклад, у вузькому). Повні

тиски $\left(p + \frac{\rho v^2}{2} \right)$ для довільних перерізів у цьому разі залишаються

незмінними. З (3.10.2) випливає, що для перерізів, де швидкість потоку v більша, статичний тиск p менший і навпаки. Оскільки в трубці змінного перерізу швидкість потоку більша там, де площа перерізу менша (що випливає з *рівняння нерозривності* потоку $v_1 S_1 = v_2 S_2$), то перехід рідини з широкої частини трубки у вузьку супроводжується збільшенням швидкості, а, отже, й зменшенням тиску, а саме:

$$\frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) = p_1 - p_2. \quad (3.10.3)$$

З (3.10.3) можна визначити швидкість рідини в вузькому перерізі:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2}}. \quad (3.10.4)$$

Використовуючи рівняння нерозривності потоку можна записати, що

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2}, \quad (3.10.5)$$

де d_1 і d_2 – діаметри трубки у широкій та вузькій її частинах. Підставивши (3.10.5) в (3.10.4), отримаємо:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4}}. \quad (3.10.6)$$

Оскільки для даної установки $\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 \ll 1$, то вираз (3.10.6) матиме наступний вигляд:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}. \quad (3.10.7)$$

Якщо різницю тисків $(p_1 - p_2)$ вимірювати манометром (наприклад, водяним), тоді

$$p_1 - p_2 = \rho gh, \quad (3.10.8)$$

де h – різниця рівнів манометра. Підставивши (3.10.8) в (3.10.7) матимемо теоретичне значення швидкості:

$$v_{2т} = \sqrt{2gh}. \quad (3.10.9)$$

Відносна похибка вимірювання швидкості буде рівна:

$$\varepsilon_{vт} = \frac{\Delta_h}{2h}. \quad (3.10.10)$$

Дослідне значення швидкості потоку v_2 можна визначити також з кінематичних співвідношень для стаціонарного руху матеріальних точок:

$$v_{2д} = \frac{4V}{\pi t d_2^2}, \quad (3.10.11)$$

де V – об'єм рідини, що витекла за час t з трубки діаметром d_2 . Тоді відносна похибка для дослідного значення швидкості буде розраховуватися за формулою:

$$\varepsilon_{vд} = \frac{\Delta_V}{V} + \frac{\Delta_t}{t}. \quad (3.10.12)$$

Рівність швидкостей, розрахованих за формулами (3.10.9) і (3.10.11) підтверджує справедливість рівняння Бернуллі для даної рідини та трубки.

Утворення вихрів у трубці та перехід ламінарного потоку у турбулентний зумовлено дією доцентрових сил, які викривлюють рух частинок. Цьому протидіють сили в'язкості, які намагаються зберегти ламінарний характер потоку. Відносну роль сил інерції та сил в'язкості характеризує безрозмірне число Рейнольдса

$$Re = \frac{\rho d v}{\eta}, \quad (3.10.13)$$

де η – коефіцієнт в'язкості рідини. Для води $\eta = 10^{-3}$ Па · с. Відносна похибка вимірювання числа Рейнольдса:

$$\varepsilon_{Re} = \frac{\Delta_{vд}}{vд}. \quad (3.10.14)$$

При малих значеннях числа Рейнольдса потік можна вважати ламінарним (переважають сили в'язкості), а при великих – турбулентним (переважають сили інерції). Існує певне критичне значення числа Рейнольдса $Re_{кр}$, яке залежить від багатьох факторів (трубки, рідини, умов протікання тощо). Якщо

$Re < Re_{кр}$ потік ламінарний, якщо $Re \geq Re_{кр}$ потік турбулентний. Різні автори наводять різні значення для $Re_{кр}$. В роботі приймемо, що $Re_{кр} = 2300$. Число Рейнольдса використовують для порівняння потоків. Різні потоки, які характеризуються однаковими числами Рейнольдса, поведуть себе подібним чином.

Порядок виконання роботи

1. Встановити трубку змінного перерізу горизонтально. Гумовим шлангом ширший кінець сполучити з водопровідним краном або посудиною з водою, а від вузького кінця відвести шланг до порожньої посудини.

2. Повільно відкручуючи кран, встановити стаціонарну течію води у трубці. За допомогою манометра виміряти різницю рівнів води h .

3. Ввімкнути секундомір і одночасно перенести кінець зливного шлангу у мензурку. Через час t , заданий у індивідуальних завданнях, вимкнути секундомір і одночасно перенести кінець зливного шлангу у посудину. Закрити водопровідний кран. Виміряти об'єм води у мензурці V .

4. Повторити пункти 2 – 3 ще не менше двох разів.

5. Розрахувати середні арифметичні значення всіх вимірних величин.

6. Визначити абсолютні похибки прямих вимірювань всіх величин, за які прийняти випадкові похибки.

7. Розрахувати теоретичне значення v_T та дослідне v_D значення швидкості потоку води у вузькій частині трубки.

8. Розрахувати число Рейнольдса. Швидкість прийняти рівною дослідному значенню, а густину води $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

9. Розрахувати відносні та абсолютні похибки вимірювання теоретичного та дослідного значень швидкостей та числа Рейнольдса.

10. Порівняти теоретичне та експериментальне значення швидкості потоку. Для цього перевірити, чи виконується нерівність $|v_{експ} - v_{теор}| \leq (\Delta v_{експ} + \Delta v_{теор})$, та зробити висновок про справедливість рівняння Бернуллі. Порівняти Re і $Re_{кр}$ та зробити висновки про характер потоку.

Таблиця 3.10.1. Результати вимірювань та розрахунків

№		$t, \text{с}$		$h, \text{м}$		$V, \text{м}^3$				
1										
2										
3										
сер										
Δ										
v_T	Δ_{v_T}	ε_{v_T}	v_D	Δ_{v_D}	ε_{v_D}	$ v_T - v_{ек} $	$\Delta_{v_T} + \Delta_{v_D}$	Re	Δ_{Re}	ε_{Re}

Таблиця 3.10.2. Індивідуальні завдання

№ бригади	$t, \text{с}$
-----------	---------------

1, 6, 9	4
2, 7, 10	5
3, 8, 5	6
4, 9	7

Контрольні запитання та завдання

1. Яку течію називають стаціонарною?
2. Що таке лінія та трубка течії?
3. Що таке ламінарний і турбулентний потоки? Чим вони відрізняються?
4. Який вигляд мають рівняння неперервності потоку для нестисливої та стисливої рідин?
5. Що таке число Рейнольдса та що воно показує?

Лабораторна робота №11

Дослідження вільних коливань системи з двома ступенями вільності

Мета роботи: 1) спостерігати вільні синфазні, протифазні коливання, биття, вимушені коливання; 2) перевірити теоретичні розрахунки періодів для цих коливань експериментально.

Обладнання: експериментальна установка FPM-13.

Теоретичні відомості. Коливальна система з двома ступенями вільності, яка використовується в роботі, являє собою два фізичних маятника, з'єднаних пружним зв'язком (рис. 3.11.1). Положення коливальної системи у будь-який момент часу t визначається двома незалежними координатами φ_1 та φ_2 , що являють собою кути відхилення маятників від положення рівноваги. Тому така коливальна система має два ступеня вільності.

Маятники являють собою металеві стержні з прикріпленими на них масивними тілами масами m_1 та m_2 . Моменти інерції стержнів враховувати не будемо, оскільки вони набагато менші, ніж моменти інерції тіл. Тому моменти інерції першого та другого маятників відповідно рівні

$$\begin{aligned} I_1 &= m_1 \ell_1^2 \\ I_2 &= m_2 \ell_2^2, \end{aligned} \quad (3.11.1)$$

де ℓ_1, ℓ_2 – відстані від центра мас тіла до осі обертання маятників. На відстані a від осі обертання маятники зв'язані пружиною, а на відстані b від осі обертання до одного з маятників може бути прикладена зовнішня сила $\vec{F}(t)$.

Для виводу рівняння *вільних коливань* використаємо основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі:

$$I_Z \varepsilon = \sum M(\vec{F}). \quad (3.11.2)$$

Якщо знехтувати масами та моментами інерції стержнів, то для першого маятника основне рівняння запишемо так:

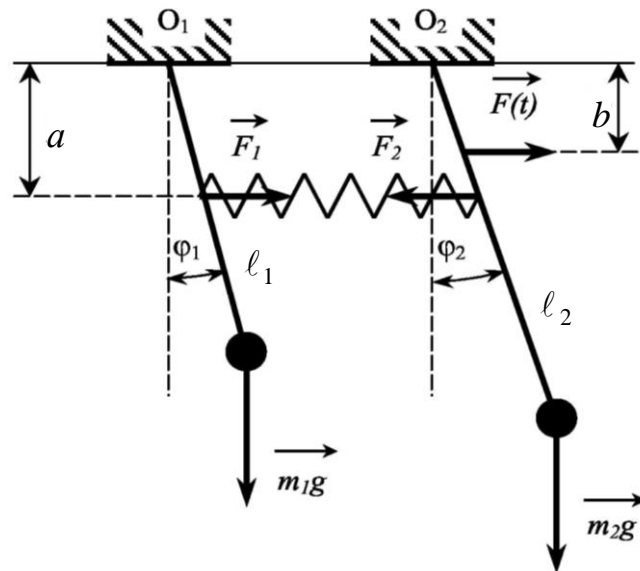


Рис. 3.11.1. Зв'язані маятники

$$m_1 \ell_1^2 \ddot{\varphi}_1 = -m_1 g \ell_1 \sin \varphi_1 + F_1 a \cos \varphi_1, \quad (3.11.3)$$

де $\ddot{\varphi}_1 = \varepsilon_1$ – кутове прискорення, перший доданок справа – момент сили тяжіння першого маятника відносно осі обертання, а другий – момент сили пружності, що виникає із-за дії пружини на маятник. Скориставшись законом Гука для пружних деформацій, можна записати вираз для модуля сили \vec{F}_1 :

$$F_1 = k \Delta x, \quad (3.11.4)$$

де k – коефіцієнт жорсткості пружини, Δx – зміна довжини пружини. У відповідності з рис. 3.11.1 вираз (3.11.3) можна переписати так:

$$F_1 = ka(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2). \quad (3.11.5)$$

В роботі вивчаються малі коливання, тому вважатимемо, що $\sin \varphi \approx 0$, $\cos \varphi \approx 1$. Враховуючи вище сказане та підставивши (3.11.5) в (3.11.3), отримаємо *рівняння для вільних коливань першого маятника*:

$$\ddot{\varphi}_1 + \left(\frac{g}{\ell_1} + \frac{ka^2}{m_1 \ell_1^2} \right) \varphi_1 - \frac{ka^2}{m_1 \ell_1^2} \varphi_2 = 0. \quad (3.11.6)$$

Аналогічно отримаємо *рівняння для вільних коливань другого маятника*:

$$\ddot{\varphi}_2 + \left(\frac{g}{\ell_2} + \frac{ka^2}{m_2 \ell_2^2} \right) \varphi_2 - \frac{ka^2}{m_2 \ell_2^2} \varphi_1 = 0. \quad (3.11.7)$$

Вирази (3.11.6) – (3.11.7) – система лінійних однорідних диференціальних рівнянь другого порядку відносно функцій $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ та $\varphi_2 = \varphi_2(t)$. Цю систему рівнянь можна спростити, якщо розглядати абсолютно однакові маятники ($\ell_1 = \ell_2 = \ell$, $m_1 = m_2 = m$). Тому наведені вище рівняння можна переписати так:

$$\begin{cases} (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2) + \frac{g}{\ell}(\varphi_1 + \varphi_2) = 0 \\ (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) + \left(\frac{g}{\ell} + \frac{2ka^2}{m\ell^2}\right)(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \end{cases}. \quad (3.11.8)$$

Якщо розглянути ці рівняння відносно нових змінних $\psi = \varphi_1 + \varphi_2$, $\eta = \varphi_1 - \varphi_2$, то отримаємо

$$\begin{cases} \ddot{\psi} + \frac{g}{\ell}\psi = 0 \\ \ddot{\eta} + \left(\frac{g}{\ell} + \frac{2ka^2}{m\ell^2}\right)\eta = 0 \end{cases}. \quad (3.11.9)$$

Вираз (3.11.9) – являє собою систему рівнянь, яка описує гармонічні коливання системи з двох зв'язаних маятників. Перше рівняння описує *синфазні* коливання маятників, друге рівняння – *протифазні*. З (3.11.9) можна отримати вирази для циклічної частоти синфазних та протифазних коливань:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{\ell}}, \quad \omega_{\pi} = \sqrt{\frac{g}{\ell} + \frac{2ka^2}{m\ell^2}}.$$

Таким чином, коливання кожного маятника можна описати за допомогою суперпозиції двох гармонічних коливань: синфазних $\psi(t)$ та протифазних $\eta(t)$:

$$\begin{cases} \varphi_1 = A \sin(\omega_c t + \alpha_c) + B \sin(\omega_{\pi} t + \alpha_{\pi}) \\ \varphi_2 = A \sin(\omega_c t + \alpha_c) - B \sin(\omega_{\pi} t + \alpha_{\pi}) \end{cases}, \quad (3.11.10)$$

де амплітуди A , B та початкові фази α_c , α_{π} визначаються із початкових умов зв'язаних маятників і залежать від початкових фаз першого та другого маятників α_1 , α_2 та їх циклічних частот ω_1 , ω_2 . Відповідно періоди синфазних та протифазних коливань дорівнюють

$$T_c = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad (3.11.11)$$

$$T_{\pi} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{\ell} + \frac{2ka^2}{m\ell^2}}}. \quad (3.11.12)$$

Синфазні коливання – коливання, з однаковими за фазами. Вони можуть бути отримані, якщо пружина, що з'єднує маятники, не буде деформуватися під час їх руху. Цього можна досягти, якщо обидва маятника в початковий момент часу відхилити в одну сторону на однаковий кут та надати їм однакові початкові швидкості. Період синфазних коливань визначається виразом (3.11.11).

Протифазні коливання – коливання, що мають протилежні фази. Їх можна отримати, якщо в початковий момент часу маятники відхилити у протилежні сторони на однакові кути і надати їм рівні за величиною, але протилежно

направлені початкові швидкості. Період протифазних коливань визначається виразом (3.11.12).

Якщо параметри коливальної системи підібрати так, що

$$\frac{2k}{m}a^2 \ll gl, \quad (3.11.13)$$

то в цьому випадку $\omega_c \approx \omega_\pi$. Тому при довільному відхиленні коливальної системи з положення рівноваги відбуватимуться *биття* – коливання з амплітудою, що змінюється періодично за гармонічним законом (рис. 3.11.2). Найбільш наочно биття можна спостерігати, якщо в початковий момент часу один з маятників відхилити, інший підтримувати в положення рівноваги, а потім обидва маятника відпустити.

Період коливань T маятників під час биття та період биття T_6 не залежать від способу збудження коливальної системи і визначаються так:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_\pi + \omega_c} = \frac{T_c T_\pi}{T_c + T_\pi}, \quad T_6 = \frac{2\pi}{\omega_\pi - \omega_c} = \frac{T_c T_\pi}{T_c - T_\pi}. \quad (3.11.14)$$

Досліджуючи зв'язані маятники експериментально можна визначити кількість n та час t коливань маятника. Знаючи ці величини, можна визначити період коливань за формулою

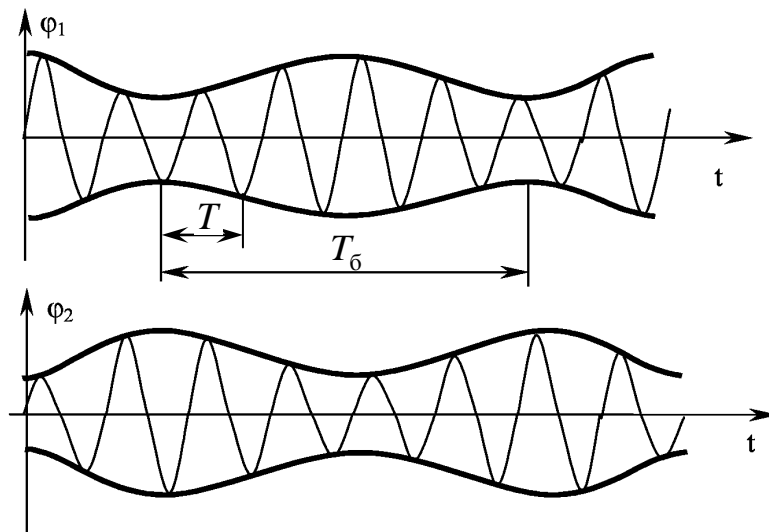


Рис. 3.11.2. Биття

$$T_d = \frac{t}{n}. \quad (3.11.15)$$

Таким чином, за формулами (3.11.11), (3.11.12), (3.11.14) розраховують періоди синфазних коливань, протифазних коливань, коливань під час биття, та період биття, а за формулою (3.11.15) – дослідне значення періоду. Відповідно відносні похибки вимірювання теоретичних значень періодів визначаються за формулами:

– для періодів синфазних коливань:

$$\varepsilon_{T_c} = \frac{\Delta_\ell}{\ell}; \quad (3.11.16)$$

– для періодів протифазних коливань:

$$\varepsilon_{T_{\Pi}} = \frac{\Delta_m}{2m} + \frac{\Delta_\ell}{\ell} + \frac{g(\ell\Delta_m + m\Delta_\ell) + 4ka\Delta_a}{2(mg\ell - 2ka^2)}; \quad (3.11.17)$$

– для періоду коливань під час биття:

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta_{T_{\Pi}}}{T_{\Pi}} + \frac{\Delta_{T_c}}{T_c} + \frac{\Delta_{T_c} + \Delta_{T_{\Pi}}}{T_c + T_{\Pi}}; \quad (3.11.18)$$

– для періоду биття:

$$\varepsilon_{T_6} = \frac{\Delta_{T_{\Pi}}}{T_{\Pi}} + \frac{\Delta_{T_c}}{T_c} + \frac{\Delta_{T_c} + \Delta_{T_{\Pi}}}{T_c - T_{\Pi}}. \quad (3.11.19)$$

Відносна похибка вимірювання дослідного значення періоду:

$$\varepsilon_{T_d} = \frac{\Delta_t}{t}. \quad (3.11.20)$$

Порядок виконання роботи

1. Від'єднати пружини, які зв'язують маятники з двигуном.
2. Встановити пружини, які зв'язують маятники між собою на відстані a від осі обертання, а шайби, масою m – на відстані ℓ від осі обертання (відстань ℓ вимірюється від осі обертання до центра шайби). Величини m , a та ℓ наведені у індивідуальних завданнях.
3. Відхилити обидва маятника на кут α_c , заданий у індивідуальних завданнях, та відпустити. Спостерігати синфазні коливання. Виміряти час t_c для $n = 10$ синфазних коливань не менше трьох разів.
4. Відхилити маятники у протилежні сторони на кут α_{Π} , заданий у індивідуальних завданнях, та відпустити. Спостерігати протифазні коливання. Виміряти час t_{Π} для $n = 10$ протифазних коливань не менше трьох разів.
5. Відхилити однією рукою передній маятник на кут α_6 , заданий у індивідуальних завданнях, одночасно другою рукою притримати задній маятник у положенні рівноваги та одночасно відпустити маятники. Уважно слідкувати за рухом переднього маятника. Спостерігати биття. У момент, коли передній маятник ненадовго зупиниться в положенні рівноваги, почати відлік часу. Після того, коли передній маятник після запуску секундоміра зупиниться ненадовго $n_6 = 5$ разів, зупинити відлік часу. При цьому n_6 – кількість биттів, які здійснили маятники. Секундомір виміряє час t_6 для n коливань, де n – кількість коливань маятників. Вимірювання провести не менше трьох разів.
6. Визначити абсолютні похибки прямих вимірювань всіх величин.
7. Розрахувати теоретичні значення періодів синфазних коливань T_c , протифазних коливань T_{Π} , періоду коливань під час биття T та періоду биття T_6 . Сумарний коефіцієнт пружності пружин прийняти рівним $k = 16,6 \text{ Н/м}$.
8. Розрахувати дослідні значення усіх періодів T_d .
9. Розрахувати відносні та абсолютні похибки вимірювання усіх періодів.

10. Порівняти теоретичні та дослідні значення періодів. Для цього перевірити, чи виконується нерівність $|T_T - T_D| \leq (\Delta_{T_T} + \Delta_{T_D})$ та зробити висновок про коректність результату.

Таблиця 3.11.1. Результати вимірювань та розрахунків

ℓ	Δ_ℓ		a	Δ_a		m	Δ_m				
№	Синфазні коливання		Противфазні коливання		Биття						
	n	t_c	n	$t_{\text{п}}$	n	n_b	t_b				
1											
2											
3											
сер											
Δ											
Період синфазних коливань					Період противфазних коливань						
T_c	ε_{T_c}	Δ_{T_c}	T_D	ε_{T_D}	Δ_{T_D}	$T_{\text{п}}$	$\varepsilon_{T_{\text{п}}}$	$\Delta_{T_{\text{п}}}$	T_D	ε_{T_D}	Δ_{T_D}
Період коливань під час биття					Період биття						
T	ε_T	Δ_T	T_D	ε_{T_D}	Δ_{T_D}	T_b	ε_{T_b}	Δ_{T_b}	T_D	ε_{T_D}	Δ_{T_D}

Таблиця 3.11.2. Індивідуальні завдання

№ бригади	m , г	ℓ , см	a , см	α_c , град	$\alpha_{\text{п}}$, град	α , град
1, 6	100	35	15	6	8	7
2, 7	150	35	20	7	9	10
3, 8	200	35	25	8	10	6
4, 9	100	40	15	9	6	8
5, 10	150	40	20	10	7	9

Контрольні запитання та завдання

1. Які коливання називаються вільними, вимушеними?
2. Що називають частотою, періодом, амплітудою, фазою коливань?
3. Які коливання називаються синфазними, противфазними, биттям?
4. Чому в пункті 5 необхідно притримувати один з маятників при одночасному відхиленні іншого?
5. Чим відрізняються період коливань під час биття та період биття?
6. Що таке резонанс коливань та при яких умовах він відбувається?
7. Як за допомогою установки визначити жорсткість пружини?

КОНТРОЛЬНА РОБОТА

ВАРІАНТ №1

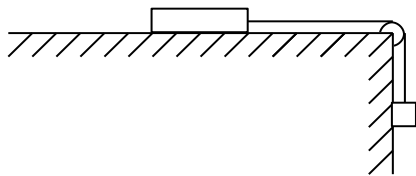
1. Знайти швидкість відносно берега річки човна, який пливе під кутом $\alpha=90^\circ$ до течії. Швидкість течії річки $v_1 = 1$ м/с, швидкість човна відносно води $v_2 = 2$ м/с.
2. Камінь, кинутий горизонтально, впав на землю через 0,5 с на відстані 5 м по горизонталі від місця кидання:
 - 1) З якої висоти було кинуте камінь?
 - 2) З якою початковою швидкістю v_0 його кинуте?
(Опором повітря нехтувати).
3. Точка рухається по колу радіусом $R=10$ см з постійним тангенціальним прискоренням a_t . Знайти нормальне прискорення a_n точки через $t=20$ с після початку руху, якщо відомо, що до кінця 5 оберта після початку руху лінійна швидкість точки дорівнює $v=10$ см/с.
4. Визначити коефіцієнт тертя між похилою площиною і тілом, що рухається по ній, якщо відомо, що це тіло, маючи початкову швидкість 5 м/с і рухаючись вгору по похилій площині, проходить до зупинки шлях 2 м. Кут нахилу площини 30° .
5. З човна масою 150 кг, який рухається з швидкістю 3 м/с, стрибає у воду у горизонтальному напрямі хлопчик зі швидкістю 5 м/с в напрямі, протилежному рухові човна. Якою буде швидкість човна після стрибка хлопчика? Маса хлопчика 50 кг.
6. Шофер автомобіля починає гальмувати в 25 м від перешкоди на дорозі. Гальмівна сила дорівнює 3840 Н. Маса автомобіля 1 т. При якій граничній швидкості руху автомобіль встигне зупинитися перед перешкодою? Тертям колес по дорозі знехтувати. Застосувати закон збереження енергії.

ВАРІАНТ №2

1. Літак летить відносно повітря зі швидкістю $v_1=800$ км/год. З заходу на схід дує вітер зі швидкістю $v_2=15$ м/с. З якою швидкістю літак буде рухатись відносно Землі і під яким кутом до меридіану треба утримувати курс, щоб переміщення відбувалося на південь?
2. Снаряд, випущений під кутом $\alpha=30^\circ$ до горизонту, двічі був на висоті H , через 10с та 50с після пострілу. Знайти початкову швидкість v_0 та висоту H .
3. Скільки обертів зробили колеса автомобіля після початку гальмування до зупинки, якщо в момент гальмування автомобіль мав швидкість $v_0=60$ км/год. і зупинився через $\tau=3,0$ с після початку гальмування. Діаметр коліс 0,7м. Чому дорівнює середнє кутове прискорення коліс при гальмуванні?
4. Камінь кинуте вгору під кутом 60° до горизонту. Кінетична енергія каменя у початковий момент часу дорівнює 20 Дж. Визначити кінетичну і потенціальну енергію каменя у найвищій точці його траєкторії.
5. Знайти найменший радіус дуги повороту автомобіля, що рухається зі швидкістю 36 км/год., якщо коефіцієнт тертя ковзання коліс о поверхню дороги дорівнює 0,25.
6. Два непружних тіла масами 2 кг і 6 кг рухаються назустріч один одному зі швидкостями 2 м/с. З якою швидкістю і в якому напрямі рухатимуться ці тіла після удару?

ВАРІАНТ №3

- Човен рухається зі швидкістю 7,2км/год. перпендикулярно до берега. Течія зносить його на 150м униз по річці. Знайти:
 - швидкість течії;
 - час, потрібний на переправу.
 Ширина річки 0,5км.
- Пуля вилетіла з початковою швидкістю $v_0=200\text{м/с}$ під кутом $\alpha=60^\circ$ до горизонту. Визначити максимальну висоту H , дальність польоту та радіус кривизни траєкторії пулі в найвищій точці. Опором повітря нехтувати.
- Колесо обертається із частотою $\nu=5\text{с}^{-1}$. Під дією сил тертя воно зупинилось через $\Delta t=1\text{хв}$. Визначити кутове прискорення ε та кількість обертів N , які зробить колесо за цей час.
- Тіло масою 10 кг кинуте з висоти 100 м вертикально вниз зі швидкістю 14м/с. Визначити силу опору ґрунту, якщо тіло заглиблюється в пісок на 0,2м. Опором повітря знехтувати. Використати закон збереження енергії.
- Брусок масою 400 г під дією вантажу масою 100г проходить із стану покою шлях 80см за 2с. Знайти коефіцієнт тертя і силу натягу нитки.



- Хлопець масою 50кг стоїть на ковзанах на горизонтальній гладенькій поверхні льоду, тримаючи по каменю масою 2кг. З якою швидкістю почне рухатися хлопець, кинувши в одному напрямі горизонтально обидва камені зі швидкістю 5м/с?

ВАРІАНТ № 4

- Літак летить з пункту А в пункт В, розташований на відстані 300 км на схід. Визначити час руху, якщо вітер дує із півдня на північ. Швидкість вітру 20м/с, швидкість літака відносно повітря 600км/год.
- Камінь кинуте з вишки у горизонтальному напрямку з початковою швидкістю $v_0=30\text{м/с}$. Визначити швидкість v , дотичне та нормальне прискорення каменя в кінці другої секунди після початку руху.
- Вал починає обертатись і за перші 10с робить 50 обертів. Вважаючи обертання вала рівноприскореним, визначити кутове прискорення.
- Снаряд масою 10кг мав швидкість 200м/с у верхній точці траєкторії. В цій точці він розірвався на дві частини. Одна з них масою 3кг одержала швидкість 400м/с у попередньому напрямі. Знайти швидкість другої частини снаряду після розриву.
- З якою силою тисне на дно шахтної кліті вантаж масою 100кг, якщо кліть спускається рівносповільнено з прискоренням $0,2\text{м/с}^2$?
- М'яч кинуте під кутом до горизонту зі швидкістю 20м/с. Знайти швидкість м'яча на висоті 10м. Застосувати закон збереження енергії.

ВАРІАНТ № 5

- Літак летить відносно повітря з швидкістю $v_1=800\text{км/год}$. З заходу на схід діє вітер з швидкістю $v_2=15\text{м/с}$. З якою швидкістю літак буде рухатись відносно землі і під

- яким кутом до меридіану треба утримувати курс, щоб переміщення відбувалось на північ?
2. Тіло кинуте зі швидкістю v_0 під кутом α до горизонту. Час польоту $\tau=2,2$ с. Знайти найбільшу висоту, на яку підніметься тіло. Опором повітря знехтувати.
 3. Точка рухається по колу радіусом $R=10$ см з постійним дотичним прискоренням. Знайти величину цього прискорення, якщо відомо, що наприкінці 5 оберту після початку руху швидкість точки дорівнювала $79,2$ см/с.
 4. Знайти роботу, яку треба виконати, щоб збільшити швидкість руху тіла від 2 м/с до 6 м/с на шляху в 10 м. На всьому шляху діє стала сила тертя, яка дорівнює $2N$. Маса тіла дорівнює 2 кг. Для розв'язання задачі застосувати закон збереження енергії.
 5. В ліфті знаходиться пасажир масою 60 кг. Знайти його вагу наприкінці підйому, якщо чисельне значення прискорення ліфта дорівнює 2 м/с².
 6. Снаряд масою 100 кг, що летів зі швидкістю 500 м/с горизонтально вздовж залізниці, попадає у вагон з піском $10T$ і застряє в ньому. Яку швидкість буде мати вагон, якщо він рухався зі швидкістю 36 км/год. в напрямі, протилежному рухові снаряду?

ВАРІАНТ № 6

1. Літак летить з пункту А в пункт В, розташований на відстані 300 км на схід. Визначити час руху, якщо вітер дує з півночі на південь. Швидкість вітру 20 м/с. Швидкість літака відносно повітря $v_{\text{л}}=600$ км/год.
2. Тіло кинуте зі швидкістю $v_0=10$ м/с під кутом $\alpha=45^\circ$ до горизонту. Знайти радіус кривизни траєкторії через $\tau=1$ с після початку руху. Опором повітря нехтувати.
3. Точка рухається по колу радіусом $r=10$ см з постійним дотичним прискоренням $a_{\text{т}}$. Знайти нормальне прискорення $a_{\text{н}}$ точки через 20 с після початку руху, якщо відомо, що наприкінці 5 оберту після початку руху лінійна швидкість точки рівна $v=10$ см/с.
4. Через нерухомий блок перекинута нитка, до кінців якої підвішені два тягарці масою 200 г і 300 г. Який шлях пройде кожний із тягарців за 1 с? З якою силою натягується нитка? Чому дорівнює вага кожного тягарця під час руху?
5. Тіло масою 3 кг рухається зі швидкістю 4 м/с і наштовхується на нерухоме тіло, маса якого дорівнює теж 3 кг. Вважаючи удар центральним і непружним, визначити зміну кінетичної енергії при ударі.
6. З якою швидкістю рухався поїзд масою 1500 т, якщо під дією гальмівної сили в 150 кН він пройшов від початку гальмування до зупинки шлях 300 м? Застосувати закон збереження енергії.

3MICT