МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени А. М. ГОРЬКОГО

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Сборник научных трудов

Киев КГПИ 1979

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени А.М.ГОРЬКОГО

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Сборник научных трудов

Киев КГПИ 1979

В сборник включены работы, рассматривающие вопросы асимптотических решений систем дифференциальных уравнений, а также методов типа Рунге-Кутта, Цурмюля, Чезаро, Вороного и др.

Сборник рассчитан на студентов, аспирантов и преподавателей физико-математических факультетов.

УДК 517-91/94

АЛИШЕВ А.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С МЕДЛЕННО МЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

При исследовании ряда актуальных задач физики и техники приходится сталкиваться с одним из важных вопросов теории колебаний - это вопрос исследования нелинейных дифференциальных уравнений с "медленно меняющимися коэффициентами [1].

В данной работе исследуется нелинейная система, когда нелинейность степенная, методом из [2] при наличии нулевого корня у характеристического уравнения.

Отметим, что данная работа своим появлением во многом обязана исследованиям [3].

Рассмотрим систему нелинейных дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dX}{dt} = A_0(\tau) X(\tau,\varepsilon) + \sum_{i=1}^{K} \varepsilon^i A_i(\tau) X^i(\tau,\varepsilon) + F(\tau,\varepsilon), \qquad /1/$$

где

$X(\tau,\varepsilon)$, $A_i(\tau)$ $(i=\overline{1,K})$, $F(\tau,\varepsilon)$ $(n\times n)$ - матрицы $\varepsilon \in (0,\varepsilon_0)$ малый параметр, $\tau = \varepsilon t$ - "медленное время", $\tau \in [0;L]$, $L>0$ фиксирование числа, K - натуральное число.

Предполагаем, что $F(\tau,\varepsilon)$ представляется асимптотическим рядом

$$F(\tau,\varepsilon) = \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon^s F_s(\tau), \qquad /2/$$

который может быть и конечным.

Рассмотрим вопрос построения решений для системы /1/ в том случае, когда характеристическое уравнение

$$\det \| A_0(\tau) - \lambda E \| = 0 \qquad /3/$$

$$\alpha_{nm} \geq a_{n,m+1} + a_{n,m+2} + \cdots + a_{nk} \geq \frac{(m+1)+(m+2)+\cdots+k}{k} a_{nk} = \frac{k(k+1)-m(m+1)}{2k} a_{nk},$$

где $\alpha_{nm} = \sum\limits_{i=m+1}^{\infty} a_{ni}$. Отсюда $k a_{nk} \leq \frac{k^2}{k(k+1)-m(m+1)} 2\alpha_{nm}$.

Из условия /23/ следует, что $\alpha_{nm} = o(1)$, $m \to \infty$, $n=0,1,\ldots$. Возьмем произвольное число $\varepsilon > 0$. Номер m выберем так, чтобы $2\alpha_{nm} < \varepsilon$. Номер k выберем настолько большим, чтобы $\frac{k^2}{k(k+1)-m(m+1)} < \frac{\varepsilon}{2\alpha_{nm}}$,

тогда получим, что $k a_{nk} < \varepsilon$, а это и значит, что $k a_{nk} = o(1)$, $k \to \infty$, $n = 0,1,2,\ldots$ Следствие 9 доказано.

Следствие 8 легко перефразировать на случай, когда разности порядка p отрицательны.

Если в условиях теорем 3, 4 и следствий 7, 8 матрицу A взять абсолютно регулярной, то аналогично следствию 1 можно установить, что матрицы C_p и A будут совместны.

Литература

1. Давыдов Н.А. О включении и равносильности методов Кожима суммирования рядов. - УМЖ, 1967, т. 19, № 4, 29-47.
2. Давыдов Н.А. О включении и равносильности методов Теплица суммирования рядов. - УМЖ, 1968, т. 20, № 4, 460-471.
3. Михалин Г.А. Обобщение теоремы Агнью и о равносильности методов Кожима методам Чезаро суммирования рядов на множестве ограниченных последовательностей. - УМЖ, 1974, т. 26, № 1, 95-98.
4. Барон С.А. Введение в теорию суммируемости рядов. Таллин, "Валгус", 1977, 280 с.

5. Накамура Йосихико. Общие монотонные последовательности. "Токе суйсан дайгаку ронсю, Rept. Tokyo Univ. Fish. ", 1970, № 5, 29-35.
6. Fridy J. A. Mercerian-type theorems for absolute summability, „ Port. math." 1974, 33, № 3-4, 141-145.
7. Нагайник А.Ф. Абсолютно консервативные матричные преобразования и теоремы типа Радо-Агнью. - Приближенные методы математического анализа. К., КГПИ, 1978.

УДК 517.52

КУЗЬМИЧ В.И.

/c/ - СВОЙСТВО ОДНОГО КЛАССА МЕТОДОВ ВОРОНОГО СУММИРОВАНИЯ РЯДОВ И ТЕОРЕМЫ ТАУБЕРОВА ТИПА

Пусть дана последовательность действительных чисел, удовлетворяющих условиям: $p_0 > 0$, $p_n \geq 0$, $(n=1,2,\ldots)$.

Последовательность чисел

$$W_n = \frac{1}{P_n} \sum_{k=0}^{n} p_{n-k} S_k \qquad (n=0,1,\ldots),$$

где $P_n = p_0 + p_1 + \cdots + p_n$ $(n=0,1,\ldots)$ будем называть средними Вороного для последовательности $\{S_n\}$.

Если $\lim\limits_{n\to\infty} W_n = S$, то говорят, что последовательность $\{S_n\}$ суммируется методом Вороного (W, p_n) к числу S, и записывают $S_n \to S$ (W, p_n).

Метод $(W, 1)$ называют методом средних арифметических или методом Чезаро первого порядка.

В работах [1] и [2] Н.А.Давыдовым введено понятие /c/-множества для последовательности $\{S_n\}$ и установлено /c/-свойство методов Чезаро. С помощью этого свойства получен целый ряд теорем тауберова типа, обобщающих известные классические теоремы.

В настоящей работе /c/-свойство доказывается для некоторого класса методов Вороного, содержащего в себе метод средних арифметических.

По поводу определений и обозначений смотри [3] и [4] .

Теорема I. Пусть метод (W, p_n) удовлетворяет следующим условиям

$$p_n \to c \ , \quad 0 < c < \infty , \tag{I}$$

$$\sum_{i=0}^{n_k} | p_{m_k - i} - p_{n_k - i} | \le H < \infty , \tag{2}$$

для произвольных последовательностей $\{n_k\}$ и $\{m_k\}$ $(k=1,2,\ldots)$ натуральных чисел таких, что $n_k \le m_k$, $\lim\limits_{k\to\infty} n_k = +\infty$; H – не зависит от k ,

$$S_n \to S\ (W, p_n) \Rightarrow S_n = O(n) . \tag{3}$$

Если последовательность $\{S_n\}$ суммируется к числу S методом (W, p_n) и множество G является /c/-множеством для последовательности $\{S_n\}$, то $S \in G$.

Если бесконечно удаленная точка является /c/-точкой для последовательности $\{S_n\}$, то средние метода (W, p_n) для последовательности $\{S_n\}$ не ограничены.

Для доказательства теоремы нам будут нужны две леммы.

Лемма I. Пусть матрица A – конечнострочная, а матрица B – нормальная. Если $B \subset A$, то из ограниченности средних метода B для последовательности $\{S_n\}$ следует ограниченность средних метода A для последовательности $\{S_n\}$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Эта лемма в случае, когда A – нижняя треугольная матрица, доказана в [5] . Легко видеть, что

утверждение будет верным и в случае, когда A – конечнострочная матрица. Действительно, из строк матрицы A всегда можно образовать нижнюю треугольную матрицу A так, что $A \subset A'$. Это можно сделать, например, сохранив порядок следования строк и добавив после каждой строки определенное количество этих строк. Поскольку $B \subset A \subset A'$, то по теореме I работы [5] из ограниченности средних метода B для последовательности $\{S_n\}$ будет следовать ограниченность средних метода A' для последовательности $\{S_n\}$. А так как матрицы A и A' составлены из одних и тех же строк, то отсюда будет следовать и ограниченность средних метода A для последовательности $\{S_n\}$.

Лемма 2. Пусть метод (W, p_n) удовлетворяет условиям /I/, /2/ и /3/ теоремы I. Пусть $\{n_k\}$ и $\{m_k\}$ $(k=1,2,\ldots)$ – две произвольные последовательности натуральных чисел таких, что $n_k \le m_k$ и $\lim\limits_{k\to\infty} n_k = +\infty$.

Тогда из суммируемости последовательности $\{S_n\}$ методом (W, p_n) к числу S следует суммируемость ее к тому же числу методом, средние которого определяются следующим образом

$$t_k = \frac{1}{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \sum_{i=0}^{n_k} p_{m_k - i} S_i \qquad (k = 1, 2, \ldots) . \tag{4}$$

Кроме того, из неограниченности средних /4/ для последовательности $\{S_n\}$ следует неограниченность средних метода (W, p_n) для последовательности $\{S_n\}$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Используя условие /2/, оценим разность

$$\left| \frac{1}{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \sum_{i=0}^{n_k} p_{m_k - i} S_i - \frac{1}{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \sum_{i=0}^{n_k} p_{n_k - i} S_i \right| \le$$

$$\frac{1}{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \sum_{i=0}^{n_k} | p_{m_k - i} - p_{n_k - i} | \, |S_i| \le \frac{H \max\limits_{0 \le j \le n_k} |S_j|}{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \tag{5}$$

Но из условия /I/ и регулярности матрицы $\| a_{k\tau} \|$, где

$$a_{k\tau} = \begin{cases} \dfrac{1}{n_k + 1} , & \text{если } \tau = m_k - n_k + i , \ 0 \le i \le n_k , \\ 0 , & \text{если } \tau \ne m_k - n_k + i , \ 0 \le i \le n_k , \end{cases}$$

следует, что

$$\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1} = \sum_{i=0}^{n_k} p_{m_k - n_k - i} \sim c(n_k + 1) , \quad k \to \infty .$$

Кроме того, из условия /I/ следует, что

$$\mathcal{P}_n = \sum_{i=0}^{n} p_i \sim c(n+1) , \quad n \to \infty , \tag{6}$$

и поэтому $\mathcal{P}_{n_k} \sim c(n_k + 1)$, $k \to \infty$. Следовательно,

$$\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1} \sim \mathcal{P}_{n_k} \sim c(n_k + 1) , \quad k \to \infty . \tag{7}$$

Пусть $S_n \to S\ (W, p_n)$, тогда из условия /7/ получим:

$$\frac{1}{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \sum_{i=0}^{n_k} p_{n_k - i} S_i \sim \frac{1}{\mathcal{P}_{n_k}} \sum_{i=0}^{n_k} p_{n_k - i} S_i \to S , \quad k \to \infty ,$$

и поэтому, используя /3/ и /7/, из неравенства /5/ будем иметь:

$$\frac{1}{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \sum_{i=0}^{n_k} p_{m_k - i} S_i \to S , \quad k \to \infty .$$

Первая часть утверждения леммы доказана.

Пусть средние /4/ для последовательности $\{S_n\}$ неограничены. Матрица, которой определяются средние /4/, конечнострочная, матрица метода (W, p_n) – нормальная. Кроме того, мы показали, что матрица /4/ включает матрицу (W, p_n) . Поэтому, если средние метода (W, p_n) для последовательности $\{S_n\}$ будут ограничены, то по лемме I будут ограничены и средние /4/ для последовательности $\{S_n\}$. Из полученного противоречия следует справедливость второй части утверждения леммы.

Д о к а з а т е л ь с т в о т е о р е м ы I. Пусть G является /c/-множеством для последовательности $\{S_n\}$. Тогда G – замкнутое выпуклое множество и для любого заданного числа $\varepsilon > 0$ найдутся число $\lambda(\varepsilon) > 1$ и такая последовательность отрезков $[n_k ; m_k]$ чисел натурального ряда, что $S_n \in G_\varepsilon$ для $n_k < n \le m_k$, $m_k / n_k \ge \lambda(\varepsilon)$, $k = 1, 2, \ldots$, $\lim\limits_{k\to\infty} n_k = +\infty$, где G_ε – замкнутое выпуклое множество, которое содержит в себе множество G и каждая точка границы которого отстоит от множества G на расстоянии, не больше чем ε .

Для любого конечного числа A справедливо тождество

$$\frac{1}{\mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \sum_{i=0}^{m_k - n_k - 1} p_i S_{m_k - i} - A = \frac{\mathcal{P}_{m_k}}{\mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \left(\frac{1}{\mathcal{P}_{m_k}} \sum_{i=0}^{m_k} p_{m_k - i} S_i - A \right) -$$

$$- \frac{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}}{\mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \left(\frac{1}{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \sum_{i=0}^{n_k} p_{m_k - i} S_i - A \right) .$$

Отсюда имеем:

$$\left| \frac{1}{\mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \sum_{i=0}^{m_k - n_k - 1} p_i S_{m_k - i} - A \right| \le \frac{\mathcal{P}_{m_k}}{\mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \left| \frac{1}{\mathcal{P}_{m_k}} \sum_{i=0}^{m_k} p_{m_k - i} S_i - A \right| +$$

$$+ \frac{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}}{\mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \left| \frac{1}{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \sum_{i=0}^{n_k} p_{m_k - i} S_i - A \right| . \tag{8}$$

Из условий /6/ и /7/ и определения /c/-множества следуют неравенства

$$\varlimsup_{k\to\infty} \frac{\mathcal{P}_{m_k}}{\mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} = \varlimsup_{k\to\infty} \frac{m_k + 1}{m_k - n_k} = \varlimsup_{k\to\infty} \frac{1 + \frac{1}{m_k}}{1 - \frac{n_k}{m_k}} \le \frac{1}{1 - \frac{1}{\lambda(\varepsilon)}} , \tag{9}$$

$$\varlimsup_{k\to\infty} \frac{\mathcal{P}_{m_k} - \mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}}{\mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} = \varlimsup_{k\to\infty} \left(\frac{\mathcal{P}_{m_k}}{\mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} - 1 \right) \le \frac{1}{\lambda(\varepsilon) - 1} . \tag{I0}$$

Пусть $S_n \to S(W, p_n)$. Тогда, используя лемму 2 и оценки /9/, /I0/, из неравенства /8/ при $A = S$ получим:

$$\frac{1}{\mathcal{P}_{m_k - n_k - 1}} \sum_{i=0}^{m_k - n_k - 1} p_i S_{m_k - i} \to S , \quad k \to \infty . \tag{II}$$

9-5810

Поскольку $S_n \in G_\varepsilon$ для $n_k < n \le m_k \quad (k=1,2,\ldots)$, то число, стоящее слева в /II/, принадлежит G_ε для всех k = I,2,... / [6] , стр. I00, теорема I/. Поэтому из условия /II/ следует, что $S \in \overline{G}_\varepsilon$. Из произвольности выбора числа $\varepsilon > 0$ и замкнутости множества G следует, что $S \in G$.

Пусть бесконечно удаленная точка служит /с/–точкой для последовательности $\{S_n\}$. Тогда существуют число $\lambda > 1$, последовательность отрезков $[n_k; m_k] \quad (k=1,2,\ldots)$ чисел натурального ряда и последовательность замкнутых выпуклых множеств $G_k \ (k=1,2,\ldots)$ стягивающих к бесконечно удаленной точке и таких, что $S_n \in G_k$ для

$$n_k < n \le m_k, \quad m_k/n_k \ge \lambda, \quad (k=1,2,\ldots), \quad \lim_{k\to\infty} n_k = +\infty .$$

Говорят, что множества $G_k \quad (k=1,2,\ldots)$ стягиваются к бесконечно удаленной точке, если расстояние множеств G_k от точки $z=0$ стремится к бесконечности при $k \to \infty$.

Аналогично предыдущему получим, что число, стоящее слева в /II/, принадлежит множеству G_k для всех k = I,2,... Но расстояние от множества G_k до начала координат стремится к бесконечности при $k \to \infty$. Поэтому, из неравенства /8/, /9/ и /I0/ при $A=0$ следует, что хотя бы одно из выражений

$$\frac{1}{P_{m_k}} \sum_{i=0}^{m_k} p_{m_k-i} S_i \quad \text{или} \quad \frac{1}{P_{m_k} - P_{m_k-n_k-1}} \sum_{i=0}^{n_k} p_{m_k-i} S_i$$

неограничено при $k \to \infty$.

Если неограничено первое выражение, то вторая часть утверждения теоремы доказана. Если неограничено второе выражение, то по лемме 2 средние метода $(W; p_n)$ для последовательности $\{S_n\}$ также неограничены. Теорема доказана полностью.

Легко видеть, что метод средних арифметических удовлетворяет

условиям /I/ и /2/ теоремы. Условие /3/ выполнено в силу известной теоремы / [3] , стр. I32, теорема 46/.

Теоремы тауберова типа, доказанные Н.А.Давыдовым / [I] , теоремы I–6; [2] , теоремы I–5/, являются простыми следствиями /с/–свойства методов Чезаро. Следовательно, все указанные теоремы имеют место и для методов (W, p_n), удовлетворяющих условиям /I/–/3/. Приведем несколько наиболее общих теорем.

Теорема 2. Пусть метод (W, p_n) удовлетворяет условиям /I/–/3/. Пусть задана возрастающая последовательность натуральных чисел $n_k \quad (k=1,2,\ldots)$, и пусть

$$\overline{\lim_{k\to\infty}} |S_m - S_{n_k}| = \tau < +\infty \quad (\tau \ge 0), \text{ когда } \quad 1 < m_k/n_k \to 1 \quad (k\to\infty),$$

или

$$\overline{\lim_{k\to\infty}} |S_{n_k} - S_m| = \tau < +\infty \quad (\tau \ge 0), \text{ когда } \quad 1 < n_k/m_k \to 1 \quad (k\to\infty).$$

Если $S_n = O(1) \ (W, p_n)$, то $S_{n_k} = O(1)$.

Если $S_n \to S \ (W, p_n)$, то $\overline{\lim_{k\to\infty}} |S - S_{n_k}| \le \tau$.

Теорема 3. Пусть метод (W, p_n) удовлетворяет условиям /I/–/3/. Пусть задана возрастающая последовательность натуральных чисел $n_k \quad (k=1,2,\ldots)$, и пусть

$$\underline{\lim_{k\to\infty}} (S_m - S_{n_k}) \ge -\tau_1 > -\infty \ (\tau_1 \ge 0), \text{ когда } \quad 1 < m/n_k \to 1 \quad (k\to\infty),$$

или

$$\underline{\lim_{k\to\infty}} (S_{n_k} - S_m) \ge -\tau_2 > -\infty \ (\tau_2 \ge 0), \text{ когда } \quad 1 < n_k/m \to 1 \quad (k\to\infty),$$

где $\{S_n\}$ – последовательность действительных чисел.

9*

Если ; то

Если , то

Литература

I. Давыдов Н.А. Об одном свойстве методов Чезаро суммирования рядов. Матем.сб., I956, т. 38/80/, вып. 4, 509–524.

2. Давыдов Н.А. /с/–Свойство методов Чезаро и Абеля–Пуассона и теоремы тауберова типа. Матем.сб., I963, т. 60/I02/, вып. 2, I85–206.

3. Харди Г. Расходящиеся ряды. М., ИЛ, I95I, 504 с.

4. Кук Р. Бесконечные матрицы и пространства последовательностей. М., Физматгиз, I960, 47I с.

5. Давыдов Н.А. Об одном свойстве включения методов суммирования, определяемых нормальными матрицами. – УМЖ, I970, № 5, 685–690.

6. Чарин В.С. Линейные преобразования и выпуклые множества. К., "Вища школа", I978, I90 с.

УДК 517

КУЛИЕВ А.У.,
СЕЙФУЛАЗАДЕ Н.З.

О РЕШЕНИИ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ 2-го ПОРЯДКА В ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЯХ

Известно, что число линейно независимых решений обыкновенных дифференциальных уравнений, имеющих особенности в коэффициентах,

отлично от числа его классических решений [I] .

В работах [5, 6] описана совокупность всех решений для отдельного класса уравнений с особенностями в пространстве $(\overset{\circ}{S}{}^{\beta})'$.

В этот класс не включаются такие уравнения, которые характеристические многочлены $A(\lambda)$ и $B(\lambda)$ не имеют обобщенно кратные корни по терминологии [4] .

В работе [7] рассмотрено в классе гиперфункции уравнение

$$P\left(x, \frac{d}{dx}\right) = a_m(x)\frac{d^m}{dx^m} + \cdots + a_1(x)\frac{d}{dx} + a_0(x),$$

где P – произвольный дифференциальный оператор с действительными аналитическими коэффициентами.

Конструктивно доказано, что

$$\dim\left\{u \in B(\Omega)\, P\left(x, \frac{d}{dx}\right)u = 0\right\} = m + \sum_{x\in\Omega} \operatorname{ord}_x a_m(x),$$

где $\operatorname{ord}_x a_m(x)$ обозначает порядок нуля в x функции $a_m(x)$, Ω –интервал. Но ничего не говорится о нахождении решения рассматриваемого уравнения. В настоящей работе исследуется дифференциальное уравнение второго порядка $x^v y'' + x^3 y' + \mu y = 0$ /I/ в пространстве $(\overset{\circ}{S}{}^{\beta})', (\beta > 1)$. Доказывается, что основные выводы [5] , [6] , [7] и здесь остаются в силе. Кроме этого, явно описывается совокупность всех решений уравнения /I/ в $(\overset{\circ}{S}{}^{\beta})'$.

Пусть Ω – подпространство всех решений уравнения /I/ в $/\overset{\circ}{S}{}^{\beta}/$, а Ω_0 – подпространство всех решений того же уравнения, которые сосредоточены в точке $x=0$.

Теорема I. Размерность подпространства Ω_0 равна двум.

Доказательство. Функционалы, сосредоточенные в нуле, имеют общий вид в $/\overset{\circ}{S}{}^{\beta}/$ [I] $\cdot\, y(x) = \sum_{j=0}^{\infty} C_j \delta^{(j)}(x)$ /2/,

где C_j / j = 0,I,2,.../ константы. Надо проверить, сколько свободных констант C_j в ряду /2/, представляющих решение уравнения /I/. Подставляя /2/ в /I/ и учитывая очевидную формулу [4]