

Кулаків

ISSN 2076-586X



**ВІСНИК
ЧЕРКАСЬКОГО
УНІВЕРСИТЕТУ**

Серія
ПЕДАГОГІЧНІ НАУКИ
№ 13. 2016

Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького
Черкаси – 2016

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького

ISSN 2076-586X

INDEX COPERNICUS
INTERNATIONAL
ICV 2015: 53,99

ВІСНИК
ЧЕРКАСЬКОГО
УНІВЕРСИТЕТУ

Серія
ПЕДАГОГІЧНІ НАУКИ

Виходить 18 разів на рік

Заснований у березні 1997 року

№ 13. 2016

Черкаси – 2016

Засновник, редакція, видавець і виготовлювач –
Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького
Свідоцтво про державну реєстрацію КВ №21391-11191Р

Матеріали «Вісника» присвячені проблемам едукаційної роботи у загальноосвітніх та вищих навчальних закладах. У публікаціях досліджуються різні аспекти розвитку та становлення вищої школи та інших закладів освіти, особливості організації різних форм навчання, розробки нових педагогічних технологій, педагогічні умови ефективності пізнавальної діяльності студентів та школярів, неперевірність професійної освіти та ін.

Наукові статті збірника рекомендовані викладачам вищої та загальноосвітньої школи, студентам, магістрантам та аспірантам.

Журнал входить до «Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата науки» на підставі Наказу МОН України від 12 травня 2015 р. № 528).

Випуск № 13 наукового журналу Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки» рекомендовано до друку та поширення через мережу Інтернет Вченому радио Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького (протокол № 4 від 23.12.2016 року).

Журнал індексується в міжнародній наукометричній базі *Index Copernicus (ICV 2015: 53,99)* та реферується Українським реферативним журналом «Джерело» (засновники: Інститут проблем реєстрації інформації НАН України, Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського), індексується Google Scholar.

Головна редакційна колегія:

Черевко О.В., д.е.н. (головний редактор); Боечко Ф.Ф., член-кор. НАПН України, д.б.н., проф. (заступник головного редактора); Корновенко С.В., д.і.н., проф. (заступник головного редактора); Кирилюк Є.М., д.е.н., доц. (відповідальний секретар); Архипова С.П., к.пед.н., проф.; проф.; Біда О.А., д.пед.н., проф.; Гнезділова К.М., д.пед.н., доц.; Головня Б.П., д.т.н., доц.; Гусак А.М., д.ф.-м.н., проф.; Земзюліна Н.І., д.і.н., доц.; Жаботинська С.А., д.фіол.н., проф.; Кузьмінський А.І., член-кор. НАПН України, д.пед.н., проф.; Кукрудуза Г.Г., д.е.н., проф.; Лизогуб В.С., д.б.н., проф.; Лященко Ю.О., д.ф.-м.н., доц.; Марченко О.В., д.філос.н., проф.; Масленко В.В., д.і.н., проф.; Мігус І.П., д.е.н., проф.; Мінаєв Б.П., д.х.н., проф.; Морозов А.Г., д.і.н., проф.; Перехрест О.Г., д.і.н., проф.; Попіцук В.Т., д.фіол.н., проф.; Савченко О.П., д.пед.н., проф.; Селіанова О.О., д.фіол.н., проф.; Чабан А.Ю., д.і.н., проф.; Шпак В.П., д.пед.н., проф.

Редакційна колегія серії:

Гнезділова К.М., д.пед.н., доц. (відповідальний редактор напряму "Методика навчання"); Сердюк З.О., к.пед.н., доц. (відповідальний секретар напряму "Методика навчання"); Шпак В.П., д.пед.н., проф. (відповідальний редактор напряму "Управління освітою"); Михальчук О.О., к.пед.н., доц. (відповідальний секретар напряму "Управління освітою"); Десятов Т.М., д.пед.н., проф. (відповідальний редактор напряму "Теорія та історія педагогіки"); Бондаренко О.М., к.пед.н., доц. (відповідальний секретар напряму "Теорія та історія педагогіки"); Архипова С.П., к.пед.н., проф. (відповідальний редактор напряму "Соціальна педагогіка"); Майборода Г.Я., к.пед.н., доц. (відповідальний секретар напряму "Соціальна педагогіка"); Данилюк С.С., д.пед.н., доц. (відповідальний редактор напряму "Професійна освіта"); Податко Є.О., д.пед.н., доц. (відповідальний секретар напряму "Професійна освіта"); Акуленко І.А., д.пед.н., проф.; Бурда М.І., д.пед.н., проф., академік НАПН України; Вовк О.І., д.пед.н., доц.; Грабовський А.К., к.пед.н., доц.; Градовський А.В., д.пед.н., проф.; Грищенко В.Г., к.пед.н., доц.; Десятов Т.М., д.пед.н., проф.; Дімітрова Каменова, проф. (Болгарія); Євтух М.Б., д.пед.н., проф., академік НАПН України; Капська А.Й., д.пед.н., проф.; Кондрашова Л.В., д.пед.н., проф.; Король В.М., к.пед.н., проф.; Крилова Т.В., д.пед.н., проф.; Кузьмінський А.І., член-кор. НАПН України, д.пед.н., проф.; Мельников О.І., д.пед.н., проф. (Білорусь); Мілушев В.Б., доктор, проф. (Болгарія); Ничкало Н.Г., д.пед.н., проф., академік НАПН України; Остапенко Н.М., д.пед.н., проф.; Савченко О.П., д.пед.н., проф.; Семериков С.О., д.пед.н., проф.; Симоненко Т.В., д.пед.н., проф.

За зміст публікації відповідальність несуть автори.

Адреса редакційної колегії:

18000, Черкаси, бульвар Шевченка, 79,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
кафедра математики та методики навчання математики. Тел. (0472) 36-03-21
web-сайт: <http://ped-ejournal.cdu.edu.ua/index>
e-mail: serdyuk_z@ukr.net

ALEKSANDROVA S.,

Master State Institution South Ukrainian National Pedagogical University named after K.D.Ushynsky

DEVELOPMENT OF EDUCATIONAL ENVIRONMENT AS EDUCATIONAL INSTITUTION MANAGEMENT TECHNIQUE IN TERMS OF INCLUSION

Introduction. The creation and development of inclusive educational environment which would satisfy individual educational needs of children regardless of their financial, intellectual, social, emotional characteristics, is considered to be a decisive direction of modern education when it concerns children with special educational needs.

The article is aimed at revealing specific features of inclusive educational environment and stages of planning its development.

The following research methods were used in the study: review of the scientific literature in order to allocate and consider the specificity of inclusive educational environment and stages of planning its development; systematize and find common and specific features in the considered facts; penetration into the essence of the examined pedagogical phenomenon. Besides, inductive and deductive methods were used in order to generalize the obtained data.

The main research results. The modern understanding of the essence of the concept "inclusive educational environment" has been presented. Its specific features have been described in the paper. Special attention is paid to the absence of barriers as one of the significant characteristics of the inclusive educational environment. It has been found that in order to prevent the barriers and blocks in the interaction between a child and the educational environment specific environmental resources should be used. Some examples of the resources of the inclusive educational environment, which are characterized by the most stimulative and supportive potential, have been given.

It has been noted that concrete specific environmental educational resources are created for peculiar situations taking into account the result, which is planned to be obtained, and barriers which a child faces when interacting with the educational environment.

The stages of inclusive educational environment organization and development have been distinguished.

The novelty of the research results involves the generalization of the specific features of the inclusive educational environment and allocation of the states of its development.

Conclusions and author's concrete propositions. Every group of children with special educational needs both, common, peculiar for everybody barriers, and special, peculiar to every single child. Due to this, the organization of the educational environment is based on the competence assessment of group and individual capabilities of children, creating the conditions favorable for them.

Keywords: inclusion, inclusive educational environment, children with special educational needs, barriers, environmental resources.

Одержано редакцією 25.11.2016 р.
Прийнято до публікації 14.12.2016 р.

УДК 372.851

КУЗЬМИЧ В. І.,

кандидат фізико-математичних наук, доцент
кафедри алгебри, геометрії та математичного
аналізу Херсонського державного університету

ПОНЯТТЯ КУТА ПРИ ВИВЧЕННІ ВЛАСТИВОСТЕЙ МЕТРИЧНОГО ПРОСТОРУ

Введено поняття кута для упорядкованої трійки точок довільного метричного простору, а також числової характеристики цього кута. Встановлено зв'язок введених понять з прямолінійними образами у довільному метричному просторі, що детально вивчались

В.Ф. Каганом. Розглянуто приклад такої множини у метричному просторі інтегрованих за Ріманом на відрізку функцій.

Ключові слова: метрика, функціонал, метричний простір, Евклідів простір, пряма лінія, кут.

Постановка проблеми. Поняття метричного простору X ґрунтуються на понятті віддалі між будь-якими двома його точками (елементами): якщо кожній парі точок x і y у простору X поставлено у відповідність єдине дійсне число $\rho(x, y)$ – віддаль між ними, що задовільняє наступним трьом умовам:

- а) $\rho(x, y) \geq 0$; $\rho(x, y) = 0$ тоді і лише тоді, коли точки x і y співпадають;
- б) $\rho(x, y) = \rho(y, x)$ – комутативність (симетричність) віддалі;
- в) $\rho(x, y) \leq \rho(x, z) + \rho(z, y)$ для будь-якої точки z простору X (нерівність трикутника), то функціонал $\rho(x, y)$ називають метрикою простору X , а сам простір – метричним, і позначають (X, ρ) [1, с. 30].

Велика кількість робіт присвячені «геометризації» метричного простору, тобто введенню у цих просторах понять аналогічних класичним основним геометричним поняттям: лінії, прямої лінії, кута, площини і таке інше.

Евклід [2, с. 11] давав означення лінії як «довжини без ширини», а прямої лінії – як лінії що «рівно розміщена по відношенню до точок на ній». Площаина по Евкліду «рівно розміщена по відношенню до прямих на ній», а плоский кут є «нахилення (нахил) одна до одної двох ліній, що зустрічаються у одній площині одна з одною, але не розміщені по одній прямій», якщо при цьому лінії є прямими, то такий кут Евклід називає прямолінійним.

Давид Гільберт [3, с. 3,4] уникає характеристики кожного із цих понять окремо, а розглядає їх як об'єкти, властивості яких описуються через співвідношення між ними. Ці співвідношення наводяться у п'яти групах аксіом – аксіоми поєднання, аксіоми порядку, аксіоми конгруентності, аксіоми паралельності та аксіоми неперервності. Зокрема, по Гільберту «Дві різні точки A і B завжди визначають пряму a », «Три точки A, B, C , що не лежать на одній і тій же прямій, завжди визначають площину α ». Відрізком Гільберт називав систему двох точок на прямій [3, с. 5], а променем що виходить з точки O – осі точки прямої що лежать по одну і ту ж сторону від точки O [3, с. 7]. Поняття кута Гільберт вводить у вигляді пояснення до групи аксіом конгруентності: «Нехай α довільна площаина, а h, k які-небудь два різні промені у площині α що виходять з точки O і належать різним прямим. Систему цих двох променів h, k ми називаємо кутом і позначаємо $\angle(h, k)$ або $\angle(k, h)$ » [3, с. 10].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У метричних просторах при означенні кута використовують поняття лінії, площини, а сам кут між лініями означають як границю певної множини плоских кутів [4, с. 35]. Це обґруntовується необхідністю збереження «істинної сутності» кута [4, с. 36]. На наш погляд, недоліком цього означення є те, що не розрізняються поняття кута як об'єкта, і його числової характеристики (далі – характеристики).

Як видно із наведених прикладів, поняття кута вводиться у тісному зв'язку з поняттями прямої та площини. У цій роботі ми спробуємо ввести поняття кута та його характеристики у довільному метричному просторі (X, ρ) дискретним чином – без використання понять лінії, прямої лінії та площини, приблизно так, як це вказано у роботі [4, с. 36]. Такий підхід, на наш погляд, має певні переваги. Оскільки поняття метричного простору спирається на множину дійсних чисел, що уже побудована на основі системи відповідних аксіом, то не виникає потреби вводити додаткові аксіоми, а користуючись аксіомами множини дійсних чисел отримувати, як наслідки з них,

різноманітні властивості множин точок метричного простору, що нагадують відповідні властивості прямих і площин Евклідової геометрії. Наприклад, перший постулат геометрії Евкліда прямо не вказує на те, що через дві точки можна провести єдину пряму [5, с. 44], хоча єдиність такої прямої мається на увазі: «Від будь-якої точки до будь-якої точки можна провести пряму лінію» [2, с. 14]. У системі аксіом Гільберта цей факт неявно сформульовано у аксіомі I_1 : «Дві різні точки A і B завжди визначають пряму α » [3, с. 3]. Ми не будемо ставити собі за мету детально описати поняття прямої лінії, як це, мабуть найбільш вичерпно, зроблено В.Ф. Каганом [6, розділ XIX], а використаємо лише окремі її властивості («прямолінійно розміщені» точки, або «прямолінійний образ», як це зазначено у [7, с. 527]). Це, звичайно, звузить область застосування отриманих результатів, але на наш погляд, спростити і зробить більш наглядним інтерпретацію цих властивостей у конкретних метричних просторах.

Метричний підхід до вивчення окремих властивостей функцій, що є інваріантними по відношенню до системи координат, розглядався у роботах [8, 9].

Використання у подальших дослідженнях формул об'єму тетраедра через довжини його ребер, що виходить з однієї вершини та величини утворених ними кутів [10, с. 61] дасть можливість отримати умову, достатню для того щоб чотири різні точки метричного простору належали одній площині (були «плоско розміщені», або належали «плоскому образу»).

Мета даної статті – ввести у довільному метричному просторі поняття кута та його числової характеристики для довільної упорядкованої трійки точок цього простору, а також розглянути інтерпретацію цих понять у конкретному метричному просторі.

Виклад основного матеріалу. Інтуїтивно зрозуміло, що величина кута не повинна залежати від довжини його сторін, ця характеристика залежить лише від взаємного положення двох точок по відношенню до третьої – вершини кута (по Евкліду це «нахилення» або «нахил»). Тому для трьох точок A , B , C довільної множини X можна ввести поняття кута, вибравши одну з них за вершину цього кута. Однак, для порівняння кутів між собою потрібно ввести певну їх числову характеристику і при цьому не обйтись без віддалей між цими точками. У геометрії Евкліда таку залежність дає, наприклад, теорема косинусів: для трикутника ΔABC , з довжинами сторін $AB=m$, $BC=n$, $AC=p$, величина кута $\angle ABC = \beta$ зв'язана з довжинами сторін трикутника рівністю:

$$\cos \beta = \frac{m^2 + n^2 - p^2}{2mn}. \quad (1)$$

Для довільної множини X , що містить не менше трьох різних точок, дамо наступне означення кута.

Означення 1. Нехай a , b , c – різні точки множини X . Упорядковану трійку (a, b, c) цих точок будемо називати кутом з вершиною у точці b множини X , і позначати $\angle(a, b, c)$. Пари точок (a, b) і (b, c) , при цьому, будемо називати сторонами кута.

У цьому означенні не використовується поняття лінії і, отже, можна не вимагати повноти метричного простору, що є неминучим при її використанні, однак трійка точок має бути певним чином упорядкована – вершина кута вказується другою по порядку. У даний роботі будемо користуватись комутативним (симетричним) означенням кута, тобто кути $\angle(a, b, c)$ і $\angle(c, b, a)$ будемо вважати одним і тим же кутом.

Числову характеристику кута у метричному просторі (X, ρ) , що містить не менше трьох точок, введемо як це зазначено у роботі [4, с. 36] – використовуючи рівність (1):

Означення 2. Нехай a, b, c – точки метричного простору (X, ρ) . Характеристикою кута $\angle(a, b, c)$ (або кутовою характеристикою) будемо називати дійсне число $\varphi(a, b, c)$, що знаходитьться за формулою

$$\varphi(a, b, c) = \frac{\rho^2(a, b) + \rho^2(b, c) - \rho^2(a, c)}{2\rho(a, b)\rho(b, c)}. \quad (2)$$

Метричний простір (X, ρ) , у якому введено поняття кута за означенням 1 і його характеристику за формулою (2), будемо називати метричним простором з кутовою характеристикою φ і позначати (X, ρ, φ) .

З формулі (2) та властивостей метрики ρ легко отримуються наступні властивості характеристики кута: $\varphi(a, b, c) = \varphi(c, b, a)$ і $-1 \leq \varphi(a, b, c) \leq 1$.

Такі означення кута та його характеристики дають можливість по аналогії з Евклідовою геометрією ввести у метричному просторі поняття прямолінійності, перпендикулярності, паралельності множин точок простору, а також ввести аналог площини.

З рівності (2) при $\varphi(a, b, c) = 1$ отримуємо дві рівності:

$$\rho(a, b) = \rho(b, c) + \rho(a, c), \quad (3)$$

або

$$\rho(b, c) = \rho(a, b) + \rho(a, c). \quad (4)$$

Рівність (3) означає, що точка c лежить між точками a і b . Рівність (4) означає, що точка a лежить між точками b і c . У обох випадках можна казати про прямолінійне розміщення точок a, b, c [6, с. 527], причому, у обох випадках можна назвати кут $\angle(a, b, c)$ нульовим, оскільки його вершина, точка b , лежить поза точками a і c .

Якщо у рівності (2) покласти $\varphi(a, b, c) = -1$, то отримуємо одну рівність:

$$\rho(a, c) = \rho(a, b) + \rho(b, c). \quad (5)$$

Рівність (5) теж свідчить про прямолінійне розміщення точок a, b, c , однак у цьому випадку точка b лежить між точками a і c . Отже у цьому випадку кут $\angle(a, b, c)$ логічно назвати розгорнутим. Ці означення цілком узгоджуються з назвами відповідних кутів у геометрії Евкліда. Остаточно маємо:

Означення 3. Будемо казати, що точки a, b, c простору (X, ρ, φ) прямолінійно розміщені, якщо $\varphi(a, b, c) = \pm 1$.

Означення 4. Будемо казати, що множина A точок простору (X, ρ, φ) розміщена прямолінійно, якщо будь-які три її точки прямолінійно розміщені.

Означення 3 і 4, фактично, є перефразуванням відповідних означенень роботи [6 с. 265] (або [7, с. 527]), однак використовують поняття кута і можуть бути узагальнені.

У різних метричних просторах поняття прямолінійності може мати свій смисл, що визначається способом введення метрики простору. Для ілюстрації означення 4 розглянемо, наприклад, множину функцій неперервних на відрізку $[a; b]$. Якщо для будь-яких функцій $x(t)$ і $y(t)$ цієї множини ввести віддаль між ними за формулою

$$\rho(x, y) = \int_a^b |x(t) - y(t)| dt, \text{ то ця множина стає метричним простором, який позначають } C_L.$$

Розглянемо множину F функцій простору C_L таких, що для будь-яких двох з них $x(t)$ і $y(t)$ виконується нерівність $x(t) \geq y(t)$ (або $x(t) \leq y(t)$) для усіх значень $t \in [a; b]$. Таку множину функцій будемо називати монотонною.

Покажемо, що множина F розміщена прямолінійно у просторі C_L . Для цього розглянемо три довільні її елементи $x(t)$, $y(t)$ і $z(t)$. Нехай, наприклад, виконуються нерівності $x(t) \geq y(t) \geq z(t)$ для усіх значень $t \in [a; b]$. Знайдемо за формулою (2) кутову характеристику $\varphi(x, y, z)$. Для цього спочатку обчислимо вираз:

$$\begin{aligned} \rho^2(x, y) + \rho^2(y, z) - \rho^2(x, z) &= \\ \left(\int_a^b |x(t) - y(t)| dt \right)^2 + \left(\int_a^b |y(t) - z(t)| dt \right)^2 - \left(\int_a^b |x(t) - z(t)| dt \right)^2 &= \\ \left(\int_a^b (x(t) - y(t)) dt \right)^2 + \left(\int_a^b (y(t) - z(t)) dt \right)^2 - \left(\int_a^b (x(t) - z(t)) dt \right)^2 &= \\ \left(\int_a^b (x(t) - y(t)) dt \right)^2 + & \\ \left(\int_a^b (y(t) - z(t)) dt - \int_a^b (x(t) - z(t)) dt \right) \left(\int_a^b (y(t) - z(t)) dt + \int_a^b (x(t) - z(t)) dt \right) &= \\ \left(\int_a^b (x(t) - y(t)) dt \right)^2 + \left(\int_a^b (y(t) - x(t)) dt \right) \left(\int_a^b (y(t) - z(t)) dt + \int_a^b (x(t) - z(t)) dt \right) &= \\ \left(\int_a^b (x(t) - y(t)) dt \right) \left(\int_a^b (x(t) - y(t)) dt - \int_a^b (x(t) - z(t)) dt - \int_a^b (y(t) - z(t)) dt \right) &= \\ \left(\int_a^b (x(t) - y(t)) dt \right) \left(2 \int_a^b (z(t) - y(t)) dt \right). \end{aligned}$$

Отже, за формулою (2) маємо:

$$\varphi(x, y, z) = \frac{2 \left(\int_a^b (x(t) - y(t)) dt \right) \left(\int_a^b (z(t) - y(t)) dt \right)}{2 \left(\int_a^b (x(t) - y(t)) dt \right) \left(\int_a^b (y(t) - z(t)) dt \right)} = -1.$$

Із означення 3 слідує, що функції $x(t)$, $y(t)$ і $z(t)$ розміщені прямолінійно, а із довільності вибору цих функцій у множині F за означенням 4 слідує її прямолінійність. Умовам цього прикладу задовільняє множина степеневих функцій $\{x^\alpha\}$ при $\alpha \geq 0$, на відрізку $[0; 1]$.

Таким чином, умову прямолінійності розміщення точок метричного простору можна розглядати як на умову монотонності їх розміщення під відношенням до метрики простору.

Рівність $\varphi(a, b, c) = \pm 1$, що присутня у означенні 3, можна замінити рівносильною рівністю: $1 - \varphi^2(a, b, c) = 0$. Останню рівність можна записати використовуючи визначник другого порядку:

$$\begin{vmatrix} 1 & \varphi(a, b, c) \\ \varphi(a, b, c) & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

У геометрії Евкліда внаслідок формулі площини трикутника ΔABC :

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC, \text{ рівність}$$

$$\sin^2 \angle ABC = 1 - \cos^2 \angle ABC = \begin{vmatrix} 1 & \cos \angle ABC \\ \cos \angle ABC & 1 \end{vmatrix} = 0$$

означає рівність нулю площини трикутника ABC . Цю умову теж можна вибрати за означення прямолінійності розміщення точок a, b, c .

Означення 5. Будемо казати, що точки a, b, c простору (X, ρ, φ) прямолінійно розміщені, якщо виконується рівність

$$\begin{vmatrix} 1 & \varphi(a, b, c) \\ \varphi(a, b, c) & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

(6)
рівність(6)

Хоча означення 3 і компактніше у запису, однак воно простіше піддається узагальненню.

Висновки. Введення у розгляд такого поняття як кут для довільних трьох точок метричного простору дозволяє формалізувати вивчення окремих властивостей конкретних метричних просторів. Зокрема, стає можливим ввести поняття монотонності для окремих множин точок метричного простору (прямолінійне розміщення точок простору). Подальший розвиток цього поняття дасть можливість ввести поняття «плоского розміщення», або «плоского образу» точок метричного простору.

Список використаної літератури

- Канторович Л.В., Акілов Г.П. Функціональний аналіз / Л.В. Канторович, Г.П. Акілов – М.: Наука, 1977. – 742 с.
- Начала Евкліда. Книги I-VI / [Перевод с греческого и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовский]. – М.-Л.: Гостехиздат, 1948. – 447 с.
- Давид Гильберт. Основания геометрии / Давид Гильберт – Петроград: Сеятель, 1923. – 152 с.
- Александров А.Д. Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей / А.Д. Александров – М.-Л.: Гостехиздат, 1948. – 388 с.
- Каган В.Ф. Основания геометрии. Часть 1 / В.Ф. Каган – М.-Л.: Гостехиздат, 1949. – 492 с.
- Каган В.Ф. Основания геометрии. Часть 2 / В.Ф. Каган – М.-Л.: Гостехиздат, 1956. – 344 с.
- Каган В.Ф. Очерки по геометрии / В.Ф. Каган – М.: Издательство Московского университета, 1963. – 571 с.
- Кузьмич В.І. Нестандартні задачі при вивченні властивостей функцій / В.І. Кузьмич // Інформаційні технології в освіті. – 2010. – Вип. 6. – С. 72-75.
- Кузьмич В.І. Метричний підхід до вивчення окремих властивостей функцій / В.І. Кузьмич // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова. Серія 5: Педагогічні науки – реалії та перспективи. – 2012. – Випуск 34. – С. 69-74.
- Кузьмич В.І., Кузьмич Ю.В. Аналоги формулі Юнгіуса об'єму тетраедра. / В.І. Кузьмич, Ю.В. Кузьмич // Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки. – 2012. – № 36(249). – С. 55-64.

References

- Kantorovich L.V., Akilov H.P. (1977). *Function analysis*. M.: Nauka (in Russ.)
- Euclid's Elements. Books I-VI*. (1948). In D.D. Mordukhai-Boltovskii (Ed.). M.-L.: Hostehizdat (in Russ.)
- David Hilbert (1923). *The foundations of geometry*. Petrohrad: Seiatel (in Russ.)
- Aleksandrov A.D. (1948). *Intrinsic geometry of convex surfaces*. M.-L.: Hostehizdat (in Russ.)
- Kahan V.F. (1949). *The foundations of geometry. Part 1*. M.-L.: Hostehizdat (in Russ.)
- Kahan V.F. (1956). *The foundations of geometry. Part 2*. M.-L.: Hostehizdat (in Russ.)
- Kahan V.F. (1963). *Geometry sketches*. M.: Moscow University (in Russ.)
- Kuz'mich V.I. (2010). Custom tasks in the study of the properties of functions. *Informatsiini tehnolohii v osviti (Information technologies in education)*, 6, 72-75 (in Ukr.)

9. Kuz'mich V.I. (2012). Metric approach to the study of certain properties of functions. *Naukovyi chasopys Natsionalnoho pedahohichnoho universytetu imeni M.P. Drahomanova. Seriya 5: Pedahohichni nauky – realii ta perspektivy* (The scientific journal of the National pedagogical university named after M.P. Dragomanova. Series 5: Teaching science - realities and prospects), 34, 69-74 (in Ukr.)
10. Kuz'mich V.I., Kuz'mich Yu.V. (2012). Analogs of formula Jungius volume tetrahedron. *Visnyk Cherkaskoho universytetu. Seriya: Pedahohichni nauky*, 36(249), 55-64 (in Ukr.)

KUZMICH V.,

Doctor of Philosophy (Physical and Mathematical Sciences), Associate Professor of Algebra, Geometry and Calculus Department, SIHE «Kherson State University»

THE CONCEPT OF ANGLE IN THE STUDY OF THE PROPERTIES OF A METRIC SPACE

Abstract. *Introduction. The structure of a metric space determines how the distance between any two assignment elements in this space. Previously, to determine the angle in an arbitrary metric space required condition for the completeness of this space. This was necessary due to the fact that the angle (straight-line) defined as a system of two rays with a common vertex, or as a limit of a sequence of straight angles under a continuous mapping of a plane domain. In any case, to determine the angle of the concept had to be a line, and this should be considered a complete metric space. If you define the angle in the metric space as a characteristic of the mutual arrangement of arbitrary three elements of this space, the space requirement of completeness can't claim.*

Purpose. *The purpose of work is to introduce the concept of angle to three arbitrary elements of a metric space. For numerical angle characteristics using an analog cosine trigonometric functions in Euclidean geometry. The aim is also to show concrete examples communicate the entered angle so with classical concepts straightness location points and monotony.*

Results. *The paper defines the angle as a combination of the three elements of arbitrary metric space, arranged in a certain way. The paper defines the angle as a combination of the three elements of arbitrary metric space, arranged in a certain way. Based on these definitions, we obtain conditions rectilinear arrangement of elements of a metric space. An example of the straight-line arrangement of the elements of a particular metric space.*

Originality. *For arbitrary three different elements of a set angle is determined as follows.*

Let a, b, c – the various points of the set X . An ordered (a,b,c) of these elements will be called the angle with vertex at the point b of the set X , and labeling $\angle(a,b,c)$. Pairs of points a,b and (a,c) , in doing so, will be called the sides of the angle.

Numerical characteristic $\varphi(a,b,c)$ angle $\angle(a,b,c)$ metric space (X,ρ) elements is by the formula:

$$\varphi(a,b,c) = \frac{\rho^2(a,b) + \rho^2(b,c) - \rho^2(a,c)}{2\rho(a,b)\rho(b,c)}.$$

The condition of the rectilinear arrangement of points a, b, c of a metric space (X,ρ) is equality: $\varphi(a,b,c) = \pm 1$.

In a metric space C_L , continuous functions on the segment $[a,b]$, the distance between the functions $x(t)$ and $y(t)$ defined as: $\rho(x,y) = \int_a^b |x(t) - y(t)| dt$. Many functions of this space such that the inequality $x(t) \geq y(t)$ holds for all values $t \in [a,b]$, that are located in a straight line. For example, many power functions $\{x^\alpha\}$ when $\alpha \geq 0$, on the segment $[0;1]$.

Conclusion. *The concept of angle to three arbitrary elements of a metric space makes it possible to formalize the study of the individual properties of specific metric spaces. In particular, it is possible to be considered the property of the monotony of certain sets of points in space.*

Keywords: metric, functional, metric space, Euclidean space, a straight line, the angle.

Одержано редакцією 03.12.2016 р.
Прийнято до публікації 14.12.2016 р.