МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА
ІНСТИТУТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ І ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ НАПН УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ КІБЕРНЕТИКИ ІМЕНІ В. М. ГЛУШКОВА НАН УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ А. С. МАКАРЕНКА
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

«ТЕОРЕТИКО-ПРАКТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ І КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В ОСВІТІ ТА НАУЦІ»

Збірник матеріалів
II Всеукраїнської конференції

28 березня 2018 року
м. Київ

Київ – 2018

УДК 004:378(082)
ББК 32.97:74.58я73

Схвалено Вченою радою
Факультету інформаційних технологій та управління Київського університету імені Бориса Грінченка
(Протокол № 3 від 21.03.2018 р.)

Відповідальні за випуск:
Д. М. Бодненко,
О. М. Глушак,
О. С. Литвин,
В. В. Прошкін

Теоретико-практичні проблеми використання математичних методів та комп'ютерно-орієнтованих технологій в освіті та науці: зб. матеріалів у II Всеукраїнської конференції, 28 березня 2018 р., м. Київ / Київ. ун-т ім. Б. Грінченка; Відповід. за вип.: Д. М. Бодненко, О.М. Глушак, О.С. Литвин, В.В. Прошкін. – К. : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2018. – 235 с.

УДК 004:378(082)
ББК 32.97:74.58я73

ефективність бізнес-процесу, а також діяльності підприємства в цілому. Поглиблений аналіз результативності й ефективності бізнес-процесів здійснюється на підставі дискретно-подієвих і системно-динамічних моделей.

BPMN та eEPC-діаграмам, мережам Петрі й інструментам дискретно-подієвого та системно-динамічного моделювання, притаманний наочний формалізм, проте вони здатні генерувати великі масиві даних, що може сповільнювати пошук рішень в оперативному управлінні процесом, виявлення проблем і визначення потрібних заходів для їх усунення. Візуалізація даних та інфографіка допомагають перетворити фактичні та модельні дані у змістовну інформацію, полегшити її сприйняття і розповсюдження, просувати наукові положення і висновки, досягти нової бізнес-ідеї або поглибленого розуміння бізнесу, його умов і перспектив. Для візуалізації даних, отриманих внаслідок імітації бізнес-процесів, використовуються не тільки відповідні засоби у програмах імітаційного моделювання, але й сторонні по відношенню до них прикладні програмні продукти і онлайн-сервіси, призначені для збору, обробки, статистичного аналізу, візуальної аналітики.

ДЖЕРЕЛА

1. Sudhir Anandarao (2017). ERP for Commodity Supply Chains? The Arguments Don't Stack Up [e-print]. Supply & Demand Chain Executive. URL: http://www.sdcexec.com/news/12296168/erp-for-commodity-supply-chains-the-arguments-dont-stack-up.

2. W.M.P. van der Aalst (2011). Process Mining: Discovery, Conformance and Enhancement of Business Processes. Springer Verlag, 352 p.

ПРЯМОЛІНІЙНЕ ТА ПЛОСКЕ РОЗМІЩЕННЯ ТОЧОК МЕТРИЧНОГО ПРОСТОРУ

Кузьмич В. І.

Херсонський державний університет, м. Херсон

Представлена робота є продовженням досліджень В.Ф. Кагана з питань прямолінійності у метричних просторах [1, розділ XIX, с. 252-312]. Пряму лінію В.Ф. Каган описав за допомогою системи постулатів, розбитих на чотири групи. Ця система, фактично, встановлює ізоморфізм між множиною дійсних чисел та точками прямої лінії. Перша з них – п'ять постулатів розміщення. За їх допомогою встановлюється упорядкованість точок прямої лінії (їх прямолінійне розміщення). Автор даної роботи поставив собі за мету розробити обчислювальну методику для визначення властивостей прямолінійного розміщення точок довільного метричного простору, з використанням лише відстані між точками простору. Однак, при спробі перевірити на практиці властивість прямолінійного розміщення точок конкретного метричного простору за допомогою цих постулатів виявилось, що для їх виконання необхідно ввести поняття кута між трьома точками простору. У роботі [2] введено поняття такого кута, як упорядкованої трійки точок метричного простору.

Означення 1. *Нехай a, b, c – три різні точки множини X. Упорядковану трійку (a,b,c) цих точок будемо називати кутом із вершиною у точці b множини X, і позначати $\angle(a,b,c)$. Пари точок (a,b) і (b,c), при цьому, будемо називати сторонами цього кута.*

Надалі, для зручності, кути $\angle(a,b,c)$ і $\angle(c,b,a)$ будемо вважати одним і тим самим кутом.

З метою порівняння кутів між собою введено поняття характеристики кута, яке основане на теоремі косинусів. На можливість такого підходу вказав О.Д. Александров [3, с. 36].

Означення 2. *Нехай a, b, c – три різні точки метричного простору (X,ρ). Характеристикою кута $\angle(a,b,c)$ (або кутовою характеристикою) будемо називати дійсне число $\varphi(a,b,c)$, що знаходиться за формулою*

$$\varphi(a,b,c)=\frac{\rho^2(a,b)+\rho^2(b,c)-\rho^2(a,c)}{2\rho(a,b)\rho(b,c)}. \qquad (1)$$

Простір з метрикою ρ, у якому введені поняття кута за означенням 1, і його характеристики за формулою (1), будемо позначати Π.

Означення 3. *Будемо казати, що три різні точки простору Π розміщені прямолінійно, якщо квадрат кутової характеристики одного із кутів, утворених цими точками, дорівнює одиниці.*

У випадку, коли виконується рівність $\varphi(a,b,c)=1$, кут $\angle(a,b,c)$ природно назвати нульовим, і казати, що точка b лежить поза точками a і b, а при рівності $\varphi(a,b,c)=-1$ – розгорнутим і казати, що точка b лежить між точками a і b. Для трьох прямолінійно розміщених точок справедливий наступний результат, що вказує на певну їх упорядкованість.

Теорема 1. *Якщо точка b простору Π лежить між точками a і c цього простору, то точка a лежить поза точками b і c, а точка c лежить поза точками a і b.*

Для множини точок метричного простору Π природно ввести наступне означення прямолінійності розміщення її точок [4, с. 527].

Означення 4. *Якщо будь-які три точки деякої підмножини простору Π розміщені прямолінійно, то будемо казати, що ця підмножина розміщена прямолінійно.*

Наведені вище означення дають можливість ввести поняття плоского розміщення точок метричного простору [5, с. 11-12].

Означення 5. *Будемо казати, що точки* a, b, c, d *простору* Π *плоско розміщені, якщо виконується рівність*

$$\begin{vmatrix} 1 & \varphi(a,b,c) & \varphi(a,b,d) \\ \varphi(a,b,c) & 1 & \varphi(c,b,d) \\ \varphi(a,b,d) & \varphi(c,b,d) & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad (2)$$

хоча б для однієї з цих точок (наприклад, для точки b *).*

Аналітично, рівність (2) означає рівність нулю об'єму тетраедра, у якому довжини трьох ребер, що виходять з однієї з вершин, дорівнюють a, b, c [6].

Умову прямолінійного розміщення трьох точок a, b, c простору Π, вказану у означенні 3, можна представити у вигляді наступної рівності

$$\begin{vmatrix} 1 & \varphi(a,b,c) \\ \varphi(a,b,c) & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Якщо порівняти цю рівність з рівністю (2), то на означення 5 можна дивитись, як на певне узагальнення означення 3.

Для множини точок метричного простору Π природно ввести наступне означення плоского розміщення її точок.

Означення 6. *Будемо казати, що множина точок простору* Π *плоско розміщена, якщо будь-які чотири її точки плоско розміщені.*

Введення поняття плоского розміщення точок метричного простору дає можливість ввести поняття суміжності двох кутів [5, с. 11].

Означення 7. *Якщо точки* a, b, c *простору* Π *прямолінійно розміщені, причому, кут* $\angle(a,b,c)$ *є розгорнутим, а точка* d *цього простору така, що виконується рівність*

$$\varphi(a,b,d) = -\varphi(c,b,d), \qquad (3)$$

то кути $\angle(a,b,d)$ *і* $\angle(c,b,d)$ *будемо називати суміжними.*

Використовуючи поняття суміжності кутів можна будувати плоско розміщені множини точок у просторі Π на основі трьох базових прямолінійно розміщених точок цього простору. Справедливий наступний результат [5, с. 12].

Теорема 2. *Нехай точки* a, b, c *простору* Π *прямолінійно розміщені, причому, кут* $\angle(a,b,c)$ *є розгорнутим.*

Для того, щоб точки a, b, c, d *цього простору були плоско розміщеними, необхідно і достатньо, щоб кути* $\angle(a,b,d)$ *і* $\angle(c,b,d)$ *були суміжними.*

У випадку виконання рівності $\varphi(a,b,c)=0$ кут $\angle(a,b,c)$ природно назвати прямим. Для такого випадку справедливий наступний результат [5, с. 12].

Теорема 3. *Нехай для точок* a, b, c, d *простору* Π *кут* $\angle(a,b,c)$ *є прямим.*

Для того, щоб ці точки були плоско розміщені у просторі Π, *необхідно і достатньо, щоб виконувалась рівність*

$$\varphi^2(a,b,d)+\varphi^2(c,b,d)=1.$$

Отже, теорема 3 дає можливість будувати плоско розміщені множини точок у просторі Π на основі трьох базових точок цього простору, що утворюють прямий кут.

Із рівності (2) можна отримати еквівалентну їй рівність, яка теж дає критерій плоского розміщення чотирьох точок простору Π [5, с. 11].

Теорема 4. *Для того щоб точки* a, b, c, d *простору* Π *були плоско розміщені, необхідно і достатньо, щоб виконувалась рівність*

$$\varphi(a,b,c)=\varphi(a,b,d)\varphi(c,b,d)\pm\sqrt{(1-\varphi^2(a,b,d))(1-\varphi^2(c,b,d))} \tag{4}$$

хоча б для однієї з цих точок (наприклад, для точки b *).*

Рівність (4) є аналогом формули косинуса суми та різниці двох кутів, і у геометрії Евкліда означає, що одна із вершин тетраедра, спільна для ребер з довжинами a, b і c, лежить у площині трьох інших вершин і, таким чином, його об'єм дорівнює нулю.

Оскільки усі наведені вище результати стосуються скінченої кількості точок, і використовують лише числове значення відстані між точками, то їх можна застосувати до побудови прямолінійно і плоско розміщених множин точок у конкретних метричних просторах. Ці побудови, завдяки формулам (1) – (4), легко піддаються алгоритмізації та комп'ютерній обробці.

ДЖЕРЕЛА

1. Каган В.Ф. Основания геометрии. Часть 2 / В.Ф. Каган – М.-Л.: Гостехиздат, 1956. – 344 с.
2. Кузьмич В.І. Поняття кута при вивченні властивостей метричного простору. – Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки, № 13, 2016. – С. 26-32.
3. Александров А.Д. Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей / А.Д. Александров – М.-Л.: Гостехиздат, 1948. – 388 с.
4. Каган В.Ф. Очерки по геометрии / В.Ф. Каган – М.: Издательство Московского университета, 1963. – 571 с.
5. Кузьмич В.І. Кутова характеристика у метричному просторі [Електронний ресурс] // Algebraic and geometric methods of analysis: International scientific conference : book of abstracts. – May 31-June 5, 2017,

Odessa, Ukraine. – C. 11-12. – Режим доступу : https://www.imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2017/agma2017_abstracts.pdf

6. Кузьмич В. І., Кузьмич Ю. В. Аналоги формули Юнгіуса об'єму тетраедра. / В. І. Кузьмич, Ю. В. Кузьмич // Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки. – 2012. – № 36(249). – С. 55-64.

ГРУПОВА КЛАСИФІКАЦІЯ В КЛАСАХ ЕВОЛЮЦІЙНИХ РІВНЯНЬ

Локазюк О. В.

Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ

Групові методи аналізу диференціальних рівнянь зараз набувають широкого застосування. Груповий аналіз є дієвим інструментом при знаходженні розв'язків складних задач. Він істотно розширює і уточнює інтуїтивне розуміння симетрії, озброює конструктивними методами її використання, веде до правильної постановки завдань, а в багатьох випадках дозволяє побачити можливі шляхи їх вирішення [2, 3]. Однією з основних робіт у груповому аналізі є стаття І.Ш. Ахатова, Р.К. Газізова, Н.Х. Ібрагімова [1], де вперше систематизовано використання перетворень еквівалентності у задачах групової класифікації. Але вказана робота містить багато технічних помилок, особливо в доведеннях, що ставило під сумнів основні результати цієї статті.

В ході дослідження розглядалися еволюційні рівняння, зокрема проводився груповий аналіз таких рівнянь. Головною метою було відобразити розширення результатів групової класифікації класу рівнянь типу (1):

$$w_t = H(w_{xx}), \qquad (1)$$

де H – довільна гладка функція. Дані рівняння є рівняннями типу нелінійної теплопровідності.

Групову класифікацію класу рівнянь типу (1) було проведено в роботі [1]. Але зазначена робота містить ряд неточностей і помилок в доведеннях, тому під час дослідження заново отримано результат і виправлено доведення авторів. Під час дослідження було сформульовано та доведено такі теореми:

Теорема 1. Групу еквівалентності $\widetilde{G}$ класу $w_t = H(w_{xx})$ породжено перетвореннями (2):