Міністерство освіти і науки України
Херсонський державний педагогічний університет
Кафедра математики

Кузьмич Л.В.
Мельник І.І.

ГЕОМЕТРІЯ

(Методичні вказівки)

Херсон - 2000

Міністерство освіти і науки України
Херсонський державний педагогічний університет

Кафедра математики

Кузьмич Л.В., Мельник І.І.

ГЕОМЕТРІЯ

(методичні вказівки)

Херсон – 2000

Методичні вказівки обговорено на засіданні кафедри
(Протокол № 11 від 6.06.2000 р.)

Схвалено навчально-методичною радою університету (Протокол № 3 від 26.06.2000 р.)

Рекомендовано до видання Вченою радою Херсонського Державного педагогічного університету (Протокол № 7 від 3.07.2000 р.)

Укладачі: Кузьмич Л.В., Мельник І.І.

Рецензенти: Берман В.П. – кандидат педагогічних наук, доцент ХГПУ

Крекнін В.А. – кандидат фізико-математичних наук, доцент ХГПУ

Кузьмич Л.В., Мельник І.І.
Геометрія: Методичні вказівки. – Херсон: Айлант, 2000. - 64 с.

ISBN 966-630-015-X

ПРОГРАМА З КУРСУ "ГЕОМЕТРІЯ" (І-ІІ СЕМЕСТРИ)

Курс геометрії повинен забезпечити розвиток у майбутнього учителя досить широкого погляду на геометрію та озброїти його конкретними знаннями, які дають можливість викладати геометрію у загальноосвітній школі і кваліфіковано вести факультативні курси по геометрії. Головною метою вивчення курсу "Геометрія" студентами на першому курсі університету (І та ІІ семестри) є оволодіння ними елементами аналітичної геометрії, в якій вивчаються основні її поняття, геометричні образи першого та другого порядку на площині та в просторі. Студенти повинні добре оволодіти апаратом векторного числення, який служить основою як для вивчення математики, так і фізики та інших суміжних дисциплін. Програма курсу передбачає читання лекцій, проведення практичних занять, виконання контрольних робіт (по 2 на семестр), колоквіумів. Години на лекції по геометрії розподіляються так: 36 год. у І-му семестрі та 38 год. – у ІІ-му. На практичні заняття відведено відповідно 48 та 34 год. Програмою передбачена систематична самостійна робота студентів (год.).

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

1. Елементи векторної алгебри і аналітичної геометрії. Вектори, їх координати. Лінійні операції над векторами. Скалярний добуток двох векторів.

2. Аналітична геометрія на площині. Метод координат. Пряма лінія на площині. Еліпс, гіпербола, парабола. Загальна теорія кривих 2-го порядку.

3. Аналітична геометрія в просторі. Метод координат. Векторний та мішаний добуток векторів. Площини і прямі. Поверхні другого порядку, задані канонічними рівняннями.

4. Геометричні перетворення. Перетворення площини і простору. Група перетворень і її підгрупи. Рухи на площині.

Література

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч.1, 2. – М.: Просвещение, 1986-1987. – 336 с.
2. Білоусова В.Н., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1973. – 328 с.
3. Базылев В.Т., Дуничев К.И. Сборник задач по геометрии. – М.: Просвещение, 1980. – 240 с.
4. Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Ч.1. – М.: Просвещение, 1973. – 256 с.
5. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1986. – 224 с.
6. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1986. – 224 с.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ПРОГРАМИ КУРСУ ГЕОМЕТРІЇ

Розпочати вивчення курсу доцільно як продовження шкільної геометрії. Саме векторна алгебра, що становить перший блок програми, відповідає цій меті. Студенти повинні розглянути різні означення вектора: як впорядкованої множини точок прямої, як напрямленого відрізка, як паралельного перенесення. Саме з останнім означенням вони ознайомлювались в курсі геометрії загальноосвітньої школи.

Другий блок програми тісно пов'язаний з питаннями, які мали місце в шкільному курсі геометрії, а саме, з методом координат і прямою лінією на площині. Але новими є поняття перетворення системи координат. При вивченні цих питань потрібно наголосити на практичному застосуванні полярної системи у фізиці, астрономії тощо. При вивченні кривих другого порядку, заданих канонічними рівняннями, тобто еліпса, гіперболи, параболи, слід звернути увагу на дослідження їх форм, оптичні та фокальні властивості, які широко застосовуються в оптиці. Розглядаючи загальну теорію кривих другого порядку, слід більш детально зупинитися на класифікації кривих та загальному спрощенні їх рівнянь.

Третій блок розглядає питання про різні системи координат у просторі. При цьому використовується велика кількість прикладів з курсу математики загальноосвітньої школи. При вивченні векторного та мішаного добутків векторів, які є новим поняттям, наголошується на кінцевому результаті того чи іншого добутку, а також на алгебраїчних та геометричних властивостях цих добутків, зокрема на обчислення площі трикутника та об'єму тетраедра. При вивченні поверхонь другого порядку слід підкреслити, які з них мали місце у шкільному курсі геометрії, продемонструвати моделі розглядуваних поверхонь, а також виконати самостійну домашню роботу на побудову їх за допомогою перерізів.

ПЛАНИ-КОНСПЕКТИ ЛЕКЦІЙ З КУРСУ "ГЕОМЕТРІЯ"

І СЕМЕСТР

ЛЕКЦІЯ 1. Тема: Геометрія, її роль і місце в математиці.

План:

1. Предмет і метод курсу "Аналітична геометрія". Історичний екскурс (від Декарта до Гільберта).
2. Обґрунтування необхідності вивчення курсу для підготовки майбутнього вчителя математики. Зв'язок з шкільним курсом геометрії.
3. Зауваження та пропозиції до засвоювання теоретичного і практичного матеріалу, конспектування; робота з підручником; підготовка до лекції і практичного заняття. Методи і терміни контролю протягом навчального року. Підготовка до колоквіуму і контрольних робіт. Вимоги на екзаменах та заліках.

Література:

1. Інформаційний кур'єр ректорату. ХДПУ, Вип. XIII, XIV. - Херсон, 2000.
2. Адамар Ж. Історія геометрії. Ч.1,2. - Київ, 1955.

ЛЕКЦІЯ 2. Тема: Елементи векторної алгебри на площині.

План:

1. Операції над векторами та їх властивості. Означення лінійного простору. Приклади.
2. Лінійна залежність векторів простору V2. Базис та розмірність; правило паралелограма.
3. Скалярний добуток та його властивості. Основна формула для обчислення скалярного добутку двох векторів.

Зміст лекції:

Розглядається множина всіх направлених відрізків геометричної площини. Вводиться поняття вектора як елемента лінійного простору. Операції визначаються за допомогою вибраної декартової системи координат. Доводиться правило трикутника і незалежність скалярного добутку від вибраної системи координат S. Розглядаються приклади задач на застосування правила паралелограма у шкільному курсі геометрії.

Література:

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа - Київ, 1986. - С.5-29.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч.1. - Москва, 1986.

3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М., 1998. - С.155-167.

ЛЕКЦІЯ 3. Тема: Застосування векторної алгебри до елементарної геометрії.

План:

1. Основні задачі на застосування скалярного добутку векторів.
2. Деякі властивості трикутників та чотирикутників.
3. Векторне доведення теореми шкільного курсу геометрії.

Зміст лекції:

Обчислення кута між векторами; геометричний зміст декартових координат вектора на площині. Направляючі косинуси вектора. Необхідні і достатні умови колінеарності двох векторів. Основні задачі: про медіани трикутника; про центр ваги системи точок площини. Теорема про висоти трикутника. Про доцільність застосування апарату векторної алгебри у шкільному курсі геометрії.

Література:

1. Атанасян Л.С. Геометрія.Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С.39-47.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрія - Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія – К.6: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В.Геометрія,7-11 кл. - М., 1998. - С.169-172.

ЛЕКЦІЯ 4. Тема: Афінна система координат та її орієнтація.

План:

1. Афінна система координат на площині; декартова система координат.
2. Ділення відрізка у заданому відношенні.
3. Орієнтація площини; кут між векторами на орієнтованій площині.

Зміст лекції:

Вводяться загальні декартові координати точок на площині і, як частинний випадок, прямокутні декартові системи координат. Приводяться приклади таких систем (задача про шестикутник; задача про центр ваги трикутника). Виводяться формули ділення відрізка у заданому відношенні. Вводяться поняття орієнтації площини і доводиться теорема про існування двох орієнтацій площини. Виводяться формули для обчислення орієнтованого кута між двома векторами.

Література:

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С. 48-55.

2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрія. - Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В.,Геометрія,7-11 кл., М., 1998. - С. 155-167.

ЛЕКЦІЯ 5. Тема: Метод координат на геометричній площині.

План:

1. Формули перетворення афінних систем координат.
2. Полярні координати та їх зв'язок з декартовими.
3. Метод координат на площині. Алгебраїчні лінії; коло.

Зміст лекції:

Для двох довільних афінних систем координат і довільної точки М виводяться формули, які виражають координати точки М у системі S через координати точки М у системі S′. Розглядаються формули перетворення прямокутних систем координат. Вводиться поняття полярної системи координат і розглядається їх зв'язок з прямокутними координатами. На прикладах розкривається зміст методу координат на геометричній площині. Доводиться теорема, що поняття алгебраїчної лінії не залежить від вибору системи координат.

Література:

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С. 56-71.
2. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. - К.: Вища школа, 1992.
3. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М., 1998. - С. 155-167.

ЛЕКЦІЯ 6. Тема: Застосування методу координат до вивчення кривих геометричної площини.

План:

1. Геометричні властивості деяких кривих вищих порядків.
2. Застосування методу координат до доведення теорем і розв'язування задач елементарної геометрії.

Зміст лекції:

Застосовується метод координат до вивчення геометричних властивостей деяких відомих кривих вищих порядків. У прямокутній або полярній системі координат визначаються криві: циклоїда, епіциклоїда, гіпоциклоїда, конхоїда, слимак Паскаля, овал Кассіні, спіраль Архімеда. Доводиться теорема Стюарта, Менелая і деякі задачі на пряму і коло. Детально розглядається коло Аполлонія.

Література:

1. Атанасян Л.С. Геометрія.Ч.1. – К.: Вища школа,1986. - С.72-82.

2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. - Ч.1. - Москва,1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. - К.: Вища школа,1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М.,1998. - С.155-167.

ЛЕКЦІЯ 7. Тема: Пряма лінія на геометричній площині.

План:

1. Векторне та параметричне рівняння прямої.
2. Загальне рівняння прямої. Геометричній зміст коефіцієнтів загального рівняння прямої.
3. Умови, які визначають півплощину. Аналітичне задання півплощини.

Зміст лекції:

Пряма лінія визначається фіксованою точкою і вектором. Дається: векторне і параметричне рівняння прямої; рівняння прямої за допомогою визначника; рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом; рівняння прямої, що проходить через дві задані точки. Доводиться теорема, що відносно довільної афінної системи координат S пряма лінія задається рівнянням Ax+By+C=0. Розкривається геометричний зміст коефіцієнтів A та B, а також нерівностей:

Ax+By+C>0 та Ax+By+C<0.

Література:

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. - К.: Вища школа, 1986. - С.82-88.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрія. Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М., 1998. - С. 155-167.

ЛЕКЦІЯ 8. Тема: Геометрія прямих ліній на площині.

План:

1. Взаємне розміщення прямих; пучок прямих; умова належності трьох прямих одному пучку.
2. Віддаль від точки до прямої; кут між двома прямими.
3. Основні задачі на пряму лінію.

Зміст лекції:

Знаходяться необхідні і достатні умови того, щоб два загальні рівняння визначали одну пряму лінію. Дається рівняння пучка прямих . Доводиться, що три прямі лінії належать одному пучку тоді і тільки тоді, коли визначник 3-го порядку, складений з їх координат, дорівнює нулеві. Виводиться формула віддалі від точки до прямої . Наводяться приклади розв'язування задач на пряму лінію (шість основних задач). Виводиться умова паралельності і перпендикулярності двох прямих.

Література:

1. Атанасян Л.С. Геометрія Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С. 89-102.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М., 1998. - С. 155-167.

ЛЕКЦІЯ 9. Тема: Застосування теорії прямої до розв'язування задач елементарної геометрії.

План:

1. Приклади доведення теорем елементарної геометрії.
2. Приклади розв'язування задач на застосування теорій прямої лінії.

Зміст лекції:

Теорія прямої лінії застосовується до розв'язування задач шкільного курсу геометрії. Дається доведення теореми про медіани трикутника. Доводиться, що центр S описаного кола, центр ваги G і ортоцентр H довільного трикутника лежать на одній прямій (прямій Ейлера). Розглядається задача про проекцію. Доводиться, що висоти трикутника перетинаються в одній точці.

Література:

1. Атанасян Л.С. Геометрія Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С.103-107.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М., 1998. - С. 125-137.

ЛЕКЦІЯ 10. Тема: Геометричні властивості еліпса.

План:

1. Означення та вивід рівняння еліпса.
2. Вивчення геометричних властивостей еліпса за рівнянням.
3. Параметричне рівняння еліпса; директриси еліпса.
4. Побудова точок еліпса: на основі означення, за заданими осями.

Зміст лекції:

Вводяться поняття кривої 2-го порядку. Дається означення еліпса і виводиться його рівняння у декартовій системі координат. За канонічним рівнянням вивчаються геометричні властивості еліпса за схемою: 1) перетин кривої з осями координат, 2) симетрія відносно осей і початку координат, 3) перетин кривої з прямими, що проходять через початок координат. Виводиться параметричне рівняння еліпса. Вводиться поняття директриси і розкривається її геометричний зміст. Даються два способи побудови точок еліпса за допомогою циркуля і лінійки.

Література:

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С. 185-196.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М., 1998. - С. 155-167.

ЛЕКЦІЯ 11. Тема: Гіпербола та її геометричні властивості.

План:

1. Означення гіперболи; вивід канонічного рівняння; основні властивості.
2. Асимптоти гіперболи; рівнобічна гіпербола.
3. Ексцентриситет гіперболи; побудова точок гіперболи.

Зміст лекції:

Дається вивід канонічного рівняння гіперболи, на основі якого виводяться геометричні властивості гіперболи. Доводиться теорема про асимптоти гіперболи. Розкривається директоріальна властивість гіперболи. Дається спосіб побудови точок гіперболи за допомогою циркуля і лінійки. Розглядається залежність форми гіперболи від величини ексцентриситету.

Література:

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С. 197-207.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. 1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М., 1998. - С. 155-167.

ЛЕКЦІЯ 12. Тема: Парабола та її геометричні властивості.

План:

1. Виведення рівняння параболи.
2. Вивчення властивостей параболи за канонічним рівнянням.
3. Ексцентриситет параболи; побудова точок параболи. Оптичні властивості параболи.

Зміст лекції:

Дається означення параболи і виводиться її канонічне рівняння відносно прямокутної системи координат. Основні властивості параболи доводяться на основі канонічного рівняння (перетин з осями координат, симетрія відносно осі координат, перетин прямих, що проходять через початок координат з параболою). Вияснясться геометричний зміст ексцентриситету параболи. Розкривається спосіб побудови точок параболи за допомогою циркуля і лінійки.

Література:
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С.207-211.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М., 1998. - С. 155-167.

ЛЕКЦІЯ 13. Тема: Геометричні множини точок що призводять до 2-го порядку.

План:

1. Задачі на множини точок, що призводять до еліпса гіперболи і параболи.

2. Рівняння кривих 2-го порядку у полярній системі координат (для еліпса, гіперболи і параболи).

Зміст лекції:

Розглядається ряд задач на множини точок, які призводять до еліпса гіперболи і параболи. Директоріальні властивості використовуються для єдиного означення невиродженої кривої 2-го порядку. Доводиться теорема про виведення рівняння еліпса, гіперболи і параболи у полярній системі координат в залежності від значення ексцентриситету. Основні задачі на ГМТ:

1) Відрізок сталої довжини ковзає своїми кінцями на двох взаємно перпендикулярних прямих. Знайти траєкторію руху точки М., що лежить на цьому відрізку.

2) Через вершину параболи проведено хорди .Скласти рівняння множини середин цих хорд.

3) Розглядається множина точок, що мають стале відношення відстаней до заданої точки і прямої. Знайти рівняння цього ГМТ.

Література:
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа,1986. – С. 211-218.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрія Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М.,1998. - С.155-167.

ЛЕКЦІЯ 14. Тема: Загальне рівняння лінії другого порядку.

План:

1. Алгебраїчні лінії; загальне рівняння лінії 2-го порядку; приклади.

2. Перетин ліній 2-го порядку з прямою; шість можливих випадків взаємного розташування прямої l і лінії 2-го порядку w.

3. Асимптотичні напрямки на геометричній площині відносно заданої лінії 2-го порядку.

Зміст лекції:

Доводиться теорема про те, що поняття алгебраїчної лінії 2-го порядку не залежить від вибору афінної системи координат; наводяться приклади ліній 2-го порядку: еліпс, гіпербола, парабола, пара прямих. Умова того, що крива g є невиродженою лінією 2-го порядку. Складається рівняння перетину прямої l і лінії g: $Pt^2+2Qt+R=0$. На основі аналізу цього рівняння встановлюється, що існує рівно шість випадків взаємного розташування прямої l і кривої g. Дається означення асимптотичного напрямку і доводиться основна теорема: нехай лінія g задається рівнянням $F(x,y)=0$ і $\delta=a_{11}a_{22}-a_{12}^2$. Якщо $\delta>0$, то відносно лінії g не існує асимптотичного напрямку. Якщо $\delta<0$, то є два асимптотичних напрямки. Якщо $\delta=0$, то лише один асимптотичний напрямок.

Література:
1. Атанасян Л.С. Геометрія Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. – С. 48-55.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч.1. - Москва, 1986. – С. 88-93.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М., 1998. – С. 155-167.

ЛЕКЦІЯ 15. Тема: Центр лінії 2-го порядку. Дотична до лінії 2-го порядку.

План:

1. Необхідна і достатня умова того, щоб точка С була центром лінії 2-го порядку.

2. Дослідження кривої 2-го порядку на предмет існування центрів.

3. Теорема про існування дотичної до невиродженої лінії 2-го порядку.

Зміст лекції:

Складається рівняння ГМТ середин хорд кривої g і паралельних заданому вектору; дається означення центру і доводиться теорема про існування центру кривої. Аналіз рівняння центрів дає три випадки для кривої g: крива має один центр (центральна крива), крива має лінію центрів, крива g не має жодного центра. Вводиться поняття дотичної і доводиться, що у кожній точці невиродженої кривої існує дотична. Далі виводиться рівняння дотичної до еліпса, гіперболи і параболи.

Література:
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С. 93-97.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрія. Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М.,1998. – С. 155-167.

ЛЕКЦІЯ 16. Тема: Головні та спряжені напрямки кривої 2-го порядку.

План:

1. Діаметри лінії 2-го порядку. Спряжені напрямки.
2. Теорема про незалежність поняття спряженості від вибору афінної системи координат.
3. Головні напрямки і головні діаметри лінії 2-го порядку .Теорема про існування головних діаметрів.

Зміст лекції:

Теорема про існування діаметра у лінії 2-го порядку доведення таких тверджень: 1) якщо лінія має центри, то кожний центр належить діаметру цієї лінії; 2) для нецентральної лінії 2-го порядку всяка пряма неасимптотичного напрямку, що проходить через центр, є діаметром цієї лінії; 3) діаметр нецентральної лінії має асимптотичний напрямок. Доводиться, що центральна лінія (не коло) має два і тільки два головних діаметри; нецентральна лінія має один головний центр.

Література:
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С. 48-55.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрія. Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія – К.: Вища школа,1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія,7-11 кл. - М., 1998. - С.155-167.

ЛЕКЦІЯ 17. Тема: Класифікація ліній 2-го порядку.

План:

1. Загальні питання класифікації ліній 2-го порядку.
2. Класифікація центральних ліній 2-го порядку.
3. Класифікація нецентральних ліній 2-го порядку.

Зміст лекції:

Спрощення рівняння кривої 2-го порядку за допомогою паралельного перенесення і повороту прямокутної системи координат. Основні

інваріанти таких перетворень: I, δ і Δ. Класифікація центральних ліній за допомогою виділення повних квадратів. Для дослідження центральних ліній використовується паралельне перенесення початку координат у точку, що лежить на головному діаметрі. Доводиться існування рівно дев'яти типів ліній 2-го порядку.

Література:
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С. 48-55.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрія. Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія, 7-11 кл. - М., 1998. - С.155-167.

ЛЕКЦІЯ 18. Тема: Зведення рівняння ліній 2-го порядку до канонічного виду і побудова її точок.

План:

1. Загальна схема зведення рівняння центральної лінії до канонічного виду.
2. Схема зведення рівняння нецентральної лінії 2-го порядку до канонічного виду.
3. Приклади, які змальовують вказані схеми зведення загального рівняння кривої до канонічного виду.

Зміст лекції:

Загальна схема зведення рівняння ліній 2-го порядку полягає у знаходженні головних напрямків, які приймаються за нові осі координат. Складається характеристичне рівняння і знаходяться координати нових одиничних векторів. Формули перетворення координат приводять до канонічного рівняння центральної кривої. Розглядаються чотири приклади: на центральну криву; на параболу; на пару прямих, що перетинаються; на пару паралельних прямих. У випадку виродженої кривої (Δ=0) дається іншій спосіб спрощення рівняння (метод виділення повних квадратів).

Література:
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч.1. – К.: Вища школа, 1986. - С. 48-55.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрія. Ч.1. - Москва, 1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов А.В. Геометрія. 7-11 кл. - М., 1998. - С. 155-167.

ЛЕКЦІЯ 1. Тема: Метод координат у просторі

План

1. Координати точок у просторі. Розв'язування найпростіших задач в координатах.
2. Орієнтація геометричного простору.
3. Формули перетворення координат у геометричному просторі.

Зміст лекції:

Базис векторного простору; його різні означення; теорема про компланарність трьох векторів; формули ділення відрізка у заданому відношенні; віддаль між двома точками; доведення існування рівно двох орієнтацій геометричного простору; вивід формул перетворення афінних систем координат ; матриця переходу від одного ортонормованого базису до іншого.

Література.

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986,. - С.255-268ю.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч . 1. - М.,1986. - С.155-162.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994. - 185-186.

ЛЕКЦІЯ 2. Тема: Векторний добуток векторів

План:

1. Алгебраїчні та геометричні властивості векторного добутку двох векторів. Антикомутативність і дистрибутивність векторного добутку.
2. Застосування векторного добутку до обчислення площі трикутника.
3. Вираз векторного добутку через координати співмножників. Властивості векторного добутку, відмінні від властивостей добутку чисел.

Зміст лекції:

Дається геометричне означення векторного добутку двох векторів у просторі; розкривається таблиця множення базисних ортонормованих векторів ; виводяться формули для обчислення векторного добутку у координатах; доводиться антикомутативність, дистрибутивність векторного добутку; розкривається геометричний зміст векторного добутку; дається вивід формули для обчислення площі трикутника, заданого координатами своїх вершин.

Література.

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С.274-279.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч. 1. - М.,1986. - С.166-170.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 3. Тема: Мішаний добуток векторів та його застосування

План

1. Визначення мішаного добутку трьох векторів; його геометричний зміст.
2. Обчислення мішаного добутку через визначник третього порядку.
3. Властивості мішаного добутку трьох векторів; об'єм тетраедра.

Зміст лекції:

Теорема про вираз мішаного добутку через об'єм паралелепіпеда; обчислення мішаного добутку через координати заданих векторів; необхідна і достатня умова компланарності трьох векторів; умова компланарності чотирьох точок; доведення основних властивостей мішаного добутку; обчислення об'єму тетраедра за координатами його вершин.

Література.

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С.268-273.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч. 1. - М.,1986. - С.163-166.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 4. Тема: Застосування методу координат у просторі і векторної алгебри до елементарної геометрії

План:

1. Метод координат у просторі; рівняння поверхні відносно прямокутної системи координат.
2. Геометрія тетраедра; властивості центру ваги тетраедра; властивості медіан тетраедра; основні формули для обчислення елементів правильного тетраедра;
3. Застосування векторного і потрійного добутку до розв'язування задач елементарної геометрії.

Зміст лекції:

Дається означення геометричної фігури в просторі та її рівняння відносно декартової системи координат; виводиться, як приклад, рівняння сфери; досліджується множина точок простору, для кожної з яких сума квадратів віддалей до двох заданих точок є величина стала; показується застосування методу координат до вивчення геометрії тетраедра; розглядаються задачі елементарної геометрії , розв'язування яких дається координатним методом.

Література.
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986 - С.279-284.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч. 1. - М.,1986. - С.170-175.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 5. Тема: Площина в загальній декартовій системі координат

План:

1. Поняття рівняння поверхні; векторне рівняння площини; параметричне рівняння площини у вигляді визначника третього порядку.

2. Загальне рівняння площини; теорема про визначення площини лінійним рівнянням; геометричний зміст коефіцієнтів у загальному рівнянні площини; особливості розташування площини відносно системи координат.

Зміст лекції:

Площина визначається точкою і двома некомпланарними векторами, виходячи із векторного рівняння площини, одержується параметричне і інші відомі рівняння площини; доводиться теорема , що всяка площина відносно афінної системи координат задається лінійним рівнянням від трьох змінних; вводиться поняття нормалі і розкривається геометричний зміст коефіцієнтів ; доводиться лема про паралельність вектора і площини.

Література.
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С.285-292.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч. 1. - М.,1986. - С.176-181.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.:Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 6. Тема: Взаємне розміщення площин. Пучок і в'язка площин

План:

1. Постановка задачі про взаємне розташування двох і трьох площин. Доведення теореми про можливі випадки розташування площин.

2. Кут між двома площинами; умова паралельності і перпендикулярності двох площин.

3. Рівняння пучка площин, які перетинаються; рівняння пучка паралельних прямих, рівняння в'язки площин.

Зміст лекції:

Проводиться дослідження системи двох і трьох лінійних рівнянь з трьома невідомими, на основі якого робиться висновок про взаємне розташування площин у просторі; виводиться умова паралельності і перпендикулярності двох площин на основі їх загальних рівнянь; дається вивід пучка і в'язки площин геометричного простору; розкривається застосування отриманих формул до розв'язування задач елементарної геометрії.

Література.
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С.292-302.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч.1. - М.,1986. - С.181-184.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 7. Тема: Метричні задачі теорії площини

План:

1. Нормальний вектор площини і нормальне рівняння площини відносно декартової системи координат.

2. Обчислення відстані від точки до площини; обчислення кута між двома площинами.

3. Геометричний зміст лінійних нерівностей з трьома змінними.

Зміст лекції:

Доводиться теорема, яка визначає геометричний зміст вектора $\bar{n} = \{A, B, C\}$ відносно площини Ax+By+Cz+D=0; вивід нормального рівняння площини; спосіб зведення загального рівняння до нормального рівняння; формула відстані від точки до площини (з доведенням); визначення відношення, в якому площина поділяє даний відрізок; умова розміщення двох точок по обидва боки від площини; лінійні нерівності, які характеризують області, обмежені площинами.

Література
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С.299-306.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч. 1. - М., 1986 - С.184-186.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. - К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 8. Тема: Пряма лінія в просторі

План:

1. Визначення прямої та її векторне рівняння; параметричне рівняння прямої; рівняння прямої, що проходить через дві задані точки; канонічне рівняння прямої.
2. Пряма як лінія перетину двох площин; зведення загального рівняння прямої до канонічного.
3. Взаємне розташування прямої і площини; кут між прямою і площиною.

Зміст лекції:

Пряма лінія визначається точкою і ненульовим вектором; із векторного рівняння виводиться параметричне рівняння , канонічне рівняння і рівняння прямої , що проходить через дві задані точки. Задання прямої як перетин двох площин, знаходження направляючого вектора прямої; умова, при якій дві прямі лежать в одній площині; теорема про взаємне розташування двох прямих; взаємне розміщення прямої і площини.

Література
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С. 307-314.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч. 1. - М., 1986 - С.186-192.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. - К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 9. Тема: Метричні задачі на пряму і площину

План:

1. Обчислення кута між двома прямими; обчислення кута між прямою і площиною.
2. Обчислення відстані від точки до прямої; між двома мимобіжними прямими.
3. Застосування теорії площини і прямої до стереометрії.

Зміст лекції:

Обчислення кута між прямими за координатами направляючих векторів; вивід формули для обчислення $\sin\varphi$, де φ - кут між прямою і площиною; формула для обчислення відстані від точки до прямої дається у векторній і координатній формі; дається вивід формули для обчислення віддалі між двома мимобіжними прямими; розглядаються задачі з елементарної геометрії (на тетраедр; на мимобіжні прямі).

Література
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч. 1. - М., 1986
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. - К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 10. Тема: Поверхні та методи їх вивчення

План:

1. Поверхні другого порядку. Метод перерізів.
2. Поверхні обертання та їх рівняння; сферичні поверхні.
3. Циліндричні поверхні та їх класифікація.

Зміст лекції:

Визначення алгебраїчної поверхні; теорема про незалежність від вибору системи координат; суть методу перерізів при дослідженні поверхні; теорема про рівняння перерізу поверхні площиною; вивід рівняння поверхні обертання навколо осі OZ; означення циліндричних поверхонь та їх класифікація (еліптичний циліндр, гіперболічний циліндр, параболічний циліндр, пара площин).

Література.
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С. 351-364.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч.1. - М.,1986. - С. 216-223.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 11. Тема: Конічні поверхні та їх перерізи

План:

1. Визначення конічної поверхні; загальна схема знаходження рівняння такої поверхні, якщо задано вершину і направляючу криву.
2. Конічні поверхні другого порядку; загальне рівняння конуса.
3. Теорема про конічні перерізи кругового конуса.

Зміст лекції:

Способи завдання конічної поверхні; знаходження рівняння конічної поверхні; дослідження конуса другого порядку за допомогою перерізу площинами; теорема про існування лише трьох типів перерізів (еліптичний, параболічний і гіперболічний).

Література.

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч.1. - М.,1986.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 12. Тема: Дослідження поверхонь другого порядку

План:

1. Загальна схема дослідження поверхонь другого порядку за їх канонічними рівняннями.
2. Геометричні властивості еліпсоїда; дотична площина до еліпсоїда; сфера.
3. Теорема про афінну еквівалентність сфери і еліпсоїда.

Зміст лекції:

Всі поверхні другого порядку визначаються за допомогою канонічних рівнянь відносно декартової системи координат; дослідження поверхонь проводиться за схемою: а) проходження поверхні через початок координат; б) визначення точок перетину поверхонь з осями координат; в) дослідження поверхонь на симетрію відносно координатних осей, координатних площин та початку координат; г) перетин поверхні з прямими, що проходять через початок координат; д) визначення області зміни змінних канонічного рівняння; е) вивчення форми поверхні методом перерізу. За схемою вивчаються властивості еліпсоїда і дається вивід дотичної площини. Доводиться, що кожний еліпсоїд можна одержати із деякої сфери за допомогою послідовного стиску до двох взаємно перпендикулярних площин.

Література.

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С. 373-375.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч.1. - М.,1986. - С. 228-230.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 13. Тема: Гіперболоїди та їх властивості

План:

1. Геометричні властивості однопорожнинного гіперболоїда.
2. Прямолінійні твірні однопорожнинного гіперболоїда.
3. Властивості двопорожнинного гіперболоїда.

Зміст лекції:

Дається означення однопорожнинного гіперболоїда за допомогою канонічного рівняння; проводиться дослідження поверхні за загальною схемою ; вводиться поняття карти поверхні на площині XOY; доводиться існування двох сімейств прямолінійних твірних; дається їх рівняння та доводяться основні властивості (дослідження двопорожнинного гіперболоїда пропонується провести самостійно). Наводяться приклади на знаходження системи прямолінійних твірних.

Література.

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С. 376-381
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч.1. - М.,1986. - С. 230-235, 238-239.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 14. Тема: Геометричні властивості гіперболоїдів

План:

1. Еліптичний параболоїд та його властивості.
2. Гіперболічний параболоїд та його властивості.
3. Прямолінійні твірні гіперболічного параболоїда.

Зміст лекції:

За загальною схемою, використовуючи канонічне рівняння, досліджується еліптичний параболоїд і гіперболічний параболоїд; доводиться існування прямолінійних твірних гіперболічного параболоїда; виводиться їх рівняння; головні параболи гіперболічного параболоїда; приклади на обчислення прямолінійних твірних.

Література.

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С. 382-388.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч.1. - М.,1986. - С. 235-237; 240-241.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 15. Тема: Група рухів площини

План:

1. Перетворення множини; група перетворень і її підгрупи; групова еквівалентність геометричних фігур.

2. Рух площини і його характеристика за допомогою пари декартових систем координат.

3. Основні властивості руху геометричної площини; приклади рухів (паралельне перенесення, обертання, симетрія відносно прямої, ковзна симетрія).

Зміст лекції:

Взаємне відображення множини у саму себе називається перетворенням цієї множини; сукупність S(x) всіх перетворень множини X відносно суперпозиції (послідовного застосування) утворює групу; підгрупи групи S(x); приклади груп перетворень; якщо G - довільна група перетворень геометричної площини, то дві геометричні фігури називаються H -еквівалентними, якщо існує перетворення із H, яке одну геометричну фігуру переводить на другу; доводиться, що пара декартових систем координат однозначно визначає рух площини; дається вивід основних властивостей руху площини; наводяться приклади рухів, які зустрічаються у ШКМ.

Література.
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С. 146-150
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч.1. - М.,1986. - С. 111-119.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 16. Тема: Аналітична характеристика руху геометричної площини

План:

1. Теорема про рух і орієнтацію геометричної площини; рухи першого і другого роду.

2. Характеристика руху за допомогою лінійного перетворення; ортоганальна матриця; теорема про аналітичну характеристику руху.

3. Аналітична характеристика: паралельного перенесення; повороту, осьової симетрії, ковзної симетрії.

Зміст лекції:

Доводиться, що всякий рух або змінює, або зберігає орієнтацію площини; дається аналітична характеристика руху відносно довільної декартової системи координат, необхідна і достатня умова ортогональності матриці другого порядку; доводиться теорема про характеристику руху лінійним перетворенням з ортоганальною матрицею; одержані результати застосовуються до знаходження аналітичної характеристики конкретних рухів площини.

Література.
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С. 124-130
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч.1. - М.,1986. - С. 120-122.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 17. Тема: Класифікація рухів геометричної площини

План:

1. Характеристика руху за допомогою інваріантних точок і інваріантних прямих.

2. Класифікація рухів першого роду.

3. Класифікація рухів другого роду.

Зміст лекції:

Теорема про те, що якщо рух не має інваріантних точок, то він має інваріантну пряму; доводиться, що рух, який промінь переводить на себе, є тотожним перетворенням, або симетрією відносно прямої; дається характеристика руху з не більш ніж однією нерухомою точкою, рухи з однією інваріантною точкою; рухи, що не мають інваріантних точок; доводиться, що існує лише шість типів рухів геометричної площини.

Література.
1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С. 166-167.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч.1. - М.,1986. - С. 123-127.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ЛЕКЦІЯ 18. Тема: Група рухів площини та її підгрупи; загальне означення геометрії

План:

1. Характеристика добутку центральних симетрій і добутку осьових симетрій.

2. Теорема про характеристику руху за допомогою осьових симетрій.

3. Конгруентність геометричних фігур; основні ознаки рівності трикутників; група симетрій геометричної фігури.

Зміст лекції:

Доводиться, що добуток двох центральних симетрій є паралельне перенесення; досліджується добуток двох осьових симетрій; теорема про те, що рух є або осьовою симетрією, або добутком не більш ніж трьох осьових симетрій; три ознаки рівності трикутників; вивчається група симетрій геометричної фігури; дається загальне означення геометрії.

Література.

1. Атанасян Л.С. Геометрія. Ч. 1. - Київ, 1986. - С. 167-173.
2. Атанасян Л.С., Базилєв В.Г. Геометрія. Ч.1. - М.,1986. - С. 127-134.
3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1992.
4. Погорєлов О.В., Геометрія, 7-11 кл. - Київ, 1994.

ТЕМАТИКА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ГЕОМЕТРІЇ

І СЕМЕСТР

Заняття № 1. Тема: Вектори. Дії над векторами.

Аудиторні завдання:

1. Нехай A, B, C, D – довільні точки і нехай M, N, P, Q - середини відрізків AB, BC, CD, DA відповідно. Довести, що направлені відрізки $\overline{MN}$ і $\overline{QP}$ еквіполентні.

2. Довести, якщо точка M – центр ваги (точка перетину медіан) трикутника ABC, то $\overline{MA}+\overline{MB}+\overline{MC}=\overline{0}$ і для будь-якої точки O виконується рівність $\overline{OM}=\frac{1}{3}(\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC})$.

3. За яких умов для ненульових векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ виконується рівність: $|\overline{a}+\overline{b}|=|\overline{a}-\overline{b}|$?

4. Три вектори $\overline{AB}=\overline{c}$, $\overline{BC}=\overline{a}$, $\overline{CA}=\overline{b}$ є сторонами трикутника. За допомогою $\overline{a}$, $\overline{b}$ і $\overline{c}$ виразити вектори, які співпадають з медіанами трикутника: $\overline{AM}$, $\overline{BN}$ і $\overline{CP}$.

Домашнє завдання: [1], №№ 15, 18, 25, 30, 11.

Література:

1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.
2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 2. Тема: Координати вектора

Аудиторні завдання:

1. Дана трапеція ABCD ($\overline{DC}=k\overline{AB}$). Точки M і N – середини основ AB і DC, (AC)$\cap$(DB)=P. Знайти координати векторів $\overline{CB}$, $\overline{MN}$, $\overline{AP}$, $\overline{PB}$, якщо вектори $\overline{AB}$ і $\overline{AD}$ - базисні.

2. На площині задані три вектори своїми координатами відносно деякого базису: $\bar{a}(4,-2)$, $\bar{b}(3,5)$, $\bar{c}(-2,-12)$. Представити вектор $\bar{c}$ як лінійну комбінацію векторів $\bar{a}$ і $\bar{b}$.

3. Нехай $\overline{e_1}, \overline{e_2}$ - базис простору V. Довести, що вектори $\bar{a} = a_1\overline{e_1} + a_2\overline{e_2}$, $\bar{b} = b_1\overline{e_1} + b_2\overline{e_2}$ колінеарні тоді і тільки тоді, коли $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = 0$.

4. Точка M – центр ваги трикутника ABC. Розкласти: 1) $\overline{MA}$ за векторами $\overline{BC}$, $\overline{CA}$; 2) $\overline{AB}$ за векторами $\overline{MB}$, $\overline{MC}$; 3) $\overline{OA}$ за векторами $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OM}$, де O – довільна точка простору.

5. Точки P та Q – середини протилежних ребер BC і AD тетраедра, G – центр його ваги. Взявши вектори $\overline{GA}$, $\overline{GB}$, $\overline{GC}$ за базисні, знайти координати вектора $\overline{PQ}$.

Домашнє завдання: №№ 54, 61, 62, 45(2).

Література:
1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.

Заняття № 3. Тема: Застосування векторів в шкільному курсі геометрії

Аудиторні завдання:

1. Точка M – середина відрізка AB, а O – довільна точка простору. Довести, що $\overline{OM} = \frac{1}{2}(\overline{OA} + \overline{OB})$.

2. Довести обернену теорему Піфагора: трикутник ABC є прямокутним з прямим кутом A, якщо $BC^2=AB^2+AC^2$.

3. В трикутнику ABC обчислити довжину медіани $т_a$, якщо відомо кут A і дві сторони: AB=c, AC=b.

4. Довести, що кут θ між протилежними ребрами тетраедра обчислюється за формулою $\cos\theta = \frac{c^2 + c'^2 - b^2 - b'^2}{2aa'}$, де a, a' - довжини ребер, що розглядаються, а b, b', c, c' - довжини двох інших пар протилежних ребер.

5. Довести, що коли в тетраедрі дві пари протилежних ребер взаємно перпендикулярні, то і третя пара ребер теж взаємно перпендикулярна.

Домашнє завдання: задачі 2, 5, 7.

Література:
1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2 ч. Ч.1. – М.: Проссвещение, 1986. – С.32 – 34.

Заняття № 4. Тема: Скалярний добуток векторів

Аудиторні завдання:

1. Чи має скалярний добуток векторів властивості, аналогічні властивостям добутку чисел: 1) якщо ab=0, то хоча б одне з чисел a чи b дорівнює нулю; 2) ab=ba.

2. Обчислити скалярний добуток $\bar{a}\cdot\bar{b}$, якщо $\bar{a}=3\bar{p}-2\bar{q}$ і $\bar{b}=\bar{p}+4\bar{q}$, де $\bar{p}$ і $\bar{q}$ - одиничні взаємно перпендикулярні вектори.

3. Знайти довжину вектора $\bar{a}=3\bar{m}-4\bar{n}$, якщо $\bar{m}$ і $\bar{n}$ - взаємно перпендикулярні орти.

4. Обчислити кут між векторами $\bar{a}=3\bar{p}+2\bar{q}$ та $\bar{b}=\bar{p}+5\bar{q}$, де $\bar{p}$ і $\bar{q}$ - одиничні взаємно перпендикулярні вектори.

5. Знаючи розклад вектора $\bar{q}=6\bar{m}-2\bar{n}+3\bar{p}$ за трьома перпендикулярними ортами, обчислити довжину вектора $\bar{q}$ і кути, які він утворює з кожним із ортів $\bar{m}$, $\bar{n}$, $\bar{p}$.

Домашнє завдання: [2], №№ 70, 69, 74 [1], 1043, 1052.

Література:
1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.: Просвещение, 1980.–238 с.
2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 5. Тема: Розв'язування задач з використанням теореми Стюарта

***Аудиторні завдання*:**

У трикутнику ABC точка D ділить відрізок $\overline{AB}$ у відношенні λ.

1. Розкласти вектор $\overline{CD}$ за векторами базису $\overline{CA},\ \overline{CB}$.

2. Знайти довжину відрізка CD, знаючи довжини a, b, c сторін трикутника (теорема Стюарта).

3. Довести, що коли CD – бісектриса внутрішнього (зовнішнього) кута трикутника, то $\lambda = \frac{CA}{CB}$ $(\lambda = -\frac{CA}{CB})$.

4. Використовуючи теорему Стюарта, знайти довжину:

а) бісектриси внутрішнього кута A трикутника ABC;

б) бісектриси зовнішнього кута A;

в) медіани сторони BC.

***Домашнє завдання*:** [1], №№ 92, 95(а-в), 143, 153.

Література:

1. Сборник задач по геометрии. В 2 ч. Ч.1. /Под ред. Атанасяна Л.С. –М.: Просвещение, 1975. – 190 с.
2. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.

Заняття № 6. Тема: Розв'язування задач з теми "Вектори"

***Аудиторні завдання*:**

1. Які особливості повинні мати вектори $\overline{a}$ і $\overline{b}$, щоб виконувалося співвідношення: 1) $|\overline{a}+\overline{b}| = |\overline{a}-\overline{b}|$; 2) $\overline{a}+\overline{b} = \lambda(\overline{a}-\overline{b})$; 3) $\frac{\overline{a}}{|\overline{a}|} = \frac{\overline{b}}{|\overline{b}|}$.

2. Сторона BC трикутника ABC розділена на 5 рівних частин і всі точки поділу D_1, D_2, D_3, D_4 з'єднані з протилежною вершиною A. Виразити вектори $\overline{D_1A},\ \overline{D_2A},\ \overline{D_3A},\ \overline{D_4A}$ через $\overline{AB}$ і $\overline{BC}$.

3. У правильному шестикутнику ABCDEF відомі вектори $\overline{AB} = \overline{p},\ \overline{BC} = \overline{q}$.

1) Виразити через $\overline{p}$ і $\overline{q}$ вектори:

$\overline{CD},\ \overline{DE},\ \overline{EF},\ \overline{FA},\ \overline{AC},\ \overline{AD},\ \overline{AE}$.

2) Знайти відношення векторів: $\frac{\overline{BC}}{\overline{AD}};\ \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}};\ \frac{\overline{CF}}{\overline{AB}};\ \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$.

4. На трьох некомпланарних векторах $\overline{AB} = \overline{p},\ \overline{AD} = \overline{q},\ \overline{AA'} = \overline{r}$ побудовано паралелепіпед ABCDA'B'C'D'. Виразити через $\overline{p}$, $\overline{q}$ і $\overline{r}$ вектори, що співпадають з усіма іншими ребрами, діагоналями і діагоналями граней цього паралелепіпеда.

5. Розкласти вектор $\overline{s} = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c}$ за трьома некомпланарними векторами $\overline{m} = \overline{a} + \overline{b} - 2\overline{c};\ \overline{n} = \overline{a} - \overline{b},\ \overline{p} = 2\overline{b} + 3\overline{c}$.

***Домашнє завдання*:** №№ 1009, 1013, 1016, 1022.

Література:

1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 7. Тема: Контрольна робота №1.

Варіант 1.

1. Використовуючи вектори, довести, що висоти трикутника перетинаються в одній точці.

2. Знайти кут між векторами $\overline{a}$ і $\overline{b}$, якщо $\overline{a} = 2\overline{m} + 4\overline{n},\ \overline{b} = \overline{m} - \overline{n}$, де $\overline{m},\ \overline{n}$ - одиничні вектори, які утворюють кут 120°.

3. Дано паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Знайти координати точок C, B_1, C_1 і точки M – перетину діагоналей грані $A_1B_1C_1D_1$ в базисі $\{\overline{AB},\ \overline{AD},\ \overline{AA_1}\}$.

Варіант 2.

1. Використовуючи вектори, довести, що для кутів трикутника ABC виконується нерівність: $\cos A + \cos B + \cos C \le \frac{3}{2}$.

2. Обчислити скалярний добуток $\overline{ab}$, якщо $\overline{a} = 3\overline{p} - 2\overline{q},\ \overline{b} = \overline{p} + 4\overline{q}$, де $\overline{p},\ \overline{q}$ - одиничні взаємно перпендикулярні орти.

3. Дана трикутна призма $ABCA_1B_1C_1$. Знайти координати вектора $\overline{MN}$ у базисі $\{\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AA_1}\}$, де M – центр паралелограма BCC_1B_1; N – точка перетину медіан трикутника $A_1B_1C_1$.

Варіант 3.

1. Довести, що для довільних чотирьох точок A_1, A_2, A_3, A_4 існує така єдина точка M, що $\overline{MA_1} + \overline{MA_2} + \overline{MA_3} + \overline{MA_4} = \overline{0}$.

2. Вектори $\overline{AB}=2\overline{i}-6\overline{j}$, $\overline{BC}=\overline{i}+7\overline{j}$ і $\overline{CA}=-3\overline{i}-\overline{j}$ утворюють трикутник ABC. Знайти кути цього трикутника.

3. Дано паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Знайти координати точки O перетину діагоналей паралелепіпеда у базисі $\{\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AA_1}\}$.

Варіант 4.

1. Нехай AA_1, BB_1, CC_1 – медіани трикутника ABC. Довести рівність $\overline{AA_1}+\overline{BB_1}+\overline{CC_1}=\overline{0}$.

2. Знаючи розклад вектора $\overline{q} = 6\overline{m} - 2\overline{n} + 3\overline{p}$ за трьома перпендикулярними ортами, обчислити довжину вектора $\overline{q}$ і кути, які він утворює з кожним із ортів $\overline{m}$, $\overline{n}$, $\overline{p}$.

3. Точки P і Q – середини протилежних ребер BC і AD тетраедра, G –центр його ваги. Знайти координати вектора $\overline{PQ}$ в базисі $\{\overline{GA},\overline{GB},\overline{GC}\}$.

Варіант 5.

1. Нехай M – центр правильного п'ятикутника $A_1A_2A_3A_4A_5$. Довести рівність $\overline{MA_1}+\overline{MA_2}+\overline{MA_3}+\overline{MA_4}+\overline{MA_5}=\overline{0}$.

2. Дано трикутник AOB, $|AO|=2$, $|AO|=4$, $\angle AOB=60°$. Знайти кут між медіаною $\overline{OM}$ і стороною $\overline{OA}$.

3. Основою піраміди SABCD є паралелограм ABCD. Знайти координати векторів $\overline{SD}$, $\overline{SM}$, $\overline{MB}$ в базисі $\{\overline{SA},\overline{SB},\overline{SC}\}$, де точка M – середина відрізка AD.

Варіант 6.

1. В довільному тетраедрі ABCD ребра AB і CD, AC і BD також перпендикулярні.

2. У рівнобедреній трапеції OACB (OA//CB) M і N – середини сторін BC і AC. Гострий кут трапеції – 60°, BC=2, AC=2. Знайти кут між векторами $\overline{OM}$ і $\overline{ON}$.

3. В тетраедрі ABCD знайти координати векторів: медіани $\overline{DM}$ грані BCD і вектора $\overline{AQ}$, де Q – центр ваги грані BCD в базисі $\{\overline{AB},\overline{AC},\overline{AD}\}$.

Варіант 7.

1. Точки P і Q – середини відрізків AB і CD відповідно. Довести, що середини відрізків AC, BD і PQ лежать на одній прямій.

2. Обчислити величину кута між векторами $\overline{p}=3\overline{a}+2\overline{b}$ і $\overline{q}=\overline{a}+5\overline{b}$, де $\overline{a}$ і $\overline{b}$ – одиничні взаємно перпендикулярні вектори.

3. В тетраедрі ABCD задані ребра, що виходять з вершини A: $\overline{AD}=\overline{d}$, $\overline{AB}=\overline{b}$, $\overline{AC}=\overline{c}$. Виразити через них інші ребра тетраедра і медіану $\overline{DM}$ грані BCD.

Варіант 8.

1. Довести, що для кожної скінченої множини точок $A_1, A_2, \ldots A_n$ $(n>1)$ існує точка M. Така, що $\overline{MA_1} + \overline{MA_2} + \ldots + \overline{MA_n} = \overline{0}$ і для будь-якої точки O виконується рівність $\overline{OM}=\frac{1}{n}\left(\overline{OA_1}+\overline{OA_2}+\ldots+\overline{OA_n}\right)$.

2. Який кут утворюють одиничні вектори $\overline{s}$ і $\overline{t}$, якщо вектори $\overline{p} = \overline{s} + 2\overline{t}$ і $\overline{q} = 5\overline{s} - 4\overline{t}$ взаємно перпендикулярні?

3. Точка M – центр ваги трикутника ABC. Розкласти: 1) $\overline{MA}$ за векторами $\overline{BC}$, $\overline{CA}$; 2) $\overline{AB}$ за векторами $\overline{MB}$, $\overline{MC}$.

Варіант 9.

1. Дано: $\overline{OC} = \alpha\overline{OA} + \beta\overline{OB}$. Які повинні бути числа α і β, щоб точка C належала: 1) прямій (AB); 2) відрізку [AB]?

2. Знаючи вектори, які утворюють трикутник: $\overline{AB} = 2\overline{a} - 6\overline{b}$, $\overline{BC} = \overline{a} + 7\overline{b}$, $\overline{CA} = -3\overline{a} - \overline{b}$, де $\overline{a}$ і $\overline{b}$ - взаємно перпендикулярні орти, визначити кути цього трикутника.

3. В тетраедрі ABCD, де Q – центр ваги грані BCD, виразити вектор $\overline{AQ}$ через вектори $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$.

Варіант 10.

1. Дано тетраедр ABCD і точки P і Q, такі, що (AB, P)=(CD, Q). Довести, що середини відрізків [AC], [BD], [PQ] лежать на одній прямій.

2. Знайти кут між діагоналями паралелограма, побудованого на векторах $\overline{a} = 2\overline{i} + \overline{j}$ і $\overline{b} = -\overline{j} + 2\overline{k}$.

3. Точка M – центр ваги трикутника ABC. Знайти координати векторів $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AM}$ в базисі $\overline{MB}$, $\overline{MC}$.

Заняття № 8. Тема: Система координат на площині

Аудиторні завдання:

1. За координатами трьох вершин P, Q, R паралелограма обчислити координати четвертої його вершини:
   1) P (1; 4), Q (3; -1), R (0; 2);
   2) P (-1; 0), Q (2; 1), R (4; -1).
2. Довести, що три точки A, B, C лежать на одній прямій:
   1) A (2; 1), B (0; 5), C (4; -3);
   2) A (-1; 0), B (1; -2), C (3; -4).

   З'ясувати, яка з трьох точок лежить між двома іншими.
3. Записати параметричне рівняння променя [AB):
   1) A (3; 1), B (2; -1);
   2) A (1; -1), B (-2; 0);
   3) A (0; 1), B (2; -3).
4. Записати параметричне рівняння відрізка [AB]:
   1) A (3; 1), B (-2; 4);
   2) A (1; 1), B (3; -1).
5. За координатами вершин A і B рівностороннього трикутника ABC обчислити координати третьої його вершини: A (1; 1), B (2; -1).
6. За координатами вершин A і C квадрата ABCD обчислити координати вершин B та D: а) A (1; 1), C (-2; -1); б) A (4; 2), C (0; 1).

Домашнє завдання: №№ 123, 128, 133, 135.

Література:

1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.

Заняття № 9. Тема: Перетворення координат.

Аудиторні завдання:

1. Відносно репера $R = (O, e_1, e_2)$ дано координати точок O′(2; -3), A_1′=(1; 1), A_2′=(3; -6), M(5; -1). Знайти координати точки M в репері R′=(O′, A_1′, A_2′).

2. Дано паралелограм ABCD. В системі координат (A, $\overline{AB}$, $\overline{AD}$) точка M має координати (α, β). Обчислити координати цієї точки в системі координат: 1) (C, $\overline{CB}$, $\overline{CD}$); 2) (B, $\overline{BC}$, $\overline{BA}$); 3) (D, $\overline{DC}$, $\overline{DA}$).

3. Відносно репера R=(O, A_1, A_2) задані точки A (2; 1), B(3; 0), C(1; 4). Знайти репер R′=(O′, A_1′, A_2′), відносно якого точки A, B та C мають координати A (1; 6), B (1; 9), C (3; 1). Написати формули перетворення координат при переході від репера R до R′. Знайти координати точок O, A_1, A_2 в репері R′.

4. В репері (O, $\overline{i}$, $\overline{j}$) задана фігура Ф рівнянням $2x^2+4x+3y-1=0$ і точка O′(-1; 1). Знайти рівняння фігури Ф в репері (O', $\overline{i}$, $\overline{j}$).

5. В репері (O, $\overline{i}$, $\overline{j}$) задана фігура Ф рівнянням 2xy=1. Знайти рівняння фігури Ф в репері (O, $\overline{i}'$, $\overline{j}'$), де кут між векторами $\overline{i}$ та $\overline{i}'$ дорівнює 45°.

Домашнє завдання: №№ 136, 139, 121, 128.

Література:

1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.

Заняття № 10. Тема: Пряма лінія. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом

Аудиторні завдання:

1. Визначити кутовий коефіцієнт і відрізок, що відтинає на осі ординат пряма, задана рівнянням: 1) 5x + 2y – 8 = 0; 2) 3x + 8y + 16 = 0.
2. Побудувати прямі, задані рівняннями: y = 3x + 1; y =-5x + 3; y = 2x; y = 5.

3. Написати рівняння прямої, що проходить через початок координат і нахилена до осі Ох під кутом: 1) 45°; 2) 135°; 3) 180°. Система координат – прямокутна.

4. Відносно прямокутної системи координат написати рівняння прямої, яка проходить через початок координат і 1) паралельна прямій $y = 4x - 3$; 2) перпендикулярна прямій $y = \frac{1}{2}x + 1$; 3) утворює кут 45° з прямою $y = 2x + 5$; 4) нахилена під кутом 60° до прямої $y = x - 1$.

5. Скласти рівняння катетів прямокутного рівнобедреного трикутника, знаючи рівняння гіпотенузи $y = 3x + 5$ і вершину прямого кута (4; -1).

Домашнє завдання: №№ 194, 203, 200, 196.

Література:
1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 11. Тема: Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки. Відстань від точки до прямої

Аудиторні завдання:

1. Написати рівняння прямої, що з'єднує центр ваги трикутника АВС з початком координат, якщо А (2; -1), В (4; 5), С (-3; 2).

2. Знайти відстань від точки Р до прямої l:

1) Р (4; -2), l: $8x - 15y - 11 = 0$;
2) Р (2; 7), l: $12x + 5y - 7 = 0$;
3) Р (-3; 5), l: $9x - 12y + 2 = 0$;
4) Р (-3; 2), l: $4x - 7y + 26 = 0$;
5) Р (8; 5), l: $3x - 4y - 15 = 0$.

3. Дана пряма: $12x + 5y - 52 = 0$. Знайти рівняння прямої, яка паралельна даній, що знаходиться від неї на відстані 2.

4. Дано дві прямі: $3x + 4y - 10 = 0$ та $5x - 12y + 26 = 0$. Знайти точку, яка знаходиться на відстані 5 одиниць як від однієї, так і від іншої прямої.

5. Дано рівняння першого степеня: $\frac{3x+2}{6} - \frac{2y-5}{3} = 4$. Знайти для відповідної прямої: 1) загальне рівняння; 2) нормальне рівняння; 3) рівняння з кутовим коефіцієнтом; 4) рівняння прямої у відрізках на осях.

Домашнє завдання: №№ 249, 216, 263, 268.

Література:
1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 12. Тема: Загальне рівняння прямої

Аудиторні завдання:

1. Написати рівняння перпендикуляра, опущеного з точки А(-5, 2) на пряму $4x - y + 3 = 0$.

2. Трикутник задано рівняннями сторін: $x + 2y + 3 = 0$; $3x - 7y + 9 = 0$; $5x - 3y - 11 = 0$. Перевірити, чи перетинаються його висоти в одній точці.

3. Знайти точку, симетричну точці А(-2; -9) відносно прямої
$2x + 5y - 38 = 0$.

4. Знайти центр вписаного кола і центр ваги рівнобедреного трикутника, якщо задані рівняння бічних сторін трикутника: $7x - y - 9 = 0$, $5x + 5y - 35 = 0$ та точка М(3; -8), що лежить на основі.

Домашнє завдання: №№ 293, 294, 312.

Література:
1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 13. Тема: Розв'язування задач з теми "Пряма лінія"

Аудиторні завдання:

1. Знайти рівняння сторін трикутника, знаючи одну з його вершин А(3; -4) і рівняння двох висот: $7x - 2y - 1 = 0$ і $2x - 7y - 6 = 0$.

2. Скласти рівняння сторін трикутника, знаючи одну з його вершин А(2; -4) і рівняння бісектрис двох його кутів: $x + y - 2 = 0$ та $x - 3y - 6 = 0$.

3. Перевірити, що точка перетину висот трикутника лежить на одній прямій з точкою перетину його медіан і з центром описаного кола. Взяти, наприклад, трикутник А(5; 8), В(-2; 9), С(-4;5).

4. Відносно полярної системи координат скласти рівняння прямої, взявши за її параметри:

1) довжину перпендикуляра р, опущеного з полюса на задану пряму, і кут α нахилу цього перпендикуляра до полярної осі;

2) кут ν нахилу прямої до полярної осі і відрізок а, що відтинає пряма на осі, починаючи від полюса.

5. Відносно полярної системи координат скласти рівняння прямої, що проходить через точки ρ_1, φ_1), (ρ_2, φ_2).

Домашнє завдання: [2], №№ 189, 191, 192, 193.

Література:
1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.
2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970.–336 с.

Заняття № 14. Тема: Криві другого порядку. Коло

Аудиторні завдання:

1. Скласти рівняння кола з центром у точці: 1) (2; -5) і радіусом, який дорівнює 4; 2) (-3; 4), що проходить через початок координат; 3) (0; 4), що проходить через точку (5; -8).

2. Скласти рівняння кола, яке проходять через три задані точки: A(0; 2), B(1; 1) та C(2; -2).

3. Звести до нормального виду рівняння кіл:

1) $x^2+y^2-4x=0$; 2) $x^2+y^2+2x-10y+1=0$.

4. Скласти рівняння кола, яке дотикається до осі Ox у початку координат і перетинає вісь Oy у точці A(0; 4).

5. Дано коло $(x-1)^2+y^2=4$. Через точку $A(2,-1/2)$ треба провести таку хорду, яка ділилася б у цій точці пополам.

Домашнє завдання: №№ 321, 323, 327, 341.

Література:

1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 15. Тема: Еліпс та його властивості

Аудиторні завдання:

1. Відстані одного із фокусів еліпса до кінців його великої осі відповідно дорівнюють 7 та 1. Скласти рівняння такого еліпса.

2. Еліпс задано рівнянням: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Побудувати його фокуси, не обчислюючи їх координат.

3. Дано еліпс: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$. Написати рівняння його директрис.

4. Визначити ексцентриситет еліпса, якщо:

1) його малу вісь видно з фокуса під прямим кутом;

2) відстань між фокусами дорівнює відстані між вершинами малої і великої осей;

3) відстань між директрисами в чотири рази більше відстані між фокусами.

5. Визначити положення точок: A(6; -3), B(-2; 5), C(3; -6), D($\sqrt{50}$;0), E(-4; $2\sqrt{6}$), G(1; $\sqrt{26}$) відносно еліпса $\frac{x^2}{48}+\frac{y^2}{36}=1$.

6. На еліпсі, один з фокусів якого має координати (3; 0), взята точка M(4; 2,4). Знайти відстань від цієї точки до відповідної директриси, знаючи, що центр еліпса співпадає з початком координат.

Домашнє завдання: №№ 375, 384, 387, 383, 392.

Література:

1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 16. Тема: Гіпербола. Дотичні до еліпса та гіперболи

Аудиторні завдання:

1. Написати рівняння прямої, дотичної до еліпса $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ у точці (2; 3).

2. Скласти рівняння дотичних, проведених із точки A(-6; 3) до еліпса $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{9}=1$.

3. Скласти рівняння гіперболи, що має спільні фокуси з еліпсом $\frac{x^2}{19}+\frac{y^2}{24}=1$ при умові, що її ексцентриситет e=1,25.

4. Написати рівняння гіперболи, що проходить через фокуси еліпса $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ і має фокуси у вершинах цього еліпса.

5. Визначити кут між асимптотами гіперболи, у якої:

1) ексцентриситет e=2;

2) відстань між фокусами вдвічі більша, ніж відстань між директрисами.

Домашнє завдання: №№ 403, 404, 414, 445, 452.

Література:

1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 17. Тема: Криві другого порядку. Парабола. Дотична до параболи

Аудиторні завдання:

1. Написати рівняння прямої, яка дотикається до гіперболи $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$ у точці (5; 4).

2. Провести дотичні до гіперболи $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{9}=1$ через кожну із заданих точок: (2, 0), (-4, 3) і (5,-1).

3. До даної гіперболи $\frac{x^2}{15}-\frac{y^2}{6}=1$ провести дотичну:

1) паралельну прямій x + y – 7 =0;
2) паралельну прямій x – 2y =0;
3) перпендикулярну до прямої x – 2y =0.

4. Скласти рівняння параболи, знаючи, що:
1) відстань фокуса від вершини дорівнює 3;
2) фокус має координати (5; 0), а вісь ординат служить директрисою;
3) парабола симетрична відносно осі *x*, проходить через початок координат і через точку M(1; -4);
4) парабола симетрична відносно осі *y*, фокус знаходиться у точці (0; 2) і вершина співпадає з початком координат;
5) парабола симетрична відносно осі *y*, проходить через початок координат і через точку M(6, -2).

5. Знайти точки перетину параболи $y^2=12x$ з еліпсом $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

6. Дана парабола $y^2=12x$. Провести до неї дотичну, паралельну прямій 3x – y +5 =0.

Домашнє завдання: [2], №№ 462, 496, 494, 497.

Література:

1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.
2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 18. Тема: Розв'язування задач

Аудиторні завдання:

1. В репері $(O,\ \bar{i},\ \bar{j})$ задано рівняння еліпса $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{4}=1$ і точка A(-2; 1). Написати рівняння прямої, що містить хорду еліпса, що проходить через точку A і ділиться цією точкою пополам.

2. Написати рівняння прямих, що містять сторони квадрата, описаного навколо еліпса, заданого в репері $(O,\ \bar{i},\ \bar{j})$ рівнянням: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

3. Знайти довжину сторони квадрата, вписаного в гіперболу $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$. В які гіперболи можна вписати квадрат?

4. Написати канонічне рівняння гіперболи, якщо дано її рівняння в полярних координатах: $\rho=\frac{9}{4-5\cos\varphi}$.

5. Висота параболічної арки рівна h, а ширина її основи рівна 2l. Знайти параметр параболи.

Домашнє завдання: №№ 577, 608, 596.

Література:

1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.

Заняття № 19. Тема: Контрольна робота № 2

Варіант 1.

1. Знайти рівняння прямої, що проходить через точку (2; -1) і складає з віссю Ox кут, удвічі більший, ніж кут, що утворює з тією ж віссю пряма $y=\frac{x}{3}+\frac{4}{3}$.

2. Визначити ексцентриситет еліпса, якщо відстань між фокусами дорівнює відстані між вершинами малої і великої осей.

3. Дослідити криву другого порядку та побудувати графік:
$$x^2-24xy-38x+24y+175=0.$$

Варіант 2.

1. Перевірити, що прямі y=3x-1, x-7y=7 і x+y-7=0 є сторонами рівнобедреного трикутника.

2. Визначити ексцентриситет еліпса, якщо його мала вісь видна з фокуса під прямим кутом.

3. Дослідити криву, побудувати графік

$$5x^2+8xy+5y^2-18x-18y+9=0.$$

Варіант 3.

1. Знаючи рівняння бічних сторін рівнобедреного трикутника y=3 та x-y+4=0 скласти рівняння третьої сторони за умови, що вона проходить через початок координат.

2. В еліпс $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$ вписано прямокутник, дві протилежні сторони якого проходять через фокуси. Обчислити площу прямокутника.

3. Дослідити криву та побудувати її графік:

$$5x^2+12xy-22x-12y-19=0.$$

Варіант 4.

1. Скласти рівняння катетів прямокутного рівнобедреного трикутника, знаючи рівняння гіпотенузи y=3x+5 і вершину прямого кута (4; -1).

2. На гіперболі $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ знайти таку точку, відстань якої від лівого фокуса вдвічі більша відстані від правого.

3. Дослідити криву та побудувати її графік:

$$6xy+8y^2-12x-26y+11=0.$$

Варіант 5.

1. У рівнобедреному трикутнику дано координати вершини гострого кута (5; 7) і рівняння протилежного катета: 6x+4y-9=0. Скласти рівняння двох інших сторін трикутника.

2. Гіпербола дотикається прямої x-y-2=0 в точці M (4; 2). Скласти рівняння цієї гіперболи.

3. Дослідити криву та побудувати її графік:

$$x^2-2xy+y^2-10x-6y+25=0.$$

Варіант 6.

1. Скласти рівняння сторін квадрата, якщо відома одна з його вершин A(2; -4) і точка перетину діагоналей M(5; 2).

2. Чи можна до гіперболи $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ провести дотичні будь-якого напрямку і якщо ні, то яку умову треба накласти на кутові коефіцієнти дотичних до цієї гіперболи?

3. Дослідити криву та побудувати її графік:

$$4x^2-4xy+y^2-2x-14y+7=0.$$

Варіант 7.

1. Написати рівняння прямої, що з'єднує центр ваги трикутника ABC з початком координат, якщо A(2; -1), B(4; 5), C(-3; 2).

2. Знайти вершини квадрата, вписаного в гіперболу $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ і дослідити, в які гіперболи можна вписати квадрат.

3. Дослідити криву та побудувати її графік:

$$x^2-2xy+y^2-x-2y+3=0.$$

Варіант 8.

1. Перевірити, що точки A(-2; -2), B(-3; 1), C(7; 7), D(3; 1) є вершинами трапеції, і скласти рівняння середньої лінії і діагоналей цієї трапеції.

2. Якій умові повинен задовольняти ексцентриситет гіперболи $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ для того, щоб на її правій вітці існувала точка, однаково віддалена від правого фокуса і лівої директриси?

3. Дослідити криву та побудувати її графік:

$$4x^2-4xy+y^2-x-2=0.$$

Варіант 9.

1. Скласти рівняння прямої, що проходить через центр ваги трикутника A(3; 1), B(4; 5), C(2; 0) і ділить відрізок між точками M(0; 0) і N(6; 4) у відношенні λ. Пояснити, чому відповідь не залежить від λ.

2. Знайти спільні дотичні еліпса $\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{20}=1$ і параболи $y^2=\frac{20}{3}x$.

3. Дослідити криву та побудувати її графік:

$$8y^2+6xy-12x-26y+11=0.$$

Варіант 10.

1. Скласти рівняння сторін трикутника, знаючи дві його вершини A(3; 5) і B(6; 1) і точку перетину його медіан M(4; 0).

2. Обчислити параметр параболи $y^2 = 2px$, якщо відомо, що вона дотикається прямої x-2y+5=0.

3. Дослідити криву та побудувати її графік:

$$2x^2 + 3xy - 2y^2 - 8x - 11y = 0.$$

Заняття № 20. Тема: Загальне рівняння кривої другого порядку. Центр кривої

***Аудиторні завдання*:**

1. Скласти рівняння кривої другого порядку, що проходить через точки: (0; 0), (0; 2), (-1; 0), (-2; 1), (-1; 3).

2. Який вид матиме рівняння кривої $x^2 - 4xy + 3y^2 - 2x + 1 = 0$, якщо перенести початок координат у точку O'(1, 0)?

3. Знайти центри кривих:

1) $x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x - 5y + 3 = 0$;
2) $x^2 - 2xy + y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$;
3) $x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y - 4 = 0$;
4) $9x^2 - 6xy + y^2 + 2x - 7 = 0$;
5) $x^2 - 4xy + 4y^2 + 10x - 20y + 25 = 0$.

4. Який вид матиме рівняння кривої $2x^2 - 6xy + 5y^2 - 2x + 2y - 10 = 0$, якщо перенести початок координат в її центр?

5. При яких значеннях параметрів a та b рівняння $x^2 + 6xy + ay^2 - 3x + by - 4 = 0$ зображує: центральну криву; криву параболічного типу; криву з лінією центрів?

***Домашнє завдання*:** №№ 535, 538, 539, 540, 544.

Література:

1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 21. Тема: Дослідження загального рівняння кривої 2-го порядку."

***Аудиторні завдання*:**

1. Дослідити, які криві задані рівняннями:

1) $x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$;
2) $x^2 - 2xy - 2y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$;
3) $x^2 - 2xy + y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$;

2. Визначити вид кривих:

1) $x^2 - 4xy + 3y^2 + 2x - 2y = 0$;
2) $9x^2 - 6xy + y^2 - 6x + 2y = 0$.

3. Знайти рівняння кожної із двох прямих, сукупність яких задана рівнянням:

1) $21x^2 + xy - 10y^2 = 0$;
2) $x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y - 4 = 0$;
3) $y^2 - 4xy - 5x^2 + 5x - y = 0$;
4) $4x^2 - 4xy + y^2 + 12x - 6y + 9 = 0$.

***Домашнє завдання*:** №№ 550, 557, 562, 559.

Література:

1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 22. Тема: Діаметри кривої. Головні осі. Асимптоти

***Аудиторні завдання*:**

1. Через точку (1; -2) проведено діаметр кривої $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 4x + 4y - 4 = 0$. Знайти рівняння діаметра заданої кривої і діаметра, спряженого йому.

2. Задана крива $2x^2 + 5xy - 3y^2 + 3x + 16y = 0$. Знайти її діаметр, паралельний осі абсцис, і діаметр, йому спряжений.

3. Знайти такі спряжені діаметри кривої $3x^2 - 6xy + 5y^2 - 4x - 6y + 10 = 0$, які утворюють між собою кут 45°. Кут $\omega = \pi/2$.

4. Знайти головні осі кривих:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ 3x^2 + 2xy + 3y^2 + 6x - 2y - 5 = 0; \\ 2)\ 5x^2 + 24xy - 2y^2 + 4x - 1 = 0; \\ 3)\ x^2 - 3xy + y^2 = 0. \end{array}\right\} \omega = \frac{\pi}{2}.$$

5. Якими будуть головні осі центральної кривої, що розпалася?

6. Віднести до головних осей криві:

1) $3x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x - 4y + 2 = 0;\quad \omega = 2\pi/3.$
2) $x^2 + xy + y^2 - 2x - 4y - 12 = 0;\quad \omega = \pi/3.$

***Домашнє завдання*:** №№ 592, 599, 612, 624.

Література:

1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 23. Тема: Спрощення рівняння кривої за допомогою інваріантів

Аудиторні завдання:

1. Користуючись інваріантами, віднести до головних осей криву $40x^2+36xy+25y^2-8x-14y+1=0$, знаючи, що $\omega=\pi/2$.

2. Спростити рівняння кривих:

1) $x^2-3xy+y^2+1=0;\ \ \omega=\pi/3.$

2) $2x^2+2y^2-2x-6y+1=0;\ \ \omega=\pi/3.$

3) $4x^2-4xy+y^2-4x-4y+7=0;\ \ \omega=2\pi/3.$

3. Віднести гіперболу $8y^2+6xy-12x-26y+11=0$ до її асимптот, користуючись інваріантами. Кут $\omega=\pi/2$.

4. Користуючись інваріантами, спростити рівняння парабол:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x^2-2xy+y^2-10x-6y+25=0; \\ 2)\ x^2-2xy+y^2-x-2y+3=0; \end{array}\right\}\omega=\frac{\pi}{2}.$$

Домашнє завдання: №№ 638, 642, 643.

Література:

1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

Заняття № 24. Тема: Розв'язування задач

Аудиторні завдання:

1. Знайти фокуси і директриси кривої $5x^2-8xy+5y^2-12x+6y=0$.

2. Крива другого порядку проходить через початок координат, має центр у точці C(1; 2) і її директрисою є пряма x + 2y – 1 = 0. Знайти рівняння кривої.

3. Дано фокуси еліпса $F_1(1;\ 3)$, $F_2(-1;\ 2)$ і одна із його дотичних: x – y + 4 =0. Знайти рівняння цього еліпса.

4. Скласти рівняння параболи, фокус якої знаходиться в точці $(-1/3, -2/3)$ і директриса дана рівнянням 3x – 3y + 8 =0.

5. Скласти рівняння кривої другого порядку, знаючи її ексцентриситет e= $\sqrt{5}$, фокус F(1; 1) і відповідну директрису x+2y–1=0.

Домашнє завдання: №№ 677, 673, 678, 670.

Література:

1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 336 с.

ПЛАН-КОНСПЕКТ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ГЕОМЕТРІЇ
І КУРС 2 СЕМЕСТР

Заняття 1. Тема: Векторний добуток векторів

Аудиторні завдання:

1. Знайти площу трикутника з вершинами A(1;2;0), B(3;0;-3), C(5,2,6).

2. Сила $\overline{F}=\overline{i}-2\overline{j}+4\overline{k}$ прикладена до точки M(1;2;3). Знайти момент цієї сили відносно точки A(3;2;-1).

3. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах $\overline{a}=\overline{m}-2\overline{n},\ \overline{b}=2\overline{m}+3\overline{n}$, де $\overline{a}$ і $\overline{b}$ - орти, які утворюють кут 30°.

4. Знаючи дві сторони трикутника $\overline{AB}=3\overline{p}-4\overline{q}$ і $\overline{BC}=\overline{p}+5\overline{q}$, обчислити довжину його висоти $\overline{CD}$, якщо $\overline{p}$ і $\overline{q}$ - перпендикулярні один до одного орти.

5. Розкласти вектор $\overline{p}=\left[(3\overline{a}+\overline{b}-2\overline{c})\cdot(\overline{a}-\overline{b}+5\overline{c})\right]$ по взаємно перпендикулярним ортам $\overline{a},\ \overline{b},\ \overline{c}$.

Домашнє завдання: [2], №№1071, 1075, 1078, 1080, 1079.

Література:

1. Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. – К.:Вища школа, 1973. – С.46-62.
2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.:Наука, 1970. – С.215-217.

Заняття 2. Тема: Мішаний добуток векторів

Аудиторні завдання:

1. Вектор $\overline{c}$ перпендикулярний до векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$, кут між векторами $\overline{a}$ і $\overline{b}$, дорівнює 30°. Знаючи, що $|\overline{a}|=6,\ |\overline{b}|=3,\ |\overline{c}|=3,$ обчислити $(\overline{a}\times\overline{b})\cdot\overline{c}$.

2. Обчислити об'єм тетраедра, вершини якого розташовані в точках O(1;1;2), A(2;3;-1), B(2;-2;4), C(-1;1;3).

3. Обчислити висоту паралелепіпеда, побудованого на трьох векторах: $\overline{a}=3\overline{p}+2\overline{q}-5\overline{v},\ \overline{b}=\overline{p}-\overline{q}+4\overline{r}$ і $\overline{c}=\overline{p}-3\overline{q}+\overline{r}$, якщо в основі ле-

жить паралелограм, побудований на $\bar{a}$ і $\bar{b}$. Крім того, відомо, що $\bar{p}$, $\bar{q}$, $\bar{r}$ - взаємно перпендикулярні орти.

4. Довести, що вектори $\bar{a}=(2,-1,2)$, $\bar{b}=(1,2,-3)$, $\bar{c}=(3,-4,7)$ компланарні.

5. Перевірити компланарність векторів:

а) $\bar{p}=\bar{a}-2\bar{b}+\bar{c}$; $\bar{q}=3\bar{a}+\bar{b}-2\bar{c}$; $\bar{r}=7\bar{a}+14\bar{b}-13\bar{c}$; $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ - взаємно перпендикулярні орти; б) $\bar{p}=\bar{a}\times\bar{m}$, $\bar{q}=\bar{b}\times\bar{m}$, $\bar{r}=\bar{c}\times\bar{m}$.

Домашнє завдання: [2], №№ 1082, 1084, 1086(2), 1090.

Література:

1. Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. – К.:Вища школа, 1973. – С.46-62.
2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.:Наука, 1970. – С.215-217.

Заняття 3. Тема: Розв'язування задач

Аудиторні завдання:

1. Довести, що коли вектори $\overline{a\times b}$, $\overline{b\times c}$, $\overline{c\times a}$ компланарні, то вони попарно колінеарні.

2. Відрізок OH є висотою тетраедра $OABC$. Знайти вектор $\overline{OH}$, якщо відомі вектори $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$.

3. Довести тотожності:

1) $(\bar{a}\times\bar{b})^2+(\bar{a}\cdot\bar{b})^2=\bar{a}^2\bar{b}^2$;

2) $(\bar{a}\times\bar{b})\cdot(\bar{c}\times\bar{d})^2=\begin{vmatrix}\bar{a} & \bar{c} & \bar{b} & \bar{c}\\ \bar{a} & \bar{d} & \bar{b} & \bar{d}\end{vmatrix}$ (тотожність Лагранжа).

4. Чи можна з умови $\bar{a}\times\bar{c}=\bar{b}\times\bar{c}$ і $\bar{c}\neq 0$ зробити висновок, що $\bar{a}=\bar{b}$?

5. Довжина діагоналі куба дорівнює а. Обчислити відстань між мимобіжними діагоналями двох суміжних граней куба.

Домашнє завдання: №№ 710, 712, 713(5,7), 733.

Література:

1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.68-71.

Заняття 4. Тема: Рівняння площини

Аудиторні завдання:

1. Написати параметричне рівняння площини, що проходить через точку $M_0(2;-1;3)$ паралельно площині 2x – y + 3z – 1 = 0.

2. Написати рівняння площини, що проходить через точки $M_1(2;-1;3)$, $M_2(5;1;2)$ перпендикулярно площині x – 3y – 2z – 3= 0.

3. Знайти рівняння сфери радіуса 7, яка дотикається до площини 3x – 6y – 2z + 14 = 0 в точці (2;1;7).

4. Дано координати вершин A(1;0;-2), B(2;1;-1), C(0;2;-3), D(-1;-2;1) тетраедра ABCD. Знайти координати точки D′, симетричної вершині D відносно площини грані ABC.

5. В ортонормованому репері дано рівняння площини П: Ax+By+Cz+D=0 і координати точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$. Знайти відстань $\rho(M_0, П)$ від точки M_0 до площини П.

6. Обчислити відстань між паралельними площинами 2x-y+2z+9=0 і 4x-2y+4z-21=0.

Домашнє завдання: №№ 736, 741, 754, 755, 764.

Література:

1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.72-74.

Заняття 5. Тема: Кут між площинами. Бісекторна площина.

Аудиторні завдання:

1. Дано дві площини σ_1 : x-y-z=0 і σ_2 :2x+y-3z+3=0. Скласти систему лінійних нерівностей, які визначають той двогранний кут, утворений площинами σ_1 і σ_2, якому належить точка $M_0(3;-4;3)$.

2. Знайти рівняння сфери радіуса r=6, що дотикається площини x+2y-2z+1=0 в точці $M_0(3;0;2)$ і розміщеній по одну сторону з точкою P(0;1;2) відносно площини.

3. Обчислити косинус того двогранного кута між площинами $П_1$:2x-y-2z+5=0 та $П_2$:x-2y-2z+7=0, якому належить точка $M_0(2;-3;-1)$.

4. Скласти рівняння бісекторної площини того двогранного кута між площинами $П_1$:x-y+2z-5=0 та $П_2$: 2x-y-2z+7=0, якому належить точка $M_0(1;-1;1)$.

5. Скласти рівняння сфери, вписаної в тетраедр, що утворений координатними площинами і площиною x+2y-2z+8=0.

Домашнє завдання: №№ 744, 766, 775, 771.

Література:

1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.72-76.

Заняття 6. Тема: Розв'язування задач

Аудиторні завдання:

1. Скласти рівняння площини, що проходить через точку M(-2;7;3) паралельно площині x-4y+5z-1=0.

2. Скласти рівняння площини, що проходить через точку M_0(3;4;0) перпендикулярно двом площинам: x+y+5z-9=0 і 2x+y+2z+1=0.

3. Через вісь Ox провести площину, що утворює кут 60° з площиною $\sqrt{10}x+\sqrt{2}y+2z-1=0$.

4. Скласти рівняння площини, що проходить через вісь Oy і рівновіддалена від точок (2;7;3) та (-1;1;0).

5. Написати загальне рівняння площини за її параметричними рівняннями $x=2+3u-4v,\ \ y=4-v,\ \ z=2+3u$.

Домашнє завдання: №№ 770, 773, 778, 786.

Література:

1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.75-76.

Заняття 7. Тема: Контрольна робота №1

Варіант 1

1. Написати рівняння площини, що проходить через точки M_1(2;-1;3), M_2(5;1;2) перпендикулярно площині $\sigma: x-3y-2z-3=0$.

2. Скласти рівняння бісекторної площини того двогранного кута між площинами $\sigma_1: x-y+2z-1=0,\ \ \sigma_2: 2x-y+z-3=0$, якому належить точка M_0(1;1;1).

3. Обчислити висоту піраміди SABC, опущену з вершини S на грань ABC, якщо S(1;1;1), A(3;0;2), B(0;-8;6), C(2;0;4).

Варіант 2

1. Написати рівняння площини, що проходить через точку M(1;1;-2) перпендикулярно площинам $2x+3z=0,\ \ x-y+z-1=0$.

2. Дано вершини тетраедра A(-1;-2;0), B(5;0;5), C(3;2;2), D(-1;0;2). Написати рівняння бісекторної площини внутрішнього двогранного кута при ребрі AB і знайти косинус цього кута.

3. Обчислити об'єм тетраедра, вершини якого розміщені в точках A(2;1;-1), B(5;-1;2), C(3;0;-3), D(6;0;–1).

Варіант 3

1. Знаючи параметричне рівняння площини $x=u-v+1,\ \ y=u+2v+2,\ \ z=-u+2v-1$, скласти її загальне рівняння.

2. Написати рівняння бісекторної площини гострого двогранного кута, утвореного площинами $3x-2y-z+3=0,\ \ 2x-3y+z-5=0$.

3. Знайти довжину висоти AH в тетраедра ABCD, вершини якого знаходяться в точках A(2;-4;5), B(-1;-3;4), C(5;5;-1), D(1;-2;2).

Варіант 4

1. Дано дві точки A(1;3;-2) і B(7;-4;4). Через точку B провести площину, перпендикулярну до відрізка AB.

2. Написати рівняння площини, що проходить через вісь Oy і рівновіддалену від точок A(2;7;3) та B(-1;1;0).

3. Обчислити висоту піраміди SABC, опущену з вершини S, якщо S(0;6;4), A(3;5;3), B(-2;11;-5), C(1;-1;4).

Варіант 5

1. Написати рівняння площини, що проходить через точку M_0(2;-3;1) перпендикулярно площинам

$$x+3y-z+3=0 \text{ і } 2x+y-2z+1=0.$$

2. Написати рівняння бісекторної площини того двогранного кута, утвореного площинами $x-y+2z-5=0$ і $2x-y-2z+7=0$, якому належить M_0(1;-1;1).

3. Обчислити висоту похилої призми $ABCA_1B_1C_1$, опущену з вершини A_1(3;-8;2) на площину ABC, якщо A(0;1;0), B(3;6;2), C(0;-2;4).

Варіант 6

1. Знаючи загальне рівняння площини $2x-3y+z+1=0$, скласти її параметричне рівняння.

2. Скласти рівняння площини, яка ділить навпіл той двогранний кут між площинами $2x-y+2z-3=0$ і $3x+2y-6z-1=0$, якому належить M(1;2,3).

3. Обчислити висоту тетраедра ABCD, опущену з вершини D, якщо A(2;3;1), B(4;1;-2), C(6;3;7), D(-5;-4;8).

Варіант 7

1. Скласти рівняння дотичної площини до сфери $x^2+y^2+z^2=49$ в точці $M_0(2;-3;6)$.

2. Написати рівняння площини, що проходить через дві точки $M_1(0;0;2)$ та $M_2(0;1;0)$ і утворює кут 45° з площиною xOz.

3. Задано куб, ребра якого дорівнюють 1. Обчислити відстань від вершини куба до його діагоналі, яка не проходить через цю вершину.

Варіант 8

1. Скласти рівняння площини, що проходить через точку A(1;-1;2) паралельно площині $x=-u+v+4,\ y=u+2v+2,\ z=7u+3v-1$.

2. На осі Ox знайти точку, рівновіддалену від площин $4x-5y+3=0$ і $2x+y+6z-1=0$.

3. Точки A(-1;-3;1), B(5;3;8), C(-1;-3;5), D(2;1;-4) – вершини тетраедра. Знайти довжину висоти тетраедра, опущену з вершини D на грань ABC.

Варіант 9

1. Написати рівняння площини, якщо відомо, що точки A(4;0;-3) і B(1;-6;2) розміщені симетрично відносно неї.

2. Скласти рівняння площини, паралельної площинам $\sigma_1: 2x-y-z+3=0$ і $\sigma_2: 4x-2y-2z+5=0$, що не розміщена між ними, що знаходиться від площини σ_1 на відстані в 2 рази більшій, ніж від площини σ_2.

3. Три грані ABCD, ABB_1A_1 і ADD_1A_1 паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежать відповідно у площинах $2x+3y+4z+8=0$, $x+3y-6=0$, $z+5=0$; $C_1(6;-5;1)$. Знайти відстань від вершини A_1 до площини B_1BD.

Варіант 10

1. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку M(2;-1;1) перпендикулярно до площин: $2x-z+1=0,\ y=0$.

2. На осі Oy знайти точку, відстань від якої до площини $x+3y-z+8=0$ дорівнює відстані від точки A(0;-19/3;0) до цієї площини.

3. Довжина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ дорівнює 1. Знайти відстань від вершини A до площини B_1CD_1.

Заняття 8. Тема: Рівняння прямої в просторі

Аудиторні завдання:

1. Скласти параметричне рівняння прямої, яка проходить через точки A(1;1;-2), B(3;-1;0), і визначити координати її напрямного вектора.

2. Скласти канонічне рівняння прямої, яка проходить через точку M(2;3;-5) паралельно прямій: $\begin{cases} 3x-y-2z-7=0 \\ x+3y-2z+3=0 \end{cases}$.

3. Написати розклад за базисом $\bar{i},\ \bar{j},\ \bar{k}$ напрямного вектора прямої $\begin{cases} 5x-6y+2z+4=0 \\ x-z+3=0 \end{cases}$.

4. Визначити кути між протилежними ребрами AC і BD тетраедра, який має вершини A(3;-1;0), B(0;-7;3), C(-2;1;-1) і D(3;2;6).

5. Довести, що прямі $\frac{x-1}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z-5}{4}$ і $\frac{x-6}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{1}$ перетинаються, і визначити точку їх перетину.

6. З початку координат опустити перпендикуляр на пряму: $\frac{x-5}{4}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{-2}$.

7. Написати параметричні рівняння спільного перпендикуляра двох прямих: $\begin{cases} x=-7+3t \\ y=4-2t \\ z=4+3t \end{cases}$ і $\begin{cases} x=1+t \\ y=-8+2t \\ z=-12-t \end{cases}$.

Домашнє завдання: [2], №№788, 790, 791, 792, 796, 793(3, 5, 6).

Література:

1. Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. – К.:Вища школа, 1973. – С.125-137.
2. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.77-80.

Заняття 9. Тема: Пряма і площина в просторі

Аудиторні завдання:

1. Написати рівняння прямої, яка проходить через точку M(3;-1;4) паралельно площині y+2x=0 і перетинає вісь Oy.

2. Положення дзеркала визначається рівнянням: $3x+y-2z=0$. З якою точкою суміщається дзеркальне зображення точки A(1;3;-4).

3. При яких значеннях параметрів A і D пряма: $x=3+4t$, $y=1-4t$, $z=-3+t$ лежить на площині: $Ax+2y-4z+D=0$?

4. Скласти рівняння площини, що проходить через дві паралельні прямі: $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2}$ і $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-2}$.

5. Визначити точку Q, симетричну з точкою P(4, 1, 6) відносно прямої $\begin{cases} x-y-4z+12=0 \\ 2x+y-2z+3=0 \end{cases}$.

Домашнє завдання: [2], №№ 812, 815, 802, 804, 809.

Література:

1. Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. – К.:Вища школа, 1973. – С.125-138.
2. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.77-80.

Заняття 10. Тема: Розв'язування задач

Аудиторні завдання:

1. Довести, що прямі $\begin{cases} 2x+2y-z-10=0 \\ x-y-z-22=0 \end{cases}$ і $\frac{x+7}{3}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-9}{4}$ паралельні, і визначити відстань між ними.

2. Чому дорівнює висота трикутника, основа якого задана рівнянням $\frac{x+3}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-8}{-2}$, а протилежна вершина лежить в точці P(1;-1;-2)?

3. На прямій $\begin{cases} x+2y+z-1=0 \\ 3x-y+4z-29=0 \end{cases}$ визначити точку, рівновіддалену від точок A(3;11;4) та B(-5;-13;-2).

4. Написати рівняння бісектриси кута A трикутника, визначеного вершинами A(4;1;-2), B(2;0;0), C(-2;3;-5).

5. На площині xOy визначити точку P, сума відстані якої від точок A(-1;2;5) та B(11;-16;10) була б найбільшою.

Домашнє завдання: [2], №№ 830, 834, 832, 805.

Література:

1. Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. – К.:Вища школа, 1973. – С.125-138.
2. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.78-81.

Заняття 11. Тема: Циліндричні та конічні поверхні другого порядку

Аудиторні завдання:

1. Знайти рівняння поверхні, яка утворена обертанням прямої $x-z=1$, $y=0$ навколо осі Ox.

2. Парабола з параметром p=5 розташована у площині Oyz так, що її директриса збігається з віссю Oz. Написати рівняння поверхні, яка утворена обертанням даної параболи навколо осі Oz.

3. Скласти рівняння циліндричної поверхні, твірні якої паралельні осі Oz, а напрямна є еліпс: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\quad z=0.$

4. Скласти рівняння циліндра, напрямна якого – коло $x^2+y^2=25$, z=0 і напрям твірної задано відношенням т:п:р=5:3:2.

5. Скласти рівняння конуса з вершиною в початку координат і напрямною $x^2+y^2+z^2+1=0,\quad x+y+z=1.$

6. Знайти рівняння конуса, який проектує еліпс $\frac{y^2}{25}+\frac{z^2}{9}=1,\quad x=0$ з точки S(4;0;-3).

Домашнє завдання: [2], №№ 838, 840, 847, 849.

Література:

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2 ч. Часть 1. – М.:Просвещение, 1986. С.218-228.

2. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.82-83.

Заняття 12. Тема: Еліпсоїд

Аудиторні завдання:

1. Яку поверхню визначає у просторі Oxyz рівняння

а) $z^2+2z-4x+1=0$;

б) $9y^2-16z^2+64z-18y-199=0$;

в) $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=0$?

2. Скласти рівняння сфери, описаної навколо тетраедра з вершинами A(0;0;0), B(2;0;0), C(0;5;0), D(0;0;3).

3. Визначити координати центра C і радіус сфери:

а) $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=9$;

б) $x^2+y^2+z^2-4x-2y+2z-19=0$;

в) $x^2+y^2+z^2-6z=0$.

4. Сфера з центром у точці C(1;-2;4) дотикається до площини $2x-y+2z=0$. Складіть рівняння сфери.

5. Коефіцієнт рівномірного стиснення простору до площини yOz дорівнює $5/3$. Скласти рівняння поверхні, в яку при такому стисненні перетвориться сфера $x^2+y^2+z^2=25$.

6. Написати рівняння еліпсоїда, осі якого збігаються з осями координат, що проходить через точку M(2;0;1) і перерізає площину Oxy по еліпсу $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{1}=1$.

Домашнє завдання: [2], №№865, 868, 869, 871, 882.

Література:

1. Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. – К.:Вища школа, 1973. – С.204-205.
2. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.84-86.

Заняття 13. Тема: Гіперболоїд. Параболоїд.

Аудиторні завдання:

1. Написати канонічне рівняння однопорожнинного гіперболоїда, що містить точку ($\sqrt{5}$;3; 2) і гіперболу $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{z^2}{4}=1$, y=0.

2. Написати канонічне рівняння двопорожнинного гіперболоїда, що містить точки M_1(3;1;2), M_2(2; $\sqrt{11}$;3), M_3(6;2; $\sqrt{15}$).

3. Встановити, що площина z+1=0 перерізає однопорожнинний гіперболоїд $\dfrac{x^2}{32}-\dfrac{y^2}{18}+\dfrac{z^2}{2}=1$ по гіперболі. Знайти її півосі і вершини.

4. Довести, що $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$ лежить на гіперболічному параболоїді $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=z$.

5. Встановити, при яких значеннях т площина x+тz-1=0 перетинає двопорожнинний гіперболоїд $x^2+y^2-z^2=-1$: а) по еліпсу; б) по гіперболі.

Домашнє завдання: [3], №№ 886, 887, 892, 896, 912.

Література:

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2ч. Ч.1. – М.:Просвещение, 1986. С.230-237.
2. Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. – К.:Вища школа, 1973. – С.205.
3. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.87-89.

Заняття 14 Тема: Прямолінійні твірні поверхні другого порядку

Аудиторні завдання:

1. Знайти прямолінійні твірні однопорожнинного гіперболоїда $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}-\dfrac{z^2}{16}=1$, що проходять через точку M_0(6;2;8) на його поверхні.

2. Знайти рівняння поверхні, утвореної прямою, яка ковзає по трьох прямих: $1)\begin{cases}x=z,\\ y=-1;\end{cases}$ $2)\begin{cases}x=-z,\\ y=1;\end{cases}$ $3)\begin{cases}x=1,\\ y=z.\end{cases}$

3. Знайти рівняння поверхні, утвореної прямою, яка ковзає по двох прямих: $1)\begin{cases} x=y, \\ z=0; \end{cases}$ і $2)\begin{cases} x-y=2, \\ x+y=z \end{cases}$ та залишається паралельною площині x+y=0.

4. Визначити прямолінійні твірні конуса $x^2-\frac{y^2}{4}-z^2=0$.

5. Довести, що нормалі циліндра $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ в точках його прямолінійної твірної $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, y=0 паралельні.

Домашнє завдання: [3], №№906, 911, 912, 913, 917.

Література:

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2 ч. Часть 1. – М.:Просвещение, 1986. С.238-241.
2. Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. – К.:Вища школа, 1973. – С.219-230.
3. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.87-90.

Заняття 15 Тема: Контрольна робота № 2

Варіант 1.

1. Написати рівняння циліндра, якщо відомо направляючий вектор $\vec{a}$ (5;3;-2) його твірних і рівняння направляючої: $x^2+y^2=25, \quad z=0$.

2. Коефіцієнт рівномірного стиснення простору до площини yOz дорівнює $\frac{3}{5}$.

3. Скласти рівняння поверхні, в яку при такому стисненні перетвориться сфера $x^2+y^2+z^2=25$.

4. Провести площину через дві прямолінійні твірні однопорожнинного гіперболоїда, які проходять через точку M(1;-2;-3) і встановити, як вона розміщена відносно поверхні $x^2-\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$.

Варіант 2.

1. Скласти рівняння циліндра, напрямлена якого – коло $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ z=0 \end{cases}$ і напрям твірних задано відношення m:n:p=5:3:2.

2. Осі симетрії еліпсоїда є осями ортонормованого репера. Написати рівняння цього еліпсоїда, якщо він проходить через еліпс: z=0, $\frac{x^2}{27}+\frac{y^2}{12}=1$ і точку M(3;2;5).

3. Визначити прямолінійні твірні однопорожнинного гіперболоїда $x^2+y^2=2(z^2+1)$, які проходять через точку M(1;1;0).

Варіант 3.

1. Скласти рівняння конуса з вершиною в початку координат і напрямленою, заданою системою рівнянь: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ x+y+z=1 \end{cases}$.

2. Осі симетрії однопорожнинного гіперболоїда Ф є осями ортонормованого репера і Ф проходить через еліпс $\gamma_1:\begin{cases} \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1 \\ z=0 \end{cases}$ і гіперболу $\gamma_2:\begin{cases} \frac{y^2}{16}-\frac{z^2}{5}=1 \\ x=0 \end{cases}$. Написати рівняння гіперболоїда Ф.

3. Визначити прямолінійні твірні параболічного циліндра $y^2=2px$.

Варіант 4.

1. Написати рівняння циліндра, якщо відомо його направляючий вектор $\vec{a}$ (5;3;-2) і рівняння направляючої: $y^2-z^2=4$, x=0.

2. Скласти рівняння сфери, описаної навколо тетраедра з вершинами A(0;0;0), B(2;0;0), C(0;5;0), D(0;0;3).

3. Визначити кут між твірними конуса $x^2-y^2-\frac{z^2}{3}=0$ і його віссю.

Варіант 5.

1. Пряма $\frac{x-2}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ обертається навколо осі Ох. Написати рівняння поверхні, яку вона описує.

2. Скласти рівняння поверхні, яка утворена обертанням параболи $\begin{cases} x^2=4y \\ z=0 \end{cases}$ навколо осі Оу.

3. Довести, що в еліптичного параболоїда не існує дійсних прямолінійних твірних.

Варіант 6.

1. Скласти рівняння циліндра, напрямлена якого є коло $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ z=0 \end{cases}$, а напрямлений вектор твірних u={5;3;2}.

2. Знайти осі симетрії однопорожнинного гіперболоїда, якщо він проходить через лінію $\begin{cases} 25x^2-16z^2=144 \\ x=y \end{cases}$ і точку $M_0(3;4;3)$.

3. Визначити прямолінійні твірні конуса $x^2-\frac{y^2}{4}-z^2=0$.

Варіант 7.

1. Визначити рівняння конуса, який проектує еліпс $\begin{cases} \frac{y^2}{25}+\frac{z^2}{9}=1 \\ x=0 \end{cases}$ з точки S(4;0;–3).

2. Скласти рівняння сфери з центром у точці C(1;4;-7), якщо вона дотикається до площини 6x+6y-7z+42=0.

3. Довести, що двопорожнинний гіперболоїд не має дійсних прямолінійних твірних.

Варіант 8.

1. Написати рівняння циліндра, якщо відомо направляючий вектор $\vec{a}$ (5;3;–2).

2. Написати канонічне рівняння двопорожнинного гіперболоїда, що містить точки $M_1(3;1;2)$, $M_1(2;\sqrt{11};3)$ і $M_1(6;2;\sqrt{15})$.

3. Знайти прямолінійні твірні гіперболічного параболоїда z=axy.

Варіант 9.

1. Написати рівняння конуса з вершиною S(1;0;–1), що проходить через направляючу криву: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}-\frac{z^2}{4}=1$, x+y=0.

2. Написати канонічне рівняння однопорожнинного гіперболоїда, що містить точку A($\sqrt{5}$; 3; 2) і гіперболу $\frac{x^2}{5}-\frac{z^2}{4}=1,\ y=0$.

3. Довести, що точки A(12;4;12) та B(6;8;-12) лежать на одній твірній гіперболічного параболоїда $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=z$.

Варіант 10.

1. Знайти рівняння циліндра з твірною, паралельною осі Oz і напрямленою $x^2+y^2+z^2=3$, z =0.

2. Написати рівняння еліпсоїда, осі якого збігаються з осями координат і який проходить через еліпси $\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{9}=1,\ x=0$ та $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1,\ z=0$.

3. Визначити ті прямолінійні твірні гіперболічного параболоїда $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=z$, які паралельні площині 3x+2y-4z=0.

Заняття 16 Тема: Рухи площини. Аналітичне вираження руху

Аудиторні завдання:

1. Написати формули осьової симетрії площини за координатами двох симетричних точок: A(1;-2) і B(3;4).

2. Обчислити координати центра повороту, заданого формулами:

$$x'=\frac{3}{5}x-\frac{4}{5}y+1; \qquad y'=\frac{4}{5}x+\frac{3}{5}y-2$$

3. Знайти прообраз прямої x+y=0 при повороті, якщо точка (1;1) переходить в точку ($\sqrt{2}$;2), а коло $(x+\sqrt{2})^2+(y+\sqrt{2})^2=5$ переходить у коло $(x-\sqrt{2})^2+(y+\sqrt{2})^2=5$.

4. Знайти координати вершини квадрата ABCD, якщо відомо, що вершина A лежить на прямій ℓ, вершина B – на колі (M,r), а середини сторін AB та CD – на прямій d, де ℓ, d і (M,r) мають відповідні рівняння 3x+4y=0, 4x+2y-5=0, $(x-3)^2+(y-1)^2=1$.

5. Точки C_1 і C_2 симетричні вершині C трикутника ABC відносно прямих, що містять бісектриси кутів A і B. Довести, що середина відрізка C_1C_2 співпадає з точкою дотику сторони AB з колом, вписаним в трикутник ABC.

Домашнє завдання: №№ 315, 317, 329, 331.

Література:

1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение, 1980. – С.35–41.

Заняття 17 Тема: Розв'язування задач

Аудиторні завдання:

1. Довести, що добуток двох центральних симетрій є паралельним перенесенням.

2. Написати формули перетворення, яке є добутком трьох осьових симетрій відносно прямих: x=0, y=0 і x-2y=0.

3. На сторонах паралелограма ABCD побудовано правильні трикутники: ABM, BCN, CDP, DAO. Довести, що MNQP – паралелограм.

4. Знайти центр повороту, якщо:

$$f':\begin{cases} x'=\frac{3}{5}x-\frac{4}{5}y+1 \\ y'=\frac{4}{5}x+\frac{3}{5}y-2. \end{cases}$$

5. Написати рівняння образу прямої e: x-y+1=0 при повороті навколо точки C(-2;1) на кут $\alpha=\pi/6$.

Домашнє завдання: №№ 331, 319, 320, 321, 323, 324.

Література:

1. Сборник задач по геометрии /Под ред. В.Т.Базылева. – М.:Просвещение. – 1980. – С.35 – 40.

ЗМІСТ

Методичне видання

Кузьмич Л.В., Мельник І.І.

ГЕОМЕТРІЯ

(методичні вказівки)

ISBN 966-630-015-X

Технічний редактор – Дудченко С.Г.

Здано до набору 4.07.00. Підписано до друку 10.07.00.
Формат 60x84 1/16. Папір офсетний. Друк різографія.
Гарнітура Arial. Умовн.друк.арк. 4/ Наклад 300 прим.

Віддруковано у ТОВ "Айлант"
73000, Україна, м.Херсон, пров. Пугачова, 5/20.
Тел.: 26-67-22.