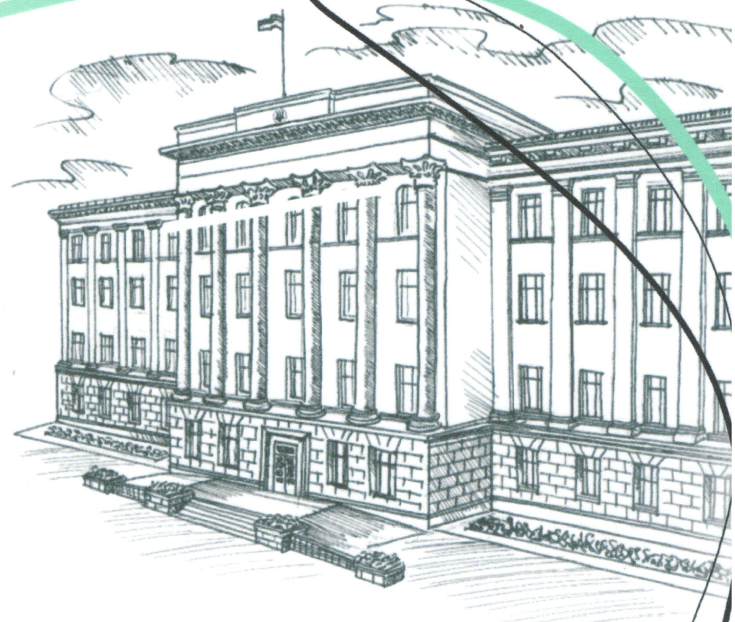
НАУКОВИЙ ВІСНИК

Східноєвропейського
національного
університету
імені Лесі Українки

ISSN 1729-360X



Педагогічні науки

9 (382)
2018

Рекомендовано до друку вченою радою
Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки
(протокол № 14 від 29 листопада 2018р.)

Журнал є науковим фаховим виданням України з педагогічних наук (див. додаток до постанови президії ВАК України від 10.02.2010 р. № 1-05/1) та включений до переліку друкованих фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук (наказ Міністерства освіти і науки України від 16.05.2016 № 515).

Технічний редактор **Л. П. Стасюк.** Свідоцтво про державну реєстрацію КВ № 19777-9577 ПР від 15.03.2013 р. Наклад 100 пр. Адреса редакції: 43025, м. Луцьк, вул. Винниченка, 30, Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки. Тел. +38(0332)241100. Ел. адреса: inklab@ukr.net. Засновник і видавець – Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки (43025, м. Луцьк, просп. Волі, 13). Свідоцтво Держ. комітету телебачення та радіомовлення України ДК № 4513 від 28.03.2013 р. Виготовлювач – ПП Іванюк В. П. (43021, м. Луцьк, вул. Винниченка, 65). **Формат** 60×84 $^{1}/_{8}$. 16,97 обл.-вид. арк., 16,7 2 ум. друк. арк. Наклад 100 пр. Зам. 217. Свідоцтво Держкомінформу України ВЛн № 31 від 04.02.2004 р.

Науковий вісник Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки

Журнал заснований у вересні 1996 року
Періодичність 2 рази на рік

№ 9(382) Серія: Педагогічні науки 2018

ЗМІСТ

РОЗДІЛ І. ТЕОРІЯ ТА ІСТОРІЯ ПЕДАГОГІКИ

РОЗДІЛ ІІ. ТЕОРІЯ НАВЧАННЯ

Kashubyak I.O. Cluster as one of the methods of development of critical thinking of pupils at mathematics lessons in primary schools

The article stresses on the development of critical thinking in elementary school students as an actual problem of modern educational reform at the New Ukrainian School. The author of scientific research analyzes one of the most common methods of critical thinking - "Cluster", which proposes to apply it in mathematics lessons in elementary school, because this method contributes to the development of the ability to select keywords that reflect ideas, facts, images that are tangent to a certain topic or a certain concept.

The article deals with the basic requirements for the cluster design and describes the peculiarities of the application of this method in mathematics lessons in elementary school.

The author recommends using the "Cluster" method at the stage of perception and awareness of the new educational material for the purpose of updating the basic knowledge of the pupils, activating the cognitive activity and focusing their attention on the topic of the lesson and at the stage of perception and awareness of the pupils of the new educational material - for to comprehension and systematization of new concepts. This method is also effective at the stage of repetition, generalization, fastening or control of pupils' knowledge for resumption in the memory the important information of the lesson, generalization and consolidation.

Keywords: *critical thinking, cluster, spatial relations, geometric figures, . integer, fractions.*

УДК 372.851

Валерій Кузьмич, Людмила Кузьмич –
Херсонський державний університет (м. Херсон)

Побудова прямолінійно розміщених множин при вивченні метричних просторів

У статті розглядаються поняття прямолінійного розміщення точок метричного простору. Це поняття розглядається на основі поняття кута між трьома точками метричного простору. При вивченні метричних просторів головний наголос робиться на питання метризаціїта повноти цих просторів. У переважній більшості підручників та посібників практично відсутні задачі, що розкривають геометричні властивості довільного метричного простору. У даній роботі зроблена спроба увести такі задачі для поняття прямолінійності. Наведені умови прямолінійного розміщення точок, розглянуті приклади такого розміщення у конкретних метричних просторах. При цьому, автори спираються на поняття кута, як упорядкованої трійки точок метричного простору. Такий підхід дає можливість узагальнення цього поняття, та збільшує можливість його застосування. Зокрема, результати роботи можуть бути розповсюджені на поняття плоского розміщення точок довільного метричного простору.

Ключові слова: *точка, простір, метрика, пряма, площина, кут.*

Постановка проблеми у загальному вигляді та зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями.Поняття метричного простору є базовим при вивченні курсів математичного аналізу функцій багатьох змінних, функціонального аналізу, теорії функцій дійсної змінної та багатьох інших розділів вищої математики. Його вивчення розпочинається з аксіом відстані $\rho(x;y)$між двома довільними точками x, y простору[1, С. 41]. Далі розглядаються приклади конкретних класичних метричних просторів, таких як n -вимірний евклідів простір R^n, простір неперервних на відрізку $[a;b]$ дійснихфункцій $C_{[a;b]}$, простір обмежених послідовностей m , простір інтегровних на відрізку $[a;b]$ дійснихфункцій C_L і таке інше. Після вирішення питання про метричність конкретного простору, як правило, розглядаються питання збіжності послідовностей його точок, та повнотипростору. Питання взаємного розміщення точок довільного метричного простору, на наш погляд, у навчальній літературі висвітлено недостатньо. Зокрема, мало використовується частинний випадок нерівності трикутника для довільних трьох точок x, y, z метричного простору (третя аксіома відстані): $\rho(x;y) \le \rho(x;z) + \rho(z;y)$, коли нерівність перетворюється у рівність. Цей випадок можна використати для встановлення прямолінійності розміщення точок метричного простору. Подібні питання розглядав В.Ф. Каган, який, фактично, побудував аксіоматику прямої лінії[2, розділ XIX]i [3, С. 527].

Поняття кута у метричному просторі вводиться досить складно, з використанням поняття повноти простору, при цьому мається на увазі його числове значення [4, С. 35-36].

Це дещо обмежує його широке використання, зокрема, його важко застосувати до скінчених або зчислених просторів. Поняття кута (його числової характеристики) можна ввести використовуючи звичайну формулу косинусів, як це пропонував О.Д. Александров [4, С. 36].У цьому випадку значно полегшується вивчення прямолінійності розміщення точок метричного простору.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Поняття прямолінійного розміщення точок метричного простору відносяться до відносно нового розділу геометрії – метричної (дистантної) геометрії. Розвиток цієї гілки геометрії бере початок з робіт А. Келі, К. Менгера, та був продовжений у роботах Л.М. Блюменталя, Г. Буземана,О.Д. Александрова. Досить ґрунтовно і вичерпнопоняття прямолінійного розміщення точок метричного просторудосліджене В.Ф. Каганом у його роботі [2, розділ XIX]. Останнім часом робляться спроби побудуватиосновні геометричні структури (прямолінійне та плоске розміщення точок метричного простору, перпендикулярність їх розміщення і таке інше), та вивчити співвідношення між ними [5-8].

Мета статті. Дана робота має на меті представити цілий клас задач з геометризації метричного простору, що полягають у побудові прямолінійних структур у конкретному метричному просторі, з використанням метрики цього простору. Ці задачі дають можливість встановлювати додаткові (геометричні) властивості окремих множин елементів метричного простору, та співвідношення між цими множинами.

Виклад основного матеріалу дослідження. Спочатку наведемоосновні означення та відомості, що будуть використовуватись нижче.

Через(X,ρ) будемо позначати метричний простір X з метрикою ρ [1, С. 41]. Усі точки простору будемо вважати різними, тобто, будемо розглядати лише додатні значення відстані $\rho(x;y)$ між двома довільними точками x і y просторуX .

Прикладом метричного простору є простір $C_{[a;b]}$ – неперервних на відрізку $[a;b]$ дійснихфункцій [1, С.43]. У цьому просторі метрика задається за правилом: $\rho(f;g)=max_{x\in[a;b]}|f(x)-g(x)|$.

У метричному просторі C_L інтегровних на відрізку $[a;b]$ дійснихфункцій відстань між функціями $f(x)$ і $g(x)$ знаходиться за формулою:

$$\rho(f;g)=\int_a^b|f(x)-g(x)|dx$$ [9, С. 105].

Сукупність трьох точок x , y , z простору будемо називати трикутником, і позначати $\Delta(x,y,z)$. При цьому, самі точки будемо називати вершинами, а пари точок (x,y), (x,z), (y,z) – сторонами трикутника.

Означення 1. *Нехай*x , y , z *– довільні точки простору* (X,ρ). *Упорядковану трійку* (x,y,z) *цих точок будемо називати кутом з вершиною в точці* y , *і позначати:* $\angle(x,y,z)$. *Пари точок* (x,y)*і* (y,z), *при цьому, будемо називати сторонами кута* (див. [5, с. 28]).

Означення 2. *Нехай* x , y , z *– довільні точки простору* (X,ρ). *Характеристикою кута* $\angle(x,y,z)$, *або кутовою характеристикою, будемо називати дійсне число* $\varphi(x,y,z)$, *що знаходиться за формулою:*

$$\varphi(x,y,z)=\frac{\rho^2(x,y)+\rho^2(y,z)-\rho^2(x,z)}{2\rho(x,y)\rho(y,z)} \qquad (1)$$

(див. [5, с. 29] і [4, с. 36]).

Метричний простір (X,ρ), у якому введено поняття кута за Означенням 1, і його характеристику за Означенням 2, будемо називати метричним простором з кутовою характеристикою, і позначати Π .

Означення 3. *Будемо казати, що точки x, y, z простору $П$ прямолінійно розміщені, якщо хоча б для однієї з цих точок (наприклад, для точки y) виконується рівність*

$$\varphi^2(x,y,z)=1 \tag{2}$$

(див. [5, с. 29]).

Означення 4. *Будемо казати, що множина точок простору $П$ прямолінійно розміщена, якщо будь які три точки цієї множини прямолінійно розміщені* (див. [3, с. 527]).

Рівність (2) рівносильна рівності $\varphi(x,y,z)=\pm 1$, причому, при виконанні рівності $\varphi(x,y,z)=-1$, природно казати, що точка y «лежить між» точками x і z (або є внутрішньою для них), а кут $\angle(x,y,z)$ називати «розгорнутим». При виконанні рівності $\varphi(x,y,z)=1$, природно казати, що точка y «лежить поза» точками x і z (або є крайньою для них), а кут $\angle(x,y,z)$ називати «нульовим».

З рівності (1) легко отримати, що рівність $\varphi(x,y,z)=-1$ еквівалентна рівності $\rho(x,z)=\rho(x,y)+\rho(y,z)$, а рівність $\varphi(x,y,z)=1$ еквівалентна сукупності двох рівностей:

$$\left[\begin{array}{l}\rho(x,y)=\rho(x,z)+\rho(y,z);\\ \rho(y,z)=\rho(x,z)+\rho(x,y).\end{array}\right.$$

Наведемо приклад прямолінійної розміщеності нескінченої множини точок у метричному просторі $C_{[0;1]}$.

Приклад 1. Розглянемо множину функцій $y=kx$ на відрізку [0;1], як підмножину простору $C_{[0;1]}$ неперервних на відрізку [0;1]функцій.

Покажемо, що будь-які три різні точки $y_1=k_1x$, $y_2=k_2x$, $y_3=k_3x$ цієї множини розміщені прямолінійно. За Означенням 4 це буде означати прямолінійне розміщення усієї множини.

Нехай, для визначеності, виконуються нерівності $k_1<k_2<k_3$. При цьому припущенні знайдемо відстані між точками y_1, y_2, y_3 за метрикою простору $C_{[0;1]}$. Матимемо:

$$\rho(y_1,y_2)=k_2-k_1,\ \rho(y_1,y_3)=k_3-k_1,\ \rho(y_2,y_3)=k_3-k_2.$$

Оскільки виконується рівність $\rho(y_1,y_3)=\rho(y_1,y_2)+\rho(y_2,y_3)$, то це означає, що точки y_1, y_2, y_3 розміщені прямолінійно. З довільності вибору цих точок і слідує прямолінійність розміщення усієї множини функцій $y=kx$ у просторі $C_{[0;1]}$ (рис. 1).

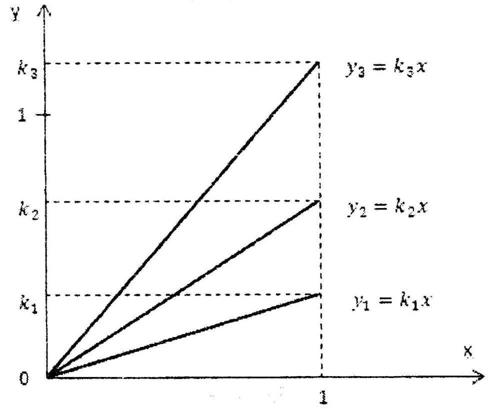


Рис. 1. Прямолінійне розміщення лінійних функцій у просторі $C_{[0;1]}$.

Приклад 2. Розглянемо простір R_1^n, точками якого є впорядковані групи n дійсних чисел $x(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Якщо відстань між точками x і y простору означити за формулою,то цей простір стає метричним [1, с. 42].

Нехай для будь-яких трьох точок $x(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $y(y_1, y_2, \dots, y_n)$, $z(z_1, z_2, \dots, z_n)$ множини P виконуються нерівності $x_k \le y_k \le z_k$ для усіх значень $k = 1,2, \dots, n$. Покажемо, що множина P прямолінійно розміщена у просторі R_1^n. Дійсно, справедливі наступні рівності.

$$\rho(x,z) = \sum_{k=1}^{n} |x_k - z_k| = \sum_{k=1}^{n} (z_k - x_k) = \sum_{k=1}^{n} \left((z_k - y_k) + (y_k - x_k)\right) =$$
$$\sum_{k=1}^{n} (z_k - y_k) + \sum_{k=1}^{n} (y_k - x_k) = \sum_{k=1}^{n} |z_k - y_k| + \sum_{k=1}^{n} |y_k - x_k| =$$
$$\rho(y,z) + \rho(y,x).$$

Отримана рівність означає, що точки x, y, z розміщені прямолінійно. З довільності вибору цих точок, за Означенням 4, слідує прямолінійне розміщення множини P.

З Прикладу 2 можна зробити висновок, що прямолінійне розміщення точок простору $П$ характеризує певну «монотонність» множини цих точок відносно метрики простору.

Властивість прямолінійності розміщення точок простору $П$ значною мірою залежить від метрики простору. На це вказує наступний приклад.

Приклад 3. У просторі C_L інтегровних на відрізку $[0;1]$ дійснихфункційвізьмемо чотири точки цього простору: $y_1 = x + 1$, $y_2 = x$, $y_3 = x - 2$, $y_4 = -x$ (рис. 2).

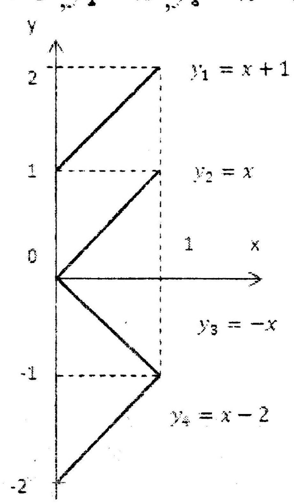


Рис. 2. Прямолінійне розміщення лінійних функцій у просторі C_L.

Знайдемо відстані між цими точками:

$\rho(y_1, y_2) = 1$, $\rho(y_1, y_3) = 3$, $\rho(y_1, y_4) = 2$, $\rho(y_2, y_3) = 2$, $\rho(y_2, y_4) = 1$, $\rho(y_3, y_4) = 1$.

За формулою (1) знайдемо кутові характеристики:

$\varphi(y_2, y_1, y_3) = 1$, $\varphi(y_2, y_1, y_4) = 1$, $\varphi(y_3, y_1, y_4) = 1$,

$\varphi(y_1, y_2, y_3) = -1$, $\varphi(y_1, y_2, y_4) = -1$, $\varphi(y_3, y_2, y_4) = 1$,

$\varphi(y_1, y_3, y_2) = 1$, $\varphi(y_1, y_3, y_4) = 1$, $\varphi(y_2, y_3, y_4) = 1$,

$\varphi(y_1, y_4, y_2) = 1$, $\varphi(y_1, y_4, y_3) = -1$, $\varphi(y_2, y_4, y_3) = -1$.

З отриманих рівностей, за Означеннями 3 і 4, слідує, що усі чотири точки розміщені прямолінійно у просторі C_L, причому, вони розміщені у наступному порядку: y_1, y_2, y_4, y_3.

Покажемо, що зміна метрики простору може впливати на його внутрішню структуру. Для цього розглянемо функціїз Прикладу 3 у іншому просторі, і покажемо, що властивість прямолінійного розміщення при цьому порушиться.

Приклад 4. Знайдемо відстані між точками y_1, y_2, y_3, y_4 за метрикою простору C_L.

$\rho(y_1, y_2) = 1$, $\rho(y_1, y_3) = 3$, $\rho(y_1, y_4) = 3$, $\rho(y_2, y_3) = 2$, $\rho(y_2, y_4) = 2$,

$\rho(y_3, y_4) = 2$.

За формулою (1) знайдемо кутові характеристики:

$\varphi(y_1, y_2, y_3) = -1$, $\varphi(y_1, y_2, y_4) = -1$, $\varphi(y_3, y_2, y_4) = 0{,}5$.

З першої рівності, за Означенням 3, слідує, що точки y_1, y_2, y_3 розміщені прямолінійно, а друга рівність вказує що і точки y_1, y_2, y_4 теж прямолінійно розміщені. У геометрії Евкліда це означає, що усі чотири точки прямолінійно розміщені, причому (враховуючи віддалі між точками) точки y_3 і y_4 співпадають. Дійсно, перший постулат геометрії Евкліда прямо не вказує на те, що через дві точки можна провести єдину пряму [10, с. 44], хоча єдиність такої прямої мається на увазі: «Від будь-якої точки до будь-якої точки можна провести пряму лінію» [11, с. 14]. У системі аксіом Гільберта цей факт неявно сформульовано у аксіомі: «Дві різні точки завжди визначають пряму» [12, с. 3]. Однак, третя із отриманих кутових характеристик вказує на те, що точки y_2, y_3, y_4 не розміщені прямолінійно. Більше того, ці точки утворюють криволінійний рівносторонній трикутник, у якого довжини усіх сторін дорівнюють 2 (рис. 3).

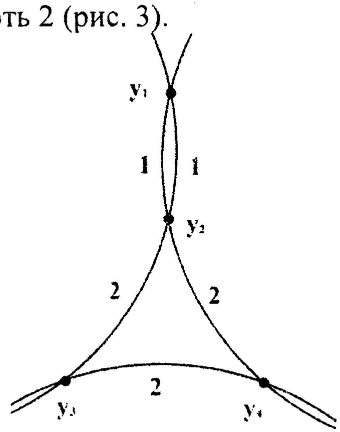


Рис. 3. Неевклідова інтерпретація розміщення точок y_1, y_2, y_3, y_4 у просторі C_L.

Приклад 4 вказує на те, що метрика простору впливає на його геометрію, і може спричинити певну кривизну цього простору.

Висновки з цього дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку. За результатами даної роботи, до задач,що традиційно розглядаються при вивченні метричних просторів, можна долучити цілий клас задач на геометричні властивості класичних метричних просторів. Зокрема, доцільно виділяти класи прямолінійно розміщених підмножин серед множин функцій, що вивчаються у шкільному курсі математики: лінійних, степеневих, показникових, логарифмічних, тригонометричних і таке інше. При цьому, більшу увагу потрібно приділити просторам неперервних та інтегровних на відрізку функцій.

Подальші дослідження слід, на нашу думку, продовжити у напрямку встановлення для множин точок метричного простору понять аналогічних класичним поняттям паралельності та перпендикулярності, а також вивченню співвідношень між ними. Це дасть можливість застосувати отримані результати до побудови основних геометричних об'єктів – плоских фігур та просторових тіл у метричних просторах.

Результати роботи можна використовувати у вищих закладах освіти,на практичних заняттях з вивчення властивостей метричних просторів, у позакласній роботіз учнями загальноосвітніх навчальних закладах, а також при підвищенні кваліфікації вчителів математики.

Джерела та література

1. Колмогоров А. М., Фомін С. В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу / А. М. Колмогоров, С. В. Фомін. – Київ: Вища школа, 1974. – 455 с.
2. Каган В.Ф. Основаниягеометрии. Часть 2 / В.Ф. Каган – М.-Л.: Гостехиздат, 1956. – 344 с.
3. Каган В.Ф. Очерки по геометрии / В.Ф. Каган – М.: ИздательствоМосковскогоуниверситета, 1963. – 571 с.
4. Александров А.Д. Внутренняягеометриявыпуклыхповерхностей / А.Д. Александров – М.-Л.: Гостехиздат, 1948. – 388 с.
5. Кузьмич В. І. Поняття кута при вивченні властивостей метричного простору. – Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки, № 13, 2016. – С. 26-32.
6. Кузьмич В. І. Кутова характеристика у метричному просторі [Електронний ресурс] / Кузьмич Валерій Іварович–Algebraicandgeometricmethodsofanalysis: Internationalscientificconference : bookofabstracts. – May 31-June 5, 2017, Odessa, Ukraine. – С. 11-12. – Режим доступу:https://www.imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2017/agma2017_abstracts.pdf.
7. Кузьмич В. І. Побудова плоских образів у довільному метричному просторі. – Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки, № 11, 2017. – С. 40-46.
8. Кузьмич В. І. Плоско розміщені множини точок у метричному просторі / Валерій Кузьмич – Вісник Львівського університету. Серія: механіко-математична,випуск 83, 2017. – С. 58-71.
9. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. Частина 3/М.О. Давидов. – Київ: Вища школа, 1979. – 383 с.
10. Каган В.Ф. Основания геометрии. Часть 1 / В.Ф. Каган – М.-Л.: Гостехиздат, 1949. – 492 с.
11. Начала Евклида. Книги I-VI / [Перевод с греческого и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовский]. – М.-Л: Гостехиздат, 1948. – 447 с.
12. Давид Гильберт. Основания геометрии / Давид Гильберт – Петроград: Сеятель, 1923. – 152 с.

References

1. KolmogorovA. M., FominS. V. Elementyteorii' funkcijifunkcional'nogoanalizu / A. M. Kolmogorov, S. V. Fomin. – Kyi'v: Vyshhashkola, 1974. – 455 s.
2. KaganV. F. Osnovanijageometrii. Chast' 2 / V. F. Kagan – M.-L.: Gostehizdat, 1956. – 344 s.
3. Kagan V. F. Ocherkipogeometrii / V. F. Kagan – M.: Izdatel'stvoMoskovskogouniversiteta,1963. –571 s.
4. AleksandrovA. D. Vnutrennjajageometrijavypuklyhpoverhnostej / A. D. Aleksandrov – M.-L.: Gostehizdat, 1948. – 388 s.
5. Kuz'mychV. I. Ponjattjakutapryvyvchennivlastyvostejmetrychnogoprostoru. – VisnykCherkas'kogouniversytetu. Serija: Pedagogichninauky, № 13, 2016. – S. 26-32.
6. Kuz'mych V. I. Kutovaharakterystyka u metrychnomuprostori [Elektronnyjresurs] / Kuz'mychValerijIvarovych – Algebraic and geometric methods of analysis: International scientific conference : book of abstracts. – May 31-June 5, 2017, Odessa, Ukraine. – S. 11-12. – Rezhymdostupu:https://www.imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2017/agma2017_abstracts.pdf .
7. Kuz'mych V. I. Pobudovaploskyhobraziv u dovil'nomumetrychnomuprostori. – VisnykCherkas'kogouniversytetu. Serija: Pedagogichninauky, № 11, 2017. – S. 40-46.
8. Kuz'mychV. I. Ploskorozmishhenimnozhynytochokumetrychnomuprostori / ValerijKuz'mych – VisnykL'vivs'kogouniversytetu. Serija: mehaniko-matematychna, vypusk 83, 2017. – S. 58-71.
9. Davydov M. O. Kursmatematychnogoanalizu. Chastyna 3 / M. O. Davydov. – Kyi'v: Vyshhashkola. 1979. – 383 s.
10. Kagan V. F. Osnovanijageometrii. Chast'1 / V. F. Kagan – M.-L.: Gostehizdat, 1949. – 492 s.
11. NachalaEvklida. Knigi I-VI / [Perevod s grecheskogoikommentarii D.D. Morduhaj-Boltovskij]. – M.-L: Gostehizdat, 1948. – 447 s.
12. DavidGil'bert. Osnovanijageometrii / DavidGil'bert – Petrograd: Sejatel', 1923. – 152 s.

Кузьмич Валерий, Кузьмич Людмила. Построение прямолинейно расположенных множеств при изучении метрических пространств.*В статье рассматриваются понятие прямолинейного размещения точек метрического пространства. В подавляющем большинстве учебников и пособий практически отсутствуют задачи, раскрывающие геометрические свойства произвольного метрического пространства. В данной работе сделана попытка ввести такие задачи для понятия прямолинейности. Приведены условия прямолинейного размещения точек, рассмотрены примеры такого размещения в конкретных метрических пространствах. При этом, авторы опираются на понятие угла, как упорядоченной тройки точек метрического пространства. Такой подход дает возможность обобщения этого понятия, и увеличивает возможность его применения.*

В работе установлено, что множество линейных функций является прямолинейно расположенным в пространстве непрерывных на отрезке функций. На двух примерах показано, что понятие прямолинейного расположения точек некоторого множества метрического пространства характеризует монотонность этого множества по отношению к метрике пространства. Метрика пространства значительно влияет на геометрические свойства этого пространства. Понятие прямолинейного расположения точек метрического пространства допускает элементы неэвклидовой геометрии в этом пространстве. В работе приведены примеры функций, которые прямолинейно расположены в одном пространстве, однако не являются прямолинейно расположенными в другом пространстве. В частности, построен пример четырёх функций,

которые в метрике пространства Эвклида должны быть прямолинейно расположены, однако в другом метрическом пространстве таковыми не являются.

Результаты работы можно использовать в высших учебных заведениях на практических занятиях по изучению свойств метрических пространств, во внеклассной работе с учащимися общеобразовательных учебных заведениях, а также при повышении квалификации учителей математики.

Ключевые слова:точка, пространство, метрика, прямая, плоскость, угол.*

Kuz'mich Valery, Kuzmych Liudmyla. Construction of straight-line sets when studying metric spaces. *The article discusses the notion of straight-line placement of points of a metric space. In the overwhelming majority of textbooks and manuals, there are practically no tasks revealing the geometric properties of an arbitrary metric space. In this paper, an attempt has been made to introduce such tasks for the notion of straightness. The conditions for straight-line placement of points are given, examples of such placement in specific metric spaces are considered. In this case, the authors rely on the concept of angle, as an ordered triple of points of a metric space. Such an approach makes it possible to generalize this concept, and increases the possibility of its application.*

It was established in the work that the set of linear functions is rectilinearly located in the space of functions continuous on an interval. In two examples it is shown that the notion of a straight-line placement of points of a certain set of a metric space characterizes the monotony of this set with respect to the metric of space. The space metric significantly affects the geometric properties of this space. The concept of a straight-line placement of points of a metric space admits elements of non-Euclidean geometry in this space. The paper presents examples of functions that are straight-line placement in one space, but are not straight-line placement in another space. In particular, an example of four functions was constructed, which should be straight-line placement in the metric of Euclidean space, but they are not straight-line placement in another metric space.

The results of the work can be used in higher educational institutions in practical classes on the study of the properties of metric spaces, in extracurricular work with students of general educational institutions, as well as during advanced training of teachers of mathematics.

Keywords: *point, space, metric, straight line, plane, angle*

УДК 37.371:81

Тетяна Кучай –
Закарпатський угорський інститут
ім. Ференца Ракоці II(м. Берегово)
Олександр Кучай –
Національний університет біоресурсів
і природокористування України
Людмила Ердман –
Перша міська гімназія (м. Черкаси)

Організація навчання іноземних мов в гімназії

У статті розглядається організація навчання іноземних мов в гімназії. Для успішного здійснення навчально-виховного процесу з іноземних мов на сучасному етапі та для більш ефективної реалізації практичних, виховних, розвивальних та освітніх цілей навчання, які стоять перед учителем, передбачено використання різноманітних засобів навчання. Наголошується, що серед доступних і перевірених практикою шляхів підвищення ефективності заняття є планування та організація нестандартних уроків. Основними критеріями класифікації уроків іноземної мови у гімназії є цілі уроків та ступінь сформованості навичок і вмінь. На цей час в методиці узвичаєно поділ уроків на два основних типи.

Ключові слова: *іноземна мова, гімназії, освіта, вчитель, навчально-виховний процес.*

Постановка проблеми у загальному вигляді та зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. На сучасному етапі головними напрямами мовної освіти є поліпшенняй поширення практики вивчення мов упродовж усього життя людини,підвищення ефективності мовної освіти, створення сприятливих умов длявивчення іноземних мов, залучення інформаційно-комунікаційних тацифрових технологій у навчальний процес гімназій [1].

Поступове упровадження раннього навчання однієї з іноземних мов у початкових класах – одна з характерних рис сучасної загальноосвітньої школи.

Практична мета навчання іноземної мови в початковій школі полягає в тому, щоб закласти основи володіння іноземною мовою у молодших школярів, тобто сформувати

Наші автори

Бєлкіна-Ковальчук Олена Віталіївна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри соціальної роботи та педагогіки вищої школи Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки.

Борута Катерина Олександрівна – студентка магістратури кафедри історії, теорії музики та методики музичного виховання інституту мистецтв Рівненського державного гуманітарного університету.

Вербицька Поліна Василівна – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри історії України та етнокомунікацій Інституту гуманітарних та соціальних наук Національного університету «Львівська політехніка».

Галацин Катерина Олександрівна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри англійської мови технічного спрямування Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

Давидюк Галина Михайлівна – викладач природничих дисциплін Луцького педагогічного коледжу.

Дурманенко Оксана Леонідівна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри педагогіки Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки.

Дячук Павло Вікторович – канд. пед. наук, доцент кафедри «Теорії початкового навчання» Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини

Ердман Людмила Миколаївна – вчитель англійської мови Першої міської гімназії.

Кардашук Наталія В'ячеславівна – голова циклової комісії викладачів природничих дисциплін Луцького педагогічного коледжу.

Кашуб'як Ірина Олександрівна – асистент кафедри теорії і методики природничо-математичних дисциплін початкової освіти Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки.

Кикіньова Лариса Михайлівна – викладач фортепіано Луцького педагогічного коледжу.

V **Кузьмич Валерій Іванович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, професор кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету.

V **Кузьмич Людмила Василівна** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету.

Кучай Олександр Володимирович – доктор педагогічних наук, доцент кафедри педагогіки Національного університету біоресурсів і природокористування України.

Кучай Тетяна Петрівна – доктор педагогічних наук, доцент, професор

кафедри педагогіки і психології Закарпатського угорського інститут ім. Ференца Ракоці II.

Лаптута Адріана – магістрант Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки.

Лякішева Анна Володимирівна – доктор педагогічних наук, професор кафедри соціальної роботи та педагогіки вищої школи, декан факультету педагогічної освіти та соціальної роботи Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки.

Мартинюк Тетяна Анатоліївна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри соціальної роботи та педагогіки вищої школи Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки.

Мацюк Зоряна Сергіївна – докторант Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки.

Нікітська Юлія Мирославівна – кандидат педагогічних наук (PhD), старший викладач Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького

Орос Ільдіко Імріївна – доктор філософії, ректор Закарпатського угорського інституту ім. Ференца Ракоці II.