

ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛІ ТОЧКОВОГО ЗАРЯДУ ДО РОЗРАХУНКУ ПОТЕНЦІАЛУ ПОЛЯ ЗАРЯДЖЕНОГО ДИСКА

Єдін.В.М., Івашина Ю.К.

Херсонський державний університет

Розрахунок електричного поля заряджених тіл має важливе практичне значення при розробці та використанні різних електричних приладів та пристроїв. Тому спрощення розрахунків з допомогою моделі точкового заряду має важливе практичне значення. Але в підручниках для ВНЗ та загальноосвітніх шкіл [1-4] критерії застосування моделі точкового заряду $r \gg l$ (відстань до точки спостереження значно більша за розміри тіла) ідеалізований і його не можна застосовувати для розв'язання практичних задач.

Метою нашого дослідження було на основі порівняння результатів розрахунку потенціалу істинного електричного поля зарядженого диска і поля точкового заряду, в залежності від відстані до точки спостереження, визначити похибку і згідно з нею межі застосування моделі точкового заряду до розрахунку поля зарядженого диска.

Досягнення мети вимагало розв'язання таких завдань:

1. Розрахувати істинне електричне поле диска і порівняти його з полем, розрахованим на основі моделі точкового заряду.
2. Розрахувати похибку визначення поля на основі моделі точкового заряду в залежності від відстані до точки спостереження.

Спочатку ми визначили потенціал на осі симетрії, перпендикулярній диску.

Положення точки спостереження приведено на рис. 1 де x – відстань до диска, r – відстань від елемента диска dS до його центру, l – відстань від елемента dS до точки спостереження, R – радіус диска.

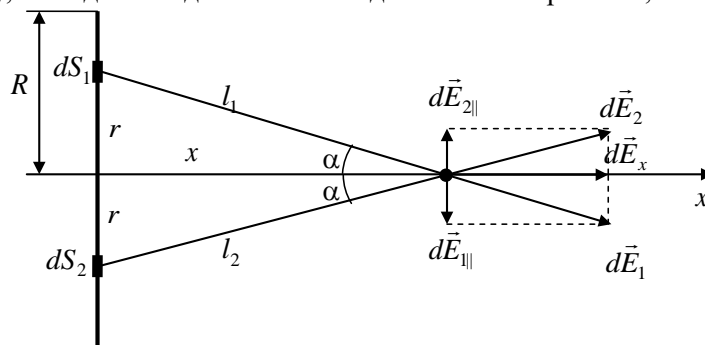


Рис.1

Потенціал поля, що створюється диском визначимо на основі принципу суперпозиції:

$$\begin{aligned} \varphi &= \int d\varphi = \frac{2kq}{R^2} \int_0^R \frac{rdr}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{2kq}{R^2} (\sqrt{R^2 + x^2} - x) = \\ &= \frac{2kq}{R} \frac{x}{R} \left(\sqrt{\left(\frac{R}{x}\right)^2 + 1} - 1 \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Потенціал поля точкового заряду:

$$\varphi = \frac{kq}{x} = \frac{kq}{R} \frac{x}{R} \quad (2)$$

Результати розрахунку потенціалу поля диска наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

$\frac{x}{R}$	2	3	4	5	6	7
$\varphi_T, \frac{kq}{R}$	0,5	0,333	0,25	0,2	0,1667	0,1428
$\varphi_P, \frac{kq}{R}$	0,472	0,325	0,246	0,198	0,1655	0,1421
$\Delta, \frac{kq}{R}$	0,028	0,008	0,004	0,002	0,0012	0,0007
$\varepsilon, \%$	5,93	2,46	1,62	1,01	0,72	0,4

Потім ми визначили потенціал на осі симетрії, що проходить в площині диска. Потенціал поля в точці P на відстані a від центру $OP=a$.

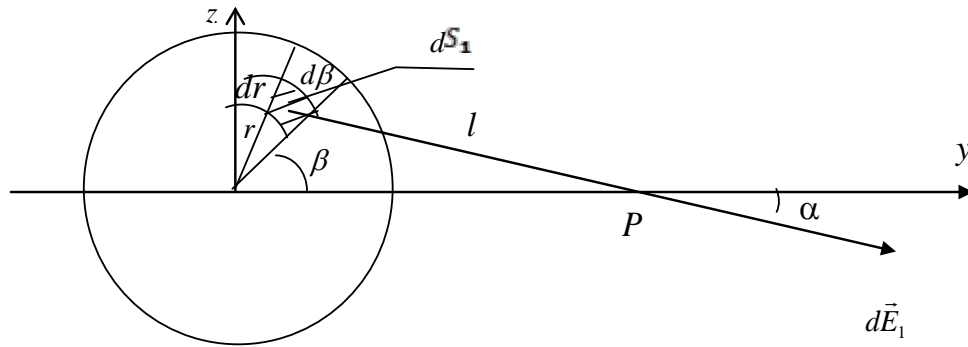


Рис. 2 Поле елемента диска

Інтеграл (4) не береться в квадратурах, тому для його визначення застосовують метод численного інтегрування.

$$\Delta\varphi_{ik} = \frac{2kq}{\pi R^2} \frac{r_i \Delta\beta \Delta r}{\sqrt{a^2 - 2ar_i \cos \beta_k + r_i^2}}, \quad (5)$$

де

$$r_i = \Delta r \cdot i \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad N = \frac{R}{\Delta r};$$

$$\beta_k = \Delta\beta \cdot k \quad (k = 1, 2, \dots, M), \quad M = \frac{\pi}{\Delta\beta}; \quad (6)$$

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M \Delta\varphi_{ik}.$$

Для обчислення (5) була складена комп'ютерна програма для визначення потенціалу поля диска на різних відстанях a , яка приведена в додатку.

Результати розрахунку приведені в таблиці 2.

Таблиця 2

$\frac{y}{R}$	2	3	4	5	6	7
$\Phi_T, \frac{kq}{R}$	0,5	0,333	0,25	0,2	0,1667	0,1428
$\Phi_P, \frac{kq}{R}$	0,534	0,319	0,242	0,1972	0,1662	0,1421
$\Delta, \frac{kq}{R}$	0,034	0,014	0,008	0,0038	0,0005	0,0007
$\varepsilon, \%$	6,36	4,4	3,3	1,4	0,7	0,4

Аналіз отриманих результатів показав, що межі застосування моделі точкового заряду при визначенні потенціалу зарядженого диска залежать від відносної відстані та від положення точки спостереження.

Похибка застосування моделі точкового заряду до розрахунку поля зарядженого диска не перевищує 1% при $\frac{x}{R} \geq 6$, 0,5% при $\frac{x}{R} \geq 7$.

Література:

1. Дудик М.В., Хазіна С.А. Моделювання фізичних явищ у комп'ютерних навчальних програмах: Навчальний посібник. – Умань, 2007. – 72 с.
2. Електричне поле: властивості та напрямки використання. – К., 1992. – 342 с.
3. Жаблон К. Моделирование в физике. – М.: Наука, 1987, 290 с.
4. Загальний курс фізики: Збірник задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В.П. Курінний, І. М. Кучерук. К.: Техніка, 2004.